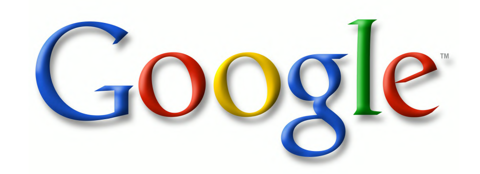
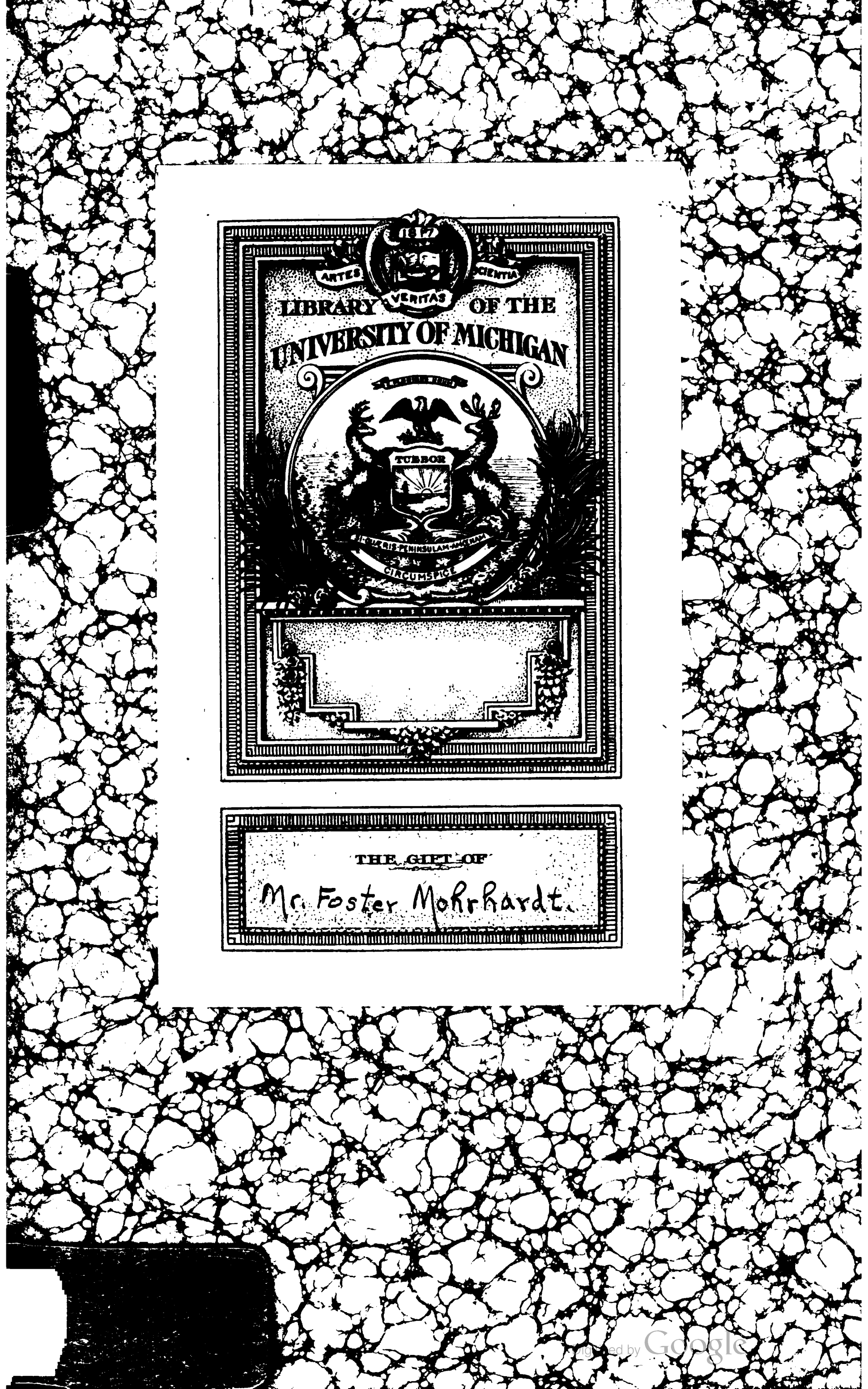
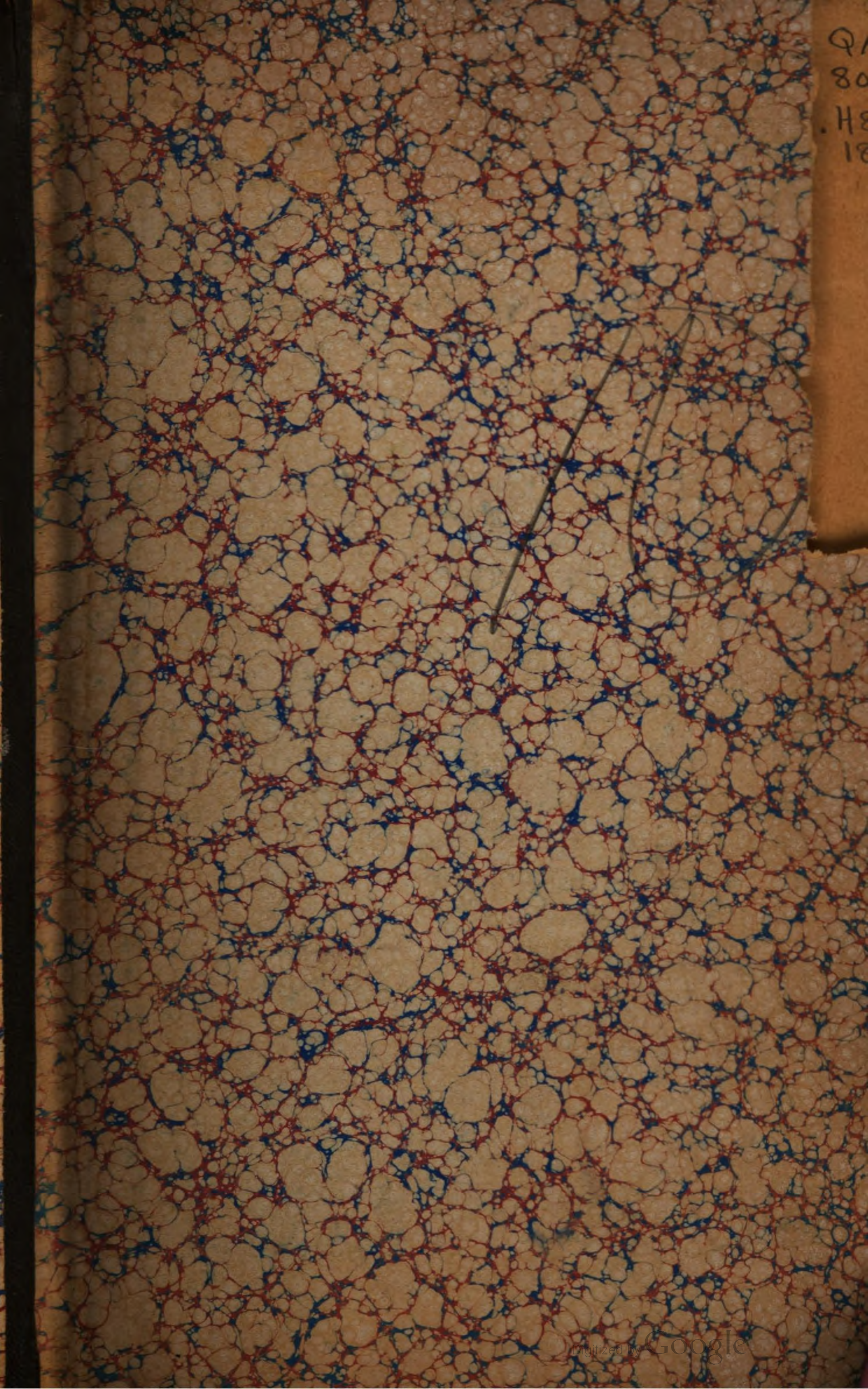
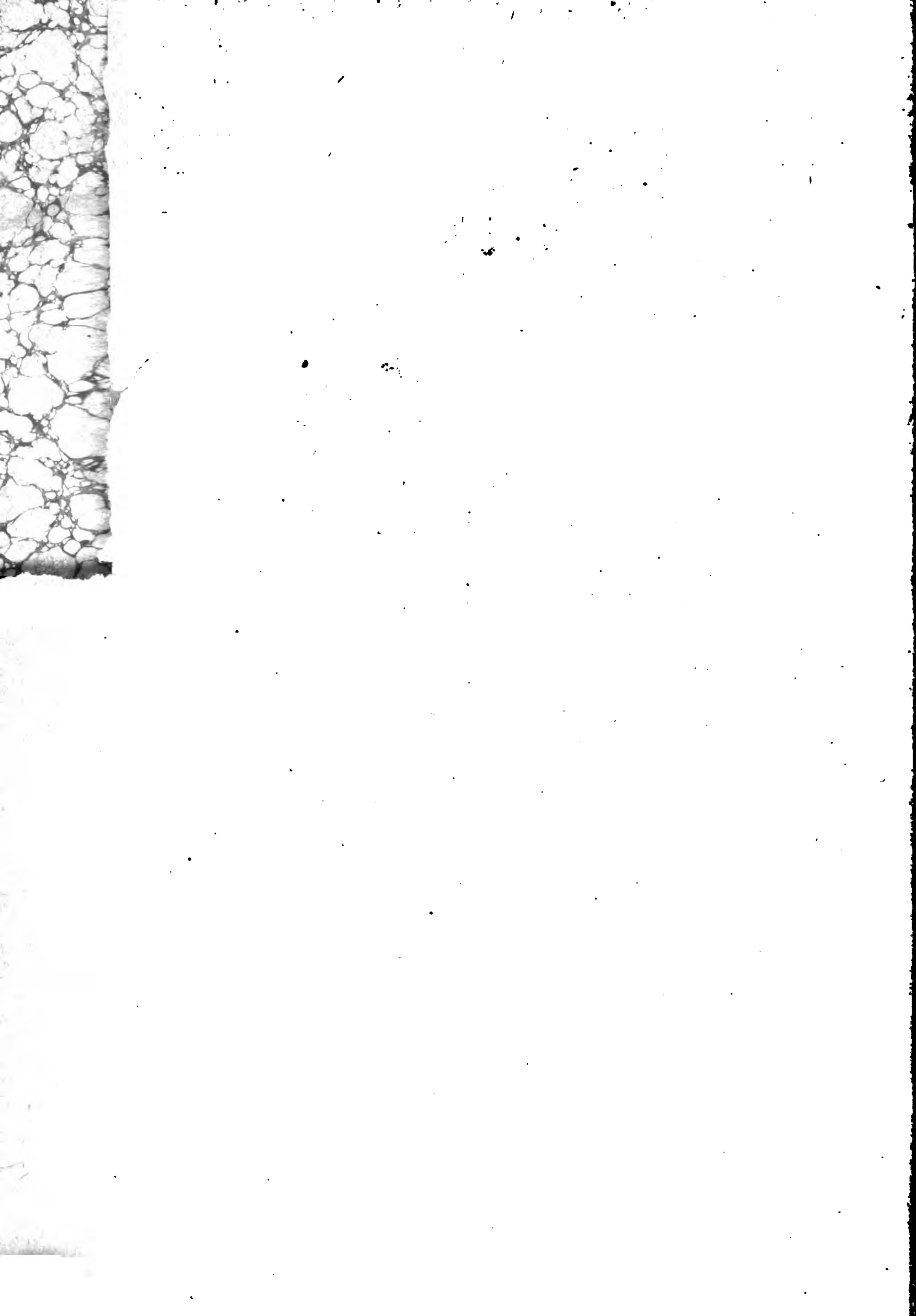
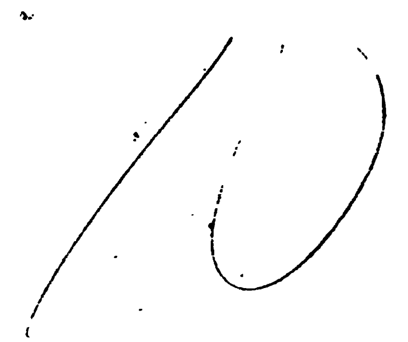



A
Mechanik für Gewerbe- und Handwerkerschulen
Philipp Huber
Digitized by Google


1817
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE
THE GIFT OF
Mr. Foster Mohrhardt.







Mechanik

für

Gewerbe- und Handwerkerschulen

sowie zum Gebrauche

in

Realschulen und zum Selbstunterricht

von

Ph. Huber,

Rektor der Gewerbeschule zu Pforzheim, Ritter des Großh. Bad. Zähringer Löwen-Ordens.

Vierte vermehrte und verbesserte Auflage.

Mit 535 Holzschnitten.

Stuttgart.

Verlag von J. Engelhorn.

1879.

Druck von Gebrüder Kröner in Stuttgart.

Vorrede zur vierten Auflage.

Die vierte Auflage hat insofern eine durchgreifende Umarbeitung erfahren, als die zahlreich vorkommenden Aufgaben nun alle in metrisches Maß umgerechnet worden sind. Nur ganz ausnahmsweise und mit Absicht sind einige wenige in andern Maßen durchgeführte Berechnungen beibehalten worden. Es soll nämlich dadurch dem Leser (Schüler) in Erinnerung gebracht werden, daß für gewisse vorkommende Größen, als: die Fallbeschleunigung g, die Festigkeitsmodule, den Atmosphärendruck auf die Flächeneinheit ꝛc. die entsprechenden für das betreffende Landesmaß geltenden Zahlenwerthe zu setzen sind.

Auch eine wesentliche Vervollständigung hat das Buch erhalten und zwar hauptsächlich im eigentlich angewandten Theile desselben. So ist namentlich die Beschreibung neuer Turbinensysteme, sowie neuer, zweckmäßiger Pumpenconstructionen, nebst andern Vorrichtungen zum Heben der Flüssigkeiten hinzugekommen und sind in dem Abschnitte über Dampfmaschinen außer Anderm die neueren, verbesserten Steuerungsvorrichtungen und ganze Maschinen beschrieben. Insbesondere ist sodann den für den Kleingewerbebetrieb so wichtigen s. g. Kleinkraftmaschinen, als: Wasserdruckmotoren, Heißluft- und Gasmaschinen ꝛc., Aufmerksamkeit gewidmet und enthält das Buch die eingehende Beschreibung der verbreitetsten Maschinen dieser Art mit bildlichen Darstellungen, die zum Theil nach Naturaufnahmen angefertigt worden sind.

Auch in den übrigen Theilen erscheinen zweckdienliche Zusätze, so namentlich in den Kapiteln über Kräftezusammensetzung, Wagen u. s. w.

Was die Vorkenntnisse behufs des Verständnisses betrifft, wird bemerkt, daß von den Grundsätzen nicht abgegangen worden ist, welche bei Bearbeitung der frühern Auflagen maßgebend waren. Mehr als die Geläufigkeit in der gewöhnlichen Arithmetik, den Grundlehren der Algebra, einschließlich der Lösung einfacher Gleichungen, und der Kenntniß der Hauptsätze aus der Elementargeometrie und Physik wird vom Leser nicht verlangt.

Einzelne §§., welche eine weitergehende Befähigung voraussetzen, sind mit einem * bezeichnet und können, wie einzelne enggedruckte Noten, beim Unterricht weggelassen werden, ohne daß der Zusammenhang und das allgemeine Verständniß gestört werden.

Schließlich sei noch die Bemerkung beigefügt, daß die Beschreibung älterer, zum Theil nur noch wenig verwendeten Dampfmaschinen-Constructionen, neben andern Ursachen, auch aus dem Grunde beibehalten wurde, weil hieraus die Entwickelung der Maschinen sowie namentlich auch die verschiedenen Arten der Bewegungsübertragung ersehen werden können.

Möge das Buch, das bereits Verbreitung über die Marken Deutschlands und dessen Sprachgrenzen hinaus gefunden hat, auch in seiner neuen, vom Verleger hübsch ausgestatteten Ausgabe günstig aufgenommen werden!

Pforzheim, im April 1879.

Ph. Huber.

Inhaltsanzeige.

Einleitung.

I. Abschnitt.

Von den verschiedenen Bewegungsarten.

II. Abschnitt.

Von den Kräften, deren Maßbestimmung und Wirkungsgröße.

III. Abschnitt.

Von der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte und den von diesen erzeugten Bewegungen.

1. Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte.

Vom statischen Moment.

*Vom Trägheitsmoment.

2. Zusammensetzung und Zerlegung der Bewegungen.

VIII. Abschnitt.

Von den mechanischen Potenzen oder Elementarmaschinen.

Seite

6. Von der Schraube.

IX. Abschnitt.

Von der Anwendung und Verbindung der mechanischen Potenzen zu zusammengesetzten Maschinen.

A. Von den Hebelverbindungen.

Von den Wagen.

1. Gleicharmige Wagen.

2. Ungleicharmige oder Schnellwagen.

3. Zeigerwagen.

4. Zusammengesetzte oder Brückenwagen.

5. Federwagen.

B. Von den Verbindungen des Wellrades.

Von den Räderwerken.

XII. Abschnitt.

Von dem Druck und der Bewegung der elastischen Flüssigkeiten.

A. Vom Luftdruck.

B. Von der Anwendung des Luftdruckes.

I. Pumpwerke.

3. Von den Heißluft-, den Gaskraft- und ähnlichen Maschinen.

4. Berechnung der Wirkungsfähigkeit der Dampfmaschinen.

XIV. Abschnitt.

Von der Anwendung der Mechanik auf Bauwerke.

1. Vom Erddruck.

Einleitung.

§. 1.

Die **Mechanik** handelt von den Gesetzen, unter welchen materielle Körper im Gleichgewichte sind, oder in Bewegung gelangen.

Darum sagt man auch kurz:

Die Mechanik ist die Lehre vom Gleichgewichte und der Bewegung.

Da zu jeder Bewegung eine Kraft erfordert wird, so handelt demnach die Mechanik insbesondere von den **Kräften** und von der verschiedenen Wirksamkeit derselben, sowie auch von den **Hindernissen** oder **Widerständen**, welche dieser Wirksamkeit entgegen sind. Sodann handelt die Mechanik auch noch von den besonderen Vorrichtungen oder **Maschinen**, vermittelst deren eine zweckmäßige Bewegung bewerkstelligt werden kann, und zeigt endlich, durch welche Einrichtungen und Vorkehrungen man einer nicht gewünschten Bewegung vorbeugt, also den erforderlichen **Gleichgewichtszustand** herbeiführt.

§. 2.

Kraft ist die Ursache jeder Bewegung und Bewegungsänderung der Körper.

Alle Materie ist an und für sich **träge**, d. h. sie kann weder durch sich selber in Bewegung gelangen, wenn sie vorher in Ruhe war, noch kann sie eine Bewegung, in der sie begriffen, ändern, wenn nicht äußere Ursachen auf sie einwirken. Die Materie **verharrt** also in dem Zustand, in den sie einmal versetzt wurde; sie bleibt in fortdauernder Ruhe, wenn sie nicht durch äußere Einwirkungen gestört wird; sie behält aber auch eine empfangene Bewegung, und zwar sowohl der Richtung, als ihrer Stärke (Intensität) nach, für immer, wenn keine Hindernisse entgegentreten.

Die Störung dieses **Beharrungszustandes** (Trägheit) erfordert darum immer eine Ursache. Diese Ursache, insofern sie einen

ruhenden Körper in Bewegung versetzt oder einem schon in Bewegung begriffenen Körper eine andere, als die ursprüngliche Bewegung ertheilt, nennt man Kraft.

Handelt es sich darum einen bewegten Körper zur Ruhe zu bringen, so können es auch wieder Kräfte sein, welche die Bewegung hemmen; es können aber auch bloße Widerstände sein, die aus der Rauhigkeit und dem Zusammenhange des Mittels entspringen, auf und in welchem die Bewegung stattfindet, welche diese Bewegung hindern.

Andere physikalische Eigenschaften der Materie: Ausdehnung, Figur, Undurchdringlichkeit, Theilbarkeit, Porosität, Ausdehnbarkeit, Bewegbarkeit und Anziehungskraft. — Sodann mehr oder weniger: Elastizität, Dichtigkeit, Cohäsion und Adhäsion.

§. 3.

Der Gleichgewichtszustand zwischen zwei oder mehreren Kräften tritt dann ein, wenn sich die beiderseitigen Wirkungen dieser — eine entgegengesetzte Bewegung erstrebenden — Kräfte aufheben, also einander gleich sind. Damit ist nicht gesagt, daß die Kräfte selber einander gleich sein müssen, sondern es kommt hiebei auf die besondern Verhältnisse und Umstände an, unter welchen solche wirksam sind.

Der Gleichgewichtszustand kann sowohl bei einem ruhenden, als bei einem bewegten Körper eintreten. Bei Letzterem ist es der Fall, wenn der Körper seine Bewegung unverändert behält, obgleich Kräfte auf ihn einwirken und ihm eine andere Bewegung zu geben suchen. Kräfte können auch mit Widerständen im Gleichgewicht sein, wie bei einer Maschine, einem Gefährte 2c., welche den Normalgang angenommen, wobei dann die Kräfte gerade groß genug sind, eine gleichförmige Bewegung zu unterhalten.

Die Untersuchung der Bedingungen, unter welchen verschiedene Kräfte sich das Gleichgewicht halten, bildet einen Hauptgegenstand der Mechanik, da, wenn man diese Bedingungen kennt, man auch weiß, wenn Bewegung eintritt. In manchen Lehrbüchern ist dieser Untersuchung ein besonderer Theil der Mechanik, den man Statik nennt, gewidmet, während der, die eigentliche Bewegung behandelnde Theil mit dem Namen Dynamik bezeichnet wird.

I. Abschnitt.

Von den verschiedenen Bewegungsarten.

§. 4.

Die Länge des Raumes, den irgend ein bewegter Körper zurücklegt, nennt man seinen **Weg**.

Die Richtung dieses Weges kann nun gerad- oder krummlinig sein; darum unterscheidet man eine **geradlinige** und **krummlinige** Bewegung.

Es kann diese Bewegung selbst wieder eine **gleichförmige** oder **ungleichförmige** sein, je nachdem der bewegte Körper in beliebig gleichen Zeitabschnitten gleiche oder ungleiche Wege zurücklegt.

Die ungleichförmige Bewegung ist ferner entweder eine **beschleunigte** oder **verzögerte**, wenn entweder die in den aufeinanderfolgenden gleichen Zeiten durchlaufenen Wege immer größer oder kleiner werden.

Endlich können Beschleunigung und Verzögerung wieder gleichförmig oder ungleichförmig sein.

Gleichförmig beschleunigt oder **gleichförmig verzögert** heißt eine Bewegung, wenn die durchlaufenen Wege in gleichen Zeiten um Gleiches zu- oder abnehmen.

Ist die Zu- oder Abnahme ungleich, d. h. keine stetige, so ist die Bewegung eine **ungleichförmig beschleunigte**, oder **ungleichförmig verzögerte**.

Periodische Bewegung.

Beispiele der verschiedenen Bewegungsarten.

Gleichförmige Bewegung sieht man beim Umdrehen des Zeigers einer Uhr, bei der Umdrehung der Erde, in der Bewegung der meisten Maschinen im Beharrungszustande;

beschleunigte Bewegung beim Fallen eines Körpers, in der Bewegung eines Schwungrades, Eisenbahnzuges 2c. am Anfange der Bewegung;

verzögerte Bewegung beim Steigen eines in die Höhe geworfenen Körpers; beim Schwungrad, bei Bahnzügen ꝛc., wenn die Triebkraft zu wirken aufgehört hat.

Die Bewegung des Sekundenzeigers einer Uhr, des Kolbens einer Dampfmaschine ꝛc. ist nur innerhalb gewisser Zeitabschnitte — Perioden — gleichförmig.

§. 5.

Eine gleichförmige Bewegung entsteht dann, wenn ein Körper kraft seines Beharrungsvermögens mit der durch die plötzliche*) oder eine bestimmte Zeit dauernde Wirkung einer oder mehrerer Kräfte einmal erlangten Geschwindigkeit sich fortbewegt und kein Widerstand entgegenwirkt. — Eine gleichförmige Bewegung kann aber auch bei einem fortdauernden, der Bewegung entgegenwirkenden Widerstande stattfinden, wenn die, die Bewegung erzeugende Kraft gerade so groß ist, um den Widerstand zu überwinden.

Eine beschleunigte Bewegung aber erfolgt, wenn auf den bewegten Körper fortwährend Kräfte in der Richtung der Bewegung wirken, ohne von vorhandenen Bewegungswiderständen aufgehoben zu werden; wenn also keine Widerstände vorhanden oder wenn diese geringer sind, als die bewegende Kraft.

Eine verzögerte Bewegung endlich ist die Folge fortdauernder Hindernisse, welche den Fortgang irgend eines mit einer gewissen Geschwindigkeit abgehenden Körpers hemmen.

In allen Fällen, in welchen ein Körper der Wirkung einer einzigen Kraft ausgesetzt ist, sei diese Kraft eine vorübergehend oder eine beständig wirkende, unterliegt er, wenn er der Einwirkung der Kraft frei folgen kann, einer geradlinigen Bewegung. Soll darum ein Körper eine krumme Bahn durchlaufen, so müssen auf denselben zwei oder mehrere Kräfte einwirken, und es müssen dieselben auch während verschiedener Zeiten thätig sein und verschiedene Bewegungen hervorbringen.

In dem Gange einer Maschine, eines Eisenbahnzuges, eines Schiffes ꝛc. sehen wir am Anfange der Bewegung, wo ein Kraftüberschuß über die vorhandenen Widerstände vorhanden ist, eine beschleunigte Bewegung. Mit der zunehmenden Geschwindigkeit vermehren sich auch die Bewegungswiderstände, bis solche so groß werden, wie die Kraft; alsdann tritt gleichförmige Bewegung oder der Beharrungszustand ein. Tritt im Laufe eine Vermehrung des Widerstandes oder eine Abnahme der bewegenden Kraft ein, so wird die Bewegung verzögert. Es nimmt also die Geschwindigkeit, und damit auch der Widerstand ab und es können dabei Kraft und Widerstand wieder ins Gleichgewicht kommen und die Bewegung abermals eine gleichförmige werden. — Die Kugel in den Geschützröhren ist auch so lange einer beschleunigten Bewegung unterworfen, als sie sich im Rohre befindet,

*) Vergl. §. 16.

da sie hier eine Zeit lang der Einwirkung der Expansivkraft der Gase ausgesetzt ist. Hat die Kugel den Lauf verlassen, so würde sie sich gleichförmig fortbewegen, wenn ihr die Luft keinen Widerstand böte und die Anziehungskraft der Erde die Kugel nicht abwärts zöge; so aber wird ihre Bewegung durch jenes Hinderniß verzögert und durch die Anziehungskraft der Erde von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt werden.

Einfluß der Länge der Geschützröhren. Gezogene Läufe.

Nach Gg. Buchanan hört die beschleunigende Wirkung der Pulvergase auf eine Geschützkugel nicht mit dem Augenblicke auf, in welchem diese das Rohr verläßt, sondern dauert bei Büchsenkugeln noch bis auf 20 engl. Fuß Entfernung. Beweis sei, daß in dieser Entfernung von der Mündung des Rohres eine Kugel am weitesten eindringe.

§. 6.

Die Größe, Stärke oder Intensität der Bewegung wird gemessen durch die Geschwindigkeit, mit welcher die Bewegung vor sich geht. Die Geschwindigkeit ist um so größer, je länger der Weg ist, welchen ein Körper während einer gewissen Zeit durchläuft.

Gemeinhin versteht man unter Geschwindigkeit den Weg, den ein Körper in der Zeiteinheit, d. i. in einer Sekunde zurücklegt.

Bei der gleichförmigen Bewegung ist die Geschwindigkeit unveränderlich und gleich dem wirklichen Raum, welchen ein Körper in einer Sekunde zurücklegt.

Bei der ungleichförmigen Bewegung hingegen ändert sich die Geschwindigkeit in jedem Augenblick, und man versteht hier unter Geschwindigkeit, die ein bewegter Körper in irgend einem Zeitpunkte hat, den Weg, welchen er von diesem Zeitpunkte an innerhalb einer Sekunde zurücklegen würde, wenn von diesem Augenblicke an, während der Dauer einer Sekunde, die Bewegung eine gleichförmige wäre.

Oft gibt man den Grad der Schnelligkeit einer Bewegung oder die Geschwindigkeit auch in andern Zeiten, als der Sekunde an. In der Regel ist dann aber gesagt, welche Zeit verstanden ist. So spricht man von der Geschwindigkeit einer Lokomotive, eines Schiffes 2c. per Stunde, oder nennt die Umdrehungsanzahl eines Rades, die Hübe einer Dampfmaschine, einer Pumpe 2c. per Minute.

§. 7.

Hat ein in gleichförmiger Bewegung fortschreitender Körper eine Geschwindigkeit von 5 Meter, d. h. legt er in jeder Sekunde einen Weg von 5 m Länge zurück, so ist natürlich, daß er in 2 Sekunden 2 . 5, in 3 Sekunden 3 . 5 2c., und in 10 Sekunden 10 . 5 m zurücklegt.

Bezeichnet man darum allgemein die Geschwindigkeit, mit der ein Körper sich fortbewegt, durch den Buchstaben v und setzt man die in

Sekunden ausgedrückte Zeit = t und den zurückgelegten Weg = s, so ist dieser

$$\text{Weg } s = v \, . \, t \text{ (I).}$$

Somit erhält man bei gleichförmiger Bewegung den Weg für irgend eine Zeit, wenn man die in Sekunden ausgedrückte Zeit mit der Geschwindigkeit multiplizirt.

Hieraus ergibt sich dann auch sogleich, daß man, um die Geschwindigkeit v zu erhalten, welche erforderlich ist, um in irgend einer Zeit t einen Weg s zurückzulegen, den Weg durch die bekannte Zeit dividiren muß.

Ebenso findet man durch Division mit der bekannten Geschwindigkeit in den zurückzulegenden Weg, die erforderliche Zeit t.

Also ist

$$\text{die Geschwindigkeit } v = \frac{s}{t} \text{ (II);}$$

$$\text{die Zeit } t = \frac{s}{v} \text{ (III).}$$

Sind darum von den drei Größen: Geschwindigkeit, Zeit und Weg jeweils zwei Größen bekannt, so kann die dritte gefunden werden.

§. 8.

Bewegt sich ein Körper so, daß jeder Punkt desselben die gleiche Geschwindigkeit hat, und daß die Wege dieser Punkte parallele Linien sind, so nennt man die Bewegung eine fortschreitende, progressive, z. B. die Bewegung eines auf ebener Fläche in gerader Richtung gleitenden Körpers. Sind einzelne Punkte des Körpers aber in Ruhe, während die übrigen sich bewegen, oder bewegt sich ein Körper so um eine mit ihm festverbunden gedachte, unbewegliche, gerade Linie, die Axe, daß die bewegten Punkte des Körpers Kreise beschreiben, deren Ebenen senkrecht auf jener Achse sind und deren Mittelpunkte sämmtlich in dieser Linie liegen, so sagt man, die Bewegung sei eine drehende, rotirende; z. B. die Bewegung eines Wasser-, Schwung- oder Zahnrades, einer Kurbel 2c. Manchmal hat ein Körper beide Bewegungen, z. B. ein Wagenrad, das Schaufelrad eines Dampfschiffs, die aus gezogenen Läufen abgeschossenen Geschützkugeln 2c.

Die Rotationsbewegung eines Wasser-, Schwung- oder Zahnrades 2c. ist für den Normalgang der Maschine meist auch eine gleichförmige. Da aber die bei einer Umdrehung von den verschiedenen Punkten des Körpers durchlaufenen Kreise verschiedene Durchmesser haben, so ist auch die Geschwindigkeit dieser Punkte verschieden, und zwar ist die Geschwindigkeit am Umfange am größten, während solche gegen den Mittelpunkt, d. i. gegen die Drehaxe hin immer mehr abnimmt und an der Axe selbst zu Null wird.

Will man darum bei einer rotirenden Bewegung die Geschwindigkeit bestimmen, so ist immer angegeben, für welchen Punkt, z. B. für den Umfang eines Schwung- oder Wasserrads, für den Theilkreis eines Zahnrads rc.

Ist der Durchmesser des von dem betreffenden Punkte durchlaufenen Kreises $= d$ und nennt man die Umdrehungszahl der Maschine per Minute $= u$, so ist

der Weg bei einer Umdrehung $= d \,.\, \pi$,

folglich der Weg in der Minute oder bei u Umdrehungen $= d \,.\, \pi \,.\, u$, und somit für eine Sekunde oder die

$$\text{Umfangsgeschwindigkeit } v = \frac{d \,.\, \pi \,.\, u}{60}.$$

Für die Umdrehungszahl (Anzahl der Touren) per Minute findet man hieraus

$$u = \frac{60 \,.\, v}{d \,.\, \pi}.$$

Ist bei einer Dampfmaschine n die Zahl der Doppelhübe oder der Kurbelumdrehungen per Minute und bezeichnet l die Länge eines Hubes, so ist die durchschnittliche

$$\text{Kolbengeschwindigkeit } v = \frac{2 \,.\, n \,.\, l}{60}.$$

Fig. 1.

Denkt man sich bei einem rotirenden Körper eine gerade Linie CD, Fig. 1, rechtwinkelig zu der durch C gehenden Drehaxe, wie z. B. den Halbmesser eines Rades, so beschreibt diese Gerade bei der Rotation in einer bestimmten Zeit einen Winkel FCD, welcher, je nach der Raschheit der Bewegung, größer oder kleiner ausfallen wird*). Ist nun das Stück AC dieser Linie gleich der Längeneinheit, so nennt man den von dem Punkte A in der Sekunde zurückgelegten Weg AB die Winkelgeschwindigkeit.

Hat ein Punkt D eine Entfernung von der Drehaxe, welche gleich der 2fachen Längeneinheit ist, so hat auch der von diesem Punkte durchlaufene Kreis den 2fachen Umfang; der Bogen DF ist also $= 2 \,.\, AB$ und folglich die Geschwindigkeit des Punktes $D = 2 \,.\, w$, wenn w die Winkelgeschwindigkeit bezeichnet.

Bei einer Entfernung gleich der 3fachen Längeneinheit wäre die Geschwindigkeit $= 3 \,.\, w$; folglich, wenn allgemein die Entfernung eines Punktes von der Axe mit r bezeichnet wird, so ist dessen Geschwindigkeit

$$v = r \,.\, w, \text{ und folglich } w = \frac{v}{r}.$$

*) Der vom Erdhalbmesser per Stunde durchlaufene Winkel ist $= \frac{360}{24} = 15^\circ$.

Aus der Umdrehungszahl u per Minute ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit, da jetzt $d = 2$ ist,

$$w = \frac{2 \cdot \pi \cdot u}{60}.$$

Beispiele einiger Geschwindigkeiten, per Sekunde.

Fußgänger	=	1,4—1,7 Meter.
Reglementmäßige Geschwindigkeit beim deutschen Heere 108 Schritte per Minute oder per Sek.	=	1,32 "
Pferd im Schritt	=	1 "
" " Trab	=	2—2,2 "
" " Galopp	=	4—5 "
Frachtwagen	=	0,8 "
Postwagen	=	3 "
Englische Rennpferde	=	20 "
Renner des Hannover'schen Rennklubs	=	11,1 "
Dampfschiffe	=	5 "
Dto., Schnellsegler	=	9—10 "
Güterzüge auf der Eisenbahn	=	8—12 "
Gewöhnliche Personenzüge	=	12—16 " *)
Schnellzüge	=	16—25 "
Besondere Eilfahrten (100 Kilometer per Stunde = 13½ deutsche Meilen)	=	30 "
Die meisten Flüsse	=	1 "
Gewöhnlicher Wind	=	3 "
Sturmwind	=	15 "
Orkan	=	50 "
Eine Büchsenkugel	=	480 "
Eine Kanonenkugel (neue deutsche Geschütze)	=	470—540 "
In den leeren Raum ausströmende Luft bei 1 Atmosph. Spannung	=	395 "
Dto. Dampf von 1 Atmosph.	=	500 "
Schall bei 0° C.	=	332 "
Licht	=	41200 geogr. Meilen.
Electricität im Kupferdraht	=	30000—60000 geogr. M.
Drehgeschwindigkeit der Erde am Aequator	=	464 Meter.
Größte fortbewegende Geschwindigkeit der Erde	=	30000 "
Fortpflanzungsgeschwindigkeit in den menschlichen Empfindungs- und Bewegungsnerven (nach Preyer)	=	30 "
Brieftauben	=	18 "
Schwalbe	=	35 "
Adler	=	37 "
Geschwindigkeit beim Drehen einer Handkurbel	=	0,75 "
Vortheilhafteste Geschwindigkeit des Wassers in Pumpen	=	1 "
Größte, rathsame Geschwindigkeit der Mühlsteine	=	10 "
Mittlere Geschwindigkeit der Gattersägen	=	2,5 "
" " " Bandsägen	=	10 "
" " " Kreissägen	=	40 "
" " " Centrifugen	=	50 "

*) Nach der vom deutschen Bundesrath erlassenen Bahnordnung für Eisenbahnen untergeordneter Bedeutung darf die größte zulässige Fahrgeschwindigkeit nur 30 km per Stunde d. i. 8,33 m per Sek. betragen.

Nach dem „Mining-Journal" betragen die Eisenbahngeschwindigkeiten per Stunde in englischen Meilen:

	Gewöhnliche Züge.	Schnellzüge.	Größte Geschwindigkeiten.
In Nordamerika	43	86	100
„ Frankreich	40	72	86
„ England	36	60	82
„ Deutschland	36	58	76

Nach andern Mittheilungen ist die größte Geschwindigkeit der Expreßzüge:

In Nordamerika	= 14 m per Sek.	= 6,75	deutsche Meilen per Stunde.
„ Frankreich	= 16,4 „ „ „	= 7,97	„ „ „ „
„ England	= 18,92 „ „ „	= 9,18	„ „ „ „
„ Deutschland	= 16,86 „ „ „	= 8,18	„ „ „ „

Nach dem Reglement des frühern Norddeutschen Bundes soll die höchste zulässige Geschwindigkeit 20,83 m per Sek. oder 10 Meilen per Stunde, bei Schnellzügen aber 25 m betragen.

Aufgaben.

1stes Beispiel. Welchen Weg legt ein Wagenzug auf der Eisenbahn in einer Stunde zurück, wenn er sich mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 12 Meter gleichförmig fortbewegt?

Auflösung. Es ist §. 7 (Gleichung I) $s = v \,.\, t$;
d. i. $s = 12 \,.\, 60 \,.\, 60 = 43200$ Meter = 43,2 Kilometer
oder $s = \frac{43200}{7420} = 5{,}82$ deutsche Meilen, jede zu 7420 Meter angenommen*).

2tes Beispiel. Wenn ein Pferd in 1 Stunde 2 Minuten und 10 Sekunden = 3730 Sekunden einen Weg von 22,5 Kilometer zurückgelegt hat, wie groß war seine mittlere Geschwindigkeit?

Auflösung. Es ist $v = \frac{s}{t} = \frac{22500}{3730} = 6{,}03$ m.

3tes Beispiel. Welche Zeit braucht ein Fußgänger, um 7½ Kilometer d. i. nahe eine deutsche Meile zu durchlaufen, wenn seine Geschwindigkeit zu 1,6 Meter angenommen wird?

Auflösung. Nach Gleichung III ist $t = \frac{v}{s} = \frac{7500}{1{,}6}$;
d. i. $t = 4687$ Sekunden = 1 Stunde 18 Min. 7 Sek.

4tes Beispiel. Wie groß ist die durchschnittliche Geschwindigkeit des Kolbens einer Dampfmaschine, wenn dieselbe per Minute 40 Doppelhübe von 0,95 m Länge macht?

Auflösung. Nach §. 8 ist $v = \frac{2 \,.\, n \,.\, l}{60} = \frac{2 \,.\, 40 .\, 0{,}95}{60}$,
d. i. $v = 1{,}266$ m.

5tes Beispiel. Welche Zeit ist erforderlich, um eine 3 m lange und 0,45 m breite Fläche vermittelst einer Hobelmaschine einmal zu überhobeln, wenn die Geschwindigkeit des Schlittens 9 Centimeter und die Breite eines Spahns 3 Millimeter beträgt, und wenn der Meißel beim Vor- und Rückwärtsgehen arbeitet?

Auflösung. In der Sekunde wird eine Fläche bearbeitet, deren Inhalt = 0,09 . 0,003 = 0,00027 qm ist.

*) Eine frühere preuß. Meile = 24000′ = 7533 Meter.
„ „ österr. „ = 24000′ = 7586 „
„ „ engl. „ = 5280′ = 1609 „
„ „ bad. Wegstunde = 14815′ = 4444 Meter = 3/5 geogr. oder deutsche Meile.

Der Inhalt der ganzen Fläche ist aber = 3 . 0,45 = 1,35 qm. Folglich wäre, wenn die Maschine vor- und rückwärts arbeiten würde und keine Zeit beim Wechseln der Meißelstellung verloren ginge, zu einmaligem Ueberhobeln eine Zeit von $\frac{1,35}{0,00027}$ = 5000 Sekunden = 1 Stunde 23 Minuten und 20 Sekunden erforderlich.

Würde der Meißel nur nach einer Richtung arbeiten und dann derselbe (oder das abzuhobelnde Stück) mit der nämlichen Geschwindigkeit unthätig zurückgehen, so wäre natürlich die doppelte Zeit erforderlich. Arbeitet der Meißel nur nach einer Seite und hat, was gewöhnlich ist, einen beschleunigten Rücklauf, so daß dieser z. B. nur die halbe Zeit erfordert, so dauert die Zeit des Abhobelns $1^1/_2$mal länger.

6tes Beispiel. Welches ist die Umfangs-, sowie die Winkelgeschwindigkeit eines Mühlsteins, welcher 0,9 m Durchmesser hat und per Minute 200 Umgänge macht?

Auflösung. Die Umfangsgeschwindigkeit ist nach der Formel

$$v = \frac{d . \pi . u}{60} = \frac{0,9 . 3,14 . 200}{60} = 9,42 \text{ m}$$

und die Winkelgeschwindigkeit

$$w = \frac{2 . 3,14 . 200}{60}, \text{ oder auch, da } w = \frac{v}{r}, = \frac{31,4}{1,5} = 20,93 \text{ m.}$$

7tes Beispiel. Wie viel Umgänge per Minute macht ein Wasserrad von 2,4 m Durchmesser, wenn dessen Umfangsgeschwindigkeit = 1,2 m ist, und welche Zeit ist zu einer Umdrehung nöthig?

Auflösung. Nach §. 8 ist $u = \frac{60 . 1,2}{2,4 . 3,14}$ = 9,55 Umgänge.

Zu einem Umlaufe sind darum $\frac{60}{9,55}$ = 6,27 Sekunden erforderlich.

8tes Beispiel. Wenn ein Schnellzug auf der Eisenbahn per Stunde 45 Kilometer d. i. ca. 6 Meilen zurücklegt, wie viel Umdrehungen per Minute machen dann die Triebräder der Lokomotive, wenn ihr Durchmesser 2,4 m beträgt?

Auflösung. Weg per Stunde = 45000 m;
Umfang eines Triebrades = 2,4 . 3,14 = 7,536 m;
somit Umdrehungen per Stunde = $\frac{45000}{7,536}$ und
in der Minute = $\frac{45000}{60 . 7,536}$ = $99^1/_2$ Umdrehungen.

§. 9.

Die Wirkung einer beständigen unveränderlichen Kraft, welche nach §. 5 eine beschleunigte und zwar eine gleichförmig beschleunigte, d. h. gleichmäßig zunehmende Bewegung erzeugt, kann man als eine stoßweise ansehen, wenn man annimmt, daß die durch die Kraftwirkung erfolgten Stöße in unendlich kleinen aufeinanderfolgenden gleichen Zeittheilchen vor sich gehen.

Erhält nun ein Körper, der in Ruhe ist, durch eine solche Kraft im ersten Zeittheilchen eine Geschwindigkeit w, so würde er kraft seines Beharrungsvermögens mit dieser Geschwindigkeit w sich fortbewegen, wenn die Kraftwirkung aufhört. Die beständig wirkende Kraft ertheilt dem Körper aber am Anfange des zweiten Zeittheilchens einen neuen Stoß und vermehrt seine Geschwindigkeit um ein neues w. Während

des zweiten Zeittheilchens hat derselbe also die Geschwindigkeit $2 . w$, welche am Anfange des dritten Zeittheilchens wieder um w wächst, also zu $3 . w$ wird.

So geht es nun fort; im vierten Zeittheilchen ist die Geschwindigkeit $= 4 . w$; im fünften Zeittheilchen $= 5 . w$ u. s. w.

Nennt man die auf diese Weise nach einer Sekunde erlangte Geschwindigkeit $= \mathfrak{g}$, so ist leicht begreiflich, da die Geschwindigkeitszunahme fortwährend in gleicher Zeit die gleiche bleibt, daß die Geschwindigkeit, welche der Körper am Ende der zweiten, dritten u. s. w. Sekunde hat, gleich $2\mathfrak{g}$, $3\mathfrak{g}$ u. s. w. ist.

Die Zunahme $\mathfrak{g}$ der Geschwindigkeit in einer jeden Sekunde heißt man die Beschleunigung.

Bezeichnet darum v die Geschwindigkeit, welche ein bisher ruhender Körper durch die fortwährende Wirkung einer Kraft am Ende von t Sekunden erreicht hat, so ist

$$v = \mathfrak{g} . t. \quad \text{(I).}$$

Nimmt man an, der Körper sei nicht in Ruhe gewesen, sondern habe eine Anfangsgeschwindigkeit, in dem Augenblicke, in welchem die Zeit t und damit die Beschleunigung beginnt, $= c$, so ist die nach t Sekunden erlangte Endgeschwindigkeit

$$v = c + \mathfrak{g} . t. \quad \text{(II).}$$

§. 10.

Um den Weg s zu bestimmen, den ein Körper bei einer solchen beschleunigten Bewegung in einer gewissen Zeit t durchläuft, bedenke man, daß der Körper, wenn er bei einer gleichförmigen Bewegung in dieser Zeit t den nämlichen Weg s zurücklegen sollte, nothwendigerweise eine Geschwindigkeit haben müßte, welche das Mittel derjenigen Geschwindigkeiten wäre, die der mit gleichförmig beschleunigter Bewegung fortgehende Körper am Anfange und Ende der Bewegung hat.

Für den Fall nun, daß ein Körper aus dem Zustande der Ruhe durch eine beschleunigende Kraft während einer Zeit t in eine Geschwindigkeit v versetzt wird, ist diese mittlere Geschwindigkeit $= \frac{0 + v}{2}$, d. i. $= \frac{v}{2}$, weil die Anfangsgeschwindigkeit des Körpers $= 0$ ist; und man erhält den Weg einfach

$$s = \frac{v . t}{2} \quad \text{(I).}$$

Dieser bei gleichförmiger Beschleunigung zurückgelegte Weg ist also nur halb so groß, als der Weg, den der Körper mit der gleichen Geschwindigkeit v in der nämlichen Zeit gleichförmig zurücklegen würde.

Da nach dem vorigen §. die am Ende der ersten Sekunde erlangte Geschwindigkeit $= \mathfrak{g}$ ist, so ist darum der in der ersten Sekunde durchlaufene Weg $= \frac{0 + \mathfrak{g}}{2} = \frac{\mathfrak{g}}{2}$. Nach zwei Sekunden ist die Geschwindigkeit aber $2\mathfrak{g}$; folglich der Weg in dieser Zeit $= 2 \cdot \frac{2\mathfrak{g}}{2} = 4 \cdot \frac{\mathfrak{g}}{2}$. Nach 3 Sekunden ist die Geschwindigkeit $= 3\mathfrak{g}$ und der Weg $= 3 \cdot \frac{3\mathfrak{g}}{2} = 9 \cdot \frac{\mathfrak{g}}{2}$.

Somit ist der in t Sekunden zurückgelegte Weg

$$s = t \cdot \frac{t \cdot \mathfrak{g}}{2} = t^2 \cdot \frac{\mathfrak{g}}{2} \text{ (II).}$$

Es ist also der Weg, welchen ein Körper, der in Ruhe war, durch gleichförmig beschleunigte Bewegung in der ersten Sekunde zurücklegt, halb so groß, als die am Ende der ersten Sekunde erlangte Geschwindigkeit.

Ferner sieht man, daß der mit gleichförmiger Beschleunigung zurückgelegte Weg mit dem Quadrat der Zeit zunimmt, d. h. in 2 Sekunden wird ein viermal größerer, in 3 Sekunden ein 9mal größerer, in 10 Sekunden ein 100mal u. s. w. größerer Weg zurückgelegt, als in einer Sekunde; was übrigens natürlich ist, denn nach der doppelten Zeit ist auch die Geschwindigkeit das Doppelte, folglich der Weg das Vierfache u. s. w.

Zur Formel (II) wäre man auch gelangt, wenn man in Gleichung (I) $s = \frac{v \cdot t}{2}$ für v den im vorigen §. gefundenen Werth $\mathfrak{g} \cdot t$ gesetzt hätte. Bestimmt man aber aus dem Ausdrucke $v = \mathfrak{g} \cdot t$ für t den Werth $t = \frac{v}{\mathfrak{g}}$ und setzt diesen in Gleichung (I) anstatt t, so erhält man für den Weg noch einen dritten Werth

$$s = \frac{v \cdot v}{2 \cdot \mathfrak{g}}; \text{ d. i. } s = \frac{v^2}{2\mathfrak{g}} \text{ (III);}$$

woraus sich wieder ergibt

$$v^2 = 2 \cdot \mathfrak{g} \cdot s;$$

und

$$v = \sqrt{2 \cdot \mathfrak{g} \cdot s} \text{ (IV).}$$

§. 11.

Hat ein Körper in dem Momente, wo die Beschleunigung eintritt, schon eine Anfangsgeschwindigkeit c, und ist seine nach t Sekun-

den erlangte Endgeschwindigkeit $= v$, so beträgt die mittlere Geschwindigkeit des Körpers $= \frac{c + v}{2}$, und derselbe legt darum nach vorigem Paragraph in dieser Zeit t einen Weg zurück, der

$$s = \frac{c + v}{2} \cdot t \text{ (I)}$$

ist.

Weil aber nach §. 9 die Endgeschwindigkeit des Körpers, der eine Anfangsgeschwindigkeit c hat,

$$v = c + g \cdot t \text{ (II)}$$

ist, so erhält man, wenn man in Gleichung (I) statt v den Werth $c + g \cdot t$ setzt, für den Weg

$$s = \frac{c + c + gt}{2} \cdot t; \text{ d. i.}$$

$$s = c \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \text{ (III).}$$

Sucht man endlich aus (II) für t einen Werth, und setzt solchen in Gleichung (I), so ist, weil $t = \frac{v - c}{g}$,

$$s = \left(\frac{c + v}{g}\right) \cdot \left(\frac{v - c}{g}\right); \text{ oder } s = \frac{v^2 - c^2}{2g} \text{ (IV);}$$

woraus sich noch ergibt

$$v = \sqrt{c^2 + 2gs} \text{ (V).}$$

Anmerkung. Die Formel III kann anschaulich auch so begriffen werden: Vermöge der anfänglichen und gleichförmig bleibenden Geschwindigkeit c durchläuft der Körper nach §. 7 den Weg $c \cdot t$, und durch seine Beschleunigung nach letztem §. das Stück $\frac{g}{2} \cdot t^2$; somit ist sein gesammter Weg $= ct + \frac{g}{2} t^2$.

Ebenso auch legt nach vorigem §. ein Körper, bis er aus der Ruhe in die Geschwindigkeit v versetzt wird, einen Weg $= \frac{v^2}{2g}$ zurück. Hätte er die Geschwindigkeit c auch durch Beschleunigung erreicht, so hätte er den Weg $\frac{c^2}{2g}$ durchlaufen müssen. Um also aus der Geschwindigkeit c in die Geschwindigkeit v zu gelangen, muß der Körper nur einen Weg

$$s = \frac{v^2}{2g} - \frac{c^2}{2g} = \frac{v^2 - c^2}{2g}$$

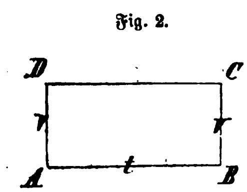
durchlaufen.

§. 12.

Die in den vorangehenden Paragraphen entwickelten, für die verschiedenen Bewegungsarten gültigen Gesetze und Werthausdrücke lassen sich auf sehr anschauliche Weise folgendermaßen graphisch, d. h. figürlich darstellen, und dadurch auch zu ganz leichtem Verständnisse bringen:

Da der bei gleichförmiger Bewegung von einem Körper zurückgelegte Weg erhalten wird, wenn man die in Sekunden ausgedrückte Zeit mit der in Meter oder Fuß angegebenen Geschwindigkeit multiplicirt, und weil man ferner durch Multiplication der Grundlinie und Höhe eines Rechteckes den Inhalt desselben findet, so kann man auch sagen, daß der bei gleichförmiger Bewegung durchlaufene Weg s durch ein Rechteck $ABCD$ Fig. 2 dargestellt wird, dessen Grundlinie AB die Zeit t, und dessen Höhe $AD = BC$ die bei dieser Bewegung überall gleiche Geschwindigkeit v vorstellt.

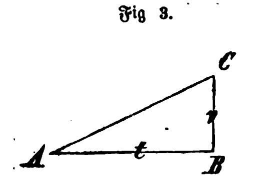
Fig. 2.



Hiebei, sowie bei allen folgenden Darstellungen ist aber wohl zu unterscheiden, daß der Flächeninhalt der so gebildeten Figur bloß durch einen Zahlenwerth ausgedrückt wird, welche Zahl zugleich auch den Weg angibt, den ein Körper bei den angenommenen Zeit- und Geschwindigkeitsverhältnissen zurücklegt, wenn man Zeit und Geschwindigkeit immerhin durch einerlei Längeneinheiten, also die Zeitsekunde und den Meter oder Fuß durch gleichgroße Linien darstellt.

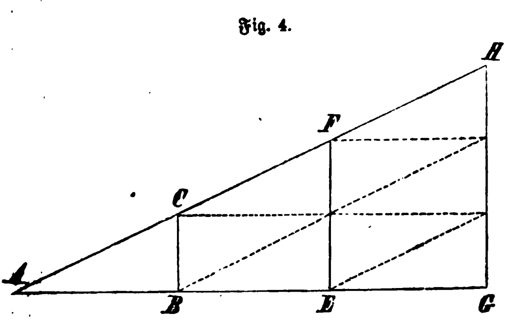
Bei einer gleichförmig beschleunigten, ohne Anfangsgeschwindigkeit begonnenen Bewegung, ist, wenn AB Fig. 3 wieder die Zeit t bezeichnet, die Anfangsgeschwindigkeit $= 0$; es wird demnach in Fig. 2 AD zu Null, während die am Ende der Zeit $t = AB$ erreichte Geschwindigkeit $v = BC$ ist.

Fig 3.



Es verwandelt sich also hier das Rechteck in ein Dreieck ABC Fig. 3, dessen Inhalt $= \frac{AB \,.\, BC}{2} = \frac{t \,.\, v}{2}$ oder $\frac{v \,.\, t}{2}$ ist, und es wird somit der ohne Anfangsgeschwindigkeit mit gleichförmig beschleunigter Bewegung zurückgelegte Weg durch ein Dreieck vorgestellt, dessen Grundlinie die Zeit t, und dessen Höhe die Endgeschwindigkeit v bezeichnet.

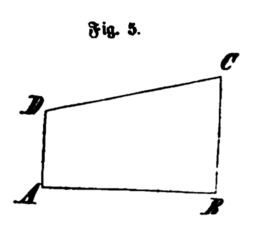
Fig. 4.



Nach einer Zeit $2t$, $3t$ u. s. w. wird auch bei gleichförmig beschleunigter Bewegung die Endgeschwindigkeit zu $2v$, $3v$ u. s. w., und es sind sodann die Inhalte der aus den Zeiten $AE = 2t$, $AG = 3t$ Fig. 4, und den Endgeschwindigkeiten $EF = 2v$, $GH = 3v$ gebildeten Dreiecke AEF und AGH 4mal und 9mal größer als der Inhalt des Dreiecks ABC.

Da aber $\triangle AEF$ den in der doppelten Zeit zurückgelegten Weg und $\triangle AGH$ den in der dreifachen Zeit durchlaufenen Raum darstellt, so folgt also hieraus, daß der bei gleichförmig beschleunigter Bewegung in der doppelten, 3fachen, 4fachen u. s. w. Zeit durchlaufene Weg 4mal, 9mal, 16mal u. s. w. größer ist, als der in der einfachen Zeit zurückgelegte.

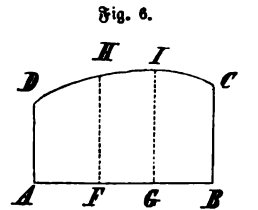
Fig. 5.



Fängt die gleichförmig beschleunigte Bewegung mit einer Anfangsgeschwindigkeit c an, so ist in Fig. 5 AD gleich dieser Anfangsgeschwindigkeit c und BC gleich der Endgeschwindigkeit v. Die Figur, welche den in der Zeit $t = AB$ zurückgelegten Weg darstellt, wird dann zum Paralleltrapez vom Inhalte $= \frac{(AD + BC)}{2} . AB = \frac{(c + v)}{2} . t$, wie in §. 11 schon gefolgert wurde.

Will man den mit ungleichförmiger Bewegung zurückgelegten Weg figürlich darstellen, so wähle man, nachdem man in Fig. 6 Linie AB gleich der Zeit t, und die Senkrechten AD und BC gleich der Anfangs- und Endgeschwindigkeit gemacht hat, in beliebig angenommenen Punkten F und G senkrechte Linien FH und GI, welche die in den Punkten F und G beobachteten Geschwindigkeiten vorstellen.

Fig. 6.



Verbindet man die Endpunkte D, H, I und C durch eine Linie, so ist der Flächeninhalt *) der Figur $ABCD$ gleich dem ungleichförmig durchlaufenen Weg s.

Oft ist es nöthig, bei einer derartigen ungleichförmigen Bewegung die **mittlere Geschwindigkeit** zu wissen. Man findet diese entweder dadurch, daß man das Mittel aus den beobachteten Geschwindigkeiten nimmt; oder indem man den zurückgelegten, durch den Flächeninhalt der obigen Figur ausgedrückten Weg durch die Zeit dividirt.

§. 13.

Wie schon oben in §. 4 bemerkt wurde, sehen wir eine gleichförmig beschleunigte Bewegung beim Fallen eines Körpers, wo die Anziehungskraft der Erde die beständige, eine gleichförmige Beschleunigung erzeugende Kraft ist.

Aus Erfahrung weiß man nun, daß bei nicht ungewöhnlicher

*) Die Inhaltsberechnung einer solchen Figur ist unten §. 28 angegeben.

Höhe eines Ortes ein freifallender Körper (im luftleeren Raum) in einer Sekunde eine Höhe von 4,905 Meter durchfällt.

Es ist also für den freien Fall die Beschleunigung oder die Geschwindigkeitszunahme in einer jeden Sekunde nach §. 10 doppelt so groß, als jener Weg, und darum die Fallbeschleunigung, die man allgemein mit dem Buchstaben g bezeichnet,

g = 9,81 Meter = 31,25 frühere preuß. Fuß = 31,03 österr. Fuß = 32,18 engl. Fuß*),

welche Werthe in den Formeln des §. 9 u. 10 statt g zu setzen sind, wenn man solche auf das Fallen der Körper anwendet.

Der Allgemeinheit wegen setzen wir g = 9,81 Meter, und es ist folglich der Weg, den ein freifallender Körper zurücklegt,

in 1 Sekunde $= 1 \cdot \frac{g}{2} = 1 \cdot \frac{9,81}{2}$ Meter,

„ 2 Sekunden $= 4 \cdot \frac{g}{2} = 4 \cdot \frac{9,81}{2}$ „

„ 3 „ $= 9 \cdot \frac{g}{2} = 9 \cdot \frac{9,81}{2}$ „

„ 4 „ $= 16 \cdot \frac{g}{2} = 16 \cdot \frac{9,81}{2}$ „

„ 5 „ $= 25 \cdot \frac{g}{2} = 25 \cdot \frac{9,81}{2}$ „

u. s. w. u. s. w.

Folglich fällt ein Körper

in der 1sten Sekunde $1 \cdot \frac{9,81}{2}$ Meter,

„ „ 2ten „ $3 \cdot \frac{9,81}{2}$ „

„ „ 3ten „ $5 \cdot \frac{9,81}{2}$ „

„ „ 4ten „ $7 \cdot \frac{9,81}{2}$ „

u. s. w. u. s. w.

Der für die geographische Breite von Paris bestimmte Werth g = 9,81 Meter als Fallbeschleunigung wird allerwärts als giltig angenommen.

Zwar ist, wie die Physik lehrt, die Anziehungskraft der Erde, welche jene Beschleunigung hervorbringt, auf und in der Erde nicht

*) Den Werth der Fallbeschleunigung g in andern Landesmaßen siehe „Anhang" am Ende des Buches.

überall gleich, sondern nimmt über der Erdoberfläche ab mit dem Quadrate der Entfernung vom Mittelpunkt, während sie unter der Oberfläche gegen den Mittelpunkt hin ebenfalls abnehmen und daselbst gleich Null sein muß. Diese Abnahme ist aber in den uns zugänglichen verschiedenen Entfernungen vom Erdcentrum so unbedeutend, daß wir einen Unterschied in der genannten Beschleunigung kaum wahrnehmen. Ebenso kann man die Schwerkraft als eine beständige Kraft ansehen, obgleich solche mit abnehmender Entfernung vom Mittelpunkt, d. h. während des Fallens selbst sich ändert.

Was endlich den Luftwiderstand betrifft, so ist dieser bei nicht zu bedeutenden Höhen, also bei mäßigen Geschwindigkeiten, für schwerere Körper von keinem wesentlichen Einfluß, so daß auch für eigentlich praktische Fragen der Werth $g = 9{,}81$ Meter bei jener Beschränkung gebraucht werden kann.

Uebrigens nehmen wir in anderer Weise den Einfluß auf die Größe der Schwerkraft bei verschiedenen Entfernungen vom Erdcentrum doch wahr; es schwingt nämlich ein und dasselbe Pendel (§. 59) in den Polargegenden schneller, als unter dem Aequator und auf einem Berge langsamer, als am Fuße desselben. — Einfluß der bei der Erde wirksamen Centrifugalkraft (§. 52).

Nach „Tomlinson's Rudimentary Mechanics" beträgt der Unterschied der Fallräume in der ersten Sekunde im Chamounithal und auf dem Gipfel des Montblancs $^2/_7$ engl. Zoll, um welche Größe der Fallraum im Thal natürlich größer ist.

Nach den aus den obengenannten Pendelschwingungen abgeleiteten Berechnungen ist der genaue Werth für g: in Paris $= 9{,}8089$, in London $= 9{,}8111$, in Königsberg $= 9{,}8144$, unter dem Aequator an der Meeresfläche $= 9{,}696$ Meter.

Versuche mit von Thürmen fallenden Kugeln; Galilei's Versuche mit der schiefen Ebene; Atwood's Fallmaschine.

§. 14.

Wird durch einen fortwährenden Widerstand die Bewegung eines Körpers gleichmäßig verzögert, so verhält es sich mit dieser Verzögerung gerade wie vorhin mit der Beschleunigung. Vermindert nämlich dieser Widerstand die Geschwindigkeit des Körpers gleichförmig in jedem unendlich kleinen Zeittheilchen um w, so beträgt die Verminderung in n Zeittheilchen nw.

Nennt man die Verzögerung während einer Sekunde wieder $\mathfrak{g}$, so beträgt die in t Sekunden eingetretene Geschwindigkeitsverminderung $\mathfrak{g}t$.

Ist die Anfangsgeschwindigkeit des Körpers $= c$, und kommt er durch gleichförmige Verzögerung in t Sekunden zur Ruhe, so muß sonach

$$c = \mathfrak{g} \cdot t \quad \text{(I)}$$

sein.

Die für die gleichförmig verzögerte Bewegung gültigen Gesetze sind darum ganz die nämlichen, wie die in den letzten Paragraphen für die gleichförmig beschleunigte Bewegung erklärten Gesetze, und wie dort, so kann auch hier das leichtere Verständniß durch bildliche Darstellung unterstützt oder erzielt werden.

Bis nämlich der Körper bei der Verzögerung $\mathfrak{g}$ zur Ruhe kommt, muß er sich durch den nämlichen Raum

$$s = \frac{c}{2}\,t \text{ (II)}$$

bewegen, welchen der Körper durchlaufen muß, bis er aus der Ruhe bei einer Beschleunigung, die ebenfalls $= \mathfrak{g}$ ist, in die Geschwindigkeit c versetzt wird; d. h. ein Körper bewegt sich bei gleichförmig verzögerter Bewegung — bis er zur Ruhe kommt — durch einen Raum, welcher gerade halb so groß ist, als der Weg, den der Körper in gleicher Zeit zurücklegen würde, wenn er sich mit seiner Anfangsgeschwindigkeit gleichförmig fortbewegte.

Ebenso wird der Körper, welcher in jeder Sekunde eine Geschwindigkeitsverminderung $= \mathfrak{g}$ erleidet, zur Ruhe gelangen, nachdem er einen Weg

$$s = \frac{c^2}{2\mathfrak{g}} \text{ (III)}$$

zurückgelegt hat, woraus sich wieder für die Anfangsgeschwindigkeit ergibt

$$c = \sqrt{2\mathfrak{g}s} \text{ (IV).}$$

Endlich auch ist der Weg, nach dessen Zurücklegung der Körper zur Ruhe kommt, ebenfalls

$$s = \frac{\mathfrak{g}}{2}\,t^2 \text{ (V).}$$

Wird ein Körper aus einer Anfangsgeschwindigkeit c durch Verzögerung in eine geringere Geschwindigkeit v versetzt, so ist dann natürlich die Endgeschwindigkeit

$$v = c - \mathfrak{g}\,.\,t \text{ (VI).}$$

Ebenso ist hier der Weg, auf welchem diese Geschwindigkeitsänderung eintritt, wieder

$$s = \left(\frac{c + v}{2}\right).\,t \text{ (VII).}$$

Setzt man wieder, wie in §. 11, in die letzte Gleichung obigen Werth von v, so ergibt sich

$$s = c\,.\,t - \frac{\mathfrak{g}\,.\,t^2}{2} \text{ (VIII);}$$

und ebenso erhält man, wenn aus Gleichung VI t bestimmt und in Gleichung VII eingeführt wird,

$$s = \frac{c^2 - v^2}{2\,.\,\mathfrak{g}} \text{ (IX).}$$

Die Gleichungen VI, VIII und IX ergeben sich auch unmittelbar aus den Gleichungen II, III und IV des §. 11, wenn $-\,\mathfrak{g}$ statt $+\,\mathfrak{g}$ gesetzt wird.

§. 15.

Wenden wir das im letzten Paragraph Gesagte auf den Fall an, daß ein Körper mit einer gewissen Anfangsgeschwindigkeit senkrecht in die Höhe geworfen wird, so folgt, daß diese Geschwindigkeit vermöge der Wirkung der Schwerkraft in jeder Sekunde um 9,81 Meter abnimmt, wie solche beim Abwärtsfallen um ebensoviel zunimmt.

Würde man daher einen Körper mit einer Geschwindigkeit von 4 . 9,81 = 39,24 Meter senkrecht in die Höhe werfen, so wäre seine Geschwindigkeit ohne Bewegungshindernisse,

am Ende der ersten Sekunde nur noch = 3 . 9,81 Meter,
" " " zweiten " " " = 2 . 9,81 "
" " " dritten " " " = 1 . 9,81 "
" " " vierten " " " = 0 "

d. h. der Körper kommt am Ende der vierten Sekunde zur Ruhe, fängt von da wieder an abwärts zu fallen, und hat nach 4 Sekunden wieder eine Geschwindigkeit = 4 . 9,81 Meter erlangt.

Es ist daher sogleich klar, daß ein senkrecht aufsteigender Körper gerade so lange zum Steigen als zum Fallen braucht. Ist demnach ein senkrecht abgeworfener Körper 10 Sekunden lang ausgeblieben, so ist er 5 Sekunden lang gestiegen und 5 Sekunden gefallen, und hat eine Höhe von $5 \,.\, 5 \,.\, \frac{9{,}81}{2} = 122{,}625$ Meter erreicht.

Es folgt auch aus dem Bisherigen, daß ein senkrecht in die Höhe geworfener Körper an jeder Stelle die Geschwindigkeit hat, welche er, nur in umgekehrter Richtung, haben würde, wenn er von der noch übrigen Steighöhe bis zu dieser Stelle frei herabgefallen wäre, und die er also auch bei dem darauffolgenden Niederfallen dort wirklich besitzt.

Ist v wieder die Anfangsgeschwindigkeit des aufwärtsgeworfenen oder die Endgeschwindigkeit eines fallenden Körpers, so findet man das Verhältniß der erreichten Höhe h und der Geschwindigkeit v nach §. 10 Gl. III und IV durch die Formeln

$$h = \frac{v^2}{2 \,.\, g} \text{ und } v = \sqrt{2g}\, h.$$

Aufgaben über beschleunigte und verzögerte Bewegung.

1ste Aufgabe. Wie groß ist der Weg, den ein Körper in 6½ Sekunden frei durchfällt, und welche Geschwindigkeit hat der Körper am Ende der Fallzeit erlangt?

Auflösung. Nach §. 10 und 13 (II) ist $s = \frac{g}{2} t^2$:

folglich $s = 4{,}905 \,.\, 6{,}5^2 = 207{,}236$ m.

Nach gleichem Paragraph ist die Endgeschwindigkeit $v = g\,t$;

folglich $v = 9{,}81 \,.\, 6{,}5 = 63{,}765$ m.

2te Aufgabe. Welche Endgeschwindigkeit erreicht ein Körper, der 100 m hoch gefallen ist, und wie groß ist die hiezu erforderliche Zeit?

Auflösung. Es ist $v = \sqrt{2gs}$; daher $v = \sqrt{2 . 9{,}81 . 100}$;
also $v = \sqrt{1962} = 44{,}3$ m.

Als nöthige Fallzeit erhält man nach der Formel II des §. 10

$$100 = \frac{9{,}81}{2} . t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{200}{9{,}81}} = 4^1/_2 \text{ Sek.};$$

oder nach der Formel $v = g . t$ des §. 9

$$t = \frac{44{,}3}{9{,}81} = 4^1/_2 \text{ Sek.}$$

3te Aufgabe. Ein Körper habe während 12 Sekunden durch gleichförmig beschleunigte Bewegung eine Geschwindigkeit von 10 Meter erreicht; welchen Weg hat derselbe während dieser Zeit zurückgelegt?

Auflösung. Nach §. 10 ist $s = \frac{v . t}{2}$ d. i.

$$s = \frac{10 . 12}{2} = 60 \text{ m.}$$

4te Aufgabe. Wenn eine Kugel innerhalb $2^1/_2$ Minuten mit beschleunigter Bewegung eine schiefe Bahn, z. B. einen Berg, von 1200 Meter Länge herabrollt, wie groß ist die mittlere Beschleunigung?

Auflösung. Aus der Gleichung $s = \frac{\mathfrak{g} t^2}{2}$ erhält man für die Beschleunigung

$$\mathfrak{g} = \frac{2s}{t^2};$$

$$\text{folglich } \mathfrak{g} = \frac{2 . 1200}{150^2} = 0{,}1066 \text{ m.}$$

5te Aufgabe. Welche Beschleunigung erleidet eine Kanonenkugel in einem 2 Meter langen Lauf, wenn die Kugel, wenn sie den Lauf verläßt, eine Geschwindigkeit von 700 Meter hat, und wie lange bleibt die Kugel im Rohr?

Auflösung. Aus der Formel des §. 10 $s = \frac{v^2}{2 . \mathfrak{g}}$ ergibt sich die Beschleunigung

$$\mathfrak{g} = \frac{v^2}{2 . s}.$$

Da hier $s = 2$ m ist, so ist also die Beschleunigung der Kugel

$$\mathfrak{g} = \frac{700^2}{2 . 2} = 122500 \text{ m.}$$

Als Zeit, in welcher jene (mittlere oder durchschnittliche) Beschleunigung eintritt, oder, wie man auch sagen kann, in welcher die Kugel eine Geschwindigkeit von 700 m erlangt, findet man aus $v = \mathfrak{g} . t$

$$t = \frac{v}{\mathfrak{g}} = \frac{700}{122500} = 0{,}00571 \text{ Sek.}$$

6te Aufgabe. Eine von einer schiefen Ebene herabrollende Kugel hat am Anfange der Bewegung schon eine Geschwindigkeit von 9 m und erlangt beim Herabrollen in jeder Sekunde noch 1,8 m Zuwachs an Geschwindigkeit; man soll die Geschwindigkeit bestimmen, welche die Kugel nach $3^1/_4$ Sekunden hat.

Auflösung. Nach §. 11 ist $v = c + \mathfrak{g} t$; also
$v = 9 + 1{,}8 . 3{,}25 = 14{,}85$ m.

7te Aufgabe. Ein Wagen sei in einer Zeit von 5 Minuten durch gleichförmige Beschleunigung von einer Geschwindigkeit $c = 0{,}9$ m in eine solche $v = 2{,}55$ m versetzt worden; man soll den in dieser Zeit zurückgelegten Weg berechnen.

Auflösung. Es ist nach §. 11 (I) $s = \frac{c + v}{2} . t$;

$$\text{folglich } s = \frac{0,9 + 2,55}{2} . 5 . 60 = 517,5 \text{ m.}$$

8te Aufgabe. Ein mit 10 Meter Geschwindigkeit fortgehender Dampfwagen wird so gebremst, daß er in jeder Sekunde ½ Meter an Geschwindigkeit verliert; wie groß ist seine Geschwindigkeit nach 4 Sekunden, und wann gelangt der Wagen zur Ruhe?

Auflösung. Nach der Formel des §. 14, $v = c - g t$, erhält man als Geschwindigkeit nach 4 Sekunden $v = 10 - 0,5 . 4 = 8$ Meter.

Damit der Wagen zur Ruhe kommt, muß nach gleichem Paragraph

$$c = g t,$$

$$\text{also } t = \frac{c}{g} = \frac{10}{0,5} = 20 \text{ Sek. sein.}$$

Wollte man noch den Weg berechnen, den der Körper vom Anfang des Bremsens an bis zum Augenblick der Ruhe zurücklegt, so darf man nur nach §. 14 . . . $s = \frac{c^2}{2g}$ setzen; alsdann erhält man

$$s = \frac{10,^2}{2 . 0,5} = 100 \text{ m.}$$

9te Aufgabe. Wenn ein Wagenzug auf der Eisenbahn eine Geschwindigkeit von 12 Meter hat, und nachdem die Dampfmaschine abgestellt wurde, noch 2000 Meter sich fortbewegt, ehe er zur Ruhe kommt, wie groß ist die Geschwindigkeitsabnahme (Verzögerung) in einer Sekunde?

Auflösung. Nach Gleichung III des §. 14 $s = \frac{c^2}{2g}$ ist die Verzögerung $g = \frac{c^2}{2s}$; somit hier

$$g = \frac{12^2}{2 . 2000} = 0,036 \text{ m.}$$

10te Aufgabe. Wie hoch stieg ein senkrecht in die Höhe geworfener Körper, welcher 12 Sekunden ausblieb (in englischen Fuß gerechnet)?

Auflösung. Nach §. 15 ist der Körper 6 Sekunden lang gestiegen und 6 Sekunden lang gefallen und hat also einen Weg $s = \frac{g}{2} t^2$ d. i. für engl. Maß

$$= \frac{32,18 . 36}{2} = 579,24 \text{ engl. Fuß}$$

zurückgelegt.

11te Aufgabe. Wenn eine Kanonenkugel mit einer Geschwindigkeit von 500 Meter senkrecht in die Höhe geworfen wird, welche Höhe erreicht sie und wie lange bleibt sie aus, wenn auf den Luftwiderstand keine Rücksicht genommen wird?

Auflösung. Nach Formel (III) des §. 14 ist $s = \frac{c^2}{2g}$;

$$\text{folglich Weg } s = \frac{500^2}{2 . 9,81} = 12742 \text{ m.}$$

Um die Zeitdauer des Ausbleibens zu bestimmen, bedenke man wieder, daß die Hälfte der Zeit zum Fallen nöthig war.

Beim Fallen erreicht die Kugel aber wieder die nämliche Geschwindigkeit $v = c$, mit der sie abgeschossen wurde, und man hat daher nur die Fallzeit zu berechnen, die erforderlich ist, bis ein Körper in eine Geschwindigkeit von 500 Meter versetzt wird.

Es ist aber aus Gleichung (I) des §. 9

$$t = \frac{v}{g} = \frac{500}{9{,}81} = 50{,}97 \text{ Sekunden;}$$

oder nach §. 10 (II) ist $t^2 = \frac{2 \cdot s}{g}$;

$$\text{d. i. } t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 12742}{9{,}81}} = 50{,}97 \text{ Sekunden.}$$

Der Körper fiel demnach 50,97 Sekunden, und blieb daher im Ganzen $2 \times 50{,}97 = 101{,}94$ Sekunden aus.

12te Aufgabe. Ein Körper gehe mit einer Geschwindigkeit von 30 m vom Orte A in gerader Richtung ab, und erleide pro Sekunde eine gleichförmige Verzögerung von 0,15 m; wenn nun derselbe an einem Orte B mit einer Geschwindigkeit von 0,6 m ankommt, wie groß ist die Entfernung von A nach B?

Auflösung. Nach §. 14 (IX) ist

$$s = \frac{c^2 - v^2}{2g} = \frac{30^2 - 0{,}6^2}{2 \cdot 0{,}15} = 2998{,}8 \text{ m.}$$

II. Abschnitt.

Von den Kräften, deren Maßbestimmung und Wirkungsgröße.

§ 16.

Wie in §. 2 schon gesagt wurde, müssen wir den Grund und die Ursache einer jeden Bewegung oder Bewegungsänderung eines Körpers, möge die letztere hinsichtlich ihrer Geschwindigkeit oder ihrer Richtung eintreten, immerhin in dem Walten irgend einer Kraft erblicken.

Die Kräfte, welche diese Bewegung oder Aenderung in der Bewegung erzeugen, die Beweger oder Motoren, können aber verschiedenen Ursprung haben. Vorzugsweise sind es zwei Kräfte, welche Bewegung erzeugen, d. h. Motoren im eigentlichen technischen Sinne sind. Dieß sind: die Anziehungskraft der Erde (Schwerkraft) und die Expansions- oder Expansivkraft, d. i. das aus der Elasticität gewisser Körper und unter gewissen Bedingungen entspringende Ausdehnungsbestreben.

Die Anziehungs- oder Schwerkraft verursacht die Bewegung aller ihrer Unterstützung beraubten Körper gegen den Mittelpunkt der Erde, sie unterhält die Bewegung des Wassers in Flüssen, Kanälen ꝛc. und wirkt als Motor überhaupt dort, wo Gewichte als Triebkraft benützt werden; z. B. bei Uhren, bei Wasserrädern ꝛc.

Die Expansivkraft oder die — bei der Störung des Gleichgewichts zwischen den in einem jeden Körper wirksamen anziehenden und zurückstoßenden sog. *Molekularkräften* — zur Wirkung d. h. zur Ueberwucht gelangende ausdehnende (zurückstoßende oder repulsive) Kraft sehen wir wirksam hauptsächlich bei Stahlfedern, als Triebkraft an Uhren, bei Kautschuk; dann besonders in hohem Grade bei eingeschlossenen und erhitzten Gasen und Dämpfen, z. B. bei der Feuerspritze, bei Windbüchsen und Geschützen, bei den Dampfmaschinen, bei Gas- und Luft- oder calorischen Maschinen 2c.; ferner dort, wo comprimirte, d. h. zusammengepreßte oder verdichtete Gase, wie z. B. Kohlensäure, Ammoniakgas 2c. zur Hervorbringung einer Bewegung verwendet werden.

Zu den bewegenden Kräften gehören ferner auch noch die *elektrischen und magnetischen Kräfte* (Elektromotoren), deren Verwendung in der Technik mehr und mehr von Bedeutung zu werden verspricht*); sodann die *Muskelkraft* der Menschen und Thiere — die *menschlichen und thierischen Kräfte* (animalische Motoren). — Die den Zusammenhang der Theile eines Körpers bewirkende *Cohäsionskraft*, sowie die das Anhaften verschiedener Körper bedingende *Adhäsionskraft*, welche beide nichts anderes, als Aeußerungen der obengenannten anziehenden (attractiven) Molekularkraft sind, können, obgleich (zwar nur sehr kleine) Bewegungen erzeugend, den eigentlich bewegenden Kräften in industriellem Sinne nicht beigezählt werden. Dagegen aber muß man zu den Motoren im weitern Sinne noch die bewegte Luft — *Wind* (bei Schiffen, Windmühlen 2c.) rechnen. Eine besondere Kraft macht sich aber hier nicht geltend, sondern es ist bloß die Wirkung der in Bewegung versetzten Luft.

Jede Kraft heißt eine *beschleunigende* oder *verzögernde Kraft*, je nachdem sie eine Zu- oder Abnahme in der Bewegung eines Körpers bewirkt. So wirkt die Anziehungskraft beim Fallen eines Körpers beschleunigend, beim Steigen desselben aber verzögernd.

Hinsichtlich der Dauer der Einwirkung einer Kraft ist ein Unterschied zu machen zwischen solchen Kräften, die fortwährend und solchen, welche nur vorübergehend wirken. Erstere nennt man *beständige* (continuirliche) Kräfte. Bei den letztern unterscheidet man auch s. g. *Momentankräfte*, und versteht darunter solche Kräfte, die so zu sagen nur augenblicklich wirken, wie etwa ein plötzlich erfolgter Stoß. Im strengen Sinn des Wortes gibt es aber keine Momentankraft, da ja eine Wirkung, ohne eine gewisse, wenn auch nur äußerst kleine Zeitdauer, gar nicht denkbar ist.

---

*) Elektrische Telegraphie, elektrische Uhren, elektrische Locomotive von Bellet und de Rouvre. Bei dieser sind am Umfange der kupfernen Triebräder Elektromagnete in der Art vertheilt, daß ihre Pole durch die Radreife gehen und mit diesen abgedreht sind. Durch eine besondere Vorrichtung werden die den Schienen sich nähernden Magnete vermittelst einer Drahtleitung mit einer stationären galvanischen Batterie in Verbindung gesetzt, also magnetisch gemacht, und dann von den Schienen angezogen.

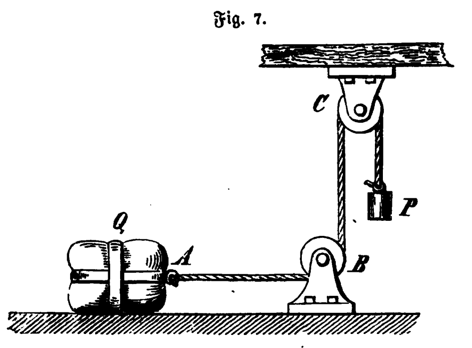


Endlich müssen wir auch noch hinsichtlich der Stärke (Intensität) die Kräfte unterscheiden in unveränderliche, die stets gleich stark wirken, und in veränderliche Kräfte, die bald mehr bald weniger beschleunigend 2c. wirken.

§. 17.

Die allgemeine Wirkung, welche die Kräfte auf Körper üben, ist, daß sie auf diese einen Druck ausüben oder eine Bewegung der Körper oder ihrer Theile, d. i. einen Zug hervorbringen. Man begreift daher leicht, daß man die Wirkung einer Kraft mit dem Druck oder dem Zug vergleichen kann, den irgend ein Gewicht ausübt.

Fig. 7.



Wirkt z. B. auf eine Last Q*) Fig. 7 irgend eine Kraft, z. B. die Kraft eines Menschen, eines Pferdes oder einer Maschine 2c. in der Richtung irgend einer Linie AB, so läßt sich leicht denken, daß man statt dieser Kraft ein Gewicht P anbringen kann, welches an einem über Leitrollen B und C geschlungenen Seile befestigt ist, und welches ganz die nämliche Wirkung auf die Last Q ausübt, wie die genannte Menschen-, Pferde- oder Maschinenkraft. Würde dadurch kein neuer Bewegungswiderstand geschaffen, d. h. wäre keine Reibung der Rollen 2c. 2c. vorhanden, so wird man sogleich einsehen, daß der von dem Gewichte P überhaupt hervorgebrachte Druck oder Zug gerade so groß sein muß, wie der von jener Kraft hervorgebrachte Druck oder Zug.

Das genannte Gewicht P gibt also den von der fraglichen Kraft ausgeübten Zug und folglich auch die Größe der Kraft selber an. Man spricht darum von einer Kraft von 20 Pfund, von 100 Kilogramm u. s. w.

Die einfachsten und daher gewöhnlichsten Mittel zum Messen der Kräfte sind darum Gewichte.

§. 18.

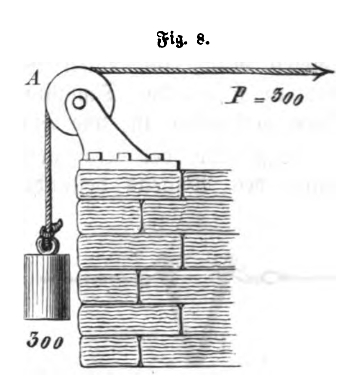
Will man eine richtige Vorstellung von der Wirkung einer Kraft erhalten, so muß man sich diese so denken: Welche Last kann die Kraft vertikal in die Höhe ziehen, d. h. senkrecht vom Boden

*) Mit dem Worte Last bezeichnet man gemeinhin einen zu bewegenden Körper, eigentlich aber den bei der Bewegung zu überwindenden Widerstand.

aufheben? Denn nur in diesem Falle, wenn man z. B. 80 kg vertikal aufwärts ziehen soll, muß man eine Kraft aufbieten, deren Zug aufwärts gerade so groß ist, als der entgegengesetzte Zug der Last abwärts.

Soll aber eine Last nach horizontaler Richtung bewegt werden, so hat man nicht das wirkliche Gewicht der Last, sondern nur die aus der Rauhigkeit der Körper entspringende Reibung zu überwinden, welche auf der Bahn, auf welcher die Last bewegt wird, stattfindet. Je glätter diese Bahn ist, eine um so größere Last kann von einer und derselben Kraft fortgeschafft werden. — So kann ein Pferd auf einer ebenen guten Straße über 50 Centner, auf einer guten Eisenbahn 300 Centner, und auf Eis bei gleicher Anstrengung eine noch größere Last fortziehen.

Fig. 8.

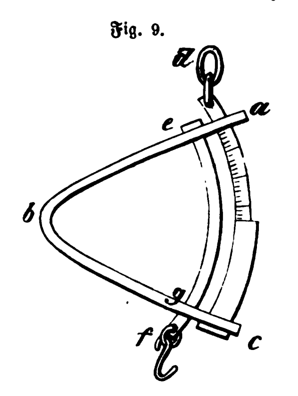


Spricht man darum von einer **Kraft von 300 Pfund**, oder von 300 kg, so ist damit nichts Anderes gesagt, als: die Wirkung dieser Kraft *P* ist so groß, daß vermöge derselben ein **Gewicht von 300 Pfd.**, oder **300 kg vertikal in die Höhe**, z. B. vermittelst einer Leitrolle *A* Fig. 8 gezogen werden kann, wenn dabei von den Bewegungshindernissen abgesehen wird.

§. 19.

Die Größe einer Kraft oder vielmehr die Stärke des dadurch überwundenen Widerstandes, welcher aber immer der Kraft selber gleich oder um unendlich Weniges kleiner ist, kann auch durch besonders dazu eingerichtete Instrumente gemessen werden, wodurch die Vergleichung der Kräfte mit Gewichten noch augenfälliger wird.

Fig. 9.



Solche Instrumente heißen **Kraftmesser oder Dynamometer**.

Ein solches einfaches Dynamometer ist das in Fig. 9 abgebildete.

Dasselbe besteht aus einer starken Stahlfeder *abc*. Bei *c* ist eine Skala *cd* befestigt, welche bei *a* frei durch ein Loch der Feder geht. Ebenso ist bei *e* ein gleichfalls gebogenes Metallstück *ef* angebracht, welches bei *g* durch eine in der Feder befindliche Oeffnung sich frei verschieben läßt. Wird nun das Dynamometer in *d* aufgehängt oder gehalten, und man läßt

in *f* eine Kraft, ein Gewicht wirken, so wird die Feder *abc*, nach Verhältniß der in *f* wirksamen Kraft, mehr oder weniger zusammengedrückt.

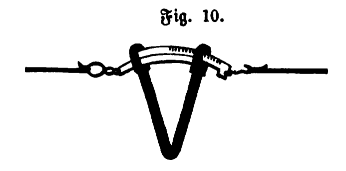
Sobald die Kraftwirkung aufhört, nimmt die Feder, vermöge ihrer Elasticität, ihre ursprüngliche Form wieder an, weil dafür gesorgt ist, daß sie ihre Elasticitätsgränze nie überschreiten kann.

Die Scala *cd* ist so eingetheilt und bezeichnet, daß wenn in *f* Gewichte von 1, 2, 3, . . . 100 Gewichtseinheiten (Pfd. oder kg) angehängt sind, auf der Skala die Theilpunkte 1, 2, 3, . . . 100 über *ab* hervorragen.

Will man vermittelst eines solchen Instrumentes die Größe einer Kraft, z. B. die Zugkraft eines Pferdes bestimmen, welche dasselbe aufbieten muß, um einen Wagen fortzuziehen, so spanne man das Pferd in *f* an das Dynamometer, welches letztere in *d* mit dem Wagen verbunden ist, wie Fig. 10 zeigt.

Zeigt nun der Kraftmesser während einer gleichförmigen Bewegung des Wagens beständig auf 60, so folgt hieraus, daß bei dem Fortziehen des Wagens das Pferd einen fortwährenden Druck oder Zug hervorbringen muß, wie der von einem Gewichte von 60 kg*) erzeugte Zug. Der Bewegungswiderstand, also auch die Kraft des Pferdes ist alsdann 60 kg groß.

Fig. 10.



Auf ähnliche Weise kann man auch die Zugkraft eines Menschen, oder die Größe des Widerstandes bestimmen, den dieser bei verschiedenen Arbeiten, z. B. Sägen, Hobeln u. s. w. überwindet. — Messung der Spannung der Pulvergase durch Kolben, welche, in Geschützröhren eingesetzt, bei der Explosion nach außen getrieben werden, wobei die stählerne Spitze des Kolbens in einen Kupferblock eingedrückt wird. — Messungen, welche auf diese Weise gemacht wurden, ergaben einen Druck der Pulvergase bis 40,000 Pfund auf 1 □Zoll engl.

Anmerkung. Ein für das Ablesen bequemes Dynamometer ist die von Mech. Oechsle in Pforzheim construirte in §. 158 beschriebene und durch Fig. 257 dargestellte Federwage. Dieselbe besteht aus einer gewundenen, in einer 3 cm weiten und 15 cm langen Metallröhre angebrachten Stahlfeder. Bei der Ausdehnung der Stahlfeder wird ein s. g. Frictionsring fortgeschoben, welcher beim Aufhören der Kraft, also beim Zurückgehen der Feder, stehen bleibt und darum das Ablesen auf einer angebrachten Skale gestattet.

Von dem s. g. Bremsdynamometer, welches man anwendet, um die von einem Wellbaum fortgepflanzte Kraft zu kennen, ist unten §. 180 die Rede.

---

*) Statt 60 kg sind natürlich 60 Pfunde zu verstehen, wenn der Kraftmesser nach dieser Gewichtseinheit eingetheilt ist.

§. 20.

Man nennt *Masse* eines Körpers die Summe seiner materiellen Theilchen, — wohl auch die Menge des Trägen (§. 2). Obgleich nun ein 2, 3 ꝛc. kg schwerer Körper 2mal, 3mal ꝛc. mehr Masse hat, als ein Körper von 1 kg Gewicht, so sind deßwegen Masse und Gewicht doch nicht miteinander zu verwechseln; denn letztere Uebereinstimmung gilt nur für den *nämlichen* Ort. An einem andern Orte aber, z. B. hoch *über* oder tief in der Erde, unter dem Aequator und in den Polargegenden, oder auf andern Himmelskörpern, wo die Anziehungs- oder Schwerkraft eine andere ist, würde der nämliche Körper, also dieselbe Masse, einen ganz andern Zug d. h. ein ganz anderes Gewicht zeigen.

Um nun einen Körper in Bewegung zu versetzen, hat man als zu Bewegendes oder der Bewegung Widerstehendes nur die Masse d. i. das Unveränderliche, überall und immer sich gleich Bleibende, in Betracht zu ziehen*).

Für den nämlichen Ort, z. B. für die Oberfläche der Erde, bei ziemlich gleicher geographischer Breite freilich stellt das Gewicht zweier Körper immer auch das *Verhältniß* ihrer gegenseitigen Massen dar, und darum bedient man sich auch der Gewichte zur Bezeichnung der Massen, sowie überhaupt des von einer Kraft zu überwindenden Widerstandes.

An und für sich klar ist nun, daß je größer die Masse eines zu bewegenden Körpers ist, desto größer auch die zur Hervorbringung der Bewegung nöthige Kraft sein muß. Die Kraft muß aber auch um so größer sein, je größer die Geschwindigkeit sein soll, in welche man den Körper versetzen will.

Die einfachste Art einer Kraftwirkung ist nun, daß die Kraft auf einen Körper nur während eines unendlich kleinen Zeittheilchens wirkt. Ertheilt diese Kraft dem Körper eine gewisse Geschwindigkeit v, so wird eine 2-, 3-, 4mal u. s. w. größere Kraft, welche in einem eben so kleinen Zeittheilchen wirkt, dem nämlichen Körper oder einer gleichen Masse auch die Geschwindigkeit $2v$, $3v$, $4v$ u. s. w. ertheilen.

Nennt man die Kräfte, die auf die genannte Art auf denselben Körper wirken, P und P', und die ertheilten Geschwindigkeiten v und v', so verhält sich daher

$$P : P' = v : v'.$$

Will man nun aber auf die gleiche Weise einer 2-, 3mal u. s. w. größeren Masse dieselbe Geschwindigkeit v ertheilen, so muß auch die bewegende Kraft 2-, 3mal u. s. w. größer sein. Bezeichnet man darum die Kräfte wie oben, und die mit gleicher Geschwindigkeit bewegten Massen durch M und M', so wird sich verhalten

$$P : P' = M : M'.$$

*) Vergl. Anmerkung zu §. 22.

Ist aber eine 3fache Kraft nöthig, um der 3fachen Masse die einfache Geschwindigkeit v zu ertheilen, so wird nothwendigerweise die bewegende Kraft noch 4mal größer werden müssen, wenn diese 3fache Masse noch eine 4fache Geschwindigkeit erhalten soll. Damit also die 3fache Masse in eine 4fache Geschwindigkeit versetzt wird, ist eine $3 \,.\, 4 = 12$mal größere Kraft nöthig, als erforderlich wäre, um der einfachen Masse die einfache Geschwindigkeit mitzutheilen. Dieselbe Kraft muß auch angewendet werden, um die 4fache Masse in eine 3fache Geschwindigkeit zu versetzen. Werden darum die Kräfte, Massen und Geschwindigkeiten wie oben bezeichnet, so ist

$$P : P' = Mv : M'v'.$$

Wenn demnach die Produkte Mv und $M'v'$ aus der Masse (oder Gewicht) der Körper in ihre Geschwindigkeit, welche man in der Mechanik die Größe der Bewegung, auch das Moment der Bewegung nennt, einander gleich sind, so müssen auch die Kräfte gleich sein.

Oder, wenn unter genannten gleichen Umständen gleiche Kräfte auf verschiedene Körper wirken, so müssen die Produkte aus dem Gewichte und der Geschwindigkeit eines jeden Körpers, d. h. ihre Bewegungsgrößen ebenfalls einander gleich sein.

Die ausgesprochene Behauptung gilt aber, wie schon bemerkt, nur, wenn die Kräfte während gleicher Zeittheilchen wirken.

Bei der Annahme einer unendlich kurzen Einwirkung zweier Kräfte auf die Massen M und M' bezeichnen Mv und $M'v'$ die Größen der einwirkenden Kräfte. Man nannte darum auch für diesen, in seiner Strenge nie eintretenden Fall, Mv und $M'v'$ die bewegende Kraft.

§. 21.

Wirken zwei Kräfte andauernd, so verhält es sich in Bezug auf die erzeugten Geschwindigkeiten und die bewegten Massen ganz auf ähnliche Weise. Nach §. 9 ertheilt eine beständige Kraft einem Körper in jedem unendlich kleinen Zeittheilchen einen gewissen Geschwindigkeitszuwachs, und demzufolge in einer meßbaren Zeit, z. B. in der Sekunde, eine bestimmte Geschwindigkeit g. Nach letztem §. ist aber eine doppelte und dreifache 2c. Kraft nöthig, um eine gleiche Masse in einem dieser unendlich kleinen Zeittheilchen in eine 2- oder 3- 2c. fache Geschwindigkeit zu versetzen. Darum wird auch die nämliche 2- oder 3-fache Kraft in der eben genannten meßbaren Zeit, der Sekunde, die doppelte, dreifache 2c. Geschwindigkeit g' erzeugen.

Ebenso wird eine 3mal, 4mal größere, einer Bewegung widerstehende Kraft oder ein 3mal, 4mal größerer Widerstand in einer Sekunde eine 3-, 4mal 2c. größere Geschwindigkeitsverminderung verursachen.

Es folgt hieraus, daß, wenn die Massen zweier bewegter Körper gleich sind, die beschleunigenden (oder verzögernden)

Kräfte P und P' sich wie die in gleichen Zeiten bewirkten Geschwindigkeitsveränderungen $\mathfrak{g}$ und $\mathfrak{g}'$ verhalten;

$$\text{also } P : P' = \mathfrak{g} : \mathfrak{g}'.$$

Desgleichen auch verhalten sich bei einerlei Geschwindigkeitsänderung — die Kräfte wie die Massen, d. h. eine 10mal größere Masse erfordert auch eine 10fache Kraft, wenn sie die gleiche Beschleunigung wie die einfache Masse erhalten soll.

Und endlich, wenn die Kräfte P und P' den Massen M und M' die Beschleunigungen $\mathfrak{g}$ und $\mathfrak{g}'$ per Sekunde mittheilen, so hat man

$$P : P' = M\mathfrak{g} : M'\mathfrak{g}',$$

und es sind wieder, wie eigentlich aus Vorigem folgt, auch gleiche beständige Kräfte nöthig, um verschiedenen Massen in einer Sekunde (also auch in jeder andern gleichen Zeit) gleiche Bewegungsgrößen mitzutheilen.

Nun aber wirkt bei einem fallenden Körper von 1 kg Gewicht eine beständige bewegende Kraft von 1 kg und verleiht ihm die Beschleunigung $g = 9{,}81$ Meter. Würde man aber an einem fallenden Körper von 1 kg Gewicht eine Kraft von $^9/_{10}$ kg aufwärts wirken lassen, so daß der 1 kg schwere Körper nur durch eine Kraft von $^1/_{10}$ kg abwärts gezogen würde*), so kann der fragliche Körper auch nicht mehr die Beschleunigung g, sondern nach Obigem nur $^1/_{10}\, g$ annehmen.

Oder würde der nämliche Körper von 1 kg Gewicht auf einer horizontalen Unterlage in einer und derselben Richtung durch eine beständige Kraft gezogen, deren Stärke, durch das Dynamometer gemessen, fortwährend = 1 kg angezeigt wird, und wären keine Bewegungshindernisse vorhanden, so würde der Körper die nämliche Beschleunigung g, wie beim Fallen, annehmen. Würde aber eine Kraft von 2 kg auf den Körper, dessen Gewicht 1 kg beträgt, einwirken, so müßte derselbe in eine Beschleunigung $= 2g$, und ebenso bei einer Kraft von 10 kg in die Beschleuniguug $= 10g$ gerathen**).

Nennt man darum G das Gewicht eines Körpers und P irgend eine andere beständige Kraft, welche also dem nämlichen Körper, ohne irgend eine andere Einwirkung, eine Beschleunigung $\mathfrak{g}$ mittheilt, so muß sich diese Beschleunigung $\mathfrak{g}$ zur Fallbeschleunigung g verhalten, wie die fragliche Kraft P zum Gewichte G des Körpers; also

$$\mathfrak{g} : g = P : G,$$

oder

$$P : G = \mathfrak{g} : g,$$

woraus sich, wie schon unmittelbar aus Obigem, als Werth der Beschleunigung $\mathfrak{g}$ ergibt

$$\mathfrak{g} = \frac{P}{G} \cdot g.$$

---

*) Atwoods Fallmaschine.

**) Hieraus folgt, daß alle Körper gleich schnell fallen, denn bei einem doppelt so schweren Körper hat die doppelte anziehende Kraft auch die doppelte Masse zu bewegen.

Desgleichen findet man die Größe der beständigen Kraft P, welche irgend einem Körper vom Gewichte G, ohne weitere Einwirkungen oder Hindernisse, die Beschleunigung $\mathfrak{g}$ mitzutheilen vermag,

$$P = \frac{\mathfrak{g}}{g} \,.\, G.$$

Dieser nämliche Werth bezeichnet auch die Größe eines Widerstandes P, welcher die Bewegung eines, mit einer bestimmten Geschwindigkeit abgehenden Körpers in jeder Sekunde um $\mathfrak{g}$ zu verzögern im Stande ist; sowie der obige Ausdruck für $\mathfrak{g}$ auch die Verzögerung angibt, welche durch einen bekannten Widerstand P verursacht wird.

Setzt man in den Formeln der §§. 9, 10, 11 und 14 für die Beschleunigung, beziehungsweise Verzögerung $\mathfrak{g}$ den oben gefundenen Werth, so erhält man noch folgende, zur Lösung hieher gehöriger Aufgaben (s. Aufg.) dienlichen Ausdrücke:

I. Für gleichförmig beschleunigte Bewegung.

a) Ohne Anfangsgeschwindigkeit:

$$v = \frac{P}{G} \,.\, g \,.\, t; \text{ und } s = \tfrac{1}{2} \,.\, \frac{P}{G} \,.\, g \,.\, t^2.$$

b) Mit Anfangsgeschwindigkeit:

$$v = c + \frac{P}{G}\, g \,.\, t; \text{ und } s = c \,.\, t + \tfrac{1}{2} \,.\, \frac{P}{G} \,.\, g\, t^2.$$

II. Für gleichförmig verzögerte Bewegung:

$$v = c - \frac{P}{G}\, g \,.\, t; \text{ und } s = c \,.\, t - \tfrac{1}{2}\, \frac{P}{G} \,.\, g\, t^2.$$

§. 22.*

Wirkt nun aber eine Kraft länger, als die andere, so kann sie in dem Verhältniß kleiner sein, als sie länger wirkt und dabei doch die gleiche Bewegungsgröße erzeugen. Denn in der doppelten und dreifachen Zeit erzeugt (§. 9) die nämliche Kraft auch die doppelte und dreifache Geschwindigkeit des nämlichen Körpers.

In diesem Falle verhalten sich die Produkte Mv und $M'v'$ nicht mehr wie P und P', sondern wie $P \,.\, t$ und $P' \,.\, t'$, wenn t und t' die Zeiten sind, während welchen die unveränderlichen Kräfte P und P' gewirkt haben; also

$$Pt : P't' = Mv : M'v'.$$

Will man nun eine Krafteinheit aufstellen, so ist hiefür diejenige Kraft anzunehmen, welche in der Zeiteinheit der Masse Eins die Geschwindigkeit Eins mittheilt.

Oder auch, es ist die Masseneinheit diejenige Masse, welche

durch die Krafteinheit in der Zeiteinheit die Geschwindigkeit Eins erhält.

Bezeichnen P', t', M' und v' diese Einheiten, so erhält man die Proportion:

$$Pt : 1 \,.\, 1 = M \,.\, v : 1 \,.\, 1;$$

woraus sich ergibt

$$Pt = Mv.$$

Man nennt auch Pt den Antrieb der Kraft P in der Zeit t und findet also denselben immer gleich dem Produkte aus der Masse und der in der Zeit t erlangten Geschwindigkeit, d. i. gleich der Bewegungsgröße.

Setzt man in der Proportion $P \,.\, t : 1 \,.\, 1 = Mv : 1 \,.\, 1$ statt v die Beschleunigung $\mathfrak{g}$, so ist $t = 1$ Sekunde, also auch gleich der Einheit: alsdann hat man

$$P : 1 = M\mathfrak{g} : 1;$$

$$\text{also } P = M\mathfrak{g},$$

$$\text{und hieraus } \mathfrak{g} = \frac{P}{M},$$

d. h. die beständige Kraft, welche die Beschleunigung $\mathfrak{g}$ erzeugt, ist gleich dem Produkte aus der bewegten Masse und der ertheilten Beschleunigung.

Die Beschleunigung aber wird erhalten, wenn man die Kraft durch die Masse dividirt.

Erzeugt aber irgend eine beständige Kraft P die Beschleunigung $\mathfrak{g}$, so erzeugt die Schwerkraft oder, wie wir gesehen, jede Kraft = dem Gewichte eines Körpers, die Beschleunigung $g = 9{,}81$ Meter, und es ist nach vorigem §.

$$P = \frac{\mathfrak{g}}{g} \,.\, G.$$

Setzt man diesen Werth oben statt P, so erhält man

$$\frac{\mathfrak{g}}{g} \,.\, G = M\mathfrak{g}; \text{ also } M = \frac{G}{g}.$$

Man erhält also einen Ausdruck für die Masse eines Körpers, wenn man das Gewicht desselben durch die, vermöge der Schwerkraft erzeugte Beschleunigung g dividirt.

Oder auch, da $G = Mg$: es ist das Gewicht eines Körpers gleich dem Produkte aus dessen Masse und der Beschleunigung der Schwerkraft.

Aus dem Werth für die Masse, $M = \frac{G}{g}$, erhellt auch die schon §. 20 ausgesprochene Unveränderlichkeit der Masse oder ihre gänzliche Unabhängigkeit vom Gewicht. Denn würde an einem andern Ort das Gewicht G eines Körpers ein anderes sein, so ist es in demselben

Verhältniß auch die Beschleunigung g, und Zähler und Nenner des Bruches $\frac{G}{g}$ ändern sich immer gleichmäßig, d. h. der Werth des Letztern bleibt sich überall gleich.

Nennt man die Masse eines Körpers Eins, so ist $G = g$, d. h. die Masse Eins hat ein Gewicht $= g$ d. i. 9,81 kg, wenn Meter und Kilogramm als Einheiten angenommen werden, oder 31,25 Pfd. für frühere preußische Fuß und Pfunde.

Man kommt auf diesen Werthausdruck der Masseneinheit auch einfach durch die Betrachtung, daß, nach Obigem, als Masseneinheit diejenige Masse anzunehmen ist, welche in der Zeiteinheit durch die Krafteinheit die Beschleunigung Eins annimmt. Nun nimmt aber die Masse, die ein Gewicht von 1 kg hat, durch eine Kraft von 1 kg die Beschleunigung g an; soll eine Masse nun durch die nämliche Kraft nur die Beschleunigung 1 annehmen, so muß sie natürlich $g$mal größer sein, d. h. sie muß ein Gewicht von g kg haben.

Die Veränderlichkeit der Schwerkraft, also auch des Gewichts der Körper, welche erstere über der Erdoberfläche mit dem Quadrat der Entfernung vom Erdcentrum abnimmt, läßt sich durch das Sekundenpendel, welches gegen die Pole hin mehr Schwingungen machen würde, also länger gemacht werden muß, nachweisen (vergl. u. §. 59). Durch sehr empfindliche Zeigerwagen müßte sich ein Unterschied des Gewichts eines und desselben Körpers auf bedeutenden Höhen oder in Tiefen, in den Polargegenden oder unter dem Aequator ebenfalls erkennen lassen.

Ueberhaupt ist das Gewicht etwas ganz Veränderliches, erleidet auch eine Modifikation durch die an verschiedenen Orten der Erde verschiedene, aus der Axendrehung der Erde entspringende Centrifugalkraft (s. u. §. 52) und ist darum nicht mehr das Resultat der Wirkung einer einzigen, sondern mehrerer und selbst veränderlicher Kräfte, nämlich der eigentlichen Schwerkraft, der Centrifugalkraft und selbst der noch von andern Körpern als der Erde an und für sich ausgeübten, mit der Entfernung veränderlichen anziehenden Kräfte. Ewig unveränderlich und unvernichtbar aber ist die Materie — die Masse.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Eine Kraft von 10 kg habe in irgend einer Zeit einen gewissen Körper in eine Geschwindigkeit von 4 m versetzt; wie groß wird die Geschwindigkeit sein, welche eine Kraft von 25 kg dem gleichen Körper in der nämlichen Zeit mittheilt?

Auflösung. Nach §. 20 verhält sich

$$P : P' = v : v'$$
$$\text{d. i. } 10 : 25 = 4 : v';$$

es ist also

$$v' = \frac{25 \cdot 4}{10} = 10 \text{ m};$$

vorausgesetzt, daß die Bewegungsmittheilung unter gleichen Umständen erfolgt.

2te Aufgabe. Wenn eine Kraft von 36 kg einer Masse, welche ein Gewicht von 100 kg hat, eine Geschwindigkeit von 5 Meter mittheilt, welche Masse wird in der gleichen Zeit, am gleichen Ort und unter gleichen Umständen durch eine Kraft von 45 kg in eine Geschwindigkeit von 6 Meter versetzt?

Auflösung. Es verhält sich nach §. 20

$$P : P' = Mv : M'v';$$

folglich $36 : 45 = 100 \,.\, 5 : M' \,.\, 6,$

$$6\,M' = \frac{45 \,.\, 100 \,.\, 5}{36},$$

$$M' = \frac{45 \,.\, 100 \,.\, 5}{36 \,.\, 6} = 104{,}16 \text{ kg}.$$

d. h. das Gewicht der Masse M' muß 104,16 kg betragen.

3te Aufgabe. Welche beständige Kraft ist erforderlich, um einem 80 kg schweren Körper eine Beschleunigung von 2 m mitzutheilen, wenn keine Widerstände stattfinden und keine andern Kräfte entgegenwirken?

Auflösung. Für diesen Fall hat man nach §. 21

$$P = \frac{\mathfrak{s}}{g} \,.\, G = \frac{2}{9{,}81} \,.\, 80 = 16{,}3 \text{ kg}.$$

Diese Kraft wäre nöthig, um dem Körper auf einer vollkommen glatten, horizontalen Bahn die genannte Beschleunigung von 2 m mitzutheilen.

Ist aber eine Kraft von 16,3 kg erforderlich, um einem 80 kg schweren Körper eine Beschleunigung von 2 m mitzutheilen, wenn keine Bewegungshindernisse stattfinden, so heißt dies auch so: Wenn bei der Bewegung Widerstände, wie z. B. Reibung zu überwinden sind, wie es in der Wirklichkeit ja immer der Fall ist, so muß die aufgebotene Kraft diese Widerstände um obige 16,3 kg übertreffen, wenn der Körper die genannte Beschleunigung von 2 m annehmen soll. Denn eine dem Widerstand gleiche, oder vielmehr, eine um ein Geringes größere Kraft vermag gerade den Widerstand zu überwinden und eine Bewegung zu veranlassen; ein Ueberschuß von Kraft aber bewirkt (§. 9) jeden Augenblick einen neuen Anstoß, eine neue Geschwindigkeit, d. h. eine Beschleunigung.

4te Aufgabe. Auf einer horizontalen und vollkommen glatten Bahn wirke auf einen Körper, dessen Gewicht = 20 kg ist, nach horizontaler Richtung eine beständige Kraft = 4 kg; wie groß ist die Beschleunigung, in welche der Körper versetzt wird?

Auflösung. Es ist nach §. 21

$$\mathfrak{s} = \frac{P}{G}\,g = \frac{4}{20} \,.\, 9{,}81 = 1{,}962 \text{ m}.$$

In die gleiche Beschleunigung gelangt auch der nämliche Körper bei vorhandenen Hindernissen, wenn die bewegende Kraft die zu überwindenden Widerstände um 4 kg übertrifft.

5te Aufgabe. Wie groß ist, nach Abzug des Reibungswiderstandes, die Kraft, welche eine 24pfündige Kanonenkugel in eine Geschwindigkeit von 700 Meter versetzt, wenn der Lauf der Kanone 2 Meter lang ist?

Auflösung. Nach Aufg. 5 über beschleunigte Bewegung erleidet die fragliche Kugel im Lauf eine Beschleunigung $\mathfrak{s} = 122500$ Meter. Dazu ist nach §. 21 eine Kraft

$$P = \frac{\mathfrak{s}}{g}\,G = \frac{122500}{9{,}81} \,.\, 24 = 300000 \text{ ℔} = 150000 \text{ kg}$$

nothwendig.

Dies ist aber lange nicht die gesammte Kraft, welche durch die Expansion der Gase ausgeübt wird, denn neben Ueberwindung des vorhandenen Reibungswiderstandes wirkt ein großer Theil der Kraft auf die Geschützröhre selbst und versetzt diese in eine retrograde Bewegung; überhaupt wirkt ja die entwickelte Expansivkraft nach allen Seiten. — (Nachgewiesener Gasdruck in dem hintern Theil des Rohrs der neuen österr. Uchatiusgeschütze [Stahlbronze] 1900 Atmosphären.)

6te Aufgabe. Auf einen Körper, dessen Gewicht 60 kg beträgt, wirke 10 Sekunden lang eine Kraft, welche den gesammten Bewegungswiderstand um 8 kg übertrifft, welche Geschwindigkeit wird der Körper nach Umfluß dieser Zeit haben und welchen Weg legte er dabei zurück?

Auflösung. Nach §. 21 ist

$$v = \frac{P}{G} g . = \frac{8}{60} . 9{,}81 . 10 = 13{,}08 \text{ m.}$$

Der zurückgelegte Weg ist

$$s = {}^1/_2 \frac{P}{G} g . t^2 = \frac{8 . 9{,}81 . 100}{2 . 60} = 65{,}4 \text{ m}$$

oder nach einer frühern Formel: $s = \frac{13{,}08}{2} . 10 = 65{,}4$ m.

7te Aufgabe. Ein 3000 kg schwerer Wagen geht mit einer Geschwindigkeit von 1,5 m auf einer horizontalen, ihm keine Hindernisse entgegensetzenden Bahn fort. Wenn nun während 20 Sekunden eine unveränderliche Kraft von 30 kg auf den Wagen wirkt und denselben vorwärts treibt, mit welcher Geschwindigkeit wird derselbe nach Einwirkung dieser Kraft fortgehen?

Auflösung. Nach §. 21 ist

$$v = c + 9{,}81 . \frac{P}{G} t;$$

folglich $v = 1{,}5 + 9{,}81 . \frac{30}{3000} . 20 = 1{,}5 + 9{,}81 . 0{,}2;$

$$v = 3{,}46 \text{ m.}$$

Die gleiche Geschwindigkeit tritt ebenfalls ein, wenn bei vorhandenen Widerständen ein Kraftüberschuß von 30 kg obwaltet.

8te Aufgabe. Auf einer horizontalen glatten Bahn wird ein 3000 kg schwerer Wagen, der seither in 4 Minuten gleichförmig fortgehend 400 Meter zurückgelegt hat, durch eine 40 Sekunden lang anhaltend fortwirkende Kraft so fortgetrieben, daß er nach der Kraftwirkung in 4 Minuten 750 Meter gleichförmig durchläuft. Wie groß war die hier wirksame Kraft?

Auflösung. Aus der Gleichung $v = c + \frac{P}{G} gt$ ergibt sich

$$9{,}81 \frac{P}{G} t = v - c;$$

$$\text{also } P = \frac{(v - c)}{9{,}81 . t} G.$$

Es ist aber die Anfangsgeschwindigkeit $c = \frac{400}{4 . 60} = 1{,}666$ m,

und die Endgeschwindigkeit $v = \frac{750}{4 . 60} = 3{,}125$ m;

ferner ist $G = 3000$ Kilogr. und $t = 40$ Sekunden;

folglich Kraft $P = \frac{3{,}125 - 1{,}666}{9{,}81 . 40} . 3000 = 11{,}12$ Kilogr. — Ebenso groß muß der Kraftüberschuß bei vorhandenen Widerständen sein.

9te Aufgabe. Wenn ein sich selbst überlassener, mit 3 m Geschwindigkeit fortgleitender 800 kg schwerer Schlitten auf einer horizontalen Bahn in Folge der Reibung nach 30 Sekunden zur Ruhe kommt, wie groß ist der Reibungswiderstand?

Auflösung. Da die Bewegung eine verzögerte ist und der Körper in 30 Sekunden zur Ruhe gelangen soll, so erleidet er eine Verzögerung

$$g = \frac{c}{t} = \frac{3}{30} = 0{,}1 \text{ m.}$$

Nach der Proportion (§. 21)

$$P : G = \mathfrak{g} : g$$

beträgt somit der zu bewältigende Widerstand

$$P = \frac{\mathfrak{g}}{g} . G,$$

$$\text{d. i. } P = \frac{0,1 . 800}{9,81} = 8,15 \text{ kg},$$

d. i. ca. 1/100 der Last. — So groß müßte auch die Kraft sein, um den fraglichen Schlitten zu bewegen.

10te Aufgabe. Wie groß ist der Reibungs- und Luftwiderstand, welchen ein 80000 kg schwerer und bisher mit einer Geschwindigkeit von 10 m sich bewegenden Eisenbahnzug zu überwinden hat, wenn er, nachdem die Dampfmaschine abgestellt wird, vermöge des Beharrungsvermögens allein noch 200 Sekunden lang fortgeht, bis er zur Ruhe kommt?

Auflösung.

Der Zug erleidet eine Verzögerung $\mathfrak{g} = \frac{c}{t} = \frac{10}{200} = 0,05$ m.

Der Gesammtwiderstand ist also $P = \frac{\mathfrak{g}}{g} . G$;

$$\text{d. i. } P = \frac{0,05 . 80000}{9,81} = 407,7 \text{ kg}$$

oder $\frac{407,7}{80000} = \frac{1}{196}$ des Gewichtes des Zuges oder der ganzen Belastung.

11te Aufgabe. Umgekehrt sei der Bahnwiderstand 1/200 der Belastung, nach welcher Zeit kommt der Wagenzug zur Ruhe, wenn die Dampfmaschine nicht mehr arbeitet und wenn, wie vorhin, das Gewicht = 80000 kg und die Geschwindigkeit = 10 Meter ist?

Auflösung. Nun findet man:

$$\text{Verzögerung } \mathfrak{g} = \frac{P . g}{G} = \frac{400 . 9,81}{80000} = 0,04905 \text{ m};$$

$$\text{folglich } t = \frac{v}{\mathfrak{g}} = \frac{10}{0,04905} = 203,9 \text{ Sekunden.}$$

Den in dieser Zeit zurückgelegten Weg findet man

$$s = \frac{v . t}{2} = \frac{10 . 203,9}{2} = 1019,5 \text{ m.}$$

§. 23.

Bisher wurde gezeigt, wie man die Größe einer Kraft findet, oder — was das Nämliche ist — wie man die Stärke des Widerstandes mißt oder berechnet, welcher von einer Kraft, der er unmittelbar entgegenwirkt, überwunden wird oder überwunden werden kann. Will man nun einen vollständigen Begriff dessen gewinnen, was eine Kraft bei ihrer Thätigkeit leistet oder vollbringt, so ist noch ein anderer Umstand in's Auge zu fassen.

Denkt man sich nämlich, irgend zwei Kräfte seien im Stande, den gleichen Druck oder Zug auszuüben, wie z. B. die Kräfte zweier Arbeiter, zweier Pferde ꝛc., so können ihre Leistungen in der nämlichen Zeit dabei doch sehr verschieden sein. Hebt nämlich der eine

Arbeiter die nämliche Last in der gleichen Zeit auf die doppelte Höhe, oder geht das eine Pferd, das einen gleich schweren Wagen auf derselben Straße zieht, doppelt so schnell, d. h. legt es in gleicher Zeit den doppelten Weg zurück, so ist die Leistung oder Wirkungsgröße im letztern Fall offenbar die doppelte.

Ebenso ist es bei jeder andern Arbeitsverrichtung.

Soll z. B. bei gleicher Tiefe ein Sägenschnitt von doppelter Länge ausgeführt werden, so sind doppelt so viele Holztheilchen zu trennen, als beim Schnitt von der einfachen Länge; es ist also die Arbeit doppelt so groß. Die doppelte Länge eines Schnitts erfordert aber auch den doppelten Weg der Kraft, und es nimmt somit die Arbeit mit dem Wege der Kraft gleichmäßig zu.

Oder soll die nämliche Kraft vermittelst derselben Pumpe doppelt so viel Wasser heben, so muß der Kolben doppelt so viel Hübe machen; es muß also die aufgebotene Kraft auf dem doppelten Weg wirksam sein, und die vollbrachte Leistung oder Arbeit ist wieder die doppelte.

Es folgt hieraus, daß wenn man die eigentliche Leistung oder Arbeit einer Kraft kennen will, man außer der Stärke der Kraft d. h. außer dem Druck oder Zug, den sie hervorbringt, auch noch die Geschwindigkeit, mit der sie wirkt, oder den Weg wissen muß, auf welchem die Kraft den Zug ausgeübt, einen Widerstand überwunden hat.

Da ferner klar ist, daß eine Kraft, die auf dem nämlichen Weg den doppelten Zug ausübt, auch die doppelte Arbeit verrichtet, und da oben gezeigt wurde, daß wenn eine Kraft bei gleichem Zug d. i. gleicher Stärke, den dreifachen Weg zurücklegt, sie dabei auch dreimal so viel wirkt, so folgt offenbar, daß wenn eine Kraft einen doppelt so großen Zug ausübt, wie eine andere, und dabei noch einen dreifachen Weg zurücklegt, sie auch das zweimal Dreifache d. i. das Sechsfache leistet.

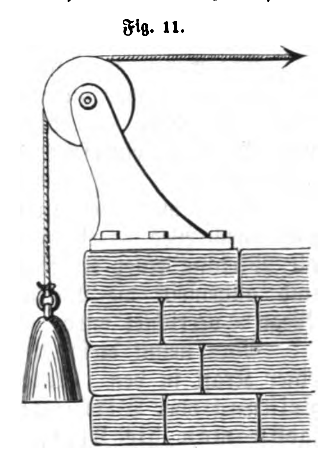
Hieraus ergibt sich, daß die Wirkungsgröße einer Kraft sowohl der Größe der Kraft, als auch der Größe des während der Wirkung zurückgelegten Weges proportional ist; d. h. die Wirkungsgröße wächst gleichmäßig mit der Kraft und mit dem Weg, welchen der Angriffspunkt der Kraft in der Richtung der Kraft zurücklegt.

§. 24.

Um nun die Leistung irgend einer, nach beliebiger Richtung wirkenden und einen beliebigen Widerstand überwindenden Kraft angeben zu können, vergleiche man wieder, wie in §. 18, die Wirkung der Kraft mit der vertikalen Erhebung eines Gewichtes auf eine gewisse Höhe.

Denkt man nämlich in dem Beispiele des §. 19, nach welchem ein Pferd beim Fortziehen eines Wagens einen Widerstand von 60 kg überwinden muß, statt des Wagens ein Gewicht von 60 kg auf die in Fig. 11 dargestellte Weise angebracht, so wird das Pferd offenbar ganz die gleiche Kraft aufbieten müssen, ob es den Wagen, dessen Fortbewegung ein Widerstand von 60 kg entgegenwirkt, vorwärts oder die 60 kg in die Höhe zieht. — Zugleich wird aber auch das Pferd die nämliche Arbeit verrichten, ob dasselbe den Wagen 10 m weiter, oder ob es genanntes Gewicht auf eine Höhe von 10 m zieht; denn bei beiderlei Arbeiten muß das Pferd bei Ueberwindung des gleichen Widerstandes einen Weg von 10 m zurücklegen.

Fig. 11.



Um die Wirkungen der Kräfte unter sich selber zu vergleichen, bedenke man nun, daß es begreiflicherweise ganz die gleiche mechanische Arbeit ist, wenn

eine Last von 3 kg auf 1 m Höhe,
oder 3mal je 1 kg auf 1 m Höhe

gehoben werden; es ist nämlich die Wirkung 3mal so groß, als diejenige, welche nöthig ist, um 1 kg auf 1 m Höhe zu heben.

Die Wirkung ist aber auch gerade so groß, wie die genannte, ob

1 kg auf eine Höhe von 3 m, oder ob
1 kg 3mal auf eine Höhe von 1 m

gehoben wird; sie ist nämlich wieder 3mal so groß als die Erhebung von 1 kg auf 1 m Höhe.

Werden aber 6 kg (statt 3 kg) auf 1 m Höhe,
oder 3 kg auf 2 m (statt 1 m) Höhe,
oder 3 kg 2mal auf 1 m Höhe

gehoben, so ist die Wirkung eine doppelte.

Die Wirkung ist aber auch doppelt so groß,

wenn 2 kg (statt 1 kg) auf eine Höhe von 3 m
oder 1 kg auf eine Höhe von 6 m (statt 3 m) u. s. w. u. s. w.

gehoben werden.

Ferner ist die Arbeit eine vierfache, wenn

entweder 4 . 3 oder 12 kg auf 1 m Höhe,
oder 3 kg auf 4 . 1 = 4 „ „
oder 4 . 1 = 4 kg „ 3 „ „
oder 1 kg „ 4 . 3 = 12 „ „ oder
ob 6 kg „ 2 . 1 = 2 „ „
oder 2 kg „ 2 . 3 = 6 „ „ u. s. w. u. s. w.

gehoben werden.

Aus all dem Bisherigen ersieht man, daß die Leistungen zweier oder mehrerer Kräfte gleich sind, wenn die Produkte gleich sind, welche man durch Multiplikation der in die Höhe gehobenen Kilogramme (Pfunde), mit der in Metern (Fußen) ausgedrückten Höhe erhält.

Die Arbeit einer Kraft ist aber doppelt oder viermal so groß, als die Arbeit der andern, wenn das so erhaltene Produkt aus Gewicht und Höhe — oder überhaupt nun aus Kraft (Widerstand) und Weg — einerseits doppelt oder viermal so groß ist, als anderseits.

Nennt man die Wirkung, welche durch eine Kraft = 1 kg (1 ℔) auf einem Weg = 1 m (1 Fuß) ausgeübt wird, = 1, so ist darum die Wirkung einer Kraft von 2 kg auf einem Weg von 3 m = 6, und allgemein die Wirkung, welche von einer Kraft P auf einem Wege s verrichtet wird, $= P \,.\, s$.

Man nennt dieses Produkt $P \,.\, s$ aus der Größe (Intensität) einer Kraft in den zurückgelegten Weg die Arbeit der Kraft, auch Leistung oder Wirkungsgröße der Kraft, und findet diese Arbeit, wenn man die Kraft mit dem von ihrem Angriffspunkte in der Richtung der Kraft zurückgelegten Weg multiplizirt.

Für die Sekunde ist $s = v$, gleich der Geschwindigkeit, also die sekundliche Arbeitsgröße oder der sog. Effekt einer Kraft

$$= P \,.\, v;$$

somit für t Sekunden $Ps = P \,.\, v \,.\, t$.

§. 25.

Zur Berechnung der von einer Kraft verrichteten Arbeitsgröße bedarf es für die aufgebotene Kraft und den Weg, also auch für die Arbeitsgröße selber, gewisser Zahleneinheiten. Allgemein nimmt man nun in der Mechanik als Einheit der mechanischen Arbeit die Wirkung an, welche durch einen Druck oder Zug von 1 Kilogramm auf die Länge von 1 Meter ausgeübt wird, und bezeichnet dieses Maß durch das Wort 1 Kilogrammeter (Meterkilogramm und schreibt 1 kgm oder auch 1 mk.

Spricht man darum von einer Arbeit = 60 kgm, so versteht man darunter die Wirkung, welche durch einen Druck oder Zug

von 60 Kilogr. auf einer Strecke von 1 Meter,
oder von 1 " " " " " 60 "
" 20 " " " " " 3 "
" 30 " " " " " 2 "
u. s. w. u. s. w.

ausgeübt wird.

Statt des Kilogramms kann aber auch das Pfund als Druck-

oder Krafteinheit und der Fuß als Längen- oder Wegeinheit angenommen werden.

In diesem Falle nennt man die Einheit der Arbeitsgröße 1 Pfundfuß oder 1 Fußpfund, und bezeichnet solche durch Fpfd.

Zur Bestimmung der Leistungen größerer Motoren, z. B. der Dampf- und Wasserkraft 2c., bedient man sich häufig noch einer andern Einheit, nämlich der sog. Pferdekraft.

Durch das oben erklärte Dynamometer hat man beobachtet, daß 75 kg die Zugkraft ist, die ein ziemlich starkes Pferd fortwährend ausüben kann, wenn es in 1 Sekunde 1 Meter Weg zurücklegt und des Tags 8 bis 10 Stunden arbeiten soll.

Es ist somit die Leistung eines solchen Pferdes, wenn es den ganzen Tag arbeiten soll, in einer Sekunde = 75 . 1 = 75 kgm, und man versteht daher unter einer Pferdekraft oder, wie man besser sagen würde, unter einer Pferdearbeit, Pferdeleistung oder Pferdestärke immerhin eine Arbeitsgröße von 75 kgm per Sekunde.

Die Festsetzung der sog. Pferdekraft oder der Pferdestärke zu 75 kgm ist übrigens eine rein angenommene Sache, die bloß zur Bezeichnung einer größern Arbeitseinheit dient. Und ist auch die mittlere Zugkraft eines Pferdes für die Dauer nicht mehr als 70 kg, so ist die Festsetzung des Werthes der genannten höhern Maßeinheit am Ende doch ganz einerlei, da man überall in der Mechanik darunter die nämliche Arbeitsgröße von 75 kgm versteht.

Ist der Werth der Pferdestärke per Sekunde = 75 kgm, so ist dieselbe

in 1 Minute = 60 . 75 kgm
und in 1 Stunde = 60 . 60 . 75 „

Um die Pferdekraft in andern Maßen auszudrücken, darf man nur die 75 kg in Pfunde und den Meter in Fuß verwandeln.

Dieß gibt dann:

für frühere badische (Schweizer-) Maße

1 Pferdekraft = 75 . 2 . $3\frac{1}{3}$ = 500 Fpfd. per Sekunde

für frühere preußische oder rheinische Maße

$$1 \text{ Pferdekraft} = \frac{75 \;.\; 3{,}186}{0{,}4676} = 510 \text{ „ „ „}$$

und mit dem Zollpfund

1 Pferdekraft = 75 . 2 . 3,186 = 478 „ „ „.

In englischem Maß ist 1 Pferdekraft ≐ 542 Fßpfd. p. Sek.
„ österreich.*) „ „ 1 „ = 424 „ „ „

*) Für Oesterreich ist die Pferdekraft amtlich zu 430 Fußpfd., d. i. = 76 kgm festgesetzt.

Erfahrungsresultate über die Arbeitsgröße des Menschen und der Thiere.

	Kraft.	Geschwindigkeit.	Arbeit per Sekunde.
	Kilogr.	Meter.	kgm
Der Mensch, ohne Maschine	14	0,8	11,2
„ „ am Hebel	5	1,1	5,5
„ „ an der Kurbel	8	0,8	6,4
„ „ am Göpel	12	0,6	7,2
„ „ am Tretrad	12	0,7	8,4
„ „ am Steigrad bei 24°	60	0,2	12
Das Pferd, ohne Maschine	56	1,3	73
„ „ am Göpel	44	0,9	40
Der Ochs, ohne Maschine	60	0,8	48
„ „ am Göpel	65	0,6	39
Der Maulesel, ohne Maschine	47	1,1	52
„ „ am Göpel	30	0,9	27
Der Esel, ohne Maschine	37	0,8	30
„ „ am Göpel	14	0,8	11

Hiebei ist eine mittlere tägliche Arbeitszeit von 8 Stunden angenommen. Für kurze Zeit können freilich Menschen und Thiere die 2- und 3fache Arbeit verrichten — und dies ist ein Vorzug der animalischen Motoren — aber nicht anhaltend.

Die Kraft P', welche ein Mensch oder ein Thier bei irgend einer Geschwindigkeit v' und während der Zeitdauer t' ausüben würde, findet man nach Gerstner durch die Formel

$$P' = P\left(2 - \frac{v'}{v}\right)\left(2 - \frac{t'}{t}\right),$$

worin P die mittlere Kraft, v die mittlere Geschwindigkeit und t die mittlere Zeit angeben. Für eine mittlere Arbeitsdauer von 8 Stunden ist
für den Menschen . . . . $P = 14$ kg; $v = 0{,}79$ m;
„ ein Pferd . . . . $P = 56$ „ $v = 1{,}264$ „;
„ einen Ochsen . . . . $P = 56$ „ $v = 0{,}79$ „
anzunehmen.

Somit könnte ein Mensch bei 0,948 m Geschwindigkeit und einer Arbeitsdauer von nur 5 Stunden eine durchschnittliche Kraft

$$P' = 14 \,.\left(2 - \frac{0{,}948}{0{,}79}\right)\left(2 - \frac{5}{8}\right) = 15{,}4 \text{ kg}$$

ausüben.

§. 26.

Bei der Thätigkeit einer jeden Kraft wird ein gewisser Widerstand überwunden, sei es, daß entweder nur die allgemeinen Hindernisse einer Bewegung, wie Reibung ꝛc. überwunden werden, oder daß

die Kraft irgend eine industrielle Arbeit verrichtet, wie beim Heben eines Hammers, beim Betriebe einer Mahl-, Sägmühle ꝛc. ꝛc. Bei all diesen Thätigkeiten wirkt der Kraft etwas entgegen und es ist, wie gezeigt wurde, gerade die Aufgabe oder das Vermögen der Kraft, diesen entgegenwirkenden Widerstand auf einem gewissen Weg zu überwinden. Multiplizirt man die Größe des überwundenen Widerstandes mit dem von dem Angriffspunkte desselben zurückgelegten Weg, so erhält man wieder die Arbeits- oder Wirkungsgröße, und es ist natürlich diese durch Ueberwindung des Widerstandes verbrauchte Wirkungsgröße keine andere, als die von der Kraft verrichtete Arbeit. — Bedarf es eines 400 kg schweren Hammers und muß dieser von einer Höhe von 1,5 m herabfallen, also eine Arbeit von 400 . 1,5 = 600 kgm verrichten, um ein Stück Eisen gehörig zu bearbeiten, so heißt dieses: das Eisen setzt dem Angriffe der Kraft jene Wirkung entgegen, d. h. der Widerstand der kleinsten Massentheilchen des Eisens gegen eine größere gegenseitige Annäherung, d. i. die zurückstoßende Molekularkraft multiplizirt mit dem außerordentlich kleinen Weg, den diese Massentheilchen bei jedem empfangenen Schlag zurücklegen, gibt das gleiche Produkt; oder auch: es ist so, als hätten die fallenden 400 kg anderseits 400 kg auf 1,5 m Höhe zu heben. — Oder es erleide ein ruhender Körper einen Stoß von einem andern in Bewegung befindlichen Körper, so wirkt der ruhende dem anstoßenden Körper entgegen, und die gleiche Bewegungsgröße, welche der ruhende Körper annimmt, verliert der andere. — Den nämlichen Druck, welchen eine Presse auf Gegenstände ausübt, geben diese an die Preßplatte zurück. — So ist es überall. Wie beim Heben eines Gewichtes von 100 kg diese 100 kg den entgegengesetzten Zug ausüben, so wirkt einer ausgeübten Kraft — da ja jeder Widerstand mit dem Heben eines entsprechenden Gewichtes verglichen werden kann — überall der zu überwindende Widerstand mit gleicher Wirkungsgröße entgegen. Und zwar ist die Größe der Kraft zugleich auch die Größe des Widerstandes, wenn ihre Angriffspunkte in eine gerade Linie fallen oder überhaupt bei der Wirkung gleiche Wege zurücklegen. Wenn dies der Fall nicht ist, so kann zwar die Größe des Widerstandes, d. i. der eigentlich überwältigten Last, eine andere und zwar, wie wir bei Hebemaschinen ꝛc. sehen, oft eine viel bedeutendere sein, als die Größe der Kraft; aber dann ist die Arbeit der Kraft doch gleich der von dem Widerstande verbrauchten Arbeitsgröße. Denn (vergl. Abschn. VIII) der Angriffspunkt des Widerstands (der Last) legt in der nämlichen Zeit einen soviel mal kleineren Weg zurück, als der Widerstand größer ist, als die Kraft.

Dieses allgemeine Gesetz der Mechanik, das in seinen Folgerungen, wie wir weiter unten sehen werden, von außerordentlicher Bedeutung ist, und welches man das Grundgesetz der Mechanik nennen kann, findet in verschiedenen Worten seinen Ausdruck.

Man sagt: Jede Wirkung (Action) ist ihrer Gegenwirkung (Reaction) gleich.

Oder auch: Die Arbeit der bewegenden Kraft (franz. travail moteur) muß der Arbeit der widerstehenden Kraft (travail résistant) gleich sein.

Auch: Die Arbeit der Kraft ist gleich der Arbeit der Last: also $P . s = Q . s'$, wenn Q der überwundene Widerstand (die Last) und s' der Weg ist, auf welchem der Widerstand (die Last) überwunden wurde.

§. 27.

Eine Kraft, wie die Triebkraft einer Maschine, hat aber immer verschiedene Widerstände zu überwinden. Einmal sind es die allgemeinen Bewegungshindernisse, wie hauptsächlich Reibung ꝛc., welche entgegenwirken und deren Ueberwindung einen Theil der von der Kraft verrichteten Arbeitsgröße verzehren; sodann will man ja aber immer eine gewisse industrielle, eigentlich nutzbare Arbeit verrichten, — die Mühle soll das Getreide mahlen, die Hobelmaschine soll Holz oder Metall bearbeiten u. s. w. Es ist daher klar, daß von der durch eine Kraft verrichteten Arbeitsgröße oder ihrem Effekte immer nur ein Theil den gewünschten nutzbaren Effekt hervorbringt d. i. die verlangte Arbeit vollbringt. Diesen Theil der aufgebotenen Arbeits- oder Wirkungsgröße nennt man den Nutzeffekt, wogegen der durch die allgemeinen Bewegungswiderstände verbrauchte Antheil mit dem Namen Nebeneffekt bezeichnet wird.

Nutzeffekt und Nebeneffekt zusammen machen den absoluten oder Totaleffekt eines Motors aus.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Wenn ein Pferd bei einer Geschwindigkeit von $1^1/_2$ Meter einen Wagen zieht, und der Kraftmesser zeigt eine fortwährende Spannung von 48 kg, wie groß ist die vom Pferde verrichtete Arbeit?

Auflösung. Es ist $Pv = 48 . 1^1/_2 = 72$ kgm per Sek.;
folglich $Ps = 60 . 72 = 4320$ kgm per Minute.

2te Aufgabe. Welche Arbeit ist aufzubieten, um eine Last von 20 Centner 9 m zu heben?

Auflösung. Da der zu überwältigende Widerstand $Q = 20 . 50$ kg, so ist die zu verrichtende Arbeitsgröße $Q . s = 1000 . 9 = 9000$ kgm.

Soll die Arbeit in einer Minute beendigt sein, so ist hiezu per Sekunde eine Leistung von $\frac{9000}{60 . 75}$ d. i. von 2 Pferdekräften (Pferdestärken) nöthig, d. h. die Leistungsfähigkeit irgend einer Kraft (einer Maschine) muß, abgesehen von den Bewegungshindernissen, so groß sein. Sollen also aus einem Bergwerke ꝛc. in der Minute 20 Centner 9 m hoch gehoben werden, so bedürfte es einer Dampf- oder einer andern Maschine, deren nutzbarer Effekt 2 Pferdekräfte betrüge.

Wenn die zum Heben angewendete Kraft nur 25 kg groß ist*), so muß selbige während der Hebung der Last einen Weg s zurücklegen, welcher

$$= \frac{9000}{25} = 360 \text{ d. i. } 40 \,.\, 9 \text{ m beträgt.}$$

Denn die Wirkung, welche von der Kraft während des Hebens ausgeübt werden kann, also Ps ist $= 25 \,.\, s$. Diese Wirkung muß aber nach §. 26 so groß sein, als obige Wirkung von 9000 kgm, welche ausgeübt werden soll; daher $25 \,.\, s = 9000$, und folglich

$$s = \frac{9000}{25} = 360 \text{ m.}$$

Da die Kraft, welche 40mal kleiner ist als die Last, den 40fachen Weg dieser letztern zurücklegen muß, so sieht man, daß in dem Verhältniß, als die Kraft geringer ist, als die zu überwindende Last, erstere einen so vielmal größern Weg zu durchlaufen hat.

3te Aufgabe. Wie groß muß die aufzuwendende Wirkungsgröße in einer Sekunde sein, um einen Hammer von 300 kg Gewicht, der in 1 Minute 100 Schläge machen und jedesmal 66 Centimeter hoch gehoben werden soll, im Gang zu erhalten?

Auflösung. Da der Weg des Hammers per Minute = 66 m beträgt,

so ist die sekundliche Arbeit $Ps = \frac{300 \,.\, 66}{60} = 330$ kgm;

$$\text{d. i. } Ps = \frac{330}{75} = 4{,}4 \text{ Pferdekräfte.}$$

Dazu kommt freilich auch noch die Arbeit, welche zur Ueberwindung der Reibung an den Wellzapfen, sowie an den Daumen ꝛc. verwendet werden muß.

4te Aufgabe. Wenn vermittelst einer mechanischen Arbeit von 180 kgm ein Wagen auf einer ebenen Straße um 9 Meter vorwärts getrieben wird, wie groß ist der Reibungswiderstand, vorausgesetzt, daß die Kraftanstrengung gerade so groß war, um die Bewegung zu erhalten?

Auflösung. Es ist hier $Ps = 180$ kgm;

$$\text{folglich } P = \frac{180}{s} = \frac{180}{9} = 20 \text{ Kilogr.}$$

5te Aufgabe. Wenn vermittelst eines 400 kg schweren Rammklotzes A Fig. 12, welcher bei seiner Wirkung von einer Höhe von 3 m herunterfällt, ein Pfahl D so in die Erde getrieben wurde, daß derselbe in den letzten 20 Schlägen 9 cm tiefer in die Erde eingedrungen ist, wie viel ist der Pfahl im Stande zu tragen, ohne weiter einzusinken?

Auflösung. Nennt man allgemein das Gewicht des Rammklotzes P, und die Fallhöhe h, so ist die mechanische Arbeit des Rammklotzes bei jedem Schlag $= P \,.\, h$.

Bezeichnet aber Q den Widerstand des Erdreichs und s' den Weg, den der Pfahl bei jedem Schlage macht, d. h. die Länge des Eindringens, so ist die vom Pfahl bei jedem Schlag verrichtete Arbeit $= Q \,.\, s'$. Diese muß, wenn durch den Stoß (s. Abschn. V) kein Arbeitsverlust eintreten würde, natürlich der obigen vom Kloß auf den Pfahl übertragenen Arbeit gleich sein.

Somit ist $Ph = Q \,.\, s'$.

In vorstehendem Beispiele ist daher, da $s' = \frac{0{,}09}{20}$ m beträgt,

$$400 \,.\, 3 = Q \,.\, \frac{0{,}09}{20}.$$

---

*) Es versteht sich, daß eine kleinere Kraft nicht unmittelbar auf eine größere Last, sondern nur, wie oben in §. 26 schon angedeutet wurde, vermittelst besonderer Vorrichtungen, d. i. Maschinen auf diese überwältigend wirken kann.

Es ergibt sich darum für den Widerstand des Erdreichs, oder mit andern Worten, für die Last, welche der Pfahl tragen kann, ohne tiefer einzudringen,

$$Q = \frac{400 \,.\, 3 \,.\, 20}{0{,}09} = 266666{,}6 \text{ kg}.$$

Der Sicherheit wegen, und da immer ein Arbeitsverlust eintritt, weil der Pfahl eine theilweise Veränderung, ein Zusammenstauchen erleidet, soll man aber dem Pfahl nur $^1/_8$ bis $^1/_{10}$ dieses Gewichtes aufladen.



Fig. 12.

6te Aufgabe. Wenn es einem Menschen gelänge, mit einer Flugmaschine sich zu erheben, welche Höhe könnte derselbe per Sekunde erreichen?

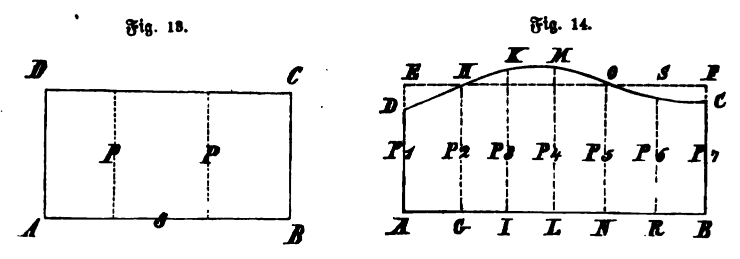
Auflösung. Nimmt man das Gewicht des Menschen sammt Maschine zu 80 kg an, so müßte derselbe bei Hebung dieses Gewichtes auf die Höhe h, ohne weitere Bewegungshindernisse, per Sekunde eine Arbeit von 80 . h kgm verrichten.

Die Leistungsfähigkeit eines Menschen zu 1/7 Pferdekraft, also zu $\frac{75}{7}$ kgm angenommen, müßte also $80 \cdot h = \frac{75}{7}$ kgm sein, und es würde die sekundliche Erhebung $h = \frac{75}{7 \cdot 80} = 0{,}134$ m betragen.

Es ist diese Geschwindigkeit im Vergleiche zu andern, wie namentlich zur Fahrgeschwindigkeit auf Eisenbahnen, so gering, daß wenn das Projekt auch ausgeführt werden könnte, der wirkliche Erfolg gar keine Bedeutung hätte.

§. 28.

Da die mechanische Arbeit immerhin ein Produkt aus Kraft und Weg ist, so läßt sich solche auch durch den Flächeninhalt eines Rechtecks $ABCD$ Fig. 13 ausdrücken, dessen Grundlinie AB den zurückgelegten Weg s, und dessen Höhe AD die mittlere Kraft (den mittlern Widerstand) P vorstellt, welche auf dem Wege s wirksam ist.



Es lassen sich darum auch die von Kräften verrichteten Arbeiten wie die Bewegungsgesetze nach §. 12 figürlich darstellen.

Ist die Kraft (der Widerstand) veränderlich, so wird die Arbeit durch den Flächeninhalt einer Figur $ABCD$ Fig. 14 ausgedrückt, die zur Grundlinie AB den Weg s hat, und deren Höhe über jeder Stelle der Grundlinie gleich ist der jeder Stelle des Weges entsprechenden Kraft.

Sind AD, GH, IK .... und BC diese Höhen, und man macht $AE = BF$, gleich dem durchschnittlichen Mittel dieser Größen, so stellt auch das Rechteck $ABFE$ die gleiche Arbeitsgröße dar.

Soll darum die von einer veränderlichen Kraft verrichtete Arbeit berechnet werden, so bilde man nur auf genannte Weise eine Figur $ABCMD$ und berechne deren Flächeninhalt. Kennt man die mittlere Kraft, so berechne man das entsprechende Rechteck $ABFE$.

Die einfachste Art, den Inhalt einer krummlinigen Figur zu berechnen, ist, wie die Geometrie lehrt, die, daß man die Figur als aus lauter Paralleltrapezen bestehend, ansieht.

Theilt man nun zu dem Ende den Weg $AB = s$ in eine große Anzahl z. B. n gleiche Theile, und es bezeichnen die Höhen AD, GH u. s. w. die nach einander beobachteten Kräfte (Widerstände) P_1, P_2,

$P_3, \ldots . P_{n+1}$, so ist der Inhalt der obigen Figur, also die von den genannten Kräften verrichtete Arbeit

$$Ps = \left(\frac{P_1 + P_{n+1}}{2} + P_2 + P_3 \ldots + P_n\right)\frac{s}{n};$$

daher mittlere Kraft oder mittlerer Widerstand

$$P = \frac{\left(\frac{P_1 + P_{n+1}}{2} + P_2 + \ldots + P_n\right)}{n}.$$

Ein genaueres Resultat für den Inhalt der obigen Figur, also auch für die Arbeit gibt die s. g. Simpson'sche Formel

$$Ps = \left[P_1 + P_{n+1} + 2(P_3 + P_5 + \ldots) + 4(P_2 + P_4 + \ldots + P_n)\right]\frac{s}{3n}$$

für welche n immer eine gerade Zahl sein, und die erste und letzte Senkrechte P_1 und P_{n+1} ganz, die ungeraden Senkrechten P_3, P_5 u. s. w. doppelt, die geraden P_2, P_4 u. s. w. aber 4fach in Rechnung genommen werden müssen.

Aufgabe.

Es soll die Arbeit eines Zugpferdes berechnet werden, welche dieses beim Fortziehen eines Wagens auf einem Wege von 80 Meter verrichtet, wenn folgende Beobachtungen gemacht wurden:

Die durch das Dynamometer (§. 19) angegebene anfängliche Kraft sei = 70 kg;

nach einem Weg von 10	Meter sei die Kraft	= 65 „
„ „ „ „ 20	„ „ „ „	= 60 „
„ „ „ „ 30	„ „ „ „	= 64 „
„ „ „ „ 40	„ „ „ „	= 62 „
„ „ „ „ 50	„ „ „ „	= 55 „
„ „ „ „ 60	„ „ „ „	= 58 „
„ „ „ „ 70	„ „ „ „	= 60 „
„ „ „ „ 80	„ „ „ „	= 63 „

Nach der ersten der obigen Formeln ist die Arbeit

$$Ps = \left(\frac{70 + 63}{2} + 65 + 60 + 64 + 62 + 55 + 58 + 60\right)\frac{80}{8}$$

d. i. $Ps = 490,5 \,.\, 10 = 4905$ kgm.

Die mittlere Kraft ist $P = \frac{4905}{80} = 61,3$ kg.

Nach der zweiten, genauern Formel ist die Arbeit

$$Ps = \left[70 + 63 + 2\,(60 + 62 + 68) + 4\,(65 + 64 + 55 + 60)\right]\frac{80}{3\,.\,8},$$

folglich

$$Ps = (133 + 360 + 976)\ {}^{10}/_{3} = \frac{14690}{3} = 4896,6 \text{ kgm}$$

und daher die mittlere Kraft

$$P = \frac{4896,6}{80} = 61,2 \text{ kg}.$$

Berechnet man die **mittlere Kraft** aus der Summe der obigen neun Kräfte 70 + 65 + ..., so erhält man $P = \frac{557}{9} = 61{,}9$ kg; und folglich $Ps = 61{,}9 \,.\, 80 = 4952$ kgm.

Wie schon oben bemerkt, ist das vorletzte Resultat das genaueste.

§. 29.

Ein in Bewegung begriffener Körper verrichtet stets eine Arbeit, denn er überwindet einen Widerstand und legt dabei einen Weg zurück. Eine wichtige Frage ist nun, wie groß die Arbeit sei, welche der sich selbst überlassene Körper, ohne weitere Einwirkung einer Kraft zu verrichten im Stande ist, bis dieselbe durch die Bewegung, d. i. durch die hiebei zu überwindenden Widerstände verbraucht ist, der Körper also zur Ruhe gelangt.

Nach §. 14 bewegt sich ein Körper, der eine Anfangsgeschwindigkeit c hat, und welche durch irgend einen beständigen Widerstand P in jeder Sekunde um $\mathfrak{g}$ vermindert wird, durch einen Raum

$$s = \frac{c^2}{2\mathfrak{g}}$$

bis er zur Ruhe kommt.

Der Körper hat also in Folge der ihm anfänglich mitgetheilten Geschwindigkeit das Vermögen, auf dem ganzen Wege s den genannten Widerstand zu überwinden, und besitzt vermöge dieser Geschwindigkeit gleichsam einen Vorrath an Kraft, welcher durch besagten Widerstand erst nach und nach aufgezehrt wird.

Man sagt darum, ein in Bewegung begriffener Körper ist vermöge seiner Geschwindigkeit ein eigentliches **Kraftmagazin**, welches ihn fähig macht, eine Arbeit zu verrichten, d. h. der Körper besitzt eine gewisse **Wirkungsfähigkeit**.

Bezeichnet nun G das Gewicht des Körpers, und setzt man in der Gleichung $s = \frac{c^2}{2\mathfrak{g}}$ für die Beschleunigung resp. Verzögerung $\mathfrak{g}$ den in §. 21 aus der Proportion $P : G = \mathfrak{g} : g$ gefundenen Werth $\mathfrak{g} = \frac{P}{G} \,.\, g$, wobei g die Beschleunigung (beziehungsweise Verzögerung) der Schwere bezeichnet, so erhält man

$$s = \frac{c^2}{2 \,.\, \frac{P}{G} \,.\, g} = \frac{Gc^2}{2 \,.\, P \,.\, g};$$

woraus sich ergibt

$$P \,.\, s = \frac{G \,.\, c^2}{2 \,.\, g}.$$

Diese äußerst wichtige Gleichung sagt:

Man erhält die Arbeits- oder Wirkungsgröße $(P.s)$, welche irgend ein bewegter, sich selbst überlassener Körper ausüben kann, während er aus einer Geschwindigkeit c durch gleichmäßige Verzögerung in den Zustand der Ruhe übergeht, wenn man das Gewicht des Körpers mit dem Quadrat der Anfangsgeschwindigkeit multiplizirt und durch die doppelte Beschleunigung der Schwere dividirt.

Oder aber auch:

Die mechanische Arbeit $(P.s)$, welche eine Masse in sich aufnimmt, wenn sie aus dem Zustande der Ruhe in eine Geschwindigkeit v versetzt werden soll, ist $= \frac{G.v^2}{2.g}$, d. i. gleich dem Produkte aus dem Gewichte dieser Masse und dem Quadrat der mitgetheilten Geschwindigkeit, dividirt durch die doppelte Beschleunigung der Schwere.

Denn eine beständige Kraft P, welche die Geschwindigkeit eines Körpers in jeder Sekunde um $\mathfrak{g}$ vermehrt, treibt diesen durch einen Raum $s = \frac{v^2}{2\mathfrak{g}}$, bis er vom Zustand der Ruhe in eine Endgeschwindigkeit v versetzt wird. Wird in dieser Gleichung obiger Ausdruck für $\mathfrak{g}$ substituirt, so hat man wieder $Ps = \frac{Gv^2}{2.g}$.

Ueberhaupt aber auch kann eine bewegte, am Ende sich selbst überlassene Masse, bis sie wieder zur Ruhe gelangt, keine andere Arbeit ausüben, als die Arbeit war, welche auf besagte Masse verwendet wurde, bis sie ihre Geschwindigkeit erhielt.

§. 30.*

Da nach §. 22 die Masse eines Körpers

$$M = \frac{G}{g}, \text{ also } G = M.g$$

ist, so erhält man, wenn man in der Gleichung $Ps = \frac{G.v^2}{2.g}$ die Masse M einführt: $Ps = \frac{Mv^2}{2}$.

Das Produkt aus der Masse M eines Körpers und dem Quadrate seiner Geschwindigkeit v, also Mv^2 nennt man in der Mechanik die **lebendige Kraft** des bewegten Körpers.

Es ist darum die **Wirkungsfähigkeit** oder die mechanische

Arbeit, welche ein bewegter Körper in sich gesammelt, die Hälfte der lebendigen Kraft.

In manchen Lehrbüchern der Mechanik ist als Werth der Masse $M = \frac{G}{2g}$ angenommen. Alsdann ist $Ps = Mv^2$, d. h. die Wirkungsfähigkeit ist gleich der lebendigen Kraft.

Diese Verschiedenheit des Verhältnisses zwischen Wirkungsfähigkeit und lebendiger Kraft hat aber keine weitere Bedeutung, da es sich nur darum handelt, daß man sich erinnert, welches der angenommene Werth für die Masse M ist. Für uns fällt der Unterschied ganz weg, da wir, wie oben, überall das Gewicht statt der Masse in Rechnung bringen. — Der Name „lebendige Kraft", die doch eine Arbeitsgröße bezeichnet, ist nicht gut gewählt und stammt aus früheren Zeiten, wo die Begriffe über Kraft und Kraftleistung noch unklar waren; allein auch dies hat nichts auf sich, da wir jetzt wissen, was wir darunter zu verstehen haben. Man überträgt darum oft, welches auch die Annahme für die Masse sein mag, den Namen „lebendige Kraft" auf das Produkt $\frac{Gv^2}{2g}$ und es ist demnach mit dem s. g. „Prinzipe der lebendigen Kräfte" nichts Anderes gesagt, als: Die Leistungsfähigkeit eines bewegten Körpers wächst mit der Masse oder dem Gewichte und dem Quadrat der Geschwindigkeit. — Ein Körper, der die doppelte Masse (doppeltes Gewicht) hat, wie ein anderer, übt demnach bei gleicher Geschwindigkeit die doppelte Wirkung aus; hingegen besitzt ein Körper von gleicher Masse, der sich aber doppelt so schnell bewegt, als ein anderer, die vierfache Leistungsfähigkeit.

Das Ansammeln oder die Aufspeicherung einer Arbeitsgröße findet namentlich statt durch das Schwungrad. Dasselbe besteht aus einem schweren Ringe von verhältnißmäßig großem Durchmesser. In demselben sammelt sich bei der Bewegung, in welche das Rad bei seiner Umdrehung versetzt wird, ein bestimmtes Arbeitsvermögen, welches dem Gewichte des Rades, sowie dem Quadrate der Umfangsgeschwindigkeit proportional ist. Wenn nun die ursprüngliche Triebkraft oder der von der Arbeitsmaschine zu überwindende Widerstand sich verändert, so gleicht das Schwungrad die Unregelmäßigkeiten in der Bewegung in so ferne aus, als es bei unzureichender Triebkraft von dem angesammelten Arbeitsvermögen abgibt und ebenso bei einem Ueberschusse von Kraft denselben aufnimmt. Im ersten Falle wird eine allmälige Abnahme, im zweiten eine stetige Zunahme der Umdrehungsgeschwindigkeit eintreten. Das Schwungrad verhindert also eine plötzliche Störung im Gange einer Maschine und setzt insbesondere, kraft des angesammelten Arbeitsvermögens, die Bewegung auch dann noch fort, wenn die Triebkraft für einen Moment zu gering oder der Widerstand zu groß wäre.

§. 31.

Wenn aber ein bewegter, sich selbst überlassener Körper, dessen Anfangsgeschwindigket c war, durch gleichmäßige Verzögerung in die geringere Geschwindigkeit v versetzt wurde, so ist natürlich die Arbeit,

die während dieser Zeit verrichtet wurde, geringer, als die Arbeit, welche ausgeübt wird, bis die Bewegung ganz aufhört. Und zwar ist die Arbeit

$$Ps = \frac{Gc^2}{2g} - \frac{Gv^2}{2g} = G\left(\frac{c^2 - v^2}{2g}\right).$$

Denn bis die Geschwindigkeit c ganz aufgezehrt wäre, verrichtet nach §. 29 die bewegte Masse die Arbeit $\frac{Gc^2}{2g}$; vermöge der Geschwindigkeit v aber könnte die Masse noch die Arbeit $\frac{Gv^2}{2g}$ verrichten. Somit erhält man die Arbeit, die verrichtet wurde, während durch die genannte Verzögerung die Anfangsgeschwindigkeit c in die Geschwindigkeit v vermindert wurde, wenn man die letztere Arbeit von der erstern abzieht.

Das gleiche Resultat erhält man, wenn in die Formel $s = \frac{c^2 - v^2}{2 \cdot \mathfrak{g}}$ — welche nach §. 14 den Weg ausdrückt, den der Körper zurücklegt, während die genannte Bewegungsänderung erfolgt — für die Verzögerung $\mathfrak{g}$ den obigen Werth $\frac{P}{G} \cdot g$ substituirt.

Ein bewegter, sich selbst überlassener Körper vom Gewichte G übt demnach eine Arbeit Ps aus, die

$$= G\left(\frac{c^2 - v^2}{2g}\right)$$

ist, wenn er aus einer Anfangsgeschwindigkeit c in Folge eines beständigen Widerstandes P durch gleichmäßige Verzögerung in eine geringere Geschwindigkeit v übergeht.

Ingleichem auch, soll ein Körper aus einer Anfangsgeschwindigkeit c durch gleichförmige Beschleunigung in eine größere Geschwindigkeit v versetzt werden, so muß eine Arbeitsgröße

$$Ps = G\left(\frac{v^2 - c^2}{2g}\right)$$

auf den Körper einwirken.

Denn damit der Körper aus der Ruhe in die Geschwindigkeit v versetzt wurde, mußte er die Arbeitsgröße $\frac{Gv^2}{2g}$ aufnehmen; bis der Körper aber die Geschwindigkeit c erreicht, hat er schon die Wirkungsgröße $\frac{Gc^2}{2g}$ aufgenommen; also bedarf er zur Umsetzung seiner Geschwindigkeit von c in v nur noch einer Arbeitsgröße gleich dem Unterschiede $\frac{Gv^2}{2g} - \frac{Gc^2}{2g}$.

Bei einem Körper, der sich in einer rotirenden Bewegung befindet, haben die verschiedenen Massentheilchen, je nach ihrer Entfernung von der Drehaxe, auch verschiedene Geschwindigkeiten, und folglich auch ist die jedem Massentheilchen zukommende lebendige Kraft eine andere.

Wären m_1, m_2, m_3 &c. die Massen der genannten Massentheilchen und v_1, v_2, v_3 &c. die zugehörigen Geschwindigkeiten, so wären nach §. 30 die lebendigen Kräfte dieser einzelnen Theilchen $= m_1 v_1^2$, $m_2 v_2^2$, $m_3 v_3^2$ &c.; folglich die lebendige Kraft des ganzen Körpers

$$= m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 + m_3 v_3^2 + \ldots\ldots$$

Es ist aber nach §. 8, wenn w die Winkelgeschwindigkeit, d. h. die Geschwindigkeit des Massentheilchens in der Entfernung 1 von der Drehaxe bezeichnet, und wenn a_1, a_2, a_3 &c. die bezüglichen Entfernungen von der Drehaxe sind,

$$v_1 = a_1 w; \; v_2 = a_2 w; \; v_3 = a_3 w \text{ &c.}$$

Somit ist die lebendige Kraft des ganzen rotirenden Körpers

$$M v^2 = m_1 (a_1 w)^2 + m_2 (a_2 w)^2 + m_3 (a_3 w)^2 + \ldots\ldots$$
$$= w^2 (m_1 a_1^2 + m_2 a_2^2 + m_3 a_3^2 + \ldots.)$$
$$= w^2 . \left(\frac{p^1}{g} a_1^2 + \frac{p^2}{g} a_2^2 + \frac{p^3}{g} a_3^2 + \ldots.\right),$$

wenn p_1, p_2 und p_3 die den Massen m_1, m_2 &c. zukommenden Gewichte bezeichnen.

Aufgaben.

1te Aufgabe. Wenn der Ring eines Schwungrads ein Gewicht von 4000 kg und einen Durchmesser von 5 Meter hat und wenn das Rad per Minute 48 Umdrehungen macht, wie groß ist das vom Ring aufgenommene und wieder abzugebende Arbeitsvermögen?

Auflösung. Es ist die Umfangsgeschwindigkeit des Ringes

$$v = \frac{d . \pi . u}{60} = \frac{5 . 3{,}14 . 48}{60} = 12{,}56 \text{ m}$$

und folglich das Arbeitsvermögen (die lebendige Kraft) des Schwungrads

$$\frac{G v^2}{2g} = \frac{4000 . 12{,}56^2}{2 . 9{,}81} = 32162 \text{ kgm} = 428{,}8 \text{ Pferdekräfte.}$$

Wäre der Durchmesser nur halb so groß, so wäre auch v nur die Hälfte, also nur 6,28 Meter, und folglich das Arbeitsvermögen, welches mit dem Quadrate der Geschwindigkeit zu- oder abnimmt, nur der vierte Theil; also nur 107,2 Pferdekräfte.

2te Aufgabe. Welches ist der Effekt, welcher dem Wasser innewohnt, das durch einen Fluß von 60 Meter Breite und $1^1/_2$ Meter durchschnittlicher Tiefe fließt, wenn die mittlere Geschwindigkeit des Wassers 1 Meter beträgt?

Auflösung. Die in der Sekunde durchfließende Wassermenge beträgt

$$60 . 1^1/_2 . 1 = 90 \text{ Kubikmeter.}$$

Es ist somit das Gewicht dieses Wassers $G = 90 . 1000 = 90000$ kg, und daher das sekundliche Arbeitsvermögen oder der Effekt

$$\frac{G v^2}{2g} = \frac{90000 . 1^2}{2 . 9{,}81} = 4587 \text{ kgm} = 61{,}1 \text{ Pferdekräfte.}$$

Würde man das Wasser vermittelst eines Ueberfalles &c. so stauen, daß es eine Höhe (Gefälle) von 1 Meter herabfallen müßte, so wäre das Arbeitsvermögen der unten auffallenden Wassermenge

$$P . s = 90000 . 1 = 90000 \text{ kgm},$$

d. i. nahezu das 20fache des vorigen.

Man ersieht hieraus, welch großen Einfluß das Gefälle, das man einem verfügbaren Betriebswasser geben kann, auf die Wirkungsgröße desselben ausübt.

3te Aufgabe. Welche Arbeitsgröße wird erfordert, um einen Wagen, dessen Gewicht 90 Centner beträgt, abgesehen von der Reibung 2c., in eine Geschwindigkeit von 1,2 m zu versetzen?

Auflösung. Für diesen Fall ist die Wirkungsgröße

$$Ps = \frac{G \cdot v^2}{2 \cdot 9,81} = \frac{90 \cdot 50 \cdot 1,2^2}{2 \cdot 9,81} = 330,3 \text{ kgm.}$$

Die gleiche Arbeit von 330,3 kgm wird der Wagen verrichten, wenn ein Widerstand seiner Bewegung entgegenwirkt und verursacht, daß der Wagen allmälig zur Ruhe gelangt.

Da eine Pferdekraft = 75 kgm ist, so erfordert obige Geschwindigkeitsmittheilung, wenn solche in einer Sekunde erfolgen soll, $\frac{330,3}{75} = 4,4$ Pferdestärken.

Sollte dem gleichen Wagen in der nämlichen Zeit eine doppelte Geschwindigkeit = 2,4 m ertheilt werden, so wären 4mal so viel Pferde nöthig.

Aus der Gleichung $Ps = 330,3$ kgm kann, wenn gesagt ist, nach welchem Wege s dem Wagen eine Geschwindigkeit von 1,2 m mitgetheilt werden soll, die Größe der anzuwendenden Kraft P gefunden werden.

Sollte z. B. der Wagen nach einem Wege von 12 m die Geschwindigkeit von 1,2 m erhalten, so wäre

$$P \cdot 12 = 330,3 \text{ kgm; folglich Kraft } P = \frac{330,3}{12} = 27,5 \text{ kg.}$$

Umgekehrt kann auch der Weg s berechnet werden, nach welchem die genannte Geschwindigkeit eintritt, wenn die Kraft bekannt ist, und von allen Bewegungswiderständen abgesehen wird.

Gäbe nämlich das Dynamometer einen Kraftwerth von 30 kg an, so hätte man

$$P \cdot s = 30 \cdot s = 330,3; \text{ folglich Weg } s = \frac{330,3}{30} = 11,01 \text{ m.}$$

4te Aufgabe. Wie groß ist die Arbeit der bei der Explosion des Pulvers wirksamen Kraft, welche einer 12 kg schweren Kanonenkugel eine Geschwindigkeit von 500 m ertheilt?

Auflösung. Abgesehen von der auf den Lauf und die Lafette ausgeübten Wirkung und von den Bewegungswiderständen, welche die Kugel im Laufe erleidet, erfordert die Bewegung der Kugel allein eine Arbeitsgröße

$$= \frac{12 \cdot 500^2}{2 \cdot 9,81} = 152905 \text{ kgm.}$$

Wollte man mit einer Maschine in jeder Sekunde eine solche Kugel mit der genannten Geschwindigkeit fortschleudern, so müßte der Nutzeffekt derselben

$$= \frac{152905}{75} = 2038,7 \text{ Pferdekräften sein.}$$

Ebenso groß, wie obige Kraftwirkung, also = 152905 kgm ist auch die Wirkungsfähigkeit der Kugel im Augenblicke des Abschießens.

5te Aufgabe. Ein Wagenzug auf der Eisenbahn, dessen Gewicht 80000 kg betrage, habe eine Geschwindigkeit von 10 Meter. Wenn nun der Dampfzufluß abgesperrt wird, wie weit geht der Zug noch kraft seines Beharrungsvermögens fort?

Auflösung. Vor Allem bedenke man, daß auf einer vollkommen horizontalen Bahn — wie schon früher bemerkt wurde — nur der Reibungs- und der gewöhnliche Luftwiderstand zu überwinden ist. Dieser beträgt aber auf Eisenbahnen nur etwa $\frac{1}{200}$ der Last; d. h. um auf einer als horizontal angenommenen Eisenbahn bei ruhiger Luft 200 kg zu ziehen, muß man bloß einen beständigen Widerstand von 1 kg überwinden.

Nach gegenwärtiger Aufgabe beträgt also auf einer horizontalen Bahn der zu überwindende Widerstand $\frac{80000}{200} = 400$ kg. Dieser Widerstand soll nun auf einer unbekannten Länge von s Meter überwunden werden; es muß daher die Wirkungsgröße $P \,.\, s = 400 \,.\, s$ sein.

Der auszuübenden Wirkung muß aber die Wirkungsfähigkeit, welche dem bewegten Zuge innewohnt, gleich sein.

Diese Wirkungsfähigkeit ist gleich

$$\frac{Gv^2}{2 \,.\, 9{,}81} = \frac{80000 \,.\, 10^2}{2 \,.\, 9{,}81}.$$

Somit ist $400 \,.\, s = \frac{80000 \,.\, 100}{2 \,.\, 9{,}81}$; folglich

Weg $s = \frac{80000 \,.\, 100}{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 400} = 1019$ m,

wie eine andere Lösung schon oben Seite 35 ergeben hat.

Wollte man wissen, welche mechanische Arbeit aufgeboten werden müßte, um den genannten Bahnzug im Anfange der Bewegung und zwar auf einem Wege von 300 Meter in eine Geschwindigkeit von 10 Meter zu versetzen, so findet man:

1) Arbeit um eine 80000 kg schwere Masse in eine Geschwindigkeit von 10 Meter zu versetzen (nach Aufg. 3)
$= \frac{80000 \,.\, 10^2}{2 \,.\, 9{,}81} = 407747$ kgm.

2) Arbeit um auf einem Wege von 300 Meter einen beständigen Widerstand von 400 kg zu überwinden
$= 400 \,.\, 300 = 120000$ „

Also gesammte nöthige Wirkungsgröße $= 527747$ kgm.

Wäre diese Arbeit in 1 Minute verrichtet worden, d. h. hätte der Zug in 1 Minute die Geschwindigkeit von 10 Meter und zwar auf dem genannten Wege von 300 Metern (was der mittleren Geschwindigkeit = 5 Meter entspricht), erhalten, so wäre der entwickelte Nutzeffekt der Dampfmaschine

$$= \frac{527747}{60 \,.\, 75} = 117 \text{ Pferdekräften.}$$

Ist der Zug einmal im Gang, so ist, um die fragliche Geschwindigkeit von 10 Meter zu erhalten, bloß ein sekundlicher Effekt von $\frac{400 \,.\, 10}{75} = 53{,}3$ Pferdekräften nothwendig.

6te Aufgabe. Ein Wagen von 4000 kg Gewicht geht mit einer Geschwindigkeit von 4,8 m auf einer vollkommen glatten Schienenbahn fort, und wird durch eine auf ihn wirkende Kraft in eine Geschwindigkeit von 9 m versetzt; wie groß ist die von dieser Kraft verrichtete oder von dem Wagen in sich aufgenommene Arbeit?

Auflösung. Für einen solchen Fall ist die mechanische Arbeit

$$Ps = \left(\frac{v^2 - c^2}{2 \,.\, 9{,}81}\right) G = \left(\frac{9^2 - 4{,}8^2}{2 \,.\, 9{,}81}\right) . \, 4000;$$

folglich $Ps = \frac{57{,}96}{19{,}62} \,.\, 4000 = 11816$ kgm.

Ist auf einem Wege von 90 m Länge die genannte Geschwindigkeitsänderung eingetreten, so ist

$$Ps = P \,.\, 90 = 11816 \text{ kgm,}$$

also die angewendete Kraft

$$P = \frac{11816}{90} = 131{,}3 \text{ kg.}$$

Hätte man aber eine Kraft von 500 kg angewendet, so wäre

$$P \,.\, s = 500 \,.\, s = 11816; \text{ folglich}$$

$$\text{Weg } s = \frac{11816}{500} = 23{,}63 \text{ m},$$

auf welchem Weg fragliche Beschleunigung vor sich gehen würde.

7te Aufgabe. Ein 100000 kg schwerer Wagenzug habe in Folge der Reibung auf der Eisenbahn seine Geschwindigkeit von 12 Meter nach einem zurückgelegten Wege von 1600 Meter gänzlich verloren, nachdem die Dampfmaschine nicht mehr arbeitete; man soll den Bewegungswiderstand berechnen.

Auflösung. Es ist $Ps = \frac{Gv^2}{2 \,.\, 9{,}81} = \frac{100000 \,.\, 144}{2 \,.\, 9{,}81}$;

folglich da $s = 1600$ Meter ist,

$$\text{Widerstand } P = \frac{100000 \,.\, 144}{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 1600} = 458{,}7 \text{ kg},$$

d. i. $\frac{100000}{458{,}7} = \frac{1}{218}$ der Last.

8te Aufgabe. Wenn in voriger Aufgabe nach einem Wege von 1600 Meter der Zug noch nicht zur Ruhe gelangt, sondern noch eine Geschwindigkeit von 2 Meter hat, wie groß ist dann der Bewegungswiderstand?

Auflösung. Jetzt ist

$$P \,.\, s = \left(\frac{c^2 - v^2}{2 \,.\, 9{,}81}\right) G; \text{ d. i.}$$

$$P = \left(\frac{c^2 - v^2}{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, s}\right) G = \frac{(144 - 4)\, 100000}{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 1600} = 446 \text{ kg}$$

$$= \frac{1}{224} \text{ der Last.}$$

III. Abschnitt.

Von der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte und der von diesen erzeugten Bewegungen.

1. Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte.

§. 32.

In dem letzten Abschnitte war überall nur von der Wirkung **einer** Kraft, welche irgend einem Körper eine gewisse Bewegung mittheilt, die Rede. Nun tritt aber gar häufig, ja sogar meistens der Fall ein, daß auf einen in Bewegung gesetzten Körper nicht bloß eine, sondern **mehrere** Kräfte wirken und daß darum die Bewegung, die der Körper annimmt, ein Ergebniß der vereinigten Wirkung dieser Kräfte ist.

In einem solchen Fall, wo zwei oder mehrere Kräfte auf einen und denselben Körper einwirken, handelt es sich nun darum, zu erfahren, welche eine, einzige Kraft man statt jener Kräfte anbringen müßte und wie und wo solche zu wirken hätte, um die nämliche Wirkung auf den Körper hervorzubringen, — um ihm die gleiche Bewegung mitzutheilen, d. i. um die gleiche Arbeit zu verrichten, wie jene Kräfte zusammen.

Man nennt die Lösung der hier sich aufwerfenden Fragen die Zusammensetzung der Kräfte, und versteht darunter also das Aufsuchen einer einzigen Kraft, welche mehrere andere in allen Beziehungen vollständig zu ersetzen vermag. Diese zu bestimmende eine Kraft nennt man die Mittelkraft, Mittlere, besser aber noch die Resultirende, weil sie eigentlich das Resultat oder das Ergebniß der vereinigten Wirkung jener mehreren Kräfte ist. Die Kräfte hingegen, welche man zu einer einzigen oder Mittelkraft zusammensetzt, bezeichnet man mit dem Namen Seitenkräfte oder Componenten.

Um mehrere Kräfte zu einer einzigen Kraft zusammensetzen zu können, erfordert es, daß man nicht, wie bisher, nur die Größe (Intensität) einer jeden Kraft weiß, sondern es ist nun auch auf die Kraftrichtung (Richtungslinie) und die Lage des Angriffspunktes der Kraft Rücksicht zu nehmen. Größe, Richtungslinie und Angriffspunkt einer Kraft zusammen bedingen überhaupt erst die eigentliche Wirkung, welche dieselbe auszuüben vermag.

Hinsichtlich der Richtung, nach welcher mehrere Kräfte auf einen und denselben Körper einwirken, können nun folgende Fälle eintreten:

a) die Kräfte wirken so, daß die Richtungslinien ihrer Bewegung eine gerade Linie bilden, und die Bewegung geschieht in einerlei Richtung;
b) die Richtungslinien fallen wieder zusammen, aber die Bewegung findet in entgegengesetzter Richtung statt;
c) die Kräfte wirken so, daß ihre Richtungslinien zwar in einer Ebene liegen, aber einen Winkel mit einander bilden;
d) die Kräfte wirken so auf den Körper, daß ihre Richtungslinien wieder Winkel bilden, aber nicht in einer Ebene liegen;
e) es wirken die Kräfte so, daß ihre Richtungslinien parallel sind.

§. 33.

Wenn Kräfte, wie P und Q, Fig. 15, an zwei Punkten A und C einer geraden Linie nach einerlei Richtung wirken, so ist ihre Gesammtwirkung begreiflicher Weise gleich der einer einzigen Kraft, welche an einem beliebigen Punkte der Linie AB nach derselben Richtung wirksam und gleich der Summe von P und Q ist.

Fig. 15.



Bezeichnet man diese eine Kraft (Mittelkraft, Resultirende), wie üblich ist, mit dem Buchstaben R, so ist also

$$R = P + Q.$$

Stellt AC die Richtung und Größe der Kraft P, und CB die von Q vor, so wird durch AB die Kraft R ihrer Größe und Richtung nach ebenfalls dargestellt.

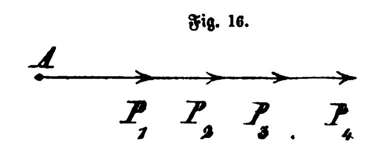


Fig. 16.

Ebenso, wenn nach gleicher Richtung die Kräfte P_1, P_2, P_3 u. s. w., Fig. 16, wirken, so ist ihr Druck oder Zug gleich dem einer einzigen Kraft R, welche so groß ist, als diese einzelnen Kräfte zusammengenommen; d. h.

$$R = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \ldots$$

Die Resultirende oder die Mittelkraft von irgend einer Anzahl Kräfte, welche nach gleicher Richtung wirken, ist darum gleich der Summe dieser Kräfte.

Hieraus folgt, daß die Mittlere von n gleichen an einem Punkte nach gleicher Richtung wirkenden Kräften gleich ist einer einzigen Kraft, welche das $n$fache einer jeden von ihnen ist.

§. 34.

Wenn zwei gleiche Kräfte P und Q, Fig. 17, nach einer geraden Linie, aber entgegengesetzt an einem Körper A wirken, so ist natürlich, daß sie sich aufheben, also Gleichgewicht entsteht; es wird also in diesem Falle $R = 0$ sein.

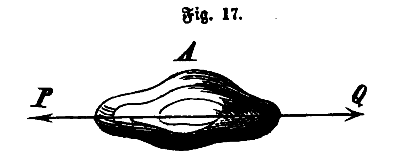


Fig. 17.

Wenn aber die Kräfte P und Q ungleich sind, so wird der Körper sich nach der Richtung der größeren Seitenkraft und zwar so bewegen, als würde er mit einer einzigen Kraft R getrieben, welche gleich ist dem Unterschiede der beiden Seitenkräfte.

Ist also P größer als Q, so ist

$$R = P - Q.$$

Ueberhaupt auch, wenn auf jeder Seite mehrere Kräfte wirksam sind, so ist ihre Mittelkraft gleich der Summe der auf einer Seite wirkenden Kräfte, weniger der Summe der entgegengesetzt wirkenden, und sie wirkt nach der Richtung derjenigen Kräfte, deren Summe am größten ist.

Fig. 18.

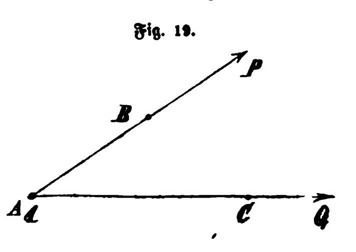
Wäre also in Figur 18 $P_1 + P_2 + P_3$ u. s. w. größer als $Q_1 + Q_2 + Q_3$ u. s. w., so müßte

$$R = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots - (Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots) \text{ sein.}$$

§. 35.

Wirken zwei Kräfte P und Q, Fig. 19, auf einen Körper so, daß ihre Richtungslinien sich in einem Punkte A schneiden, also einen Winkel BAC bilden, so ist A ihr gemeinschaftlicher Angriffspunkt*). Es geht darum auch die Richtung ihrer Mittelkraft durch denselben Angriffspunkt und fällt innerhalb des von den ursprünglichen Kraftrichtungen gebildeten Winkels. Sind die Kräfte P und Q gleich, und wirken beide Kräfte während gleichen Zeiten, oder beständig, so wird nach §. 5 der Körper einen geradlinigen Weg zurücklegen, und die Richtungslinie der Mittleren wird den Winkel BAC halbiren. Wächst aber eine Kraft, z. B. P, so wird die Bahn des Angriffspunktes mehr von der Richtungslinie der andern Kraft Q abgelenkt und die Richtung der Mittelkraft wird sich also mehr der Richtung der größeren Seitenkraft nähern.

Fig. 19.

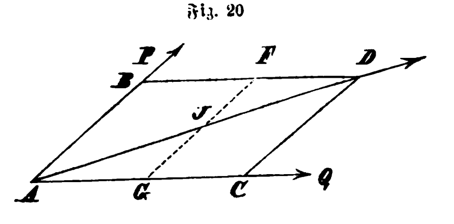


Was die Größe der Mittlern oder Resultirenden betrifft, so ist klar, daß je mehr die Richtungslinien der beiden Seitenkräfte sich einander nähern, desto größer ihre Resultirende ausfallen wird, bis diese gleich ist der Summe beider Seitenkräfte, wenn deren Richtungen zusammenfallen. Entfernen sich aber die Richtungslinien der Seitenkräfte von einander, so wird die Mittlere immer geringer, bis sie gleich wird dem Unterschied der beiden Seitenkräfte, wenn nämlich die Richtungslinien dieser letztern entgegengesetzt sind. — Es liegen also die Grenzen der Mittelkraft zweier unter einem Winkel wirkenden Kräfte immer zwischen der Summe und dem Unterschiede dieser Kräfte.

§. 36.

Nimmt man nun an, es stellen in Fig. 20 AB und AC die Richtungen und Größen der Kräfte P und Q, welche beide gleicher Natur, z. B. beide gleichzeitig wirkende, bloß anstoßende oder beide beständige Kräfte sind, vor, so ist klar, daß wenn P allein wirken würde, diese Kraft einen in A befindlichen Körper in einer gewissen Zeit nach B treibt. Würde aber die Kraft

Fig. 20



*) Es ist klar, daß man den Angriffspunkt einer Kraft in jedem beliebigen Punkt ihrer Richtungslinie denken kann, und darum ist der Durchschnittspunkt der geraden Linien, welche die Kraftrichtungen anzeigen, als gemeinschaftlicher Angriffspunkt anzusehen.

Q allein wirken, so müßte der Körper in der nämlichen Zeit nach einem Orte C gelangen.

Wenn daher beide Kräfte P und Q zugleich wirken, und man denkt sich, durch den Körper A gehe eine feste gewichtslose Linie AB, so ist offenbar, daß in der obigen Zeit, vermöge der Kraft Q, der Körper sich in C befinden sollte, und die Linie AB ihre Lage in CD hat, welche parallel zu AB ist.

Läßt sich nun aber der Körper A auf der Linie AB frei verschieben, so gelangt er vermöge der Wirkung der Kraft P in der nämlichen Zeit am Ende dieser Linie an, und kommt also nicht nach C, sondern nach D, wenn $CD = AB$ ist.

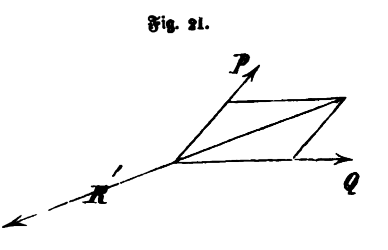
Ebenso begreift man leicht, daß in der halben Zeit die Linie AB sich in FG (wenn $AG = GC$ und FG parallel zu AB ist) und der Körper sich in der Mitte von FG, also in J befindet.

Da nun $ACDB$ ein Parallelogramm und AJD eine gerade Linie, also die Diagonale des Parallelogramms ist, so folgt, daß wenn man an dem Körper A eine einzige Kraft wirken lassen will, welche diesem Körper die gleiche Bewegung ertheilen soll, wie die beiden Kräfte P und Q, diese einzige, mittlere oder resultirende Kraft in der Richtung der Diagonale des über den Richtungslinien von P und Q beschriebenen Parallelogramms wirken muß. Da ferner durch die Wirkung dieser Mittleren der Körper den Weg AD zurücklegen soll, während P den Körper durch AB und Q durch AC bewegt, so stellt, da (§. 20 und 21) die Kräfte den gleichzeitig ertheilten Geschwindigkeiten oder den Wegen proportional sind, die Diagonale AD auch die Größe der Mittelkraft vor, wenn die Kräfte P und Q durch die Parallelogrammsseiten AB und AC dargestellt werden.

Der über die Zusammensetzung zweier unter einem Winkel auf einen Körper wirkenden Kräfte P und Q gültige, und durch das s. g. „Parallelogramm der Kräfte" ausgedrückte wichtige Satz heißt darum:

> Man nehme auf den Richtungslinien der Kräfte Stücke an, welche ihrer Größe nach sich zu einander verhalten wie die Kräfte; alsdann construire man über diesen angenommenen Stücken ein Parallelogramm und ziehe die Diagonale, so stellt diese Diagonale die Mittelkraft sowohl ihrer Richtung als auch Größe nach vor.

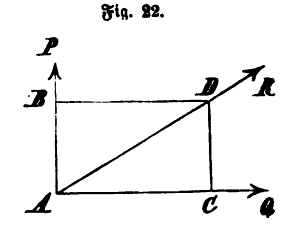
Läßt man in der Richtung der Diagonale, aber entgegengesetzt, eine Kraft R' Fig. 21 wirken, welche eben so groß ist, wie die durch die genannte Diagonale dargestellte mittlere Kraft, so nennt man jene die entgegengesetzte Mittlere, und sie ist, wenn sie gleichzeitig mit den beiden Seitenkräften P und Q wirkt, mit diesen im Gleichgewicht, d. h. sie hebt ihre Wirkungen auf.



Da der in D, Fig. 20, angekommene Körper eine Ortsveränderung erlitten hat, wie solche von beiden Kräften P und Q erstrebt wird, indem eine Verschiebung sowohl von A nach C, als auch von C nach D eintrat, so ist auch in der That die von der Mittelkraft verrichtete Arbeit gleich den, den beiden Seitenkräften P und Q zukommenden Arbeitsgrößen.

§. 37.

Wirken zwei Kräfte P und Q unter einem rechten Winkel auf einen Punkt, so erhält man durch einfache geometrische Betrachtung die Mittlere auf folgende Weise:



Man construire das Rechteck $ACDB$ Fig. 22, in welchem AB die Kraft P und $AC = BD$ die Kraft Q darstellt. Alsdann ist die Diagonale AD der Größe und Richtung nach gleich der Mittelkraft R, und weil $ABD = ACD$ ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Hypotenuse $AD = R$ ist, so erhält man

$$R^2 = P^2 + Q^2; \text{ folglich}$$

$$\text{Mittelkraft } R = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

woraus sich wieder ergibt:

$$P = \sqrt{R^2 - Q^2}, \text{ und}$$

$$Q = \sqrt{R^2 - P^2}.$$

Um die Richtung der Mittelkraft zu erfahren, construire man aus den gegebenen und der gefundenen Seite die Figur und messe den Winkel.

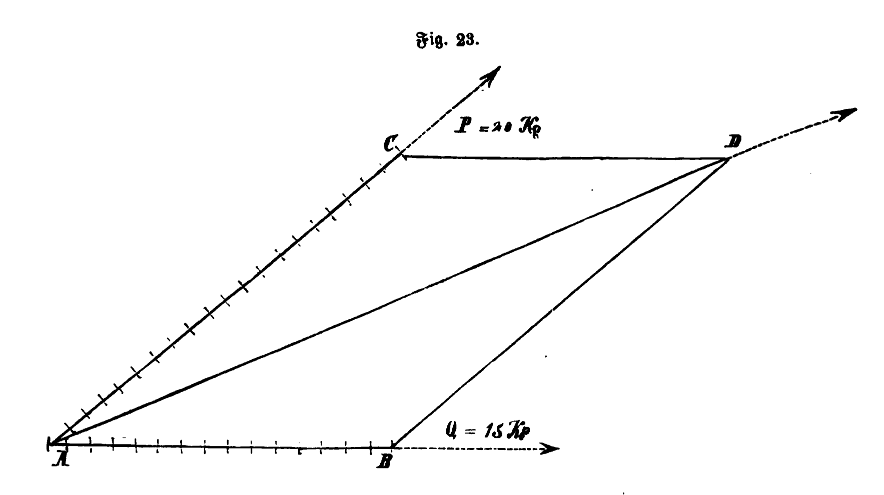
§. 38.

Wirken aber auf einen Punkt zwei Kräfte P und Q nicht unter einem rechten Winkel, so erhält man die Mittlere durch Construktion auf folgende Art, wobei nur zu bemerken ist, daß man, um ein genaues Resultat zu erhalten, wo möglich einen großen Maßstab anwenden soll:

Man trage den beobachteten Winkel, unter welchem die Kräfte wirken, vermittelst des Transporteurs genau auf. Alsdann trage man auf den Schenkeln des Winkels, welche die Richtungslinien der Kräfte sind, die Kräfte so ab, daß allemal 1 Pfd. oder 1 Kilogramm durch 1 Centimeter, 1 Millimeter, 1 Zoll, 1 Linie, oder überhaupt durch irgend eine gewisse Strecke (1 Theil) vorgestellt wird.

Wäre z. B. die Kraft $P = 20$ kg, und $Q = 15$ kg, und beide Kräfte wirkten unter einem Winkel von 40°, so mache man in Fig. 23 $\sphericalangle CAB = 40°$; alsdann trage man auf der Richtungslinie

Fig. 23.



von $P = 20$ kg die Länge $AC = 20$ Theile ab; ferner, da $Q = 15$ kg ist, so mache man $AB = 15$ Theile lang. Zieht man alsdann $CD \# AB$ und $BD \# AC$, so erhält man das Parallelogramm $ABDC$, dessen Diagonale AD die Richtung und Größe der Mittelkraft angibt.

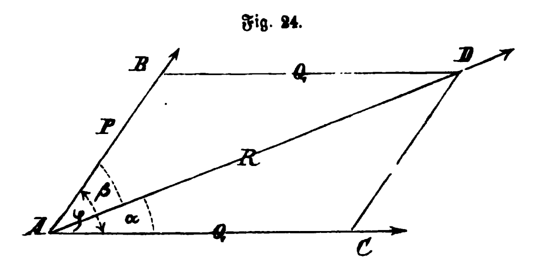
Mißt man nun die Länge der Diagonale und findet solche = 32,9 Theile lang, so ist, weil 1 kg immer durch einen Theil vorgestellt wird, die Mittelkraft $R = 32{,}9$ kg. Ihre Richtungslinie bildet, nach genommenem Maß, mit AB einen Winkel von 23°, also mit AC einen Winkel von $40 - 23 = 17°$.

Sind die Seitenkräfte sehr groß, wäre z. B. $P = 1580$ und $Q = 1296$ kg, so kann man, um kein zu großes Parallelogramm zu erhalten, mit 1 Centimeter oder 1 Zoll Länge etwa eine Kraft von 100 kg darstellen. Alsdann muß die Seite des Parallelogramms, welche die Kraft P vorstellt $= \frac{1580}{100} = 15{,}8$ cm, und die andere Seite, welche Q vorstellt $= \frac{1296}{100} = 12{,}96$ cm groß gemacht werden.

Mißt man dann die Diagonale in dem construirten Parallelogramme und findet selbige für irgend einen Winkel = 18,7 cm, so ist, da jeder Centimeter 100 kg repräsentirt, die Mittlere $R = 18{,}7 \cdot 100 = 1870$ kg.

Stellt AB, Fig. 24, die Kraft P und $BD = AC$ die Kraft Q, also AD ihre Mittelkraft R vor, so ist nach einem bekannten trigonometrischen Satze
$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2P . Q . \cos ABD;$$

Fig. 24.



folglich, wenn φ der Winkel ist, den die Richtungen der Kräfte P und Q einschließen,
$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2P . Q . \cos (180 - \varphi)$$
und da $\pm \cos (180 - \varphi) = \mp \cos \varphi$,
$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2P . Q . \cos \varphi;$$
somit $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2P . Q . \cos \varphi}$.

Setzt man ferner $\sphericalangle DAC = ADB = \alpha$, und $\sphericalangle BAD = \beta$, so daß $\alpha + \beta = \varphi$ ist, so ergeben sich nach dem Satze, daß sich die Seiten eines Dreiecks wie die Sinuse der gegenüberliegenden Seiten verhalten, die Proportionen:
$$R : P = \sin ABD : \sin ADB,$$
d. i. $R : P = \sin (180 - \varphi) : \sin \alpha$,
oder $R : P = \sin \varphi : \sin \alpha$;
woraus man für die Richtung der Mittlern findet
$$\sin \alpha = \frac{P . \sin \varphi}{R}.$$

Ebenso ergibt sich
$$R : Q = \sin \varphi : \sin \beta$$
$$\sin \beta = \frac{Q . \sin \varphi}{R}.$$

Und endlich $P : Q = \sin \alpha : \sin \beta$;
folglich $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{P}{Q}$.

Berechnet man nach diesen Formeln das Beispiel des §. 38, so findet man, da aus $\log. \cos 40 = 9{,}8842540 - 10$, sich $\cos 40 = 0{,}76604$, also $2 P . Q \cos \varphi = 460$ ergibt,
$$R = \sqrt{400 + 225 + 460} = \sqrt{1085} = 32{,}93 \text{ kg}.$$

Für den $\sphericalangle \alpha$, den die Mittlere mit der Kraft Q bildet, erhält man
$$\log \sin \alpha = \log P + \log \sin \varphi - \log R = 9{,}5919016$$
und dazu $\sphericalangle \alpha = 22^\circ 58' 45''$.

Bilden die Richtungslinien der Kräfte P und Q einen rechten Winkel, so ist $\varphi = 90^\circ$, also $\cos \varphi = 0$, und somit
$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 0} = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Auch ist $\sin \varphi = 1$, und da $\sin \alpha = \cos (90 - \alpha) = \cos \beta$, und ebenso umgekehrt $\sin \beta = \cos \alpha$ ist, so ergeben sich für die Winkel α und β,
$$\sin \alpha = \cos \beta = \frac{P}{R},$$
$$\sin \beta = \cos \alpha = \frac{Q}{R},$$

und endlich $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = tg\,\alpha = \frac{P}{Q}$,

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = tg\,\beta = \frac{Q}{P}.$$

Setzt man $\sphericalangle\ \varphi = 0$, d. h. fallen die Kraftrichtungen zusammen, so ist $\cos \varphi = 1$, also

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2P\,.\,Q} = P + Q.$$

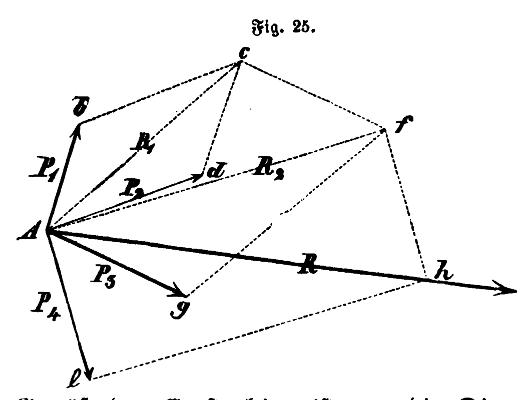
Wäre $\varphi = 180^0$, wirken die Kräfte also entgegengesetzt, so ist $\cos \varphi = -1$, folglich

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2P\,.\,Q} = \pm\,(P - Q).$$

§. 39.

Wenn mehr als zwei Kräfte in einer Ebene unter bestimmten Winkeln auf einen Körper, den wir als einen materiellen Punkt ansehen, wirken, so suche man zuerst durch Zusammensetzung zweier Kräfte vermittelst des Parallelogramms die Mittlere von diesen beiden; alsdann setze man diese Mittlere mit der dritten Seitenkraft zusammen, wodurch man die Mittlere von drei Kräften erhält. Durch fortgesetztes Zusammensetzen erhält man endlich die Mittelkraft von sämmtlichen Kräften, wie Figur 25 zeigt.

Fig. 25.



Es wirken auf den Punkt A die Kräfte P_1, P_2, P_3 und P_4. Gemäß der Construktion ist nun die Diagonale R_1 des Parallelogramms $Abcd$ die Mittlere von P_1 und P_2. Ferner ist die Diagonale R_2 des Parallelogramms $Acfg$ die Mittlere von R_1 und P_3 oder von P_1, P_2 und P_3. Endlich ist R als Diagonale des Parallelogramms $Afhl$ die Mittlere von R_2 und P_4, oder die Mittelkraft von P_1, P_2, P_3 und P_4.

Bei der trigonometrischen Lösung verfährt man kürzer, wenn man jede der Kräfte P_1, P_2 ꝛc. nach zwei auf einander senkrecht stehenden Richtungen in Seitenkräfte zerlegt, alsdann die je in einer Linie wirkenden Seitenkräfte zusammensetzt und endlich aus den auf diese Weise gefundenen zwei rechtwinkeligen Kräften ihre gemeinsame Mittlere bestimmt. (Siehe u. trig. Lösung der Aufg. 7.)

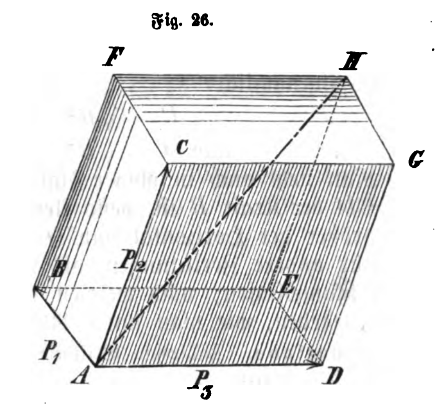
§. 40.

Wirken mehrere Kräfte auf einen materiellen Punkt, und die Richtungen der Kräfte liegen nicht in einer Ebene, so kann man doch immer zwei, wie oben, durch ein Parallelogramm zusammen-

setzen, und erhält auf diese Weise die Mittlere von sämmtlichen Kräften.

Man kann auch drei Kräfte, P_1, P_2 und P_3, deren Richtungen in verschiedenen Ebenen liegen, durch ein Parallelepipedum *AECH* Fig. 26 zusammensetzen, dessen drei Kanten *AB*, *AC* und *AD* die Kräfte P_1, P_2 und P_3 darstellen. Die Diagonale *AH* stellt alsdann die Mittlere der drei Kräfte vor. — Parallelepipedum der Kräfte.

Fig. 26.

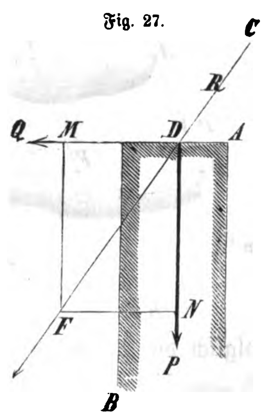


§. 41.

Wie sehr oft nöthig ist, um das Resultat der Wirkung mehrerer Kräfte zu finden, diese Kräfte zu einer Kraft zusammenzusetzen, so ist es auch öfters nothwendig, um die Wirkung einer Kraft zu kennen, solche in Seitenkräfte nach gewissen Richtungen zu zerlegen.

Wenn z. B. auf einen vertikal stehenden Körper, allenfalls auf eine Mauer oder einen Pfosten *AB* Fig. 27 nach der Richtung *CD* ein Druck *R* ausgeübt wird, und man will wissen, mit welcher Kraft *P* dieser Körper senkrecht gegen den Boden gedrückt wird, und welche Kraft *Q* den Körper in horizontaler Richtung umzustürzen strebt, so muß man die nach diesen Richtungen wirkenden Seitenkräfte der Kraft *R* suchen. Zu dem Ende nehme man auf der Richtungslinie der ursprünglichen Kraft ein Stück *DF* an, welches diese Kraft darstellen soll; alsdann ziehe man *DN* vertikal und *DM* horizontal, und sodann von *F* aus *FN* parallel mit *DM* und *FM* parallel mit *DN*. — Nun ist *DNFM* ein Parallelogramm, dessen Diagonale *DF* die Mittelkraft vorstellt, während die Seiten *DN* und *DM* die Seitenkräfte darstellen.

Fig. 27.



Es ist also hier der s. g. Vertikaldruck *P* durch die Linie *DN*, und der Horizontalschub *Q* durch *DM* ausgedrückt.

Durch genaue Construktion, wie in §. 38, findet man leicht die Größe der Seitenkräfte *P* und *Q*.

In dem angenommenen Falle, in welchem die Seitenkräfte recht-

winkelig auf einander wirken sollen, findet man auch durch Rechnung die Größe einer Seitenkraft, wenn die andere bekannt ist.

Es ist nämlich

$$P = \sqrt{R^2 - Q^2}$$

$$\text{und } Q = \sqrt{R^2 - P^2}.$$

Man sieht auch in obiger Figur, daß, je geneigter die Richtungslinie CD der Kraft R ist, desto kleiner der Vertikaldruck P, und aber desto größer der Horizontalschub Q ausfällt.

Für andere Zerlegungen, als nach rechtwinkeliger Richtung, sind die Richtungslinien, nach welchen man die Seitendrücke sucht, auch immer gegeben, wie man unten Abschnitt XIV sieht.

Anmerkung. Zahlreiche Beispiele von Zerlegung der Kräfte sind in Abschnitt XIV enthalten.

Für die trigonometrische Rechnung hat man aus den Formeln der Note zu §. 38:

$$P = \frac{R \,.\, \sin\alpha}{\sin\varphi};\ Q = \frac{R \,.\, \sin\beta}{\sin\varphi};$$

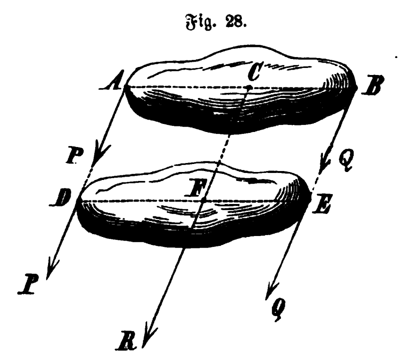
und wenn P und Q rechtwinkelig aufeinander wirken,

$$P = R \,.\, \sin\alpha;\ Q = R \sin\beta.$$

§. 42.

Wirken zwei Kräfte P und Q in den Punkten A und B Fig. 28 auf einen Körper so, daß ihre Richtungslinien parallel sind und nach einer Seite gehen, so findet man ihre Mittelkraft mit Hülfe der folgenden Betrachtung:

Fig. 28.



Nimmt man an, der Körper sei durch die Kräfte P und Q von AB nach DE so fortbewegt worden, daß DE parallel AB ist, so ist, da P auf dem Wege AD, und Q auf dem gleichgroßen Wege BE wirkte, die von der Kraft P verrichtete Arbeit $= P \,.\, AD$, und ebenso die Arbeit der Kraft

$$Q = Q \,.\, CE;$$

folglich die Arbeit beider Kräfte zusammen

$$= P \,.\, AD + Q \,.\, BE = (P + Q)\ AD.$$

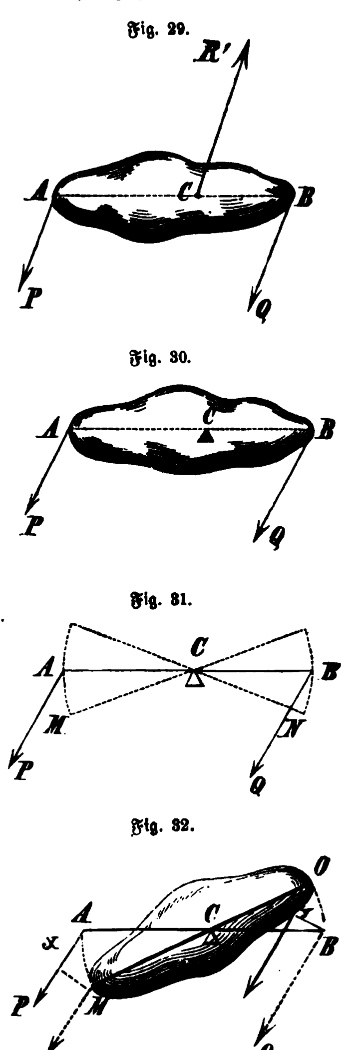
Soll nun eine einzige Kraft R dem Körper in der nämlichen Zeit die gleiche Bewegung ertheilen, so muß natürlich die von ihr verrichtete Arbeit ebenfalls $= (P + Q)\ AD$ sein. Wäre aber C der Angriffspunkt dieser s. g. Mittelkraft, so macht bei der fraglichen Bewegung der Angriffspunkt der Mittelkraft R den Weg CF gleich und parallel mit AD und BF, und es ist alsdann die Arbeit der Kraft R $= R \,.\, CF$.

Wenn also eine einzige Kraft R statt der Kräfte P und Q angebracht werden soll, so muß

$$R \,.\, CF = (P + Q) \,.\, AD, \text{ d. i., da } CF = AD,$$
$$R = P + Q$$

sein.

Wird in dem Angriffspunkte C dieser Mittleren eine Kraft $R' = P + Q$ nach entgegengesetzter Richtung, Fig. 29, angebracht, so ist begreiflich, daß alsdann diese Kraft R den beiden Kräften P und Q das Gleichgewicht hält, und der Körper keine Bewegung annimmt; denn die Wirkung der Kraft R' ist dann gleich und entgegengesetzt den vereinigten Wirkungen von P und Q.



Denkt man sich nun aber den unbiegsamen Körper AB in dem fraglichen Punkte C unterstützt oder festgehalten, und es wirken wieder wie vorhin in A und B die beiden Kräfte P und Q Fig. 30 in der früheren Richtung, so ist sehr natürlich, daß das Gleichgewicht noch fortbestehen wird, denn statt der entgegengesetzt wirkenden Mittelkraft ist hier ein festes Hinderniß vorhanden, welches die Bewegung hemmt.

In dem hier genannten, durch Fig. 30 dargestellten Fall besteht aber die Wirkung der Kraft P darin, daß sie den Körper um den Punkt C in der Richtung AM Fig. 31 zu drehen sucht; und ebenso strebt die Kraft Q dem Körper eine Drehung nach der Richtung BN zu ertheilen.

Da aber der um C drehbare Körper, wenn man von seinem eigenen Gewichte absieht, bewegungslos bleibt, so heben sich die Wirkungen der Kräfte P und Q auf und sind also gleich.

Nimmt man an, es habe durch das Wirken der Kräfte P und Q der Körper eine unendlich kleine Drehung erlitten und die Lage MO Fig. 32 angenommen, so daß der Angriffspunkt A nach M und der Punkt B nach O kommt, so war die Kraft P auf einem Wege AM

thätig; es ist also die Arbeit der Kraft $P = P \cdot AM$. Soll aber diese Arbeit aufgehoben und der Körper wieder in seine ursprüngliche Lage AB zurückgebracht werden, so muß die Kraft Q den Punkt O wieder nach B bringen, also auf dem Wege BO wirksam und also die Wirkungsgröße der Kraft $Q = Q \cdot BO$ sein*).

Für den Zustand des Gleichgewichts zwischen den Kräften P und Q müssen darum die Wirkungen derselben gleich, also

$$P \cdot AM = Q \cdot BO$$

sein.

Ist aber der Bogen AM $1\frac{1}{2}$mal, 2mal, 3mal u. s. w. größer als der Bogen BO, so ist auch AC $1\frac{1}{2}$mal, 2mal, 3mal u. s. w. größer als BC; oder es steht AC in gleichem Größenverhältniß zu BC, wie AM zu BO.

Statt $P \cdot AM = Q \cdot BO$ kann man also auch $P \cdot AC = Q \cdot BC$ setzen.

Der Stützpunkt C, oder nach Obigem, der Angriffspunkt der Mittelkraft von P und Q hat folglich eine solche Lage, daß immerhin

$$P \cdot AC = Q \cdot BC$$

ist, oder daß sich

$$P : Q = BC : AC$$

verhält, woraus sich wieder ergiebt:

$$P \cdot AC = Q \cdot BC.$$

Ist also die eine Seitenkraft 2mal, 3mal u. s. w. größer als die andere, so ist die Entfernung ihres Angriffspunktes vom Angriffspunkt der Mittleren 2mal, 3mal u. s. w. kleiner als die Entfernung des Angriffspunktes der kleineren Seitenkraft.

Oder wäre eine Kraft 30 und die andere 40 kg, verhielten sich die Kräfte also wie 3 zu 4, so theile man die Entfernung der Angriffspunkte der beiden Kräfte in $3 + 4 = 7$ Theile. Der Angriffspunkt der Mittleren wäre dann um 4 Theile von dem Angriffspunkt der Kraft 30, und um 3 Theile vom Angriffspunkt der andern Kraft 40 entfernt.

Somit ergibt sich für zwei parallele Kräfte, die auf gleicher Seite wirken, der Satz:

> Die Mittelkraft ist gleich der Summe der Seitenkräfte; sie wirkt parallel mit ihnen und auf dieselbe Seite wie sie; ihr Angriffspunkt theilt die Entfernung der Angriffspunkte beider Seitenkräfte in zwei Theile, die sich umgekehrt verhalten wie die Seitenkräfte; oder auch, daß das Produkt aus einer Seitenkraft mit dem ihr anliegenden Theil gleich

*) Eigentlich sind Ax und Oy die Wege der Kräfte P und Q (vergl. Note zu §. 46); allein da AM und BO jenen Abständen Ax und Oy proportional sind, so kann man auch die Kräfte mit diesen Wegen ihrer Angriffspunkte multipliziren.

ist dem Produkte aus der andern Seitenkraft mit dem ihr anliegenden Theil.

Setzt man in der Gleichung

$$P \,.\, AC = Q \,.\, BC,$$

Fig. 33, $AB - AC$ anstatt BC, so erhält man

Fig. 33.

$$P \,.\, AC = Q\,(AB - AC);$$

d. i. $P \,.\, AC = Q \,.\, AB - Q \,.\, AC$;

oder $P \,.\, AC + Q \,.\, AC = Q \,.\, AB$;

d. i. $(P + Q) \,.\, AC = Q \,.\, AB$;

folglich weil $P + Q = R$ ist,

$$R \,.\, AC = Q \,.\, AB.$$

Auf gleiche Weise ergibt sich, wenn man $AB - BC$ anstatt AC setzt,

$$R \,.\, BC = P \,.\, AB.$$

In Worten ausgedrückt heißt dies so:

Nimmt man von den Angriffspunkten der drei Kräfte P, Q und R einen als Ausgangspunkt an, so sind immer die Produkte der beiden andern Kräfte mit ihren Entfernungen von diesem Punkte einander gleich.

Aus letztern Ausdrücken erhält man als Werth der beiden Seitenkräfte:

$$P = \frac{BC}{AB} \,.\, R; \text{ und}$$

$$Q = \frac{AC}{AB} \,.\, R.$$

Wenn also eine Stange AB wie in Fig. 34 in irgend einem Punkte C mit P belastet ist, so ist der Druck in $A = \frac{BC}{AB} \,.\, P$; und in $B = \frac{AC}{AB}\,P$. Zusammen sind die beiden Seitendrücke $\left(\frac{BC}{AB} + \frac{AC}{AB}\right) \,.\, P = \frac{AB}{AB} \,.\, P = P$, wie es auch sein muß.

Fig. 34.

Setzt man $AC = m$ und $BC = n$ und nennt die ganze Länge $AB = l$, so ist

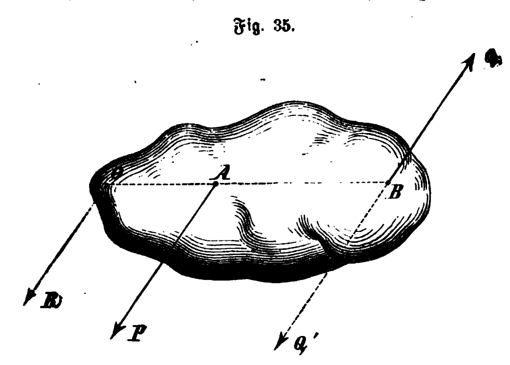
die Seitenkraft in $A = \frac{n}{l}\,P.$

und „ „ „ $B = \frac{m}{l}\,P.$

§. 43.

Wenn die Kräfte P und Q an einem Körper nach paralleler Richtung, aber nach entgegengesetzten Seiten, wie in Fig. 35, wirken, so erhält man ihre Mittlere auf folgende Weise:

Fig. 35.



Man betrachte die größere Seitenkraft P als zusammengesetzt aus zwei Seitenkräften, wovon eine $Q' = Q$ und die andere $= R$, also $= P - Q'$ ist. Denkt man die erstere aus der Zerlegung von P hervorgegangene Seitenkraft Q' der gleichgroßen Kraft Q entgegengesetzt angebracht, so werden die Kräfte Q und Q' einander aufheben, und eine Kraft $R = P - Q$ wird also die nämliche Wirkung wie die beiden Kräfte P und Q hervorbringen. Die zweite aus der Zerlegung von P erhaltene Kraft R aber muß nothwendigerweise links von P wirken, und da $P = R + Q$ ist, so erhält man für die Entfernung AO ihres Angriffspunktes nach vorigem §.

$$R \cdot AO = Q \cdot AB; \text{ also } AO = \frac{Q \cdot AB}{R}.$$

Die Mittlere von zwei parallelen Kräften, welche entgegengesetzt wirken, ist darum immer gleich dem Unterschiede der Seitenkräfte, und es liegt der Angriffspunkt der größeren Seitenkraft stets zwischen dem Angriffspunkt der Mittleren und dem der kleineren Seitenkraft.

Wären die beiden entgegengesetzten parallelen Kräfte P und Q gleich groß, so könnte man — wie man leicht sieht — diese nicht zu einer einzigen Kraft zusammensetzen; d. h. es giebt keine einzelne Kraft, welche im Stande ist, die beiden zu ersetzen. Es giebt also auch keine einzelne Kraft, welche die beiden ins Gleichgewicht zu bringen vermöchte, wohl aber kann ein solches Paar gleich großer entgegengesetzt wirkender Kräfte durch ein anderes sog. Kräftepaar ins Gleichgewicht gebracht werden, wie unten in Anmerkung 1 zu § 46 gezeigt wird.

Zwei gleiche, entgegengesetzt wirkende Kräfte bringen immer eine Drehung des Körpers, an welchem sie wirken, hervor.

§. 44.

Will man die Mittlere von mehr als zwei parallelen Kräften bestimmen, so setze man je zwei Kräfte auf die gezeigte Art zusammen, und suche deren Mittelkraft und ihren Angriffspunkt. Diese

gefundene Mittlere setze man alsdann mit der dritten Seitenkraft zusammen u. s. w.

So findet man die Mittlere der vier Kräfte P_1, P_2, P_3 und P_4 Fig. 36, indem man P_1 und P_2 zu einer einzigen Kraft R' zusammensetzt und deren Angriffspunkt M aus der Gleichung

$$P_1 \,.\, AM = P_2 \,.\, BM; \text{ also}$$

Fig. 36.

$$AM = \frac{P_2 \,.\, BM}{P_1}$$

bestimmt.

Die Kraft R' setzt man dann mit der Kraft P_3 zu einer Kraft $R'' = R' + P_3 = P_1 + P_2 + P_3$ zusammen. Deren Angriffspunkt N ergibt sich auf gleiche Weise aus der Gleichung

$$P_3 \,.\, CN = R' \,.\, MN.$$

Endlich findet man noch die Mittlere von R'' und P_4, d. i. die Mittlere R der vier ursprünglichen Kräfte, wenn P_4 kleiner als R'' ist,

$$R = R'' - P_4 = P_1 + P_2 + P_3 - P_4.$$

Den Angriffspunkt O erhält man nach letztem §. aus der Gleichung

$$R \,.\, NO = P_4 \,.\, ND; \text{ also}$$

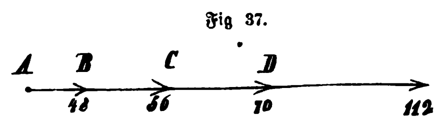
$$NO = \frac{P_4 \,.\, ND}{R}.$$

Wirken mehrere Kräfte je auf eine Seite, so suche man zuerst die Mittelkraft der je auf die nämliche Seite wirkenden Kräfte und setze dann diese beiden gefundenen Mittleren zu einer Resultirenden zusammen. Wären die Summen der je auf eine Seite wirkenden Kräfte einander gleich, so könnte man die Kräfte nach vorigem §. nicht zu einer einzigen zusammensetzen.

Aufgaben.

1te Aufgabe. An den Punkten A, B, C und D Fig. 37 einer geraden Linie wirken die Kräfte = 48 kg, 56 kg, 70 kg und 112 kg nach gleicher Richtung; man soll ihre Mittelkraft bestimmen.

Fig 37.



Auflösung. Nach §. 33 ist die Mittlere
$$R = 48 + 56 + 70 + 112 = 286 \text{ kg}.$$

2te Aufgabe. An einer geraden Linie wirken nach der einen Seite die Kräfte 36, 60, 48 und 90; nach der entgegengesetzten Seite die Kräfte 78, 50, 120 und 80; — nach welcher Seite bewegt sich der Körper, und wie groß ist die eigentliche bewegende Kraft?

Auflösung. Nach §. 34 ist die Summe der nach einer Seite wirkenden Kräfte $= 36 + 60 + 48 + 90 = 234$ und die Summe der entgegengesetzt wirkenden $= 78 + 50 + 120 + 80 = 328$. Es ist folglich

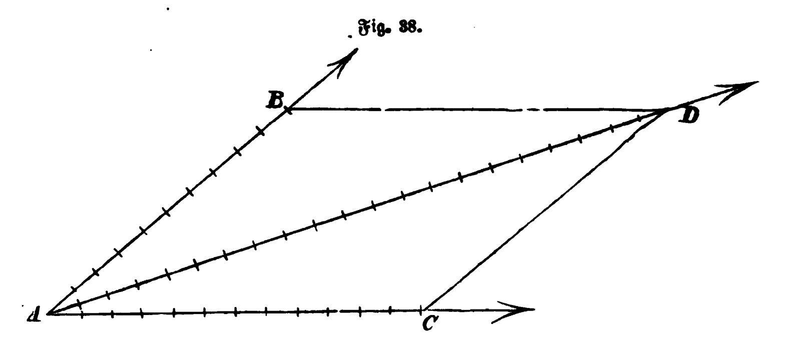
$$R = 328 - 234 = 94,$$

und der Körper bewegt sich nach der Richtung der Kräfte 78; 50; 120 und 80, deren Summe die größere ist.

3te Aufgabe. Zwei Kräfte von 60 Pfd. und 72 Pfd. wirken an einem Punkte eines Körpers so, daß die Richtungslinien der Kräfte einen Winkel von 40° einschließen; wie groß ist die Mittelkraft, und wie muß solche wirken?

Auflösung. Man mache $\sphericalangle$ *BAC* Fig. 38 = 40°; alsdann trage man auf *AB* und *AC* Stücke ab, welche die gegebenen Kräfte vorstellen sollen. Wirkt

Fig. 38.



in der Richtung *AB* die Kraft 60 und in der Richtung *AC* die Kraft 72, so trage man z. B. auf *AB* 10 und auf *AC* 12 gleiche Theile ab; ein solcher Theil stellt dann eine Kraft von 6 Pfd. vor.

Nun construire man über den so bestimmten Seiten *AB* und *AC* und dem gegebenen $\sphericalangle$ *BAC* das Parallelogramm *ABDC* und messe sowohl die Diagonale *AD*, so wie einen der Winkel *DAC* oder *DAB*.

Man findet daß *AD* etwa $20\frac{1}{2}$ Theile lang und der $\sphericalangle$ *DAC* ca. 18° ist. Somit ist die gesuchte Mittelkraft $AD = R = 6 \,.\, 20\frac{1}{2} = 123$ Pfd. und es macht deren Richtungslinie mit der Richtung der Kraft 72 einen Winkel von etwa 18°.

Durch trigonometrische Lösung erhält man:

$$R = \sqrt{60^2 + 72^2 + 2 \,.\, 60 \,.\, 72 \,.\, \cos 40}$$

$$\text{d. i. } R = \sqrt{3600 + 5184 + 6618} = 124 \text{ Pfd.},$$

$$\text{und } \sin DAC = \frac{60 \,.\, \sin 40}{124},$$

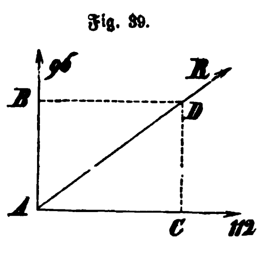
folglich

$$\log \sin DAC = \log 60 + \log \sin 40 - \log 124$$
$$= 1{,}7781513 + 9{,}8080675 - 10 - 2{,}0934217$$
$$= 0{,}4927971;$$

somit $\sphericalangle DAC = \sphericalangle$ zu $\log \sin 0{,}4927971 = 18^\circ\, 7'$.

4te Aufgabe. Auf einen Körper wirken unter einem rechten Winkel die Kräfte 96 und 112; man soll ihre Mittelkraft bestimmen.

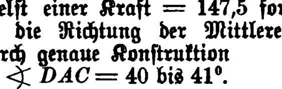
Auflösung. Nach §. 37 wird die Mittlere durch die Diagonale des Rechtecks $ACDB$ Fig. 39 dargestellt, dessen Seiten 96 und 112 sind.



Daher ist

$$R^2 = 96^2 + 112^2;$$

folglich $R = \sqrt{21760} = 147,5$.



Es wird also der Körper nach der Richtung AD vermittelst einer Kraft $= 147,5$ fortbewegt.

Für die Richtung der Mittleren findet man durch genaue Konstruktion

$$\sphericalangle DAC = 40 \text{ bis } 41^\circ.$$

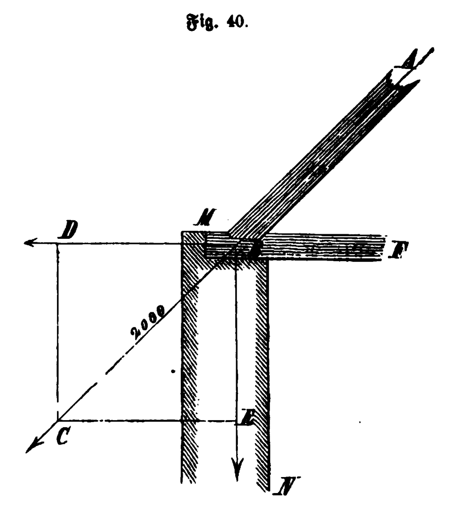
Durch trigonometrisches Rechnen findet man für den $\sphericalangle DAC$:

$$tg\, DAC = \frac{96}{112};$$

$$\begin{aligned} log\, tg\, DAC &= log\, 96 - log\, 112 + 10; \\ &= 1,9822712 - 2,0492180 + 10; \\ &= 9,9330532; \end{aligned}$$

folglich $\sphericalangle DAC = \sphericalangle$ zu $log\, tg\, 9,9330532 = 40^\circ\, 36'\, 4,6''$.

5te Aufgabe. Nach der Richtung eines Dachsparrens AB Fig. 40 wirke unter einem Winkel $ABF = 45^\circ$ ein Druck von 2000 kg; man soll den Vertikaldruck und Horizontalschub, welcher auf die Mauer MN hierdurch ausgeübt wird, berechnen.



Auflösung. In der Richtung des Druckes nehme man irgend eine Linie BC als die Mittelkraft 2000 an. Nach §. 41 ziehe man nun CD parallel zu BE vertikal, und CE parallel mit BD horizontal, so entsteht das Parallelogramm $BDCE$, in welchem die Seiten $BD = CE$ den Horizontalschub, und $BE = DC$ den Vertikaldruck im Punkte B angeben.

Es ist aber

$$\overline{BC} = \overline{BD}^2 + \overline{DC}^2;$$

folglich $2000^2 = \overline{BD}^2 + \overline{DC}^2$.

Da aber $\sphericalangle ABF = DBC = CBE = 45$ ist, so ist $DBEC$ ein Quadrat,

folglich $DC = BD$, und

daher $2000^2 = 2 \,.\, \overline{BD}^2$:

folglich $\overline{BD}^2 = \frac{2000^2}{2} = \frac{4000000}{2} = 2000000$:

also $BD = \sqrt{2000000} = 1414,2$ kg.

Somit sind in diesem Falle der vertikale Druck und der horizontale Schub gleich groß und zwar $= 1414,2$ kg.

6te Aufgabe. Hätte im vorigen Beispiele der Sparren AB eine Neigung von 30°, so mache man in Fig. 41 $\sphericalangle ABF = 30^\circ$ und nehme für BC ein be-

stimmtes Maß, z. B. 6 cm an, so wird alsdann durch 6 cm eine Kraft von 2000 kg, also durch 1 cm eine solche von 333,3 kg vorgestellt.

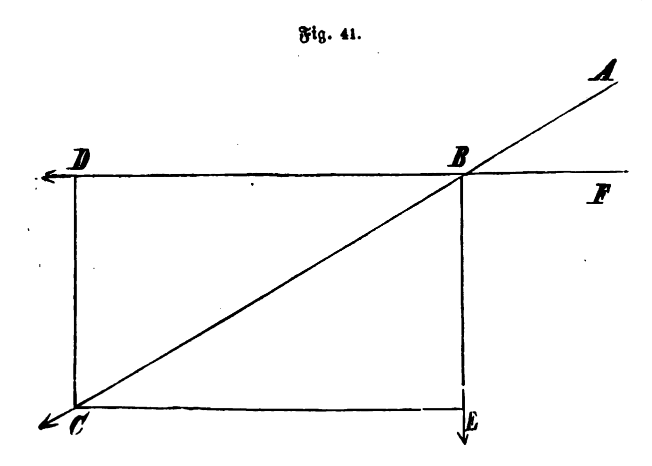
Konstruirt man nun, wie vorhin, das Rechteck *BDCE*, so darf man nur die Länge von *BD* und *BE* messen, um die Größe der Seitenkräfte zu erhalten.

Mißt z. B. *BD* 5,19 cm, so ist der Horizontalschub
$= 5{,}19 \,.\, 333{,}3 = 1730$ kg.

Ist *BE* stark 3 cm groß, so beträgt der Vertikaldruck Weniges über $3 \,.\, 333{,}3 = 1000$ kg.

Man kann aber auch den Vertikaldruck durch Rechnung finden, sobald der Horizontalschub bekannt ist.

Fig. 41.



Denn es ist $BE = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{BD}^2}$:

folglich $BE = \sqrt{2000^2 \quad 1730^2} = \sqrt{1007100}$:

d. i. $BE = 1003$ kg.

Mit Anwendung der Trigonometrie erhält man:

Horizontalschub $BD = BC \,.\, sin\ 60^0 = BC \,.\, cos\ 30^0$;

d. i. $= 2000 \,.\, cos\ 30^0 = 2000 \,.\, 0{,}86603 = 1732$ kg

und Vertikaldruck $BE = 2000 \,.\, sin\ 30^0 = 2000 \,.\, 0{,}5 = 1000$ kg.

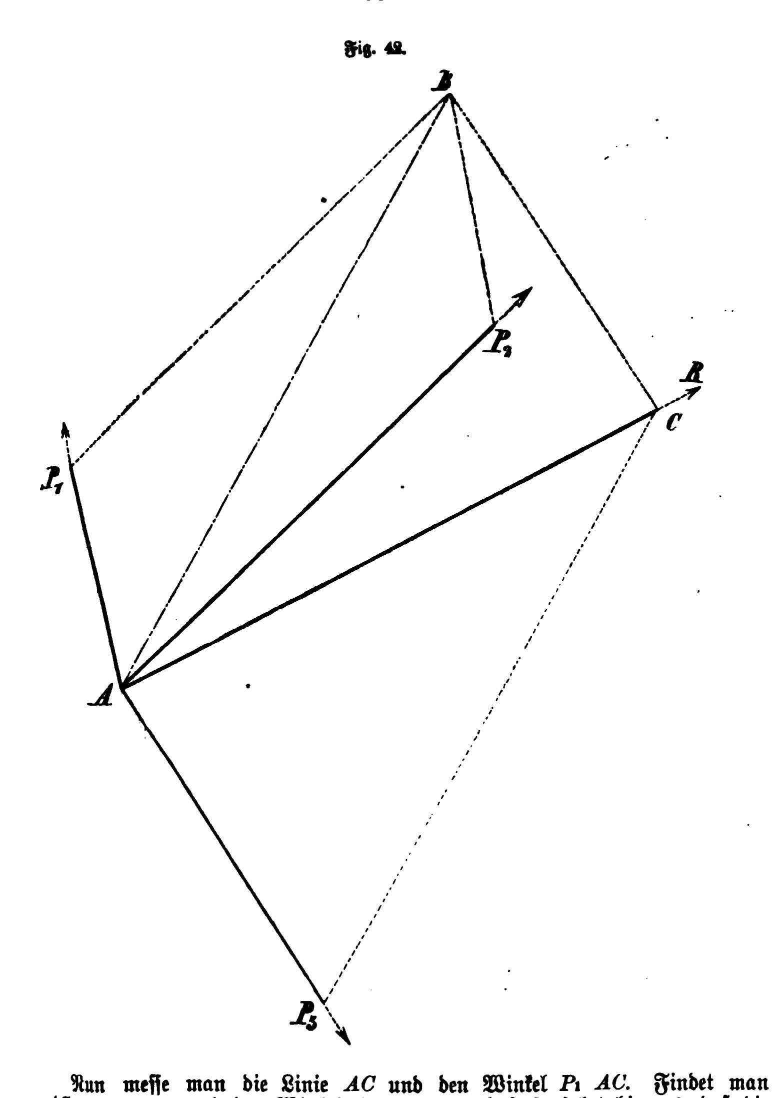
7te Aufgabe. Wenn drei Kräfte $P_1 = 30$ kg, $P_2 = 70$ kg und $P_3 = 50$ kg, die sämmtlich in einer Ebene wirken, eine Last fortzubewegen suchen, welches ist die Größe und Richtung ihrer Mittelkraft, wenn der Winkel zwischen P_1 und $P_2 = 56^0$, und der Winkel zwischen P_2 und $P_3 = 104^0$ ist?

Auflösung. Gemäß §. 39 mache man in Fig. 42 $\sphericalangle P_1 AP_2 = 56^0$ und $\sphericalangle P_2 AP_3 = 104^0$; alsdann trage man auf den Richtungslinien der Kräfte verhältnißmäßige Stücke ab, nehme z. B. für 1 kg Kraft eine Länge = 1 mm an; dadurch wird $AP_1 = 30$ mm; $AP_2 = 70$ mm, und $AP_3 = 50$ mm.

Zieht man nun P_1B parallel mit AP_2 und BP_2 parallel mit AP_1, so entsteht das Parallelogramm $AP_1\ BP_2$, dessen Diagonale *AB* die Mittlere von P_1 und P_2 vorstellt.

Setzt man diese Mittlere *AB* von P_1 und P_2 mit der dritten Seitenkraft auf die nämliche Art zusammen, so erhält man das Parallelogramm $ABCP_3$, dessen Diagonale *AC* die Mittlere *R* der drei Seitenkräfte P_1, P_2 und P_3 darstellt.

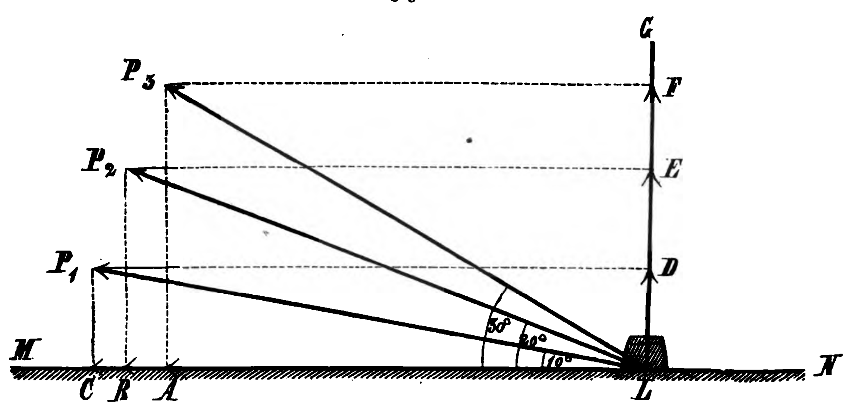
Fig. 42.



Nun messe man die Linie AC und den Winkel $P_1\ AC$. Findet man $AC = 79$ mm, und den Winkel $P_1\ AC = 73^1/_3{}^\circ$, so folgt hieraus, daß die Mittelkraft $R = 79$ kg ist, und daß ihre Richtungslinie von der Richtungslinie der Kraft P_1 um einen Winkel von $73^1/_3{}^\circ$ abweicht.

8te Aufgabe. Drei Arbeiter ziehen an den Enden dreier Seile, welche an einer, auf einem horizontalen Boden MN, Fig. 43 und 44 (Grundriß), liegenden Last L angeknüpft sind, jeder mit 50 kg Kraft; die Neigungswinkel dieser Kräfte gegen den Horizont sind 10°, 20° und 30°, und die Horizontalwinkel zwischen der ersten und zweiten Kraft = 20°, und zwischen der ersten und dritten = 35°; welches ist die Größe und Richtung der Mittleren, und mit welcher Kraft wird die Last horizontal fortbewegt?

Fig. 43.



Auflösung. Es seien P_1, P_2 und P_3 die genannten Kräfte, welche mit dem Horizonte die $\sphericalangle\, P_1LM = 10^0$, $P_2LM = 20^0$ und $P_3LM = 30^0$ machen.

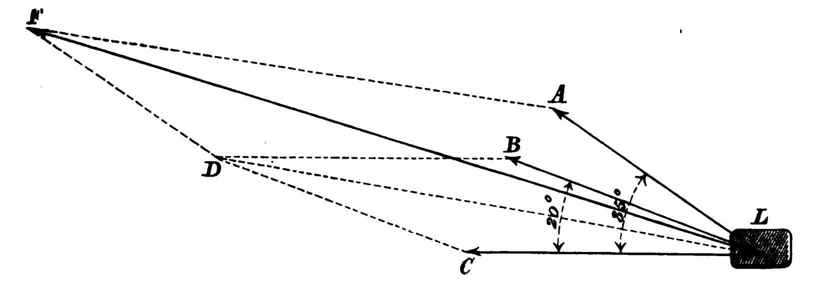
Nun zerlege man jede dieser Kräfte in eine horizontale und vertikale Seitenkraft, indem $LP_1 = LP_2 = LP_3 = 25$ Linien (Theile), also 2 kg Kraft = 1 Linie (1 Theil) angenommen und alsdann P_1C, P_2B und P_3A vertikal, und P_1D, P_2E und P_3F horizontal gezogen wird.

Es stellen somit LD, LE und LF vertikale, und LA, LB und LC horizontale Seitenkräfte vor.

Mißt man diese Linien, so findet man $LD = 4^1/_2$ Theil; $LE = 8^1/_2$; $LF = 12^1/_2$; $LA = 21^2/_3$; $LB = 23^1/_3$ und $LC = 24^2/_3$ Theil lang.

Somit, da jeweils 2 kg durch 1 Theil vorgestellt werden, sind die **Vertikalkräfte**: $LD = 9$ kg; $LE = 17$ kg und $LF = 25$ kg.


Fig 44.



Die **Horizontalkräfte** sind: $LA = 43^1/_3$ kg; $LB = 47$ kg und $LC = 49^1/_3$ kg.

Die Vertikalkräfte wirken alle in einer Linie LG nach gleicher Richtung, und es ist somit ihre Mittlere

$$R_1 = 9 + 17 + 25 = 51 \text{ kg}.$$

Die Horizontalkräfte aber wirken unter den obengenannten Winkeln von 20^0 und 35^0.

Man setze daher durch Konstruktion in Fig. 44 diese Kräfte so zusammen, daß $\sphericalangle\, CLB = 20^0$ und $\sphericalangle\, CLA = 35^0$ ist.

Alsdann nehme man, da es hier der Raum nicht anders gestattet, 4 kg Kraft = 1 Theil lang, mache also $LC = 12^{1}/_{2}$; $LB = 11^{3}/_{4}$ und $LA = 10,8$ Theil lang.

Durch Zusammensetzung dieser drei Horizontalkräfte vermittelst der Parallelogramme $LCDB$ und $LDFA$ erhält man auf bekannte Weise ihre Mittlere $R_2 = LF$.

Durch Messen findet man $LF = 33,8$ Theile lang, und den $\sphericalangle CLF$ etwas über 17°; woraus sich ergibt, daß die Last L vermittelst einer horizontal wirkenden Kraft R_2 von $4 \cdot 33,8 = 135,2$ kg nach einer Richtung bewegt wird, welche um etwas mehr als 17° von der Richtung der ersten Kraft horizontal abweicht, während die Last durch obige Vertikalkraft $R_1 = 51$ kg vom Boden gehoben wird.

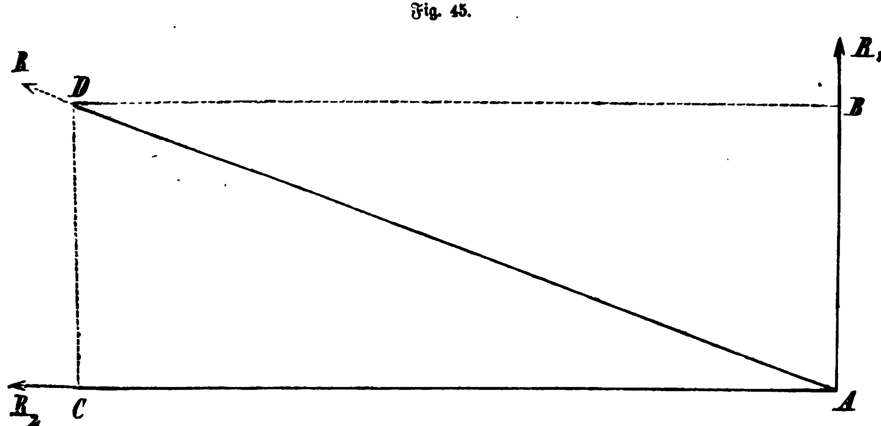
Die eigentliche Mittelkraft R der drei Kräfte P_1, P_2 und P_3 erhält man endlich durch Zusammensetzung der beiden rechtwinkeligen Kräfte R_1 und R_2;

nämlich $R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2}$:

folglich $R = \sqrt{51^2 + 135,2^2} = \sqrt{20880} = 144,4$ kg.

Macht man in Fig. 45 $AB = R_1 = 51$ kg $= 12^{3}/_{4}$ Theile vertikal und $AC = R_2 = 135,2$ kg $= 33,8$ Theile lang, so daß wieder durch 1 Theil eine

Fig. 45.



Kraft von 4 kg dargestellt wird, so erhält man, wenn BD parallel AC und CD parallel mit AB gezogen wird, das Parallelogramm $ABDC$, dessen Diagonale AD die schon oben durch Rechnung gefundene Mittlere $R = 36,1$ Theile $= 4 \cdot 36,1 = 144,4$ kg vorstellt.

Da $\sphericalangle CAD$ 20° bis 21° beträgt, so folgt hieraus, daß der Neigungswinkel, den die Mittlere R mit dem Horizont macht, gleich diesem Winkel ist.

Aus dem Ganzen folgt nun, daß eine Kraft von 144,4 kg, welche von der Richtung der Kraft P_1 um einen Winkel von etwas mehr als 17° horizontal gegen die Seite der Kraft P_2 abweicht und welche zugleich eine Neigung gegen den Horizont von ungefähr $20^{1}/_{2}$° hat, die gleiche Wirkung hervorbringt, wie die ursprünglichen drei Kräfte P_1, P_2 und P_3.

Durch trigonometrische Lösung der vorstehenden Aufgabe erhält man für die durch Zerlegung (s. Fig. 43) erhaltenen Vertikaldrücke:

$LD = 50 \cdot \sin 10^0 = 50 \cdot Num. \log \sin 10^0 = 8,7$ kg.

$LE = 50 \cdot \sin 20^0 = 50 \cdot Num. \log \sin 20^0 = 17,1$ „

$LF = 50 \cdot \sin 30^0 = 50 \cdot Num. \log \sin 30^0 = 25$ „

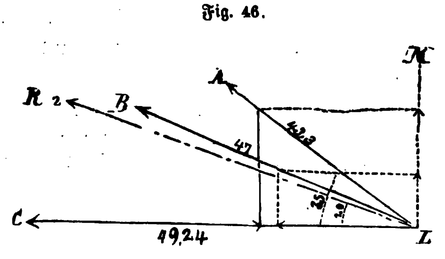
Ebenso für die Horizontalschübe:

$LC = 50 \,.\, cos\ 10^0 = 50 \,.\, Num.\ log\ cos\ 10^0 = 49{,}24$ kg
$LB = 50 \,.\, cos\ 20^0 = 50 \,.\, Num.\ log\ cos\ 20^0 = 47$ „
$LA = 50 \,.\, cos\ 30^0 = 50 \,.\, Num.\ log\ cos\ 30^0 = 43{,}3$ „

Die Mittlere der Vertikalkräfte ist dann $R_1 = 8{,}7 + 17{,}1 + 25 = 50{,}8$ kg.

Um die Mittlere der drei Horizontalkräfte auf kürzestem Wege zu erhalten, zerlege man in Fig. 46 die Kräfte $LB = 47$ und $LA = 43{,}3$ je in zwei rechtwinkelige Seitenkräfte nach den Linien LC und LM. Man erhält dann nach der Richtung LC die Seitenkräfte: $47 \,.\, cos\ 20^0 = 44$ und $43{,}3 \,.\, cos\ 35^0 = 35{,}5$, welche zusammen mit der in der gleichen Richtung wirkenden Kraft 49,24 eine Mittelkraft nach $LC = 49{,}24 + 44 + 35{,}5 = 128{,}7$ kg geben.

Fig. 46.



Ebenso erhält man nach LM die Seitenkräfte: $47\ sin\ 20^0 = 16$, und $43{,}3 \,.\, sin\ 35^0 = 24{,}8$, welchen eine Mittelkraft nach $LM = 40{,}8$ kg entspricht.

Setzt man diese wieder zu einer Mittelkraft, welche auch die Mittlere der drei Horizontalkräfte LC, LB und LA ist, zusammen, so erhält man für dieselbe

$$R_2 = \sqrt{128{,}7^2 + 40{,}8^2} = 134{,}97,$$

wofür 135 kg angenommen werden können.

Für die Richtung dieser Mittleren erhält man, wenn γ der Winkel ist, den sie mit LC bildet,

$$sin\ \gamma = \frac{40{,}8}{135}$$

und folglich, da $log\ sin\ \gamma = log\ 40{,}8 - log\,.\ 135 + 10$ ist,

$$\measuredangle\ \gamma = \measuredangle \text{ zu } (log\ sin = 9{,}4803264) = 17^0\ 35'\ 28''.$$

Endlich ist die Mittlere von R_1 und R_2 oder die gesuchte Resultirende

$$R = \sqrt{50{,}8^2 + 135^2} = 144{,}2 \text{ kg}.$$

Ist δ der Winkel, den sie mit dem Horizonte macht, so ist nach Fig. 47

$$sin\ \delta = \frac{50{,}8}{144{,}2} \text{ und somit}$$

$$\measuredangle\ \delta = 20^0\ 37'\ 38{,}4''.$$

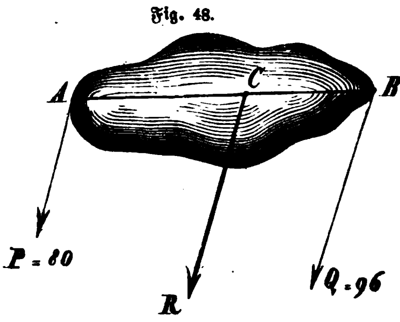
Fig. 47.

9te Aufgabe. An den Punkten A und B Fig. 48 eines Körpers wirken die parallelen Kräfte $P = 80$ kg und $Q = 96$ kg nach gleicher Richtung; die

Entfernung der Angriffspunkte A und B sei $= 12$ dec.; man soll die Mittelkraft von P und Q, sowie ihren Angriffspunkt bestimmen.

Auflösung. Nach §. 42 ist $R = P + Q = 80 + 96 = 176$ kg.

Fig. 48.



Bezeichnet man die Entfernung des Angriffspunktes der Mittleren vom Punkte A, also AC mit x, so ist die Entfernung $BC = 12 - x$; folglich

$$P . x = Q . (12 - x);$$

oder $80 . x = 96 (12 - x)$;

d. i. wenn mit 96 multiplicirt wird,

$$80 x = 1152 - 96 x;$$
$$80 x + 96 x = 1152;$$
$$176 x = 1152;$$
$$x = \frac{1152}{176};$$

daher $x = 6{,}55$ dec.

Soll also eine Kraft R die nämliche Bewegung hervorbringen, wie die in A und B wirkenden Kräfte von 80 kg und 96 kg, so muß diese Kraft $R = 176$ kg sein, und in einem Punkte C wirken, welcher 6,55 dec. von A oder 5,45 dec. von B entfernt ist.

10te Aufgabe. Wenn in C Fig. 49 eine Last $Q = 150$ kg abwärts zieht, wie groß sind die in A und B wirkenden Drücke, oder mit welchen Kräften P' und P'' muß die Stange AB zurückgehalten werden, wenn die Entfernung AB der Angriffspunkte $= 40$ cm und $AC = 25$ cm beträgt, und wenn das Gewicht der Stange außer Acht gelassen wird?

Fig. 49.

$Q = 150$ kg.

Auflösung. Nach §. 42 ist die Seitenkraft

$$P' = \frac{BC}{AB} . Q = \frac{15}{40} . 150 = 56^1/_4 \text{ kg},$$

weil $BC = AB - AC = 40 - 25 = 15$ cm ist;

$$\text{und } P'' = \frac{AC}{AB} . Q = \frac{25}{40} . 150 = 93^3/_4 \text{ kg}.$$

Es ist also der Druck in $A = 56^1/_4$ kg, und der in $B = 93^3/_4$ kg, was zusammen, wie es der Fall sein muß, 150 kg gibt.

11te Aufgabe. Wenn oben, Fig. 36, $P_1 = 40$, $P_2 = 100$, $P_3 = 120$ und $P_4 = 80$ kg und $AB = 10$ cm ist, wie groß ist die resultirende Kraft und wo ist ihr Angriffspunkt?

Auflösung. Die Mittlere von P_1 und P_2 ist $R' = 40 + 100 = 140$ kg; ihr Angriffspunkt sei im M.

Man setze $AM = x$, also $MB = 10 - x$, so ist

$$40 x = 100 (10 - x),$$
$$\text{folglich } 40 x = 1000 - 100 x,$$
$$\text{d. i. } 140 x = 1000,$$
$$x = 7^1/_7 \text{ cm}.$$

Da der Punkt M nun gefunden, so messe man die Entfernung CM. Findet man solche $= 15$ cm, so hat man, wenn $CN = x'$ gesetzt wird, für den Angriffspunkt N der Mittlern $R'' = 140 + 120 = 260$ kg, die Gleichung

$$120 x' = 140 (15 - x),$$

wodurch der Ort N bestimmt ist.

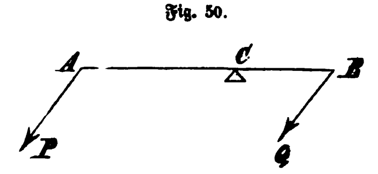
Endlich ist die eigentliche Mittlere $R = 260 - 80 = 180$ kg, und wurde $ND = 16$ cm gefunden, so erhält man, wenn $NO = x''$ gesetzt wird, für den Angriffspunkt O:

$$260\,x'' = 80\,(16 + x'')$$
d. i. $$260\,x'' = 1280 + 80\,x'',$$ und hieraus
$$180\,x'' = 1280$$
folgl. $$x'' = \frac{128}{18} = 7{,}11 \text{ cm}.$$

Vom statischen Moment.

§. 45.

Fig. 50.

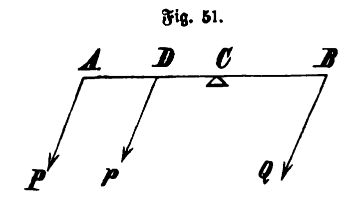


In §. 42 hat sich ergeben, daß zwei Kräfte P und Q Fig. 50, die an einem festen, in C gestützten Körper nach paralleler Richtung wirken, im Gleichgewicht sind, wenn $P \,.\, AC = Q \,.\, BC$ ist.

Man sieht also, daß die Wirkung einer Kraft P, eine Drehung um den Punkt C hervorzubringen, nicht nur von der Größe der Kraft selber, sondern auch von ihrer Entfernung AC vom Stütz- oder Drehpunkte abhängt. Und zwar wächst das Bestreben der Kraft, eine Drehung oder auch Biegung um den Punkt C hervorzurufen, nicht nur mit der Kraft allein, sondern ist auch um so größer, je weiter entfernt der Angriffspunkt A der Kraft vom Stützpunkte ist.

Immerhin ist darum dieses s. g. Drehungsbestreben durch das Produkt $P \,.\, AC$ ausgedrückt, weil ja, bei $AC = 1$, die Wirkung der Kraft $= P \,.\, 1$, und bei $AC = 2$ das Drehungsbestreben $= P \,.\, 2$ u. s. w. ist.

Fig. 51.



Würde nun in D Fig. 51 noch eine Kraft p auf der Seite von P wirken, so hat man für's Gleichgewicht

$$P \,.\, AC + p \,.\, DC = Q \,.\, BC.$$

Denn dann wäre die Wirkung der Kraft $p = p \,.\, CD$, und da diese Kraft p auf Seite der Kraft P wirkt, so sind die Wirkungen beider Kräfte zusammen $= P \,.\, AC + p \,.\, DC$; und da diesen beiden Kräften nur die eine Kraft Q entgegenwirkt, deren Wirkungsgröße $= Q \,.\, BC$ ist, so muß für's Gleichgewicht

$$P \,.\, AC + p \,.\, DC = Q \,.\, BC$$

sein.

Sind die Richtungslinien der Kräfte P und Q Fig. 52, welche die Drehung eines Körpers um den Punkt C hervorzubringen suchen, nicht parallel, so kann man natürlich nicht sagen, daß für's Gleich-

gewicht $P . AC = Q . BC$ sein muß; denn offenbar ist die Wirkung jeder der Kräfte P und Q in Bezug auf Drehung um den Punkt C eine andere, je nachdem sich ihre Richtungslinien ändern, d. h. je nachdem diese vom Parallelismus abweichen. Man erhält aber einen Ausdruck für den Gleichgewichtszustand auf leicht anschauliche Weise.

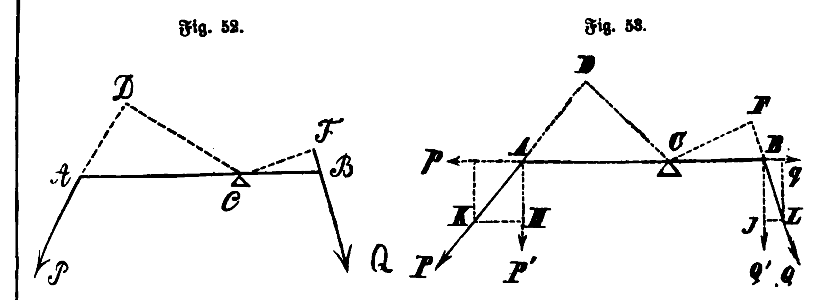


Fig. 52. Fig. 53.

Man denke sich nämlich, was ja ohne Wirkungsänderung geschehen könnte, den Angriffspunkt der Kraft P rückwärts nach D verlegt und die Punkte A, D und C fest mit einander verbunden, wobei CD rechtwinkelig auf der Kraftwirkung von P ist. Ebenso denke man sich den Angriffspunkt der Kraft Q in F, wobei wieder C, F und B festverbunden gedacht und $CF \perp$ auf der Richtungslinie der Kraft Q ist.

Da nun CD und CF die eigentlichen (rechtwinkeligen) Entfernungen der beiderseitigen Kraftrichtungen vom Drehpunkte C sind, so sind die Drehungsbestrebungen oder die Wirkungen der Kräfte P und Q durch die Produkte $P . CD$ und $Q . CF$ ausgedrückt, und es muß also für's Gleichgewicht

$$P . CD = Q . CF$$

sein.

Zu dem gleichen Ergebniß gelangt man auch auf folgende Weise:

Man zerlege in Fig. 53 die Kraft P in zwei rechtwinkelige Seitenkräfte, wovon die eine $= P'$ nach AH senkrecht auf AB, und die andere $= p$ nach der Richtung von AB wirkt.

Ebenso zerlege man die Kraft Q in zwei rechtwinkelige Seitenkräfte, wovon die eine $= Q'$ nach BJ, und die andere $= q$ ebenfalls nach AB, aber nach entgegengesetzter Richtung wie p wirksam ist.

Nun ist klar, daß die Kräfte p und q in Bezug auf eine Drehung um den Punkt C keinerlei Einfluß haben, sondern daß es nur die Seitenkräfte P' und Q' sind, welche diese Drehung hervorzubringen suchen.

Sollen nun diese Kräfte im Gleichgewicht sein, so muß offenbar nach Vorigem die Gleichung

$$P' . AC = Q' . BC$$

stattfinden.

Nach der Lehre vom Parallelogramm der Kräfte stellt aber die Linie AH die Kraft P^1 und AK die Kraft P vor; es ist also

$$P' = \frac{AH}{AK} P.$$

Da $\triangle AHK \backsim \triangle ACD$, so verhält sich aber

$$AK : AH = AC : CD;$$

und man kann

$$P' = \frac{CD}{AC} . P \text{ statt } = \frac{AH}{AK} . P$$

setzen.

Ebenso ist

$$Q' = \frac{BJ}{BL} . Q,$$

oder da

$$BJ : BL = CF : CB \text{ d. i. } \frac{BJ}{BL} = \frac{CF}{CB}$$

ist, so hat man

$$Q' = \frac{CF}{CB} . Q.$$

Werden die Werthe von P' und Q' in die Gleichung

$$P' . AC = Q' . BC$$

substituirt, so erhält man

$$\frac{P . CD}{AC} . AC = \frac{Q . CF}{BC} . BC;$$

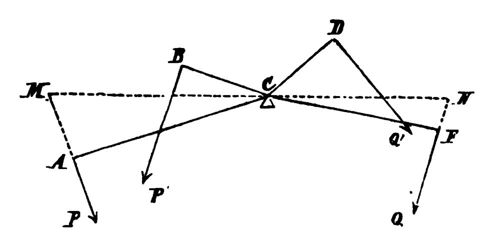
$$\text{d. i. } P . CD = Q . CF,$$

woraus sich auch ergibt:

$$P : Q = CF : CD.$$

Man nennt das Produkt, das man erhält, wenn man eine Kraft P mit dem senkrechten Abstand DC ihrer Richtungslinie vom Drehpunkt multiplizirt, das statische Moment, auch Drehungsmoment der Kraft und sagt darum: Kräfte, wie P und Q Fig. 52 und 53, sind im Gleichgewicht, d. h. sie bringen keine Drehung um den Punkt C hervor, wenn ihre statischen Momente gleich sind.

Fig. 54.



Würden nach der einen Seite die Kräfte P und P', und auf die andere Seite die Kräfte Q und Q' Fig. 54 wirken, so ist nach Obigem die Gesammtwirkung der beiden ersten Kräfte

$$= P \,.\, AC + P' \,.\, BC,$$

und ebenso die Wirkung der Kräfte Q und Q' zusammen

$$= Q \,.\, FC + Q' \,.\, DC,$$

wenn AC, BC, DC und FC senkrecht auf den Richtungslinien der Kräfte sind, und es besteht Gleichgewicht, wenn

$$P \,.\, AC + P' \,.\, BC = Q \,.\, FC + Q' \,.\, DC,$$

d. h. wenn die statischen Momente der auf die eine Seite wirkenden Kräfte zusammen gleich sind den statischen Momenten der entgegengesetzt wirkenden Kräfte.

Es ergibt sich aus der Figur, daß die Angriffspunkte A, B, D und F der Kräfte nicht gerade in einer Linie MN, wohl aber in einer oder in parallelen Ebenen sich befinden müssen.

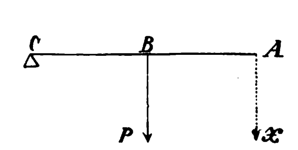
§. 46.

Man kann den im letzten §. aufgestellten äußerst wichtigen Satz über die statischen Momente, der in den folgenden Abschnitten, insbesondere in Abschnitt VIII und IX (Hebelgesetze ꝛc.) zahlreiche Anwendung findet, aber noch mehr ausdehnen, indem man innerhalb oder außerhalb eines Körpers, an welchem Kräfte wirken, sich eine Linie, s. g. Axe denkt und von den Richtungslinien der einzelnen Kräfte senkrechte Linien auf dieselbe fällt. Multiplizirt man dann jede Kraft mit ihrer so bestimmten Entfernung, d. h. bestimmt man die statischen Momente der Kräfte, so müssen fürs Gleichgewicht die Momente der, eine entgegengesetzte Drehung erstrebenden Kräfte einander gleich sein.

Oder wenn für irgend eine Axe die Momente einerseits das 2-, 3- oder 4fache der Momente anderseits betragen, so würden auch die erstern Kräfte eine 2-, 3- oder 4fache Wirkung in Bezug auf fragliche Drehung hervorbringen.

Aus diesem folgt, daß wenn in einem Punkte B Fig. 55 eine Kraft oder ein Gewicht P wirkt, und Drehung um den Punkt C hervorzubringen sucht, eine Kraft in A, welche die nämliche Wirkung hervorbringen soll, wie die Kraft P, nicht so groß wie P, sondern nur $= \frac{BC}{AC} \,.\, P$ zu sein braucht. Denn dann wäre die Wirkung der letzteren in A wirksamen Kraft

Fig. 55.



$$= \frac{BC}{AC} \,.\, P \,.\, AC = P \,.\, BC$$

d. i. so groß, als die Wirkung der in B wirksamen Kraft P.

Oder fragt man, wie groß eine in A wirksame Kraft x sein muß, um gleiche Wirkung, wie die in B thätige Kraft P hervorzubringen, so müßte

$$x \, . \, AC = P \, . \, BC,$$

$$\text{also } x = \frac{P \, . \, BC}{AC} \text{ sein.}$$

Man findet also die gesuchte Kraft, welche gleiche Wirkung, wie die gegebene Kraft hervorbringen soll, wenn man das statische Moment dieser Kraft durch die Entfernung der Richtungslinie der gesuchten Kraft dividirt.

Demnach wäre die Wirkung des eigenen Gewichts G eines Hebelventils Fig. 56, dessen Schwerpunkt in S und der Stützpunkt in C ist, an das äußerste Ende A der Stange gedacht, nur $= \frac{SC}{AC} \, . \, G$, d. h. eine in A nach entgegengesetzter Richtung wirksame Kraft $= \frac{SC}{AC} \, . \, G$ hebt das in S wirksame Gewicht G auf oder ist damit im Gleichgewicht.

Fig. 56.

Man nennt dies in vielen Fällen gar wichtige Aufsuchen einer, in einem andern Punkte wirksamen und gleiche Wirkung hervorbringenden Kraft die **Reduction der Kräfte** oder auch der **Gewichte.**

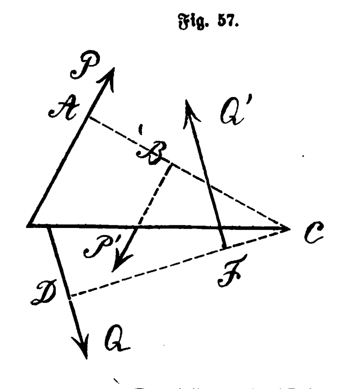


Fig. 57.

Anmerkung 1. Sind P und P' Fig. 57, zwei gleich große, aber entgegengesetzt wirkende Kräfte, also ein sog. **Kräftepaar** (s. oben §. 43), und ist Q und Q' auch ein solches Paar, so müssen in Beziehung auf den angenommenen Punkt C, wenn $AC \perp$ auf die Richtungslinie der Kräfte P und P' und ebenso $DC \perp$ auf die Richtungen Q und Q' ist, fürs Gleichgewicht die statischen Momente

$$P \, . \, AC + Q' \, . \, FC = P' \, . \, BC + Q \, . \, DC$$

sein.

Somit, da

$$FC = DC - DF$$

und

$$BC = AC - AB$$

gesetzt werden kann, ist

$$P \, . \, AC + Q' \, . \, (DC - DF) = P' \, . \, (AC - AB) + Q \, . \, DC$$

d. i. $P \, . \, AC + Q' \, . \, DC - Q' \, . \, DF = P' \, . \, AC - P' \, . \, AB + Q \, . \, DC.$

Hieraus ergibt sich, da $P = P'$ und $Q = Q'$, also auch $P \, . \, AC = P' \, . \, AC$ und $Q \, . \, DC = Q' \, . \, DC$ ist,

$$P' \, . \, AB = Q' \, . \, DF.$$

Es sind also zwei Kräftepaare im Gleichgewicht, wenn das Produkt aus einer Kraft und ihrem Abstande von der Gegenkraft bei einem Paar so groß ist, wie beim andern.

Hieraus ergibt sich auch, daß ein Kräftepaar durch ein anderes in gleicher Richtung wirkendes ersetzt werden kann, vorausgesetzt, daß die genannten Produkte gleich sind.

Anmerkung 2. In §. 42 wurde schon gezeigt, daß dort die parallelen Kräfte P und Q Fig. 32 im Gleichgewicht sind, wenn die Produkte aus den Kräften in die bei einer unendlich kleinen Drehung zurückgelegten Wege, d. h. wenn $P.AM$ und $Q.BO$ oder eigentlich $P.Ax$ und $Q.Oy$ einander gleich sind.

Sind nun aber in Fig. 58 die beliebig wirkenden Kräfte P, P_1, Q und Q_1, welche einen Körper um den Punkt C zu drehen suchen, im Gleichgewicht, so muß auch jede unendlich kleine, durch die Kräfte P und P_1 hervorgebrachte Drehung wieder durch die entgegengesetzte Wirkung der Kräfte Q und Q_1 aufgehoben werden.

Fig. 58.

Nimmt aber bei einer solchen unendlich kleinen Drehung der Körper eine solche Lage an, daß die Angriffspunkte A, B, D, E der Kräfte nach M, N, O, S gelangen, so müssen wieder die Wirkungen oder Arbeitsgrößen der auf entgegengesetzten Seiten wirkenden Kräfte, d. i. die Produkte aus Kräften und Wegen, einander gleich sein.

Ist nun Ma senkrecht auf AP, so ist Aa der von der Kraft P bei der genannten Drehung zurückgelegte Weg, da man unter Weg immer die direkte Annäherung oder Entfernung vom Ziel in der Richtung der Kraft versteht. Ebenso sind Bb, Dd und Ee die Wege der Kräfte P_1, Q und Q_1, und es muß darum fürs Gleichgewicht

$$P.Aa + P_1.Bb = Q.Ee + Q_1.Dd \text{ sein,}$$

da, um dieses Gleichgewicht herzustellen, d. h. um den Körper wieder in seine frühere Lage zu bringen, die Kräfte Q und Q_1 auf den Wegen Ee und Dd wirken müssen.

Aus vorstehender Gleichung folgt

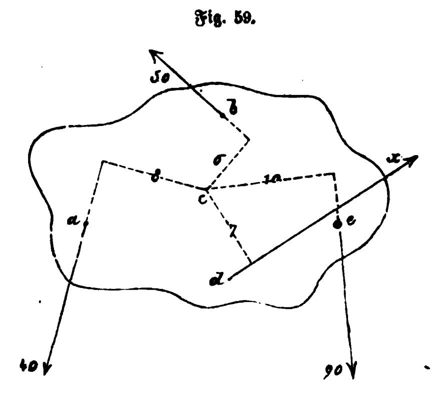
$$P.Aa + P_1.Bb - Q.Ee - Q_1.Dd = 0.$$

Man nennt die bei einer unendlich kleinen Drehung zurückgelegten Wege Aa, Bb, Dd, Ee die virtuellen Geschwindigkeiten der die Drehung bewirkenden Kräfte und belegt den durch die letzte Gleichung ausgesprochenen mechanischen Grundsatz mit dem Namen: „das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten."

Wie man sieht, ist aber damit nichts Anderes gesagt, als was wir oben §. 26 schon aussprachen, daß nämlich jede Wirkung ihrer Gegenwirkung gleich sein muß. Oder was das Nämliche ist: Nimmt man die Bewegung, also die Wege nach der einen Richtung als positiv, somit die entgegengesetzte Bewegung als negativ an, so muß fürs Gleichgewicht die Summe der sämmtlichen Produkte aus den Kräften in ihre Wege (virtuellen Geschwindigkeiten) = Null sein.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. An den Punkten a, b und e Fig. 59 eines Körpers wirken Kräfte von 40, 50 und 90 kg und zwar in den rechtwinkelig gemessenen Entfernungen = 8, 6 und 10 von dem Punkte c, um welchen jene Kräfte den Körper zu



drehen suchen; wie groß muß die in einem Punkte d wirksame Kraft x sein, um mit den drei andern Kräften Gleichgewicht herzustellen, wenn die senkrechte Entfernung ihrer Richtungslinie vom Drehpunkte = 7 ist?

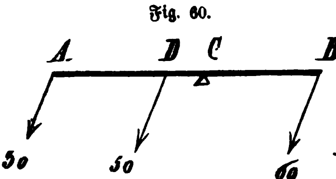
Auflösung. Da die Kräfte 40, 50 und x Drehung in gleichem Sinne und nur die Kraft 90 eine Bewegung in entgegengesetzter Richtung hervorzubringen sucht, so muß

$$40 \cdot 8 + 50 \cdot 6 + x \cdot 7 = 90 \cdot 10,$$

also $7\,x = 900 - 320 - 300$

d. i. $x = \frac{280}{7} = 40$ kg sein.

2te Aufgabe. Wenn an AB Fig. 60 in A, D und B Kräfte von 30 kg, 50 kg und 60 kg nach paralleler und gleicher Richtung wirken, wo muß AB unterstützt werden, wenn keine Drehung um den Stützpunkt C erfolgen soll, und wenn $AD = 6$ dm und $BD = 8$ dm beträgt?



Auflösung. Bei parallelen Kräften multiplizirt man diese mit den Abständen AC, DC und BC, welche ja ohnehin den senkrechten Entfernungen proportional sind. — Nennt man die Entfernung $DC = x$, so ist $AC = 6 + x$, und $BC = 8 - x$, und man hat nach §. 45

$$30 \cdot (6 + x) + 50 \cdot x = 60 \cdot (8 - x).$$

Dies gibt, wenn man ausmultiplicirt,

$$180 + 30\,x + 50\,x = 480 - 60\,x$$

d. i.

$$30\,x + 50\,x + 60\,x = 480 - 180$$

$$140\,x = 300$$

$$x = \frac{300}{140}$$

$$x = 2{,}14 \text{ dm.}$$

Somit muß der Stützpunkt C in einer Entfernung $AD + CD = 6 + 2{,}14 = 8{,}14$ dm, von A aus gerechnet, sich befinden. Der Punkt C ist zugleich auch der Angriffspunkt der Mittelkraft der genannten drei Kräfte.

3te Aufgabe. An einem Rade oder irgend einem Bestandtheile einer Maschine sei zur Entlastung, Ausgleichung ꝛc. in einer Entfernung von 54 cm vom Drehpunkt ein Gewicht von 5 kg angebracht. Man will dies Gewicht durch ein anderes ersetzen, welches in einem Abstande von 45 cm wirkt; wie groß muß dieses sein?

Auflösung. Das Drehungsmoment oder das statische Moment des gegebenen, bisherigen Gewichtes ist $= 5 \cdot 54$ und das des anzubringenden Gewichtes $= x \cdot 45$, somit muß $45 \cdot x = 5 \cdot 54$ und das neuanzubringende Gewicht

$$x = \frac{5 \cdot 54}{45} = 6 \text{ kg}$$

betragen.

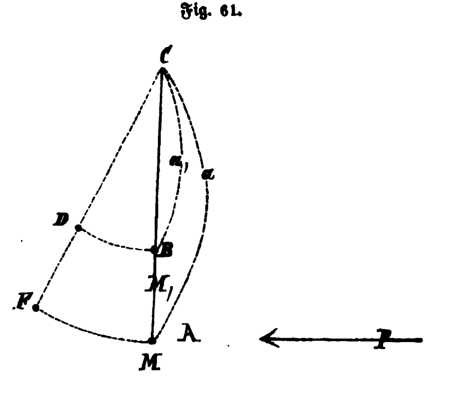
* Vom Trägheitsmoment.

* §. 47.

Ist CA Fig. 61 eine gerade, unbiegsame, um C drehbare Linie, und es befindet sich in A eine beliebige träge Masse M, auf welche eine Kraft P einwirkt, so wird die Masse eine um C rotirende Bewegung und, wenn die Kraft eine beständige ist, nach §. 22 die Beschleunigung $\frac{P}{M}$ annehmen, folglich in einer Sekunde einen Weg

$$AF = {}^1/_2 \cdot \frac{P}{M}$$

zurücklegen.



Wird aber statt der in A befindlichen Masse M eine andere Masse M_1 im Punkte B angebracht, während die Kraft P noch im ursprünglichen Punkte A wirkt, so ist nach dem letzten §. der von dieser Kraft ausgeübte, auf den Punkt B reducirte beständige Druck $P_1 = \frac{a}{a_1} P$, wenn $CA = a$ und $CB = a_1$ gesetzt wird. Alsdann ist die Beschleunigung der Masse M_1

$$= \frac{P_1}{M_1} = \frac{a \cdot P}{a_1 \cdot M_1}$$

und folglich ihr sekundlicher Weg

$$BD = {}^1/_2 \frac{a \cdot P}{a_1 \cdot M_1}.$$

Sollen nun die beiden trägen Massen M und M_1 einer und derselben Kraft P, welche sie in Rotation zu versetzen sucht, den nämlichen Widerstand bieten, so müssen die von den beiden Massen angenommenen Winkelgeschwindigkeiten auch gleich sein, d. h. es müssen die Oerter D und F der beiden Massen nach gleicher Zeit, z. B. in einer Sekunde, in einer und derselben Geraden CF sich befinden. Damit dies aber eintritt, muß sich verhalten:

$$AF : BD = a : a_1,$$

folglich, da $AF = {}^1/_2 \cdot \frac{P}{M}$ und $BD = {}^1/_2 \cdot \frac{a_1 \cdot P}{a_1 \cdot M_1}$,

$$ {}^1/_2 \cdot \frac{P}{M} : {}^1/_2 \frac{aP}{a_1 M_1} = a : a_1;$$

woraus sich ergibt:

$$M_1 a_1 : Ma = a : a_1,$$

und hieraus

$$Ma^2 = M_1 a_1{}^2.$$

Dies will sagen:

Zwei Massen M und M_1 leisten einer, mit gleicher Winkelgeschwindigkeit anzunehmenden drehenden Bewegung ganz den gleichen Widerstand, wenn die Produkte der einzelnen Massen in die Quadrate ihrer Entfernungen vom Drehpunkte gleich sind.

Man nennt dieses Produkt das Trägheitsmoment einer Masse, und sagt darum:

Zwei Massen erfordern das gleiche und im nämlichen Angriffspunkte wirksame Kraftaufgebot, um gleich starke drehende Bewegungen anzunehmen (wie z. B. Massen in verschiedenen Punkten eines und desselben rotirenden Körpers), wenn ihre Trägheitsmomente gleich sind.

Ist eine der Entfernungen, z. B. $a = 1$, so ist das zugehörige Trägheitsmoment der Masse $M = M \cdot 1^2 = M$. Man kann darum sich unter dem Trägheitsmoment eines Körpers auch eine Masse denken, welche, in der Entfernung gleich der Längeneinheit von der Drehaxe angebracht, den gleichen Widerstand gegen Drehung bietet, wie der Körper selber.

*§. 48.

Bezeichnen m_1, m_2, m_3 2c. 2c. die Massentheilchen eines rotirenden Körpers, und a_1, a_2, a_3 u. s. w. ihre Entfernungen von der gemeinsamen Drehaxe, so ist das Trägheitsmoment des ganzen Körpers

$$\mathfrak{M} = m_1 a_1{}^2 + m_2 a_2{}^2 + m_3 a_3{}^2 + \ldots.$$

Nach Anmerkung zu §. 31 ist die lebendige Kraft eines rotirenden Körpers

$$= w^2 (m_1 a_1{}^2 + m_2 a_2{}^2 + m_3 a_3{}^2 + \ldots) \text{ d. i.} = w^2 \cdot \mathfrak{M},$$

wobei w die Winkelgeschwindigkeit bezeichnet.

Nach § 30 ist aber das, einer bewegten Masse zukommende Arbeitsvermögen gleich der halben lebendigen Kraft; somit ist die Arbeitsgröße des obigen Körpers $Ps = {}^1/_2\, w^2 \cdot \mathfrak{M}$; d. h. die einem rotirenden Körper zukommende Arbeitsgröße ist gleich dem halben Produkte aus dem Quadrate der Winkelgeschwindigkeit und dem Trägheitsmoment des Körpers.

Es folgt hieraus, daß bei verschiedenen Massen diese Arbeitsgrößen bei gleicher Winkelgeschwindigkeit mit den Trägheitsmomenten zu- oder abnehmen.

Aus der Gleichung des vorigen §.

$$Ma^2 = M_1 a_1^2$$

ergibt sich nun $M_1 = \frac{Ma^2}{a_1^2}$.

Man findet also die Größe einer Masse M_1, welche bei gleicher Winkelgeschwindigkeit den nämlichen Drehungswiderstand bietet, oder welche die gleiche lebendige Kraft zu ihrer Bewegung erfordert, wie eine andere Masse M; oder welche auch die nämliche Arbeitsgröße, wie diese abgeben kann, wenn sie beide aus dem Zustande der Bewegung zur Ruhe gelangen sollen; wenn man das Trägheitsmoment der Masse M durch das Quadrat des Abstandes a_1 der fraglichen Masse M_1 von der Drehaxe dividirt.

Man nennt dies die Reduktion der Massen.

Und fragt man nach der Masse M', welcher in einer Entfernung r' das gleiche Trägheitsmoment, also auch die gleiche lebendige Kraft zukommt, wie einem Körper, dessen Trägheitsmoment das obige

$$\mathfrak{M} = m_1 a_1^2 + m_2 a_2^2 + \ldots.$$

ist, so muß

$$M' = \frac{\mathfrak{M}}{r'^2}$$

sein, und man nennt M' die auf die Entfernung r' reducirte Masse des wirklichen Körpers.

Bei einem rotirenden Körper kann man sich auch die gesammte wirkliche Masse M in einem einzigen Punkt vereinigt denken, so daß die vereinigte Masse das gleiche Trägheitsmoment hat, wie der Körper an und für sich. Nennt man r die Entfernung dieses Punktes von der Drehaxe, so ist dann wieder

$$Mr^2 = \mathfrak{M}; \text{ also } r = \sqrt{\frac{\mathfrak{M}}{M}}.$$

Diese Entfernung r nennt man den Drehungs- oder Trägheitshalbmesser.

Aus dem Gesagten ergibt sich und möge hier zur größern Verständlichkeit angeführt werden:

Der Einfluß, den die Trägheit oder das Beharrungsvermögen eines Körpers auf dessen rotirende Bewegung ausübt, hängt nicht bloß von der Größe der Masse, sondern von seinem Trägheitsmoment ab. Es wird also dieser Einfluß namentlich durch die Form des Körpers und die Lage seiner meisten Massentheilchen in Bezug auf die Drehaxe bedingt. Und da das Trägheitsmoment mit dem Quadrat der Entfernung der Masse von der Drehaxe wächst, so folgt, wie insbesondere die größere Entfernung der Hauptmasse eines Körpers von bedeutendem Einfluß auf fraglichen Bewegungszustand ist.

Nimmt man darum an, zwei Schwungräder, deren Masse man sich ohne namhaften Fehler im Schwungring vereinigt denken kann,

haben gleiche Gewichte, das eine aber habe einen doppelten Durchmesser, so übt dieses einen vierfachen Einfluß auf die Bewegung aus. Es erfordert das vierfache Aufgebot an Arbeitsgröße, um die gleiche Winkelgeschwindigkeit anzunehmen, wie jenes; es wird aber, wenn einmal in Bewegung, auch die vierfache Wirkung bei Ueberwindung von Widerständen ꝛc. ausüben können, wie das kleinere Rad. Ebenso wird ein 1000 kg schweres Schwungrad, das einen Halbmesser von 2 m hat, ganz die gleichen Dienste leisten, wie ein 4000 kg schweres, dessen Radius nur 1 m ist; denn $1000 \cdot 2^2$ ist $= 4000 \cdot 1^2$. Diese Abhängigkeit der Wirkungsgröße eines Schwungrades, wie jedes andern rotirenden Körpers, wurde übrigens schon oben §. 30 erkannt, indem bei doppeltem Durchmesser auch die Geschwindigkeit doppelt und dadurch die lebendige Kraft zum Vierfachen wird.

2. Zusammensetzung und Zerlegung der Bewegungen.

§. 49.

Wenn bisher gezeigt wurde, wie zwei oder mehrere Kräfte, welche an einem Körper wirken, zu einer einzigen s. g. mittleren Kraft, welche die gleiche Wirkung wie jene zusammen hervorbringt, zusammengesetzt werden können, so kann man, wie eigentlich schon gesagt wurde, nun auch die einem Körper durch jene Kräfte nach zwei oder mehreren Richtungen ertheilten Bewegungen und Geschwindigkeiten zu einer einzigen Bewegung, zu einer Geschwindigkeit zusammensetzen.

Ist nämlich ein Körper in Bewegung und hat nach irgend einer Richtung eine gewisse Geschwindigkeit c, und es wird ihm in der gleichen Richtung eine neue Geschwindigkeit v mitgetheilt, so geht der Körper mit einer Geschwindigkeit gleich $c + v$ nach der nämlichen Richtung fort.

Würde aber dem Körper, der die Geschwindigkeit c hat, eine entgegengesetzte Geschwindigkeit v mitgetheilt, so würde er, wenn v kleiner als c ist, nur mit einer Geschwindigkeit $= c - v$ in seiner ursprünglichen Richtung fortgehen. Wäre v größer als c, so würde der Körper mit einer Geschwindigkeit $= v - c$ rückwärts laufen.

Ebenso, wenn einem Körper zwei Bewegungen mitgetheilt werden, deren Richtungslinien einen Winkel mit einander bilden, gibt wieder wie in §. 36, wenn beide Bewegungen gleicher Art, z. B. beide gleichförmig oder beide gleichförmig veränderlich sind, die Diagonale des aus den beiden Geschwindigkeiten gebildeten Parallelogramms das Resultat der beiden Bewegungen an.

Ist nämlich Fig. 62 $AB = v$ die gleichförmige Geschwindigkeit eines Körpers nach der Richtung AB, und $AC = c$ ebenfalls die gleichförmige Geschwindigkeit in der Richtung AC, so ist durch die Diagonale AD des Parallelogramms $ABDC$ die eigentliche Geschwindigkeit und die Richtung angegeben, mit welcher der Körper sich bewegt.

Fig. 62.

Auf die gleiche Weise kann man vermittelst des Parallelogramms drei und mehrere Geschwindigkeiten, die einem Körper durch, nach verschiedenen Richtungen wirkende Kräfte mitgetheilt werden, zu einer einzigen Geschwindigkeit zusammensetzen.

Man spricht darum in der Mechanik auch von einem **Parallelogramm der Geschwindigkeiten**, und nennt *AD* die **mittlere**, dagegen *AB* und *AC* die **Seitengeschwindigkeiten des Körpers**.

Beispiele solcher zusammengesetzten Bewegungen sehen wir namentlich bei der Bewegung auf einem Schiffe. — Bewegt sich ein Körper auf einem Schiffe vorwärts in der Richtung des Schiffes, so ist die Geschwindigkeit des Körpers, die dieser in Bezug auf die Veränderung seines Ortes im Raume hat, gleich der Summe aus der Geschwindigkeit des Schiffes und der Geschwindigkeit, mit welcher der Körper auf dem Schiffe vorwärts geht.

Umgekehrt ist die Geschwindigkeit des Körpers, mit welcher er seinen Ort ändert, wenn derselbe auf dem Schiffe rückwärts sich bewegt, gleich dem Unterschiede der beiden Geschwindigkeiten.

Wenn aber von dem Orte *A* eines Schiffes *I* Fig. 63 eine Person sich in der Richtung von *A* nach *B* gleichförmig bewegt, während das Schiff in der Richtung des Pfeiles vorangeht, so wird die Person den Weg *AC*, welcher die Diagonale des Parallelogramms *ABCD* ist, zurücklegen, weil während der Zeit das Schiff aus der Lage *I* in die Lage *II*, also *A* nach *D*, und *B* nach *C* gekommen ist.

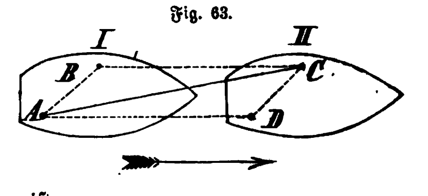


Fig. 63.

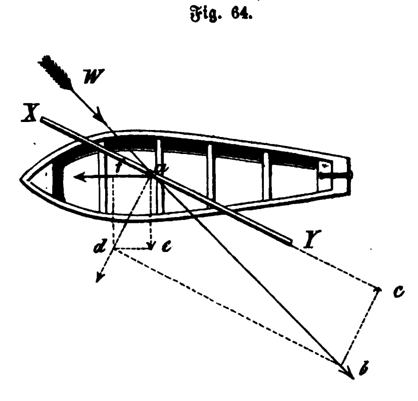
Wären die Kräfte, welche einem Körper die Seitenbewegungen nach *B* und *C* Fig. 62 mittheilen, beide andauernd wirkende oder beständige Kräfte, so daß die erzeugten Bewegungen gleichförmig beschleunigt sind, so ist der Weg *AD* des Körpers wieder eine gerade Linie, also die Diagonale des Parallelogramms *ABDC*; und wenn *B* und *C* die Oerter sind, wohin die einzeln wirkenden Kräfte den Körper in einer bestimmten Zeit, z. B. in der Sekunde bringen würden, so wird auch, nach Umfluß dieser Zeit, *D* der Ort sein, wo sich der Körper befindet. Ganz das Nämliche wird eintreten, wenn die Seitenbewegungen nach *AB* und *AC* gleichförmig verzögert wären. Wenn aber die Bewegungen nach den Richtungen *AB* und *AC* verschiedener Natur wären, z. B. nach der einen Seite gleichförmig und nach der andern beschleunigt oder verzögert, oder nach beiden Richtungen beschleunigt oder verzögert, aber nicht gleichmäßig, so kommt der Körper

in allen Fällen in der Zeit, in welcher die Seitenbewegungen ihn nach *B* oder *C* bringen würden, wohl auch im Punkt *D* an, seine durchlaufene Bahn ist dann aber eine krumme Linie oder eine Curve.

Mit der Zerlegung einer Bewegung in zwei oder mehrere Seitenbewegungen verhält es sich ebenfalls gerade, wie mit der Zerlegung der Kräfte.

Zusammengesetzte Bewegungen kommen gar häufig vor und fast in den wenigsten Fällen folgt ein bewegter Körper bloß dem Impuls einer Kraft. Außer den schon genannten Beispielen möge nur erwähnt werden: Das Uebersetzen über einen Fluß, wo Strömung und Ruder thätig sind; der Gebrauch der Segel und Ruder überhaupt; die Wirkung der Windflügel bei Windmühlen; die Bewegung der Bohrspindel bei Bohrmaschinen; bei Drehbänken 2c. 2c.

Fig. 64.



Ein auffallendes Beispiel, wie oft eine Kraft, wie z. B. die Kraft des Windes bei Segelschiffen zur Hervorbringung einer fast entgegengesetzten Bewegung dienen kann, macht Fig. 64 deutlich.

Ist *W* die Richtung des Windes und *XY* das Segel, so zerlege man die vom Wind ausgeübte, durch *ab* dargestellte Kraft in die rechtwinkeligen Seitenkräfte *ac* und *ad*. Von diesen bringt nur *ad* eine Wirkung auf das Segel hervor. Zerlegt man *ad* wieder in die rechtwinkeligen Seitenkräfte *ae* und *af*, so ist letztere diejenige Kraft, welche das Schiff vorwärts treibt, wogegen der Seitendruck *ae* durch den Widerstand des Wassers, welcher bei der Form des Schiffes nach dieser Richtung sehr groß ist, aufgehoben wird.

Laviren bei conträrem Wind. Um die größte bewegende Kraft hervorzubringen, soll das Segel *XY* den Winkel halbiren, welchen die Wind- und die Längerichtung des Schiffes mit einander bilden.

Von der Wurfbewegung.

§. 50.

Als vorzüglichstes Beispiel einer zusammengesetzten Bewegung, bei welcher die wirksamen Kräfte nicht gleicher Natur, also die einem Körper ertheilten Seitenbewegungen nicht gleicher Art, und darum dessen eigentliche oder resultirende Bewegung keine geradlinige mehr ist, gilt die Wurfbewegung.

Wird z. B. ein Körper A Fig. 65 nach horizontaler Richtung abgeworfen, so sieht man wohl ein, daß derselbe in dieser Richtung sich nicht bewegen kann, weil die Schwerkraft ihn nach der Erde hinzieht. Dem Körper A sind demnach schon im Anfange zwei Bewegungen nach den Richtungen AB und AC, und zwar durch zwei verschiedenartig wirkende Kräfte mitgetheilt, indem die Anziehungskraft beständig, also beschleunigend wirkt, während die Wurfkraft, wenn sie auch während einer kurzen Zeit wirksam ist, dennoch nur als eine augenblickliche, anstoßende Kraft angesehen werden muß.

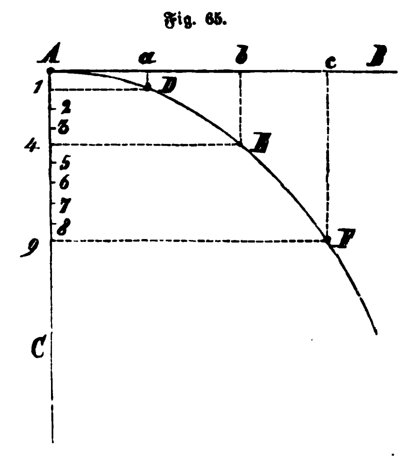


Fig. 65.

Will man nun die Bahn, die der Körper A zurücklegt, finden, und nimmt man an, die Bewegung finde in einem leeren Raume statt, so bedenke man, daß, wenn die Anziehungskraft der Erde nicht wirkte, der Körper gleichförmig in horizontaler Richtung fortgehen würde, also wenn er in der ersten Sekunde den Weg Aa zurücklegt, er in der zweiten Sekunde den Weg ab, in der dritten Sekunde den Weg bc u. s. w. durchläuft, wenn $Aa = ab = bc$ ist.

Vermöge der Anziehungskraft der Erde fällt aber jeder Körper in der ersten Sekunde durch einen Weg $A1 = 4{,}905$ Meter. Es ist also der Körper A nach 1 Sekunde in D angelangt, da er die Diagonale AD des Parallelogramms $AaD1$ durchlaufen mußte.

In zwei Sekunden, in welchen die Wurfkraft den Körper allein nach b gebracht hätte, fällt dieser 4mal soweit, als in der ersten Sekunde, also so tief, als $A4$ ist, und es ist der Körper in dieser Zeit, vermöge der Wirkung beider Kräfte, in E angekommen. — Ebenso fällt der Körper in 3 Sekunden 9mal so weit, und ist demnach senkrecht unter c und horizontal von 9 in F angelangt.

Da die Anziehungskraft beständig wirkt, so muß die Bahn $ADEF$... eine krummlinige sein, und zwar ist diese ein Stück einer krummen Linie, die man eine Parabel nennt.

Man sieht eine derartige Bewegung bei dem Wasserstrahl eines Brunnens 2c. 2c.

Wird ein Körper in beliebig schiefer Richtung AB Fig. 66 in die Höhe geworfen, so ist die von ihm zurückgelegte Bahn eine ähnliche wie vorhin. Angenommen die Wurfkraft würde den Körper in einer Sekunde nach a, in 2 Sekunden nach b, in 3 Sekunden nach c u. s. w. tragen, wenn die Schwerkraft dies nicht verhindern würde,

so folgt, daß, vermöge dieser letztern Kraft, der Körper nach 1 Sekunde um ein Stück aI fällt, und also nicht nach a, sondern nach I gelangt.

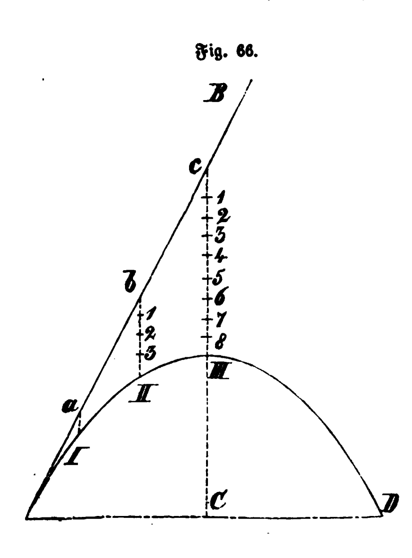


Fig. 66.

In 2 Sekunden fällt der Körper um ein 4mal größeres Stück bII und kommt also in II an. In 3 Sekunden fällt er aber 9mal tiefer und gelangt also nach III, wenn $cIII$ 9mal so groß ist, als aI u. s. w.

Die Bahn, welche der Körper in diesem Fall durchläuft, ist eine ganze Parabel $AIIID$.

Man nennt $CIII$ die Wurfhöhe und AD die Wurfweite.

Letztere ist am größten, wenn der Körper in einer Richtung abgeworfen wird, welche einen halben rechten Winkel mit dem Horizont bildet, vorausgesetzt, daß der Raum luftleer wäre. In diesem Fall ist die Wurfhöhe $CIII = 1/4$ der Wurfweite. Die Wurfweite AD selber aber ist gerade das Doppelte der Höhe, die der Körper bei gleicher Anfangsgeschwindigkeit erreicht hätte, wenn er nach vertikaler Richtung abgeworfen worden wäre. Bei Winkeln, die größer oder kleiner als 45° sind, vermindert sich die Wurfweite gleichmäßig mit der Aenderung des Winkels, d. h. bei Winkeln von 40° und 50° sind die Wurfweiten gleich.

Aus Früherm ergibt sich, daß ein in A abgeworfener Körper in der nämlichen Zeit den Bogen $AIIID$ durchläuft, in welcher er durch die Höhe $CIII$ gestiegen und gefallen wäre. Da der Körper also zur Durchlaufung des Bogens $AIIID$ die doppelte Zeit braucht, als zum Fallen durch die Höhe $CIII$ nöthig ist, und da bei doppelter Zeit ein Körper durch den 4fachen Raum fällt, und bei einem Wurfwinkel von 45° AD 4mal größer, als $CIII$ ist, so folgt, daß, um nach D zu gelangen, der Körper die nämliche Zeit braucht, als wenn er eine senkrechte Höhe $= AD$ durchfallen sollte.

In der Wirklichkeit ist die Bahn eines geworfenen Körpers, z. B. die Bahn einer Geschützkugel, keine reine Parabel, da der Luftwiderstand eine Aenderung verursacht; namentlich ist wegen des bei verschiedenen Geschwindigkeiten auch ungleichen Widerstands, die Bahn eines schief aufwärts geworfenen Körpers beim Steigen und Fallen nicht vollkommen gleich gekrümmt, sondern am Ende etwas steiler.

Ist a der Winkel, unter welchem ein Körper abgeworfen wird und v die Geschwindigkeit, welche die Wurfkraft mittheilt, so ist die Wurfhöhe $= \frac{(v \sin a)^2}{2g}$

die Wurfweite $= \frac{v^2 \sin 2a}{g}$, und die Zeit, die der Körper braucht, um den ganzen Bogen zu durchlaufen, $t = \frac{2v \sin a}{g}$, woraus sich alle obigen Verhältnisse ergeben.

Wichtigkeit der Lehre von der Wurfbewegung für die Artillerie (Ballistik). Vervollkommnete Visire, bei welchen das dem Schützen zunächst befindliche Visir beweglich ist, so daß man nach der Entfernung vom Ziel eine mehr oder weniger ansteigende Linie visirt. Bei preußischen gezogenen Geschützen beträgt die Elevation für eine Wurfweite von etwa 5000 Schritte $17^1/_2$°.

Erfahrungsgemäß soll für die größten Wurfweiten in Wirklichkeit der s. g. Elevationswinkel 35 bis 37° betragen; dabei erreichen die schweren Belagerungsgeschütze (deutsche Geschütze und englische Armstrongkanonen) eine Weite von über einer deutschen Meile (7420 m). Bei einer solchen Elevation flog während der Belagerung von Paris im Januar 1871 eine aus einer preußischen Batterie abgeschossene Kugel von Meudon bis zur Madeleine, d. i. eine Entfernung von 11400 Schritt, also mehr als eine deutsche Meile.

Mit den größeren neuen österreichischen Stahlbronze- (Uchatius-) Geschützen sollen bei wiederholten Proben Wurfweiten bis zu $1^1/_2$ deutschen Meilen erreicht worden sein.

Um die Zeit zu finden, in welcher eine Kanonenkugel bei günstigster Elevation (im leeren Raum) ein, eine deutsche Meile = 7420 m entferntes Ziel erreicht, setze man nach Obigem in der Formel (§. 10 und 13) $s = t^2 . \frac{g}{2}$ für $s = 7420$ m; man erhält dann $t = \sqrt{\frac{2 . 7420}{9,81}} = 38,8$ Sek.

Die Geschwindigkeit einer Büchsenkugel zu 480 m angenommen, so braucht eine Kugel, um einen 60 m entfernten Punkt zu treffen, $\frac{480}{60} = \frac{1}{8}$ Sekunde, wenn wieder auf den Luftwiderstand keine Rücksicht genommen wird. In dieser Zeit durchfällt die Kugel aber einen Raum $s = \frac{t^2 . g}{2} = \frac{1 . 9,81}{64 . 2} = 0,077$ m, d. i. nahezu 8 cent. Um so viel höher muß der Schütze zielen oder das Visir darnach stellen.

Von der Centralbewegung.

§. 51.

Die s. g. Centralbewegung ist ebenfalls eine Folge der nach verschiedener Richtung stattfindenden Wirksamkeit zweier Kräfte von verschiedener Natur.

Man versteht hierunter eine solche krummlinige Bewegung, welche um einen festen Mittelpunkt (Centrum) vor sich geht, wie man es am einfachsten bei einem an einer Schnur befestigten und im Kreise herumgeschwungenen Steine, — im Großen bei der Bewegung der Erde, sowie der übrigen Planeten um die Sonne oder des Mondes um die Erde sieht.

Im vorigen §. wurde angenommen, die beständig wirkende Kraft der Schwere, welche einen abgeworfenen Körper aus der ihm von der Wurfkraft ertheilten Bewegungsrichtung Ac Fig. 67 beständig ablenkt, wirke stets nach parallelen Richtungslinien, so daß der Körper nach

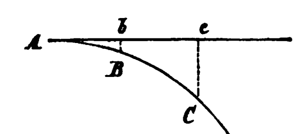


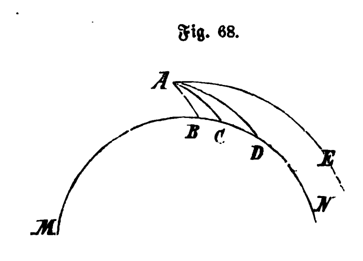
Fig. 67.

1 Sekunde nicht in b, sondern um die Fallhöhe $\frac{g}{2}$ tiefer in B und nach 2 Sekunden in C, d. i. $4 \cdot \frac{g}{2}$ tiefer, als der Punkt c ist, ankommt. Bei gewöhnlichen Verhältnissen, unter welchen irdische Körper abgeworfen werden, kann und muß diese Annahme auch gemacht werden, da die Abweichung der Linien bB, cC u. s. w. vom Parallelismus viel zu gering ist, um von irgend einem Einfluß sein zu können.

Für den Fall aber, daß die Punkte A, b, c 2c. sehr weit aus einander liegen, d. h. wenn die durch die Wurfkraft dem Körper ertheilte Geschwindigkeit Ab verhältnißmäßig sehr groß wäre, gestaltet sich die Sache anders. Es muß alsdann die beständig anziehende Kraft als von einem Punkte aus wirkend angesehen werden, und für diesen Fall ist die Bestimmung des von dem bewegten Körper durchlaufenen Weges etwas verschieden, wie gezeigt werden wird. Von dieser Betrachtungsweise ausgehend, ergibt sich, daß Wurfbewegung und Centralbewegung eigentlich nicht verschiedenartig sind. In der That auch ist die von einem geworfenen Stein oder von einer abgeschossenen Kugel durchlaufene Parabel ein Stück einer geschlossenen Linie, eines Kreises oder einer Ellipse, und der Körper würde nach einer dieser Linien unbedingt das Erdcentrum umkreisen, wenn er durch den Erdkörper nicht aufgehalten, d. h. wenn die Erde nur ein schwerer (anziehender) Punkt wäre.

Man sieht auch ein, daß je größer die Wurfgeschwindigkeit eines Körpers ist, die Bahnen AB, AC und AD, Fig. 68, um so später der Erdoberfläche begegnen, und daß, wenn endlich die Bahn AE parallel zum Umfange MN der Erde wäre, der Körper die Erde umkreisen, also ein Trabant der letztern werden würde. Der letztere Umstand würde auch eintreten, wenn, bei nicht vorhandenem Luftwiderstand, die Wurfgeschwindigkeit des Körpers etwa 8000 Meter per Sekunde betrüge. Bei noch größerer Geschwindigkeit wird die Bahn zu einer Ellipse, wie dieses beim Mond auch wirklich der Fall ist, der, weil ein widerstehendes Medium nicht vorhanden, nach einer solchen Linie die Erde umkreist.

Fig. 68.



Um nun die Bahn zu erhalten, die ein Körper bei der genannten Centralbewegung zurücklegt, denke man, es befinde sich in A Fig. 69 ein Körper, welcher von irgend einer in C beständig wirksamen Kraft P gegen diesen Punkt C hingezogen wird. Eine andere, nur vorüber-

gehend wirkende Kraft Q gebe dem Körper in der Richtung Ab einen Stoß. Es ist nun klar, daß wenn in einem Zeitabschnitt der Körper vermöge der Kraft P nach a, und vermöge der Kraft Q nach b gelangt wäre, derselbe in dieser Zeit die Diagonale Ae des Parallelogramms $Aaeb$ durchläuft.

Fig. 69.

Im zweiten Zeitabschnitte würde vermöge der beständig wirkenden Kraft P der Körper von e nach d gezogen werden, wenn $ed = Aa$ ist; zugleich aber hat der Körper das Bestreben, in seiner bisherigen Bewegung zu verharren und würde also in der nämlichen Zeit, ohne Einwirkung der Kraft P, nach f gelangen, wenn $ef = ae$ ist. — Somit bewegt sich im 2. Zeitabschnitt der Körper durch die Diagonale eg.

Ebenso triebe die Kraft P im 3. Zeitabschnitt den fraglichen Körper von g nach h, während derselbe kraft seines Beharrungsvermögens nach i zu gelangen strebt; der Körper kommt also nach k ꝛc.

Vermöge der beständigen Wirkung der Kraft P ist die Bahn $aegk$ eine krumme Linie, und zwar ist dieselbe, je nach dem Verhältniß der Kräfte P und Q, entweder ein Kreis oder eine Ellipse.

Die hier erklärte Centralbewegung findet, wie schon bemerkt, hauptsächlich bei der Bewegung der Planeten um die Sonne oder des Mondes um die Erde statt. Die Kraft P ist dort die Anziehungskraft der Sonne, welche diese auf die Planeten ausübt; beim Mond ist es die Anziehung der Erde. Diese Kraft und ein, einmal mit der Kraft Q erfolgter Stoß oder Antrieb, dessen Richtung mit derjenigen von P einen Winkel bildete, bewirken die unabänderlich fortgehende Umdrehung jener Weltkörper um die Sonne, sowie des Mondes um die Erde*).

Bei den Planetenbewegungen ist das Sonnencentrum C der eine Brennpunkt der elliptischen Bahnen, also sind AC, eC ꝛc. sog. Radii vectores. Da nun die $\triangle\triangle\ ACe$, eCg ꝛc. gleichen Rauminhalt haben, so sind somit die bei den Panetenbewegungen von den Radii vectores um den Mittelpunkt der Sonne in gleichen Zeiten durchlaufenen Flächenräume einander gleich. Dies, sowie der Satz, daß die Planetenbahnen Ellipsen sind, deren einer Brennpunkt das Sonnencentrum ist, sind zwei der drei, für jede Centralbewegung giltigen berühmten Keppler'schen Gesetze, deren drittes heißt: Die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten sich wie die Kubuse der großen Axen der Planetenbahnen.

*) Man experimentirt eine Art Centralbewegung, wenn man eine Kugel an langem Faden pendelartig schwingen läßt und ihr bei ihrer größten Ablenkung einen seitlichen Stoß gibt.

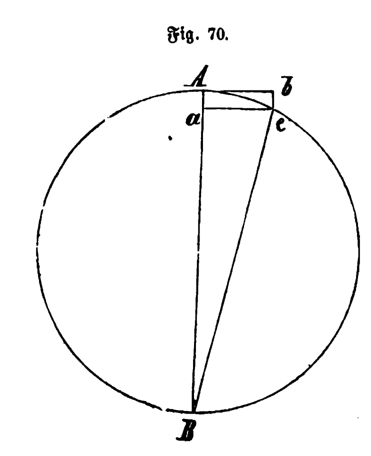
§. 52.

Die im vorigen §. genannte Kraft P, welche den, einer Centralbewegung unterworfenen Körper gegen den anziehenden Punkt hinzubewegen strebt, nennt man die Centripetalkraft.

Aus der Trägheit der Materie folgt, daß der rotirende Körper, wenn er in irgend einem Punkte sich selbst überlassen bliebe, daß also die Centripetalkraft nicht mehr auf ihn einwirkte, nach einer geraden Linie, welche die Tangente zur krummen Bahn bildet, sich fortbewegen würde. Diese aus dem Beharrungsvermögen des Körpers sich ergebende treibende Kraft wird die Tangentialkraft genannt, und es stellt oben die Kraft Q auch die Tangentialkraft vor, die dem Körper im Punkte A der Bahn zukommt.

Wie wir gesehen, würde vermöge der genannten Tangentialkraft der Körper in irgend einer Zeit nach b Fig. 70 gelangen; die Centripetalkraft verhindert dies aber und verursacht, daß der Körper nach e statt nach b kommt. Dabei wird aber der letztere vermöge seines Bestrebens, nach b zu gelangen, sowie überhaupt kraft des Beharrungsgesetzes in jedem Augenblicke die Neigung äußern, eine eingehaltene Bewegung geradlinig fortzusetzen, d. h. sich in einer geraden die krumme Bahn tangirenden Linie vom Mittelpunkte zu entfernen — zu fliehen. Gezwungen, durch die Wirkung der Centripetalkraft, die krumme Bahn zu durchlaufen, wird darum der Körper stets einen Druck oder Zug nach außen, in einer dem Bahnmittel entgegengesetzten Richtung ausüben, welcher Druck oder Zug um so heftiger ist, je größer die, eine Centralbewegung bedingenden Kräfte sind. — So wird die Schnur, an deren einem Ende ein Stein befestigt ist, wenn solche im Kreise herumgeschwungen wird, mehr und mehr angespannt werden, je heftiger die Bewegung ist, und man begreift leicht, daß dieser Spannung, welche die Schnur zu zerreißen oder unsern Händen zu entwinden und den Stein fortzutreiben sucht, neben dem Widerstande, den die Festigkeit der Schnur bietet, eine die Schnur zurückhaltende Kraft entgegenwirken muß, welche Kraft gerade so groß ist, als diejenige Kraft, welche die Spannung der Schnur verursacht.

Fig. 70.



Die Kraft, mit welcher die Schnur gehalten wird, vertritt die Stelle der oben genannten Centripetalkraft, während die eben so große jener Centripetalkraft gerade entgegenwirkende, die Schnur spannende

Kraft die **Fliehkraft**, auch **Schwungkraft** oder **Centrifugal-kraft** genannt wird.

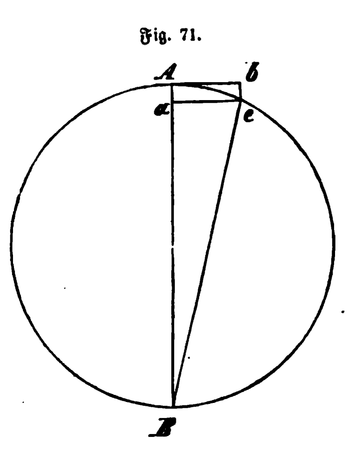
Diese letztere hinsichtlich ihrer Wirkungen oft gar wichtige Kraft tritt überall da wirksam auf, wo ein Körper gezwungen ist, eine rotirende Bewegung anzunehmen oder eine krummlinige Bahn zu durchlaufen. So wirkt die Centrifugalkraft bei der Umdrehung der Erde um ihre Axe der Schwerkraft eben so wohl entgegen, als sie den Druck des Wassers in den Zellen eines Wasserrades theilweise aufhebt, und ist die Ursache, daß rasch in Krümmungen sich bewegende Wagen u. s. w. u. s. w. der Gefahr des Umwerfens oft so nahe sind. Sie hört aber auch sogleich auf, an einem Körper zu wirken, sobald derselbe in einer angenommenen Bewegung verharren, d. h. nach der Tangente sich fortbewegen kann. — Es ist darum die Centrifugalkraft nicht eine besondere ursprüngliche Kraft, sondern bloß eine Kraftäußerung, die aus der rotirenden Bewegung, d. h. aus der Thätigkeit anderer Kräfte erst resultirt.

§. 53.

Die Größe der im letzten §. genannten Centrifugalkraft läßt sich auf folgende Art durch Rechnung finden:

Wie aus Obigem folgt, ist Ae Fig. 71 der Weg, den der Körper in seiner krummlinigen Bahn zurücklegt, während Aa und Ab die Wege bezeichnen, welche der Körper gleichzeitig durchlaufen würde, wenn er entweder nur der Centripetal- oder nur der Tangentialkraft folgen könnte. Wie wir gehört, ist die dem Centrum entgegengesetzt wirkende Centrifugalkraft der Centripetalkraft gleich, und es drückt somit Aa auch die Größe des Weges aus, durch welchen die Centrifugalkraft den Körper gleichzeitig bewegen würde, wenn der Körper dieser Kraft folgen könnte.

Fig. 71.



Es sei nun V die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper in der krummen Bahn rotirt und g die durch die Centripetal- (Centrifugal-) kraft ertheilte Beschleunigung, so durchläuft der Körper A in der Bahn also während einer Sekunde einen Weg $Ae = V$, während er nach §. 10 vermöge der beschleunigend wirkenden Centripetalkraft einen Weg $Aa = \frac{g}{2}$ zurücklegen würde.

Das Nämliche gilt auch für irgend eine andere Zeit. Ist nun diese Zeit unendlich klein, so kann der Weg $Ae = V$ als gerade angenommen werden.

Alsdann verhält sich aber nach einem geometrischen Satze

$$Aa : Ae = Ae : AB;$$

$$\text{d. i. } \frac{\mathfrak{s}}{2} : V = V : 2r;$$

$$\text{woraus folgt } \mathfrak{s} = \frac{V^2}{r};$$

wenn r den Radius der Bahn bezeichnet.

Nach §. 21 ist aber, wenn P die Centripetal- (Centrifugal-) kraft, G das Gewicht des rotirenden Körpers und g die Beschleunigung der Schwere bezeichnet, nach der Proportion

$$P : G = \mathfrak{s} : g,$$

$$\mathfrak{s} = \frac{P \cdot g}{G}.$$

Somit hat man

$$\frac{P \cdot g}{G} = \frac{V^2}{r},$$

woraus sich als Werth der Centripetal-, sowie der Centrifugalkraft ergibt:

$$P = \frac{G \cdot V^2}{r \cdot g}.$$

Es wächst somit die Centrifugalkraft mit dem Gewichte des Körpers, sie nimmt ferner zu mit dem Quadrate seiner Umdrehungsgeschwindigkeit, und ist endlich um so größer, je stärker — bei sonst gleichen Verhältnissen — die Krümmung, d. h. je kleiner der Krümmungshalbmesser ist.

Machen aber zwei Körper von gleicher Masse in der nämlichen Zeit gleich viele Umdrehungen und die Halbmesser ihrer Bahnen sind verschieden, so hat derjenige Körper die größte Centrifugalkraft, dessen Bahnhalbmesser am größten ist. Denn bei doppeltem Halbmesser $2r$ ist auch die Umdrehungsgeschwindigkeit doppelt, also $= 2V$, und es ist alsdann die Centrifugalkraft

$$P = \frac{G\,(2\,V)^2}{2rg} = \frac{G \cdot 4\,V^2}{2rg} = 2 \cdot \frac{G \cdot V^2}{r \cdot g};$$

folglich doppelt so groß, als bei einfachem Halbmesser. Bei dreifachem Radius wäre $\frac{V^2}{r}$ das $\frac{9}{3} = 3$fache u. s. w.

Daraus folgt, daß die den verschiedenen Punkten eines und desselben rotirenden Körpers zukommenden Centrifugalkräfte sich wie ihre Abstände von der Drehaxe verhalten.

Für elliptische Bahnen ist die Berechnung der Centrifugalkraft ganz die nämliche, nur muß alsdann — da man die Ellipse als aus Kreisbogen zusammengesetzt denken kann — für jeden Punkt der Curve der zugehörige Krümmungshalbmesser in Rechnung genommen werden.

Das obengenannte Zunehmen der Centrifugalkraft kann im Leben in mancherlei Erscheinungen beobachtet werden. Wagen dürfen auf Straßen und Eisenbahnen, um der Gefahr des Umwerfens zu entgehen, um so weniger rasch fahren, je schwerer sie beladen sind und je kleiner der Krümmungshalbmesser der Bahn, d. h. je stärker die Krümmung ist. Darum, und wegen der hieraus erzeugten Reibung gegen die äußere Schiene, sowie auch aus constructiven Gründen vermeidet man auf Eisenbahnen bedeutende Krümmungen und hilft, wo solche nicht zu umgehen sind, durch besondere Constructionen der Wagen, oder legt auch wohl die äußere Schiene höher, fährt aber jedenfalls langsamer. Die hiebei eingehaltene Neigung der Bahnebene wird so bestimmt, daß die Richtung der Mittleren aus dem Gewichte eines Wagens und der an demselben unter einem rechten Winkel d. h. horizontal wirkenden Centrifugalkraft senkrecht auf der Ebene der beiden Schienen ist.

Dagegen ist die Wirkung der Schleuder bei rascher Drehung um so größer, je länger die Schnur oder der Krümmungshalbmesser selbst ist. — Schwungräder und Mühlsteine von großem Durchmesser sind schon in Stücke auseinandergeflogen, wenn ihre Drehung eine zu rasche war.

Wirkungen und Anwendungen der Centrifugalkraft: Bei der gewöhnlichen Mahlmühle, Fruchtputzmühle, überhaupt bei Dreschmaschinen und Fruchtreinigungsvorrichtungen als sog. Centrifugal-Elevatoren zur Fortführung, Reinigung und Sortirung der Körner. Centrifugalgebläse oder Ventilatoren, Centrifugalpumpen, Centrifugalregulatoren, Centrifugalpendel, Centrifugaltrockenapparate (Centrifuge) für Tücher, Gewebe 2c., insbesondere auch zum raschen Trocknen solcher Substanzen und chemischen Produkte, welche einen hohen Hitzgrad nicht ertragen können, Abdampfapparate, Centrifugaldampfgeschosse, sogar Centrifugalbutterfässer und Eisenfrischapparate 2c. (Vergl. die betr. Abschnitte.) — Centrifugalmaschine (phys. Apparat).

Hydroextractor, vermittelst dessen die nicht krystallisirten Theile einer Flüssigkeit durch die Centrifugalkraft ausgeschleudert werden; z. B. in Zuckerfabriken. — Aehnliche Anwendung bei der Weinbereitung. Centrifugalguß von Metallröhren. Dabei empfängt ein hohl vertikaler oder horizontaler Cylinder das flüssige Metall. Wird dem Cylinder eine rasche Umdrehung um seine Axe mitgetheilt, so sammelt sich das flüssige Metall an den Wänden, erkaltet bald und bildet dann eine feste Röhre von überall gleicher Wanddicke. Ein solcher Guß ist sehr fest, dichter als gewöhnlicher Guß und hat keine Luftblasen. — Ebenso erhält man die Stahltyers für Locomotivräder, sowie gewöhnliche Radreifen durch Centrifugalguß, und es zeichnen sich diese durch eine besonders harte Oberfläche aus.

Steinschleudermaschinen zum Zerkleinern der Erze, wobei Letztere gegen gezahnte Metallringe geschleudert werden. Anwendung der Centrifugalkraft bei Wasserkünsten und Feuerwerken, wobei rotirende Ausläufe angebracht sind.

Einfluß der aus der Umdrehung der Erde in ihren verschiedenen Punkten der Oberfläche sich ergebenden Centrifugalkräfte auf die Falllinie und das Gewicht der Körper. Jene ist, außer an den Polen, in Wirklichkeit nicht ganz senkrecht, d. h.

direkt gegen den Mittelpunkt der Erde gerichtet, sondern zeigt eine seitliche Abweichung, die von der geographischen Lage des Ortes abhängig und um so größer ist, je weiter der Punkt, von welchem aus der Körper fällt, von der Erde absteht. — Das durch irgend eine Wage angezeigte Gewicht eines Körpers ist eigentlich nur der Unterschied der Schwer- und der Centrifugalkraft. — Erklärung der Abplattung der Erde durch Wirkung der Centrifugalkraft. — Kleinster Krümmungshalbmesser bei der Semmering-Bahn 600 österr. Fuß = 189,66 m; bei der württembergischen Landesbahn in Geislingen = 764 Fuß = 218,88 m. — Nach Verordnung des deutschen Bundesraths darf der kleinste Krümmungshalbmesser nicht unter 180 m und bei Bahnen untergeordneter Bedeutung nicht weniger als 100 m betragen.

Ungleiche Abnutzung der Eisenbahnschienen und Eisenbahnräder. Diese ist bei Bahnen, die von Nord nach Süd gehen, wegen der von Westen nach Osten gerichteten Bewegung der Erde auf der Ostseite stärker. In Folge der gleichen Ursache findet auch ein Vorrücken der westlich gelegenen Schienen statt, da diese nämlich eine geringere Last zu tragen haben.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Ein Körper von 40 kg Gewicht durchlaufe per Minute 200mal eine Kreisbahn von 3 m Durchmesser; man soll seine Centrifugalkraft berechnen.

Auflösung. Es ist $V = \frac{200 \cdot d \cdot \pi}{60} = \frac{200 \cdot 3 \cdot 3{,}14}{60} = 31{,}4$ m;

folglich beträgt die Centrifugalkraft

$$P = \frac{G V^2}{r \cdot g} = \frac{40 \cdot 31{,}4^2}{1{,}5 \cdot 9{,}81} = 2680 \text{ kg}.$$

2te Aufgabe. Wenn eine Locomotive, deren Gewicht mit Einschluß des Wassers = 15000 Kilogramm ist, sich mit einer Geschwindigkeit von 12 Meter in einem Bogen bewegt, dessen Halbmesser 200 Meter beträgt, wie groß ist die Centrifugalkraft, welche die Locomotive über die Bahn hinauszuwerfen strebt?

Auflösung. Hier ist $P = \frac{15000 \cdot 12^2}{200 \cdot 9{,}81} = 1101$ kg.

3te Aufgabe. Ist der Erdhalbmesser und zwar der des Aequators = 6377397 d. i. rund 6377400 m lang, wie groß ist die Centrifugalkraft eines unter dem Aequator auf der Erdoberfläche befindlichen Körpers?

Auflösung. Da die Erde in 24 Stunden = 24 . 3600 Sekunden eine Umdrehung macht, so ist

$$V = \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{24 \cdot 3600} = \frac{2 \cdot 6377400 \cdot 3{,}14}{24 \cdot 3600} = \frac{40050072}{24 \cdot 3600} = 463{,}5 \text{ m};$$

daher $P = \frac{G \cdot 463{,}5^2}{6377400 \cdot 9{,}81} = \frac{214832}{62562294} \cdot G$;

d. i. $P = \frac{1}{291} \cdot G$.

Die Centrifugalkraft eines jeden Körpers unter dem Aequator ist also $\frac{1}{291}$ seines Gewichtes und bewirkt darum eine Schwächung des letztern. Daß die Centrifugalkraft vom Aequator gegen die Pole hin abnimmt, und hier = 0 ist, wird man leicht einsehen.

Würde die Erde sich ungefähr 17,1mal schneller drehen, als in Wirklichkeit der Fall ist, d. h. würde der Tag nur $\frac{24}{17{,}1}$, d. h. etwa $1^1/_2$ Stunden lang

sein, sodann wäre die Centrifugalkraft auf derselben 17,1 . 17,1 = 292mal größer als jetzt, also unter dem Aequator stärker als die Anziehungskraft, und die daselbst sich befindenden Körper würden von der Erde fortfliegen.

Von der Bewegung auf vorgeschriebenem Wege.

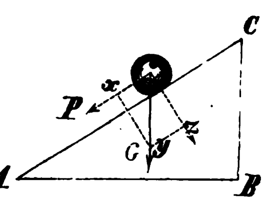
a) Bewegung auf der schiefen Ebene.

§. 54.

Die Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte und der von diesen ertheilten Bewegungen führt uns noch zur Betrachtung der Bewegung eines Körpers auf einer ihm vorgezeichneten Bahn.

Befindet sich z. B. auf einer geneigten Ebene AC Fig. 72 ein Körper, dessen Gewicht $= G$ ist, so trägt die schiefe Ebene nur einen gewissen Theil dieses Gewichtes, und ein anderer Theil desselben bildet die bewegende Kraft, welche den Körper die Bahn hinuntertreibt.

Fig. 72.



Um diese letztere kennen zu lernen, denke man vom Mittelpunkte oder vielmehr von dem s. g. Schwerpunkte o des Körpers (s. IV. Abschnitt) eine vertikale Linie oy gezogen, welche das Gewicht desselben oder die Kraft, welche ihn in der Richtung der Schwere zu bewegen sucht, vorstellt. — Diese Kraft G zerlege man in zwei rechtwinkelige Seitenkräfte oz und ox, so daß oz senkrecht auf die Ebene AC, und ox parallel mit AC wirkt. Die Seitenkraft oz ist der auf die schiefe Fläche ausgeübte Druck, und wird durch den Widerstand der festen Ebene aufgehoben, während durch $ox = P$ die Kraft ausgedrückt wird, welche den Körper in der Richtung der Ebene zu bewegen sucht.

Man hat somit

$$P : G = ox : oy.$$

Da aber $\triangle\ oxy$ dem $\triangle\ ABC$ ähnlich ist, so verhält sich auch

$$ox : oy = BC : AC;$$

folglich ergibt sich aus beiden Proportionen die neue

$$P : G = BC : AC,$$

woraus man erhält

$$P = \frac{BC}{AC} G;$$

oder wenn wir für alle Fälle die Höhe der schiefen Ebene $BC = h$ und ihre Länge $AC = l$ setzen,

$$P = \frac{h}{l}\ G.$$

§. 55.

Die in der Richtung der vorgeschriebenen Bahn einer schiefen Ebene wirkende beständige, somit beschleunigende Kraft ist also nicht

mehr gleich dem Gewichte G des Körpers, wie beim freien Fall, sondern nur $= \frac{h}{l} G$.

Da sich aber die von zwei beständig wirkenden Kräften erzeugten Beschleunigungen wie diese Kräfte selber zu einander verhalten, so verhält sich also die Beschleunigung eines auf einer schiefen Ebene ohne Hindernisse herabgehenden Körpers zur Fallbeschleunigung wie

$$\frac{h}{l} g : g; \text{ d. i. } = \frac{h}{l} : 1; \text{ d. i. } = h : l;$$

d. h. ist die Länge l das Zehnfache der Höhe h, so erleidet der Körper auf der schiefen Ebene nur die Beschleunigung

$$\frac{1}{10} g = \frac{9{,}81}{10} \text{ Meter oder ca. 1 Meter.}$$

Wie die in der Sekunde erlangten Beschleunigungen zweier Körper sich verhalten, so verhalten sich auch die in irgend gleichen Zeiten durchlaufenen Wege. Es verhält sich also auch der auf der schiefen Ebene zurückgelegte Weg zum gleichzeitigen Fallraum, wie $h : l$.

Ein fallender Körper legt daher auf der schiefen Ebene bloß einen Weg zurück, der so groß wie die Höhe h ist, während er in der nämlichen Zeit lothrecht durch einen Raum, der so lang als l ist, fallen würde.

Die Geschwindigkeit v, welche beim freien Fall ein Körper erreicht, wenn er den Raum s durchfallen hat, erhält man nach §. 10 und 13 aus der Gleichung $v = \sqrt{2\, g\, .\, s}$.

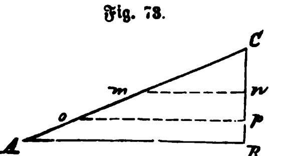
Will man nun die Geschwindigkeit v berechnen, in welche ein Körper auf der schiefen Ebene versetzt wurde, nachdem er die ganze Länge l durchlaufen hatte, so darf man in vorstehendem Ausdrucke für die Beschleunigung g nur $\frac{h}{l} g$ und statt s den Weg l setzen, und man erhält alsdann

$$v = \sqrt{2 \,.\, \frac{h}{l} g \,.\, l}; \text{ d. i. } v = \sqrt{2 \,.\, g \,.\, h}.$$

Wenn aber ein Körper den Raum h frei durchfällt, so gilt für seine Geschwindigkeit ebenfalls die Gleichung $v = \sqrt{2 \,.\, g \,.\, h}$.

Somit hat ein Körper, der auf einer schiefen Bahn von C nach A gefallen ist, die nämliche Geschwindigkeit erreicht, als wenn er lothrecht von C nach B, oder durch die nämliche Höhe gefallen wäre.

Fig. 73.



Es folgt hieraus, daß ein auf einer schiefen Ebene AC Fig. 73 vermöge der Schwere abwärtsgehender Körper in den Punkten m und o die nämlichen Geschwin-

digkeiten hat, welche er in den Punkten n und p hätte, wenn er vertikal von C nach B fallen würde.

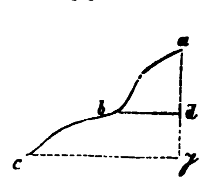


Fig. 74.

Desgleichen, wenn ein Körper nach einer krummen Linie abc Fig. 74 fällt, hat er in den Punkten b und c die gleichen Geschwindigkeiten, wie in den Punkten d und y der lothrechten Falllinie.

§. 56.

Wird in Fig 75 die Linie $AD = BC$ gemacht, und $AF = AC$ lothrecht gezogen, so fällt ein Körper nach vorigem §. in derselben Zeit von D nach A, in welcher er durch die lothrechte Linie AF fällt.

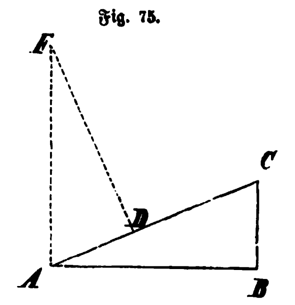


Fig. 75.

Es ist aber ADF ein dem $\triangle$ ABC vollkommen gleiches rechtwinkeliges Dreieck; auch ist AF die Hypotenuse des $\triangle$ ADF.

Da nun in dem Kreise Fig. 76 die Dreiecke ACB, ADB, AEB, AGB ꝛc. sämmtlich rechtwinkelige Dreiecke sind, welche den Durchmesser AB als gemeinschaftliche Hypotenuse haben, so folgt aus Vorigem sogleich, daß ein Körper in der nämlichen Zeit durch irgend eine nach dem tiefsten Punkte B gezogene Sehne CB, DB, EB, GB u. s. w. fällt, in welcher er durch den lothrechten Durchmesser AB fallen würde.

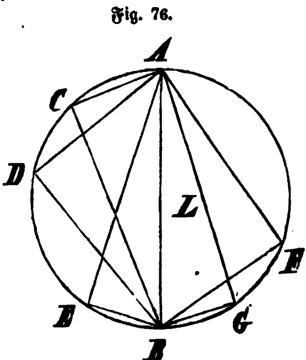


Fig. 76.

Man bezeichnet diese Gleichheit der Fallzeit im Durchmesser und der Sehne eines Kreises mit dem Namen **Isochronismus** und sagt: **Die Sehnen eines Kreises und der Durchmesser desselben werden gleichzeitig oder isochron durchfallen.**

b) Von der Pendelbewegung.

§. 57.

Die im letzten §. erklärte Bewegung findet auch bei der Bewegung eines Pendels statt.

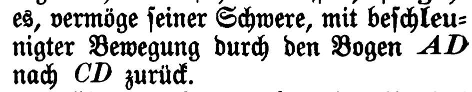
Man versteht unter einem **Pendel** einen an einem festen Punkte

aufgehängten Körper, welcher, wenn er aus seiner lothrechten Lage gebracht wird, um jenen Punkt hin- und herschwingt.

Denkt man sich den Körper an einem gewichtlosen Faden aufgehängt, so heißt das Pendel ein einfaches oder mathematisches Pendel.

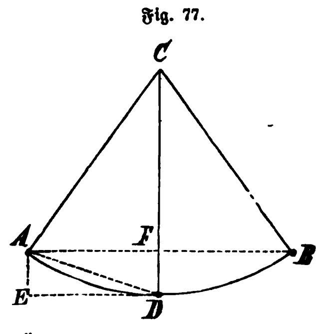
Die bei der Bewegung dieses Pendels geltenden Gesetze sollen nun ermittelt werden, weil die Bewegung eines wirklichen oder physischen Pendels nur durch jene erklärt werden kann.

Es sei CD Fig. 77 ein einfaches in C aufgehängtes Pendel. — Wird dasselbe in die Lage CA gebracht und sich überlassen, so geht



es, vermöge seiner Schwere, mit beschleunigter Bewegung durch den Bogen AD nach CD zurück.

Fig. 77.



Hier angekommen kann das Pendel kraft seiner erlangten Geschwindigkeit nicht in Ruhe bleiben, sondern es bewegt sich aufwärts mit verzögerter Bewegung durch den Bogen $DB = AD$. — Von B geht das Pendel wieder zurück nach A, und würde immer so zwischen A und B hin- und herschwingen, wenn keine Bewegungshindernisse vorhanden wären.

Man nennt jede Bewegung des Pendels von A nach B oder zurück einen Pendelschlag oder eine Schwingung; die Linie $CA = CD = CB$ heißt die Pendellänge, und die Zeit, in welcher das Pendel eine Schwingung macht, die Schwingungszeit.

Die Aufgabe ist nun, das gegenseitige Verhältniß dieser Größen zu ermitteln.

§. 58.

Nach den letzten §§. ist klar, daß der Körper im Punkt D mit einer Geschwindigkeit ankommt, die so groß ist, als wenn er durch die Höhe $AE = FD$ des rechtwinkligen Dreiecks oder der schiefen Ebene AED frei herabgefallen wäre. Die Zeit aber, welche das Pendel braucht, um durch den Bogen AD zu fallen, ist etwas kleiner als die Fallzeit durch die Sehne AD, weil im Anfang der Bewegung im Bogen der Körper eine stärkere Beschleunigung erleidet. — Mit Hilfe der höheren Mathematik kann nun bewiesen werden, daß man die Fallzeit durch sehr kleine Bogen findet, wenn man die Fallzeit durch die entsprechenden Sehnen mit $\frac{\pi}{4} = \frac{3{,}1416}{4}$ multiplizirt.

Nach §. 56 braucht aber ein Körper die gleiche Zeit, um durch die Sehne AD oder durch den Durchmesser $GD = d$ Fig. 78 zu

fallen, und zwar ist nach §. 10 Gleichung II, weil s hier $= d$ ist, diese Zeit

$$t' = \sqrt{\frac{2 \cdot d}{g}},$$

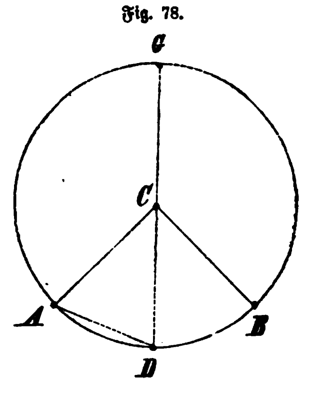


Fig. 78.

wenn g die Beschleunigung der Schwere bezeichnet.

Die Fallzeit durch den Bogen AD, welcher beim Pendel in den meisten Fällen sehr klein ist, ist darum

$$= \frac{\pi}{4} \cdot t' = \frac{\pi}{4} \cdot \sqrt{\frac{2d}{g}},$$

also die Schwingungszeit durch den ganzen Bogen AB

$$t = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2d}{g}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{4 \cdot r}{g}};$$

folglich

$$t = \pi \sqrt{\frac{r}{g}};$$

wenn r den Radius oder die Pendellänge ausdrückt.

Ist für irgend eine andere Pendellänge R die entsprechende Schwingungszeit $= T$, so ist

$$T = \pi \sqrt{\frac{R}{g}};$$

folglich verhält sich

$$t : T = \pi \sqrt{\frac{r}{g}} : \pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

d. i. $t : T = \sqrt{r} : \sqrt{R}$
oder $r : R = t^2 : T^2$.

Es verhalten sich darum die Schwingungszeiten zweier Pendel, wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen; oder die Pendellängen verhalten sich wie die Quadrate der Schwingungszeiten.

In dem Verhältnisse aber, wie die Schwingungszeit größer wird, nimmt die Anzahl der Schwingungen in einer gewissen Zeit, z. B. in der Minute ab, und sind n und N die Schwingungszahlen zweier Pendel von der Länge r und R für eine gleiche Zeit, so verhält sich also

$n : N = T : t$
d. i. $n : N = \sqrt{R} : \sqrt{r}$
oder $R : r = n^2 : N^2$.

Die Schwingungszahlen verhalten sich demnach umge-

kehrt wie die Schwingungszeiten, oder umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen; oder auch die Pendellängen verhalten sich umgekehrt, wie die Quadrate der Schwingungszahlen.

Aus Vorstehendem folgt, daß wenn ein Pendel in irgend einer Zeit, z. B. in einer Sekunde eine Schwingung macht, ein 4mal, 9mal, 16mal u. s. w. längeres Pendel zu einer Schwingung 2 Sekunden, 3 Sekunden, 4 Sekunden u. s. w. braucht, also 2mal, 3mal, 4mal u. s. w. langsamer schwingt, d. h. in gleicher Zeit 2=, 3=, 4= rc. mal weniger Schwingungen macht.

Auch sieht man, daß die Größe des Schwingungsbogens keinen Einfluß auf die Schwingungszeit hat; denn ein und dasselbe Pendel braucht zu einer Schwingung immer die nämliche Zeit, ob es einen großen oder kleinen Bogen durchläuft.

Ganz richtig ist diese Behauptung übrigens nur, wenn der Ausschlag des Pendels nicht zu groß, d. i. wenn, wie schon bemerkt, Bogen AD Fig. 78 ein kleiner ist, oder der Ausschlagwinkel ACD etwa 8^0 nicht übersteigt.

§. 59.

Ein Pendel, welches in einer Sekunde gerade eine Schwingung macht, heißt ein Sekundenpendel und es ist ein solches in manchen Fällen sehr nützlich und nothwendig.

Seine Länge ergibt sich aus der Gleichung $t = \pi \sqrt{\frac{r}{g}}$, wenn $t = 1$ Sekunde gesetzt wird.

Es ist nämlich dann

$$1^2 = \pi^2 \cdot \frac{r}{g}; \text{ folglich}$$

$$r = \frac{g}{\pi^2}, \text{ und daher (vergl. §. 13)}$$

für Metermaß die Länge $r = \frac{9{,}81}{\pi^2} = 0{,}9939$ Meter;

für früheres preuß. Maß „ „ $r = \frac{31{,}25}{\pi^2} = 3{,}167$ Fuß $= 38$ Zoll.

Aus der Gleichung $r = \frac{g}{\pi^2}$ ersieht man, daß die Pendellänge von der Anziehungskraft der Erde abhängig ist, denn je größer oder geringer g ist, in demselben Verhältniß nimmt auch die Pendellänge zu oder ab.

Man findet dies auch durch die Erfahrung bestätigt; denn in den Polargegenden, wo die Anziehungskraft vermöge der Abplattung

und der geringen Centrifugalkraft stärker wirkt, muß das Sekundenpendel länger sein, als unter dem Aequator.

Ein Pendel, das im Chamounithal jede Sekunde einen Schlag macht, macht auf der Spitze des Montblancs per Tag 120 Schwingungen weniger. Die Zunahme der Schwingungen gegen die Pole hin beweist die Abplattung der Erde, welche etwa $1/290$ des Durchmessers unter dem Aequator beträgt. — Einfluß der Nähe eines Berges auf die Zahl der Schwingungen. — Daraus bestimmte Maskelyne die Dichte der Erde und fand solche = 4,56. Reich fand 5,58; Bailly 5,67. — Anwendung des Sekundenpendels zum Messen kleiner Zeiten.

§. 60.

Ein physisches Pendel Fig. 79 kann als ein mathematisches angesehen werden, wenn die s. g. Linse *A* an einer sehr dünnen Stange oder an einem Drahte *CB* aufgehängt ist, und es gelten für dasselbe die obigen Gesetze. Desgleichen auch schwingt eine an einem dünnen Faden befestigte Bleikugel nahezu wie ein mathematisches Pendel und kann darum als solches angesehen werden. Ein so hergestelltes Sekundenpendel z. B. muß ganz die vorher angegebene Länge haben.

Fig. 79.

Ist aber die Stange *CB* verhältnißmäßig schwer, so hat jeder Theil *a*, *b*, *c*, *d* . . . der Stange *CB* ein anderes Bestreben zu schwingen.

Die dem Drehpunkte *C* nähern Theile *a*, *b* haben nämlich nach §. 58 das Bestreben, schneller zu schwingen, als die entfernteren Punkte *c* und *d*. — Da aber alle Theile genöthigt sind, ihre Schwingungen in der gleichen Zeit zu verrichten, so wird also die Bewegung der obern Theile durch das langsamere Schwingen der untern verzögert und aber auch zugleich die Bewegung der untern Theile durch das raschere Schwingen der obern beschleunigt.

Daraus folgt, daß es in der Stange irgendwo einen Punkt *D* gibt, welcher keine Verzögerung und keine Beschleunigung erleidet, und also gerade so schwingt, als gehörte er zu einem mathematischen Pendel von der Länge *CD*.

Man nennt diesen Punkt den Mittelpunkt der Schwingungen, Schwingungs- oder Oscillationsmittelpunkt.

Kennt man den Ort *D* dieses Punktes, so ist *CD* die Pendellänge, welche für das physische Pendel in obigen Formeln und Proportionen zu setzen ist, um die gesammte Berechnung ausführen zu können.

Die Lage des Schwingungsmittelpunktes hängt von der Gestalt, Größe und Dichtigkeit des Pendels und von der Lage des Drehpunktes ab; die Bestimmung desselben ist am Schlusse des §. angegeben.

Auf praktische Weise kann man diesen Punkt so bestimmen, daß man die Länge eines gleichzeitig schwingenden mathematischen Pendels

vom Drehpunkte an auf das physische Pendel abträgt; das Ende des mathematischen Pendels bezeichnet den Schwingungsmittelpunkt. Ein physisches nach Fig. 79 construirtes Pendel muß nach dem Gesagten immerhin länger sein, als ein mathematisches, wenn es gleichviele Schwingungen mit diesem machen soll. Je nach der Construktion kann bei einem physischen Pendel der Schwingungsmittelpunkt aber auch über dasselbe hinausfallen, so daß es bei geringer Länge doch langsam schwingt.

Zwischen dem Schwingungsmittelpunkt und dem Aufhängepunkt eines physischen Pendels findet die eigenthümliche Beziehung statt, daß, wenn man umgekehrt das Pendel im ersten Punkt aufhängt, der letztere, nämlich der eigentliche Aufhängepunkt, dann znm Schwingungsmittelpunkt wird; denn es braucht das Pendel für beide Aufhängepunkte die gleiche Zeit zu einer Schwingung. Diese Eigenschaft des physischen Pendels dient zur Auffindung des Mittelpunktes der Schwingungen, sowie auch zur Bestimmung der Länge des Sekundenpendels. Man benützt dazu das s. g. Reversionspendel, bestehend in einer Stange mit zwei Schneiden oder prismatischen Schwingungsaxen. Die eine dieser Schneiden ist fest, die andere aber verschiebbar. Wird nun die letztere so lange verschoben, bis der Ort gefunden ist, für welchen das Pendel gleichzeitig schwingt, ob man es in der einen oder andern Schneide aufhängt, so ist der fragliche Schwingungsmittelpunkt gefunden. Zugleich auch gibt dann der Abstand beider Aufhängepunkte die Länge des gleichzeitig schwingenden mathematischen Pendels an.

Fig. 80.

C

S

D

Die Lage des Schwingungsmittelpunktes eines physischen Pendels kann mit Hilfe der Lehrsätze über das Trägheitsmoment berechnet werden.

Wäre C Fig. 80 der Aufhängepunkt und S der Schwerpunkt eines physischen Pendels, dessen Masse M und die auf den Schwerpunkt reduzirte Masse aber $= M'$ ist, so muß nach §. 48, wenn $CS = r$ gesetzt wird,

$$M' = \frac{\mathfrak{M}}{r^2} \text{ sein,}$$

wobei $\mathfrak{M} = m_1 a_1^2 + m_2 a_2^2 + \dots$ das Trägheitsmoment des ganzen Pendels bezeichnet.

Die bewegende Kraft, welche das Pendel in Schwingung versetzt, ist das Gewicht desselben. Dieses setzt aber die eigentliche Masse M des Pendels in Bewegung und ertheilt derselben die Beschleunigung g. Die nämliche bewegende Kraft ertheilt darum einer andern Masse M' nur eine Beschleunigung $\mathfrak{g} = \frac{M}{M'} g$; d. i., wenn

$$\frac{\mathfrak{M}}{r^2} \text{ statt } M' \text{ gesetzt wird, } \mathfrak{g} = \frac{M \cdot r^2 \cdot g}{\mathfrak{M}}.$$

Das obige Pendel schwingt also, wie ein mathematisches Pendel von der Länge CS, dessen Masse M' im Punkt S vereinigt ist, welche aber die Beschleunigung $\mathfrak{g}$ erleidet.

Wäre nun D der Schwingungsmittelpunkt und der Abstand $CD = x$, so hätte man für ein mathematisches Pendel von dieser Länge x nach §. 58 die Schwingungszeit $t = \pi \sqrt{\frac{x}{g}}$.

Für obiges physisches Pendel aber ist die Schwingungszeit

$$t = \pi \sqrt{\frac{r}{g}} = \pi \sqrt{\frac{r \,.\, \mathfrak{M}}{M \,.\, r^2 g}}.$$

Beide Schwingungszeiten sollen nach Voraussetzung gleich, also

$$\frac{x}{g} = \frac{r \,.\, \mathfrak{M}}{M \,.\, r^2 \,.\, g} \text{ sein,}$$

woraus man für den Abstand des Schwingungsmittelpunkts erhält

$$x = \frac{\mathfrak{M}}{M \,.\, r}.$$

Das Produkt Mr ist das statische Moment der Masse M oder auch der dieser Masse zukommenden bewegenden Kraft, auf den Drehpunkt C bezogen; darum erhält man bei einem physischen Pendel die Entfernung des Schwingungsmittelpunkts vom Aufhängepunkt, wenn man das Trägheitsmoment des Pendels durch das statische Moment der im Schwerpunkte vereinigt gedachten Masse, beide auf den Aufhängepunkt bezogen, dividirt.

Für ein physisches Pendel, das aus einem bloßen schweren Stab oder einer Stange besteht, ist, wenn M dessen Masse und l die Länge ist, die man in n Theile getheilt denkt,

$$\mathfrak{M} = \frac{M}{n} \,.\, \frac{l^2}{n^2} + \frac{M}{n} \,.\, \frac{4l^2}{n^2} + \frac{M}{n} \,.\, \frac{9 \,.\, l^2}{n^2} + \ldots.$$

$$= \frac{M}{n} \,.\, \frac{l^2}{n^2}(1 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + n^2);$$

$$\text{d. i. } \mathfrak{M} = \frac{M}{n} \,.\, \frac{l^2}{n^2} \,.\, \frac{n^3}{3} = \frac{M \,.\, l^2}{3},$$

da die Summe der Glieder innerhalb der Klammer $= \frac{n^3}{3}$ ist.

Das statische Moment der schweren Linie ist $\frac{M.l}{2}$; somit erhält man für den Mittelpunkt des Schwungs die Entfernung

$$x = \frac{M \,.\, l^2}{3 \,.\, M \,.\, \frac{l}{2}} = \frac{2}{3} l.$$

Eine schwere gerade Linie von der Länge l schwingt also gerade so, wie ein mathematisches Pendel von der Länge $\frac{2}{3} l$.

Uebrigens kann nach der Formel $x = \frac{\mathfrak{M}}{Mr}$ ein physisches Pendel auch kürzer ausfallen, als ein gleichzeitig schwingendes mathematisches Pendel. Es darf nur der Aufhängepunkt nahe am Schwerpunkt sein, dann ist r klein und wird somit der Ausdruck für x groß, und es kann dann der Schwingungsmittelpunkt über das Pendel hinausfallen.

§. 61.

Das Material, woraus ein physisches Pendel besteht, hat an und für sich auf seine Schwingung keinen Einfluß, weil die Anziehungskraft, welche die Ursache der Pendelbewegung ist, auf alle Körper gleich wirkt. Es schwingen darum da, wo die Luft keinen Widerstand

leistet, hölzerne und metallene Pendel von gleicher Länge gleich schnell, vorausgesetzt, daß ihre Schwingungsmittelpunkte gleiche Lage haben.

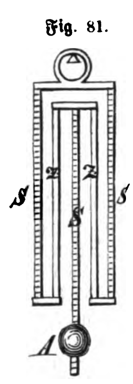


Fig. 81.

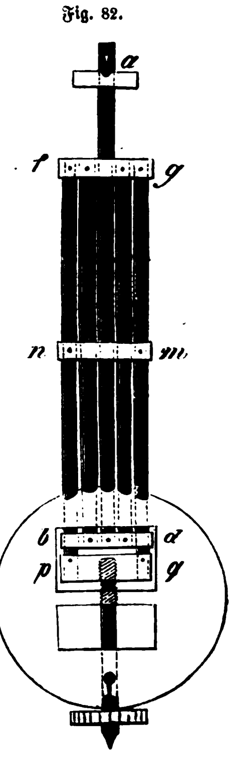


Fig. 82.

Einen Einfluß auf das Pendel übt aber die Temperatur, da die Wärme alle Körper, und zwar in verschiedenem Verhältnisse, ausdehnt.

Es muß darum bei warmer Witterung ein physisches Pendel langsamer und bei kalter schneller schwingen.

Da dies bei der Anwendung des Pendels, namentlich bei Uhren, ein großer Uebelstand ist, so sucht man selbigem dadurch zu begegnen, daß man entweder solches Material zu Pendeln wählt, welches nur geringe Ausdehnung erleidet, wie z. B. trockenes Holz, welches noch durch Firniß vor eindringender Feuchtigkeit geschützt wird. Oder man construirt s. g. **Compensationspendel**, die aus verschiedenen Metallen bestehen, und so eingerichtet sind, daß die nach der einen Richtung stattfindende Verlängerung des Pendels durch die nach der entgegengesetzten Richtung wirkende Ausdehnung aufgehoben wird.

Fig. 81 stellt ein solches Compensations- oder **Rostpendel** dar, welches aus drei Stahlstangen S und zwei Zinkstangen Z zusammengesetzt ist.

Vermöge der Ausdehnung der drei Stahlstangen erleidet die Linse A eine zweifache Senkung. Die Zinkstangen Z können sich nur nach oben verlängern, und weil das Zink sich ungefähr doppelt so stark ausdehnt, als Stahl, so wird also die Linse A gerade um so viel gehoben, als sich solche, vermöge der Verlängerung der Stahlstangen, gesenkt hat.

Eine andere aber ähnliche Construktion des Rostpendels zeigt Fig. 82. Der mittlere Stahlstab geht frei durch die Querstücke fg und nm und ist an bd befestigt. Links und rechts gehen zwei Zinkstäbe von bd frei durch mn und tragen das Stück fg. Von diesem gehen die zwei Stahlstäbe fp und gq wieder frei durch nm und tragen das Stück pq und mit diesem die Linse. — Ein einfaches Compensationspendel wäre ein solches, bei welchem statt der Linse ein mit **Quecksilber** gefülltes Gefäß angebracht ist. Bei erfolgter Ausdehnung hebt sich der Schwerpunkt des Quecksilbers und gleicht so die Verlängerung der Pendelstange aus.

Das Pendel dient hauptsächlich zur Regulirung des Ganges der Uhren.

Das Sekundenpendel dient an und für sich schon auch als Zeitmesser; auch kann dadurch die Größe der Schwerkraft auf verschiedenen Punkten der Erde beobachtet und folglich auch die Gestalt dieser letztern nachgewiesen werden.

Das Pendel kann auch als Geschwindigkeitsmesser dienen, wenn z. B. ein Pendel von einer gewissen Länge bei jeder Umdrehung einer Welle eine bestimmte Anzahl Schwingungen macht.

Ballistisches Pendel zur Bestimmung der Geschwindigkeiten der Geschützkugeln. Dasselbe besteht aus einem aufgehängten hölzernen Kasten, welcher mit feuchtem Thon angefüllt ist, in welchem die eindringende Kugel stecken bleiben soll. Schießt man eine Kugel gegen den Kasten, so wird dieser um seinen Aufhängepunkt eine Schwingung machen und man kann aus der Größe der Ablenkung die Geschwindigkeit der Kugel bestimmen.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Wie groß ist die Schwingungszeit eines einfachen Pendels von 1 Meter Länge?

Auflösung. Nach §. 58 verhält sich $t : T = \sqrt{r} : \sqrt{R}$. Bezeichnet nun r die Länge des Sekundenpendels, ist also $t = 1$ Sekunde, so hat man

$$1 : T = \sqrt{0,9939} : \sqrt{1}.$$

Folglich ist $T = \dfrac{1}{\sqrt{0,9939}} = 1,004$ Sekunden.

2te Aufgabe. Wie lang muß ein Pendel sein, welches zu einer Schwingung eine halbe Sekunde Zeit braucht?

Auflösung. Es ist $r : R = t^2 : T^2$;

folglich $r : 0,9939 = (1/2)^2 : 1$;

also $r = \dfrac{0,9939}{4} = 0,2485$ m.

Es muß also die Länge 1/4 von der des Sekundenpendels sein, was sich nach Obengesagtem von selbst versteht.

3te Aufgabe. Wie groß muß ein Pendel in früherem preußischem Maße sein, wenn es in 1 Minute 80 Schwingungen machen soll?

Auflösung. Hier ist

$$R : r = n^2 : N^2;$$

folglich, wenn R die Länge des Sekundenpendels bezeichnet,

$$38 : r = 80^2 : 60^2;$$

daher $r = \dfrac{38 . 3600}{6400} = 21,37$ pr. Zoll.

4te Aufgabe. Wie viel Schwingungen macht ein Pendel von 2 Meter Länge in der Minute?

Auflösung. Da $n^2 : N^2 = R : r$, so hat man, wenn r die Länge des Sekundenpendels ist,

$$60^2 : N^2 = 2 : 0,9939;$$

folglich $N^2 = \dfrac{3600 . 0,9939}{2}$;

daher $N = 42,3$ Schwingungen.

5te Aufgabe. Ein Pendel, welches alle 5 Minuten 408 Schwingungen macht, macht während des Umgangs einer Welle von 24 cm Durchmesser genau 2 Schwingungen; wie groß ist die Umfangsgeschwindigkeit der Welle?

Auflösung. Das Pendel macht in 1 Sekunde $\frac{408}{5 \cdot 60} = 1,36$ Schwingungen. Auf 2 Schwingungen kommt aber nur 1 Umgang der Welle; folglich macht die Welle in der Sekunde $\frac{1,36}{2} = 0,68$ Umläufe. Der Umfang der Welle ist $= 3,14 \cdot 24$ cm; folglich ist der von einem Punkte des Umfangs zurückgelegte Weg per Sekunde $= 0,68 \cdot 3,14 \cdot 24 = 51,24$ cm.

IV. Abschnitt.

Vom Schwerpunkt und von der Standfähigkeit oder Stabilität der Körper.

1. Vom Schwerpunkt.

§. 62.

Wenn an einem Körper mehrere Kräfte nach paralleler Richtung wirken, so kann man nach §. 44 durch fortgesetzte Zusammensetzung von je zweien die Mittlere von sämmtlichen Kräften finden. Der Angriffspunkt dieser Mittlern — welchen man auch den Mittelpunkt der parallelen Kräfte nennt — wird auf die früher gezeigte Art aus dem gegenseitigen Verhältniß der zusammengesetzten Kräfte und ihrer Entfernungen gefunden.

Bei jedem schweren Körper läßt sich nun denken, an jedem kleinsten Massentheilchen wirke sein Gewicht lothrecht abwärts nach der Richtung der Schwerkraft. Diese Gewichte der sämmtlichen Massentheilchen sind darum lauter parallele Kräfte, die nach einer Seite hin wirken und es ist nach Früherem klar, daß die Mittlere dieser sämmtlichen parallelen Kräfte gleich ihrer Summe d. h. gleich dem Gewichte des ganzen Körpers ist.

Den Angriffspunkt dieser Mittlern, in welchem man sich also das gesammte Gewicht des Körpers vereinigt denken muß, nennt man den Schwerpunkt des Körpers.

Der Schwerpunkt bei einem und demselben Körper bleibt immer der nämliche, und ist er auf irgend eine Weise unterstützt, so bleibt der Körper in jeder Lage in Ruhe; denn es ist dann gerade, als wären alle Theile des Körpers gewichtlos und eine Kraft gleich dem Gesammtgewichte wirke an dem unterstützten Schwerpunkte abwärts. Man sagt darum auch, der Schwerpunkt eines Körpers ist derjenige Punkt, in welchem man sein gesammtes Gewicht wirksam denken kann. Bei einem frei aufgehängten Körper liegt

der Schwerpunkt immer lothrecht unter dem Aufhängepunkt oder in der Verlängerung der Schnur, an welcher der Körper hängt.

Eine Linie, welche den Schwerpunkt enthält, wie die genannte Verlängerung der Schnur, heißt eine **Schwerlinie**.

§. 63.

Die Auffindung des Schwerpunktes bei Linien, Flächen*) und Körpern ist in manchen Fällen zu bewerkstelligen; es soll darum in Folgendem gezeigt werden, wie dies für die gewöhnlichsten Fälle geschehen kann.

Bei geraden Linien, also auch bei gleichdicken und gleichdichten geraden Stangen u. s. w. ist der Schwerpunkt natürlich immer in der Mitte der Linie oder Stange.

Wenn aber eine Stange AB Fig. 83 in A eine Last P, und in B eine solche $= Q$ trägt, so muß, wenn S den Schwerpunkt der unbelasteten Stange, deren Gewicht $= p$ ist, bezeichnet, fürs Gleichgewicht, oder für den Fall, daß keine Drehung um den Stützpunkt C eintreten soll, nach §. 45 die Gleichung

$$P \,.\, AC = Q \,.\, BC + p \,.\, SC$$

Geltung haben.

Fig. 83.

Aus dieser Gleichung läßt sich nun die Lage des Stützpunktes C, welcher der Schwerpunkt der belasteten Stange ist, leicht bestimmen, sobald man die Länge der Stange und die Größe von P, Q und p weiß.

Wäre z. B. die überall gleich dicke Stange AB 10 dm lang und 60 kg schwer, und die Last $P = 90$ kg und $Q = 50$ kg, so wäre also $AB = 10$ dm und $AS = SB = 5$ dm; folglich, wenn $AC = x$ gesetzt wird, $BC = 10 - x$, und $SC = 5 - x$.

Demnach wäre

$$90\,x = 50\,(10 - x) + 60\,(5 - x)$$
$$90\,x = 500 - 50\,x + 300 - 60\,x$$
$$200\,x = 800$$
$$x = 4 \text{ dm}.$$

Es liegt also der Schwerpunkt der belasteten Stange 1 dm links von deren Mitte.

Der Schwerpunkt einer krummen Linie z. B. eines **Kreisbogens** AB Fig. 84 fällt außerhalb der Linie, und zwar liegt er in dem Radius CD, welcher den Bogen halbirt. Je flacher der Bogen

*) Wenn man von dem Schwerpunkte der Linien und Flächen spricht, so versteht man hierunter selbstverständlich keine Linien und Flächen im geometrischen Sinne, sondern man denkt sich solche mit irgend einem darüber gleichmäßig vertheilten Gewicht.

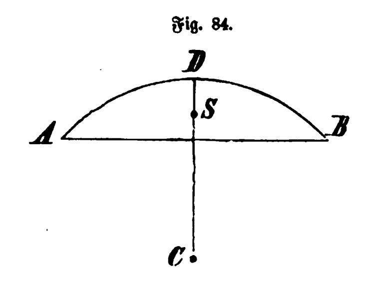


Fig. 84.

AB ist, je mehr sich also die Länge der Sehne der Bogenlänge nähert, desto näher rückt auch der Schwerpunkt S dem Bogen, bis er in den Bogen selber fällt, wenn Bogen und Sehne gleich sind, also eine Gerade bilden.

Ist darum $CS = x$ die Entfernung des Schwerpunktes vom Centrum C, so gilt allgemein die Proportion, wenn r den Radius, s die Sehne und b den Bogen bezeichnet:

$$x : r = s : b;$$

woraus sich für die Entfernung $CS = x$ ergibt

$$x = \frac{r \, . \, s}{b}.$$

§. 64.

Der Schwerpunkt der **regelmäßigen Flächen**, z. B. des Kreises, Quadrats, regelmäßigen Vielecks u. s. w. liegt immer im Mittelpunkt der Figur.

Um den Schwerpunkt eines beliebigen Dreiecks ABC Fig. 85 zu erhalten, ziehe man von der Spitze C nach der Mitte D der gegenüberliegenden Seite die Linie CD, und ebenso von B nach der Mitte von AC die Linie BF, so ist der Durchschnittspunkt S der beiden Linien der Schwerpunkt des Dreiecks. Denn denkt man sich mit AB im Dreieck parallele Linien gezogen, so werden die entstehenden Flächenstreifen alle von der Linie CD halbirt. Es enthält also CD die Schwerpunkte aller Streifen, folglich auch den Schwerpunkt des ganzen Dreiecks, und ist also eine s. g. Schwerlinie.

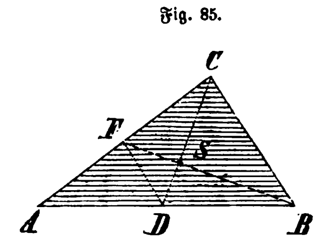


Fig. 85.

Desgleichen halbirt auch BF alle Streifen, welche entstehen, wenn man zu AC parallele Linien zieht, und enthält also auch den Schwerpunkt des Ganzen.

Da $AD = \frac{1}{2}\ AB$ und $AF = \frac{1}{2}\ AC$, so ist FD parallel mit CB und gleich $\frac{1}{2}\ CB$; folglich $\triangle\ FDS \sim CBS$ und daher verhält sich

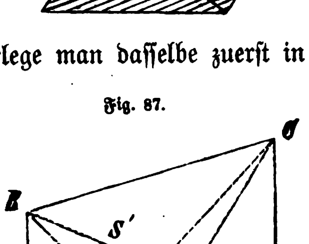
$$DS : CS = FD : CB$$
$$= 1 : 2.$$

Es ist also $DS = \frac{1}{2}\ CS = \frac{1}{3}\ CD$;

d. h. der Schwerpunkt eines Dreiecks ist um $\frac{1}{3}$ der Linie CD,

welche von der Spitze nach der Mitte der gegenüberliegenden Seite gezogen ist, von dieser entfernt.

Bei **Parallelogrammen**, Fig. 86, liegt der Schwerpunkt im Durchschnittspunkte der Diagonalen; denn jede derselben ist eine Schwerlinie, weil sie alle Flächenstreifen halbirt, welche entstehen, wenn man zu der andern Diagonale parallele Linien zieht.


Fig. 86.



Um den Schwerpunkt eines beliebigen **Vierecks** $ABCD$ Fig. 87 zu erhalten, zerlege man dasselbe zuerst in zwei Dreiecke ABC und ADC.

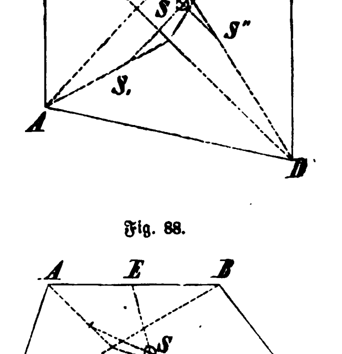


Fig. 87.

Auf die oben angegebene Weise bestimme man die Schwerpunkte S' und S'' derselben, und ziehe die Linie $S'\,S''$, so ist dieselbe eine Schwerlinie.

Zerlegt man nun durch die Diagonale BD das Viereck in zwei andere Dreiecke BAD und BCD und bestimmt ebenfalls deren Schwerpunkte S_1 und S_2, so erhält man eine zweite Schwerlinie $S_1\,S_2$.

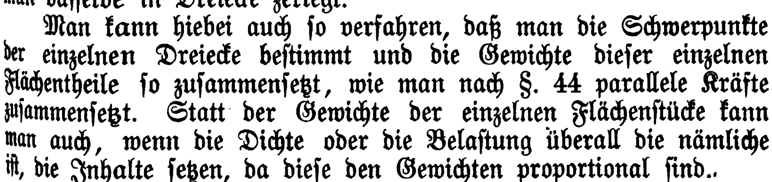
Der Durchschnittspunkt der beiden Schwerlinien gibt die Lage des Schwerpunktes S vom ganzen Viereck an.

Bei einem **Paralleltrapez** $ABCD$, Fig. 88, bedarf es bloß der Zerlegung in zwei Dreiecke, denn die Gerade EF, welche die Mittelpunkte der beiden parallelen Seiten mit einander verbindet, ist ebenfalls eine Schwerlinie.

Fig. 88.

A E B S D F C

Ganz auf die nämliche Weise, wie beim Viereck, findet man auch den Schwerpunkt eines jeden **Vielecks**, wenn man dasselbe in Dreiecke zerlegt.



Man kann hiebei auch so verfahren, daß man die Schwerpunkte der einzelnen Dreiecke bestimmt und die Gewichte dieser einzelnen Flächentheile so zusammensetzt, wie man nach §. 44 parallele Kräfte zusammensetzt. Statt der Gewichte der einzelnen Flächenstücke kann man auch, wenn die Dichte oder die Belastung überall die nämliche ist, die Inhalte setzen, da diese den Gewichten proportional sind..

Der Schwerpunkt eines **Kreisausschnittes** oder **Sektors** ABC Fig. 89 ergibt sich, indem man den Ausschnitt vom Kreismittelpunkt aus in Dreiecke zerlegt denkt.

Ist $r = AC$ der Radius des Kreises, so befinden sich die Schwerpunkte aller kleinen Dreiecke in einem Abstande $aC = {}^2/_3\,r$ vom

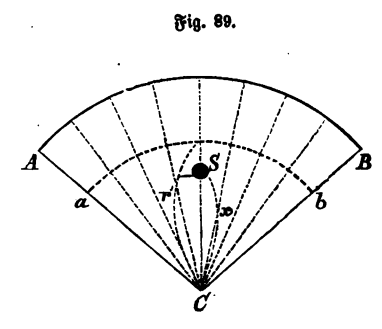


Fig. 89.

Centrum. Somit enthält der Bogen *ab* vom Halbmesser $r' = {}^2/_3\, r$ die Schwerpunkte aller Dreiecke und es ist dieser Bogen als ein schwerer Bogen anzusehen, dessen Gewicht gleich dem des ganzen Ausschnittes ist. Der Schwerpunkt S dieses Bogens, also der Schwerpunkt des Sektors, befindet sich aber nach §. 63 in einem Abstande

$$CS = x = \frac{r' \cdot s'}{b'},$$

wenn s' und b' Sehne und Bogenlänge des schweren Bogens *ab* bezeichnen.

Bezeichnen s und b Sehne und Bogen des Sektors, so ist, da $r' = {}^2/_3\, r$, auch $s' = {}^2/_3\, s$ und $b' = {}^2/_3\, b$;

$$\text{folglich } x = \frac{{}^2/_3\, r \cdot {}^2/_3\, s}{{}^2/_3\, b} = \frac{2 \cdot r \cdot s}{3 \cdot b}$$

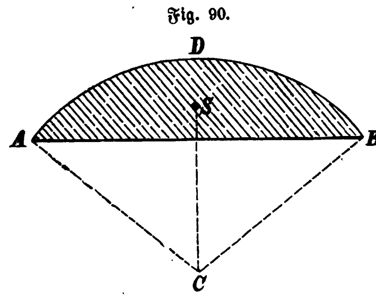


Fig. 90.

Als Entfernung des Schwerpunktes eines Segmentes ABD, Fig. 90, vom Kreismittel erhält man

$$CS = \frac{s^3}{22 \cdot F},$$

wobei s die Sehne AB und F den Flächeninhalt des Segments bezeichnen.

Als Flächen können bei Schwerpunkts-Bestimmungen alle jene Körper behandelt werden, deren Dicke gegen die übrige Ausdehnung geringe und deren Dichte überall die gleiche ist, also Blech- und Steintafeln, Bretter 2c.

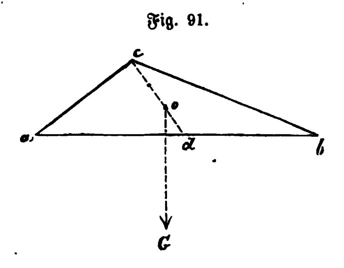


Fig. 91.

Wäre die Frage, welches der Druck bei einem in den vier Eckpunkten gestützten Parallelogramm sei, so wird man leicht einsehen, daß jede der Stützen $^1/_4$ des ganzen Gewichtes der Platte zu tragen hat. Aber auch bei einem schweren, in den drei Ecken unterstützten oder getragenen Dreieck ist der Druck in jeder Ecke $^1/_3$ des ganzen Gewichts. Denn zerlegt man das ganze, im Schwerpunkt o Fig. 91 wirksame Gewicht G in zwei parallele Seitenkräfte, so ist, nach §. 42, da oc doppelt so groß als od ist, der Seitendruck in $c = {}^1/_3\, G$ und in

$d = {}^2/_3\,G$. Zerlegt man die in d wirksame Kraft ${}^2/_3\,G$ wieder in zwei in a und b wirksame Seitenkräfte, so müssen diese, da $ad = db$ ist, natürlich gleich, also jede auch ${}^1/_3\,G$ sein.

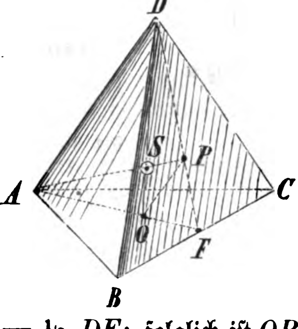
§. 65.

Bei den regelmäßigen Körpern, als: Kugel, Würfel, Ellipsoid 2c., liegt der Schwerpunkt im Mittelpunkt, vorausgesetzt, daß der Körper überall gleiche Dichtigkeit hat, wie auch in Folgendem immer angenommen wird.

Der Schwerpunkt eines jeden Prisma's und Cylinders liegt — wie man leicht einsehen muß — in der Mitte derjenigen Geraden, welche die Schwerpunkte der beiden Grundflächen mit einander verbindet.

Bei der Pyramide und beim Kegel liegt der Schwerpunkt in der Geraden OD Fig. 92 und 93, welche von der Spitze nach dem Schwerpunkte der Grundfläche gezogen wird, und zwar in einem Abstande OS von der Grundfläche, welcher ${}^1/_4$ der ganzen Linie OD ist.

Fig. 92.



Ist nämlich die Pyramide Fig. 92 dreiseitig, so kann sowohl D als auch A als Spitze, und daher ABC oder DBC als Grundflächen angesehen werden.

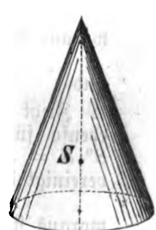
Sind O und P die Schwerpunkte der Flächen ABC und DBC, so liegt also im Durchschnittspunkte S der beiden Schwerlinien DO und AP der Schwerpunkt der Pyramide.

Nun ist aber $OF = {}^1/_3\,AF$, und $FP = {}^1/_3\,DF$; folglich ist OP parallel mit AD und auch $= {}^1/_3\,AD$; woraus sich, weil $\triangle\, SOP \backsim ASD$ ist, ergibt:

$$SO : SD = OP : AD = 1 : 3;$$

daher $$SO = {}^1/_3\,SD = {}^1/_4\,OD.$$


Fig. 93.



Da nun jede mehrseitige Pyramide als aus lauter dreiseitigen Pyramiden zusammengesetzt gedacht werden kann, und weil jeder Kegel, Fig. 93, als eine vielseitige Pyramide anzusehen ist, so ist die Richtigkeit der obigen Behauptung auch für alle Pyramiden und Kegel nachgewiesen.

Sind S und s die gegenüberliegenden Seiten der untern und obern Grundfläche und h die Höhe einer abgestumpften Pyramide, so findet man durch mathematische Ableitung als Abstand des Schwerpunkts von der untern oder größern Grundfläche

$$x = \frac{h}{4}\left(\frac{S^2 + 2S \cdot s + 3 \cdot s^2}{S^2 + S \cdot s + s^2}\right).$$

Desgleichen, wenn R und r die untern und obern Radien und h die Höhe eines abgestumpften Kegels sind, ist der Abstand des Schwerpunkts von der Basis

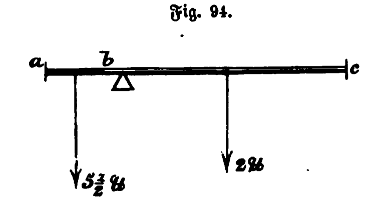
$$x = \frac{h}{4}\left(\frac{R^2 + 2R \, . \, r + 3 \, . \, r^2}{R^2 + R \, . \, r + r^2}\right).$$

Aufgaben.

1tes Beispiel. An einer gleich dicken hölzernen Stange von 2 m Länge ist ein 0,4 m langes gleich dickes eisernes Stück befestigt; der hölzerne Theil hat ein Gewicht von 2 Pfd., das eiserne Stück ein solches von 5½ Pfd.; wo ist der Schwerpunkt des Ganzen?

Auflösung. Ist ab, Fig. 94, das eiserne und bc das hölzerne Stück, so liegen die Schwerpunkte beider Stücke $\frac{0,4 + 2}{2} = 1,2$ m auseinander.

Fig. 94.



Nennt man den Abstand des Schwerpunktes der ganzen Stange vom Schwerpunkt des eisernen Theils x, so ist $1,2 - x$ der Abstand des Mittels des hölzernen Theiles und also

$$5,5 \, . \, x = 2\,(1,2 - x),$$

woraus sich ergibt:

$$5,5\,x = 2,4 - 2\,x,$$

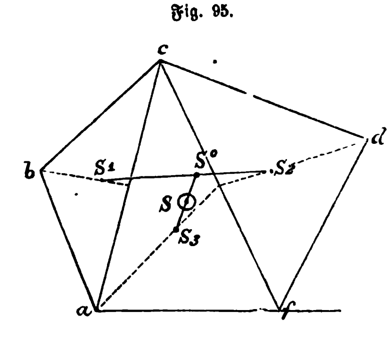
also

$$7,5\,x = 2,4$$

und

$$x = \frac{2,4}{7,5} = 0,32 \text{ m}.$$

Fig. 95.



2tes Beispiel. Man soll den Schwerpunkt des aus den Dreiecken abc, acf und fcd bestehenden Vieleckes Fig. 95 aus dem Flächeninhalte bestimmen.

Auflösung. S_1, S_2 und S_3 seien die Schwerpunkte der Dreiecke, deren Inhalte 24 □cm, 38,6 □cm und 42,8 □cm betragen.

Zieht man nun Linie $S_1\,S_2$ und findet solche = 7,8 cm, so erhält man den gemeinschaftlichen Schwerpunkt S^0 der △ abc und cdf, wenn $S_1\,S^0 = x$ gesetzt wird, durch die Gleichung

$$24 \, . \, x = 38,6\,(7,8 - x),$$

woraus man erhält:

$$62,6 \, . \, x = 301,08$$

und

$$x = 4,808 \text{ cm}.$$

Zieht man alsdann $S^0\,S_3$ und findet dieselbe = 2,7 cm, so erhält man ebenso für die Lage des Schwerpunktes S der ganzen Figur, indem man $S^0\,S = x_,$ setzt, und in dem Punkte S^0 die Inhalte der △ abc und cdf vereinigt denkt,

$$62,6 \, . \, x_, = 42,8\,(2,7 - x_,),$$

woraus sich ergibt:

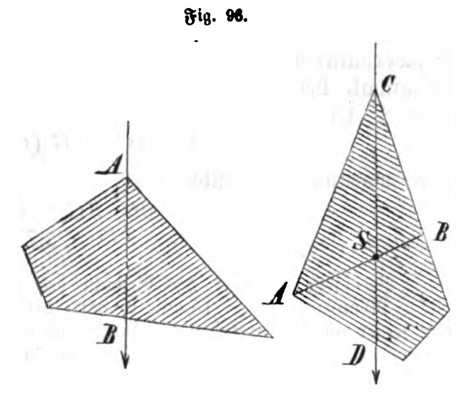
$$105,4 \, . \, x_, = 115,56$$

und

$$x_, = 1,09 \text{ cm}.$$

§. 66.

Soll der Schwerpunkt unregelmäßiger oder auch solcher Körper gesucht werden, deren Dichtigkeit nicht überall die gleiche ist, so muß dies auf praktische Art geschehen, wozu man folgende Mittel hat:



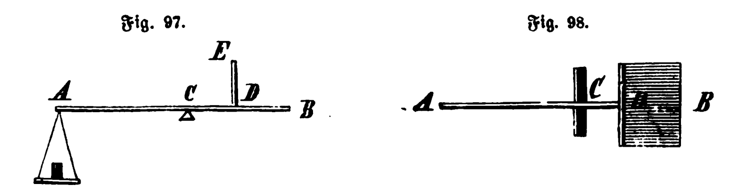
Man hänge den Körper Fig. 96 in einem Punkte A an einem Faden auf, und merke sich die Verlängerung AB des Fadens, welche allenfalls durch ein angehängtes Senkloth angegeben werden kann. In dieser Verlängerung muß der Schwerpunkt liegen.

Hängt man alsdann den Körper an einem andern Punkte C auf, so enthält die Linie CD, welche wieder die Verlängerung des Fadens ist, ebenfalls den Schwerpunkt des Körpers, und es muß somit im Durchschnittspunkte S der beiden Schwerlinien der gesuchte Schwerpunkt sein.

Oder man lege den Körper auf eine scharfe Kante, rücke ihn hin und her, bis er im Gleichgewichte ist, so erhält man eine Ebene, in welcher der Schwerpunkt liegt. Dreht man den Körper, so erhält man eine zweite Ebene, welche den Schwerpunkt ebenfalls enthält. Die Durchschnittslinie der beiden Ebenen geht demnach durch den Schwerpunkt, ist also eine Schwerlinie. Sucht man auf gleiche Weise eine andere Schwerlinie, so gibt der Durchschnittspunkt der beiden den Schwerpunkt des Körpers an.

Zu häufigen Schwerpunktsbestimmungen kann man sich mit Nutzen auch der im Nachfolgenden beschriebenen Vorrichtung bedienen:

Es ist AB Fig. 97 und 98 ein in C gestützter oder aufgehängter



Wagbalken, welcher in A eine Wagschale und andrerseits das horizontale Brett DB trägt; in D befindet sich noch die vertikale Wand DE.

Die ganze Vorrichtung wird ins Gleichgewicht gebracht, so daß

also im unbelasteten Zustande AB vollkommen horizontal ist und der Schwerpunkt des Ganzen in den Stützpunkt C fällt.

Um nun den Schwerpunkt irgend eines Körpers zu finden, wird derselbe auf das Brett BD gebracht, so daß er die Wand DE berührt, und in die Wagschale Gewicht gelegt, bis AB wieder horizontal ist.

Ist nun G das Gewicht des Körpers, und die Entfernung des Schwerpunktes desselben von der Wand $DE = x$, und P das in der Wagschale befindliche Gewicht, so muß für den Gleichgewichtszustand nach §. 45

$$P \,.\, AC = G\,(CD + x)$$

sein, woraus sich ergibt

$$x = \frac{P \,.\, AC - G \,.\, CD}{G}.$$

Beispiel. Wäre das Gewicht des Körpers $G = 80$ kg, $P = 18$ kg, $AC = 90$ cm und $CD = 15$ cm, so hätte der Schwerpunkt des genannten Körpers von seiner an DE anstoßenden Kante eine Entfernung

$$x = \frac{18 \,.\, 90 - 80 \,.\, 15}{80} = 5{,}25 \text{ cm}.$$

Es hat also eine Ebene, welche den Schwerpunkt enthält, die genannte Entfernung von besagter Kante. Durch wiederholtes Umlegen auf eine andere Seite erhält man im Durchschnitt der gefundenen Schwerlinien den Schwerpunkt des Körpers.

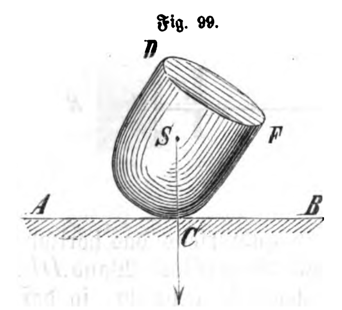
2. Von der Standfähigkeit oder Stabilität.

§. 67.

Von der Lage des Schwerpunktes eines Körpers hängt hauptsächlich die Fähigkeit des letztern, vermöge seines Gewichtes allein, zu stehen, oder dessen Standfähigkeit — Stabilität — ab.

Damit ein Körper Stabilität besitze, ist nöthig, daß sein Schwerpunkt hinreichende Unterstützung hat.

Fig. 99.



Ein auf der Horizontalebene AB Fig. 99 in dem Punkte C ruhender Körper DCF bleibt in seiner Lage, wenn die vom Schwerpunkte S gefällte Vertikallinie den Stützpunkt C trifft.

Ruht aber ein Körper in zwei Punkten auf einer horizontalen Unterlage, so bleibt er nur dann in Ruhe, wenn die den Schwerpunkt enthaltende Lothrechte diejenige Gerade schneidet, welche die beiden Stützpunkte verbindet.

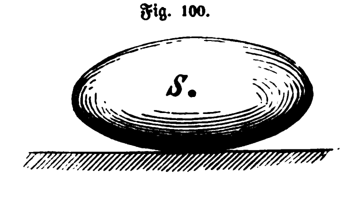
Ist endlich ein Körper in **drei oder mehreren** Punkten gestützt, so behauptet er seine Lage nur, wenn die vertikale Schwerlinie nicht außerhalb desjenigen Dreiecks oder Vielecks fällt, welches durch die Verbindung der Stützpunkte entsteht.

§. 68.

In allen, im vorigen §. genannten drei Fällen der Unterstützung besteht Gleichgewicht; doch sagt man von einem Körper vorzugsweise nur dann, er habe Stabilität oder sei im **stabilen** d. h. **sichern Gleichgewicht**, wenn er mit ebener Grundfläche auf einer horizontalen Unterlage ruht, und wenn die Vertikallinie, welche durch den Schwerpunkt geht, innerhalb des Umfangs der Grundfläche fällt.

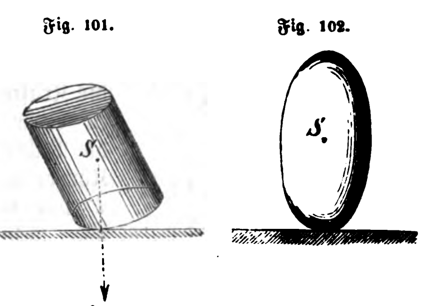
Ebenso ist auch ein Körper Fig. 100 im **stabilen Gleichgewicht**, wenn sein Schwerpunkt die tiefste Lage hat, welche bei seiner Unterstützung möglich ist; oder wenn der Körper so aufgehängt ist, daß sein Schwerpunkt gerade unter den Aufhängepunkt fällt. In allen diesen Fällen wird nämlich der Körper, wenn er aus der bezeichneten Lage gebracht wird, das Bestreben zeigen, wieder in dieselbe zurückzukehren.

Fig. 100.



Dagegen ist ein unterstützter Körper Fig. 101 im **unsichern oder labilen Gleichgewicht**, wenn die vertikale Schwerlinie in den Umfang der Grundfläche fällt, oder wenn der Schwerpunkt des Körpers Fig. 102 die höchste Lage hat, weil alsdann die geringste Kraft das Umstürzen des Körpers verursachen kann. — Desgleichen ist auch ein aufgehängter Körper im unsichern Gleichgewicht, wenn sein Schwerpunkt vertikal über dem Aufhängepunkt liegt.

Fig. 101. Fig. 102.



Endlich sagt man von einem Körper, er sei im **indifferenten Gleichgewicht**, wenn er bei seiner Unterstützung in jeder Lage in Ruhe bleibt, wie z. B. eine auf einer horizontalen Unterlage ruhende Kugel oder irgend ein in seinem Schwerpunkte aufgehängter Körper.

Bei einem rotirenden Körper, z. B. einem Rade, können alle drei Gleichgewichtslagen möglich sein, natürlich nicht zugleich. Ist der Schwerpunkt im Centrum, so ist das Rad im indifferenten Gleichgewicht; hat er aber die tiefste Lage, also unmittelbar unter dem Centrum, so ist das Rad im stabilen; und ist

der Schwerpunkt aber gerade über dem Mittelpunkt, so ist der Körper im labilen Gleichgewicht. In allen andern Fällen wird das Rad eine Rotation annehmen, bis der Schwerpunkt die tiefste Lage hat. —

Veränderung der Schwerpunktslage bei verschiedenen menschlichen Verrichtungen und Stellungen. —

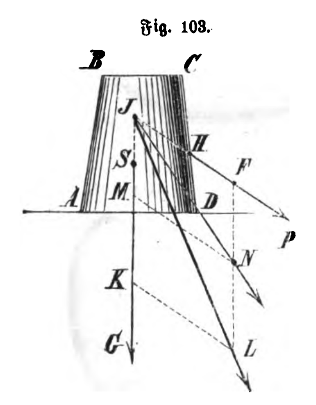
§. 69.

Die Standfähigkeit eines auf horizontaler Unterlage ruhenden Körpers ist im Allgemeinen um so größer:

1) je größer das Gewicht des Körpers bei sonst gleichen Umständen ist;
2) je weiter die den Schwerpunkt enthaltende lothrechte Linie vom Umfange der Grundfläche absteht, folglich je größer die Grundfläche ist; und
3) je näher der Schwerpunkt an der Unterstützungsfläche ist.

Um dies einzusehen, nehme man an, es suche eine Kraft P, welche nach irgend einer Richtung HF Fig. 103 wirkt, den Körper $ABCD$, um eine Kante D umzustürzen, während das im Schwerpunkte S wirksame Gewicht G den Körper gegen die Unterlage hinzieht, also dem Umstürzen entgegenstrebt.

Fig. 103.



Ist nun J — in der Verlängerung der beiderseitigen Kraftrichtungen liegend — der gemeinschaftliche Angriffspunkt der Kräfte P und G, welche durch die Linien JF und JK dargestellt sind, und setzt man die Kräfte durch das Parallelogramm $JFLK$ zu einer Mittelkraft zusammen, so gibt die Richtung JL dieser letztern an, ob der Körper bei der Wirkung der beiden Kräfte P und G seine Stellung behaupten kann oder nicht. —

So lange nämlich JL, wie die Figur zeigt, durch die Grundfläche AD geht, hat der Körper Standfähigkeit. Ist aber das Gewicht G kleiner und nur durch die Linie JM ausgedrückt, so fällt die Richtung der Mittlern JN über die Grundfläche hinaus, und der Körper hat dann keine Standfähigkeit mehr; er muß umfallen.

Bei einer kleinern Grundfläche wird aber die Richtung der genannten Mittlern ebenfalls bald über den Punkt D hinausfallen, und man sieht also, daß die Standfähigkeit wirklich mit dem Gewichte und der Grundfläche zunimmt.

Denkt man sich nun noch, es haben die Körper $ABCD$ und $A'B'C'D'$ Fig. 104 und 105, deren Schwerpunkte in S und S' sind, eine kleine Drehung um die Punkte D und D' erlitten, so sieht man an den Figuren, daß der erstere Körper sehr bald seine Standfähig-

Fig. 104. Fig. 105.

keit verliert, da die Richtung seines eigenen Gewichtes über die Unterstützung hinausfällt; während es bei dem zweiten Körper, dessen Schwerpunkt S' tief liegt, schon einer starken Drehung bedarf, bis der Körper sein Bestreben, zu stehen, verliert. —

Es nimmt demnach die Stabilität auch zu, wenn der Schwerpunkt des Körpers möglichst tief fällt.

Aus dem Bisherigen ergibt sich, daß z. B. von zwei Mauern oder Säulen diejenige, welche von einem schwereren Material aufgeführt ist, in dem Verhältnisse ihres Gewichts auch eine größere Stabilität hat.

Ebenso folgt, daß Mauern mit Böschungen, Strebepfeilern u. s. w. größere Standfähigkeit haben, als mit dem gleichen Aufwande an Material aufgeführte parallelepipedische Mauern, weil durch jene Constructionen die Grundfläche der Mauer vergrößert und ihr Schwerpunkt tiefer gebracht wird. — Beladen der Wagen und der Schiffe (Ballast). — Belastung des Fußes, der Stative 2c. mancher Gegenstände durch Blei, Quecksilber 2c. 2c.

Eine und dieselbe Kraft P wird aber um so eher einen Körper umzustürzen vermögen, je weiter ihre Richtungslinie JF Fig. 103 von der Drehungs- oder Umwerfungskante D absteht, da mit dem rechtwinkeligen Abstand dieser Richtungslinie nach §. 45 das Drehungs- oder statische Moment der Kraft wächst.

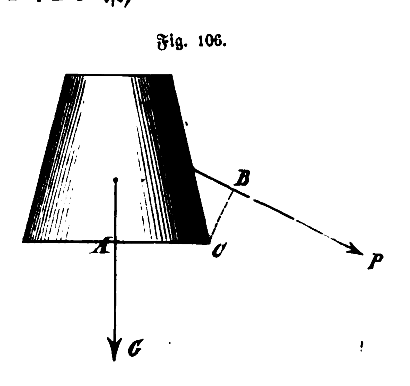
§. 70.

Aus dem zuletzt Gesagten und §. 45 folgt, daß ein Körper Fig. 106 noch Stabilität hat, wenn

$$G \,.\, AC = P \,.\, BC \text{ ist,}$$

d. h. wenn die statischen Momente der eine entgegengesetzte Drehung um den Punkt C erstrebenden Kräfte G und P gleich sind.

Fig. 106.



Daraus ergibt sich, daß in allen Fällen der Widerstand gegen das s. g. Umkanten um irgend eine Kante C d. i. die Stabilität mit dem Produkte $G \,.\, AC$ zunimmt. Man nennt darum auch dieses Produkt aus dem Gewicht eines Körpers in den senkrechten

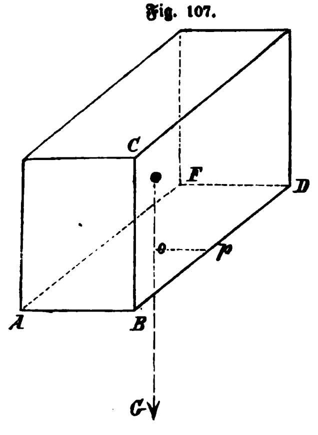


Fig. 107.

Abstand der Schwerlinie von der Umwerfungskante das Maß der Stabilität oder geradezu auch die Stabilität des Körpers.

Für ein senkrechtes vierseitiges Prisma, z. B. eine s. g. parallelepipedische Mauer Fig. 107, deren Breite $AB = b$, die Höhe $BC = h$ und die Länge $BD = l$ ist, beträgt, wenn q das Gewicht der Kubikeinheit bezeichnet, das ganze Gewicht

$$G = b \cdot h \cdot l \cdot q.$$

Der senkrechte Abstand op der Schwerlinie von der Kante BD, sowie von AF ist $= \frac{1}{2}\, AB = \frac{b}{2}$; somit die Stabilität des Parallelepipeds in Bezug auf jede der Kanten AF und BD

$$S = b \cdot h \cdot l \cdot q \cdot \frac{b}{2} = \frac{1}{2}\, b^2 \cdot h \cdot l \cdot q.$$

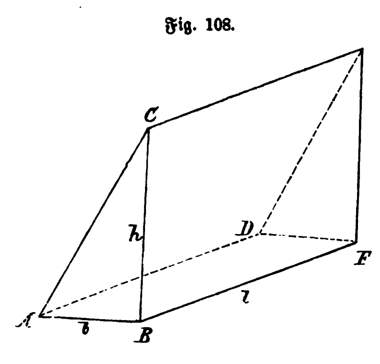


Fig. 108.

Man sieht daraus, daß die Stabilität hauptsächlich mit der Breite, nämlich mit dem Quadrate derselben zunimmt.

Für ein rechtwinkeliges dreiseitiges Prisma Fig. 108 ist das Gewicht

$$G = \frac{1}{2}\, b \cdot h \cdot l \cdot q,$$

und da der Abstand des Schwerpunkts des Dreiecks $ABC = \frac{2}{3}\, b$ von der Kante AD, oder $\frac{1}{3}\, b$ von der Kante BF beträgt, so ist die Stabilität in Bezug auf die Kante AD

$$S = \frac{1}{2}\, b \cdot h \cdot l \cdot q \cdot \frac{2}{3}\, b = \frac{1}{3}\, b^2 \cdot h \cdot l \cdot q;$$

und in Bezug auf die Kante BF

$$S = \frac{1}{2}\, b \cdot h \cdot l \cdot q \cdot \frac{1}{3}\, b = \frac{1}{6}\, b^2 \cdot h \cdot l \cdot q.$$

Hätte das dreiseitige Prisma Fig. 108 die nämliche Höhe und Länge, wie das vierseitige Prisma Fig. 107, dagegen die doppelte Breite, so daß also die Kubikinhalte, folglich auch die Gewichte beider Körper die nämlichen wären, so wäre für das dreiseitige Prisma, und zwar für die Kante AD

$$S = \frac{1}{3}\, (2b)^2 \cdot h \cdot l \cdot q = \frac{4}{3}\, b^2 \cdot h \cdot l \cdot q.$$

Die Vergleichung dieser Formel mit der obigen für das vierseitige Prisma macht klar, welch großen Einfluß Böschungen ꝛc. auf die Stabilität von Mauern ꝛc. haben. Es verhalten sich nämlich die bezüglichen Stabilitäten wie $^1/_2 : ^4/_3$ d. i. wie 3 : 8; d. h. die vom

Fig. 109.

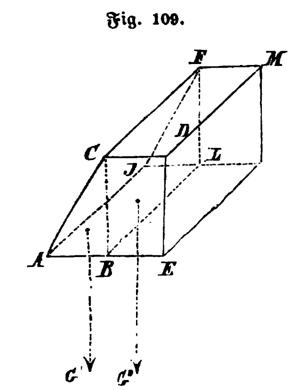
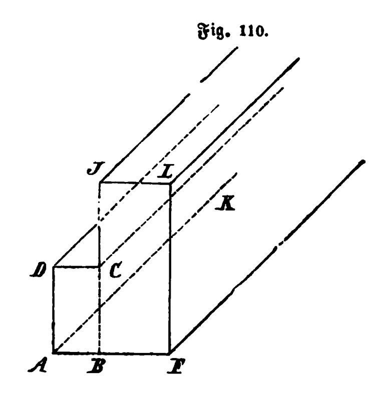


Fig. 110.



nämlichen Material aufgeführte geböschte Mauer hätte eine $^8/_3$ mal größere Stabilität.

Für geböschte oder dossirte Mauern ꝛc. von der Form Fig. 109 berechnet man die Gewichte G' und G'' des dreiseitigen Prismas $ABCFJL$ und des vierseitigen $CBEDML$, und erhält dann für die Kante AJ die Stabilität

$$S = G' \,.\, {}^2/_3\, AB + G'' \,.\, (AB + {}^1/_2\, BE).$$

Ebenso, wenn die Mauer die Form Fig. 110 hat, erhält man für die Kante AK

$$S = G' \,.\, {}^1/_2\, AB + G'' \,.\, (AB + {}^1/_2\, BF),$$

wenn G' das Gewicht des Prismas von der Grundfläche $ABCD$ und G'' dasjenige des Prismas von der Basis $BFLJ$ ist.

---

* V. Abschnitt.

Vom Stoße.

* §. 71.

Trifft ein in Bewegung begriffener Körper auf einen andern, der selber in Bewegung oder in Ruhe ist, so entsteht ein Stoß. Die hiebei eintretende Wirkung ist die, daß ein Körper in den Raum eines

andern einzudringen strebt, wobei eine Verschiebung der, der Berührungsstelle zunächstliegenden materiellen Theilchen, und bei der Einwirkung einer neuen bewegenden Kraft, sowie anderseits bei dem Auftreffen auf ein Hinderniß, eine Störung der bisherigen Bewegungsweise stattfindet.

Man nennt den Stoß einen centrischen oder centralen, wenn sich die Körper in derjenigen geraden Linie begegnen, welche die Schwerpunkte der beiden Körper verbindet; im andern Fall ist der Stoß ein excentrischer. Der Stoß ist auch ein gerader, wenn beim Anstoßen die Bewegungsrichtung rechtwinkelig auf die Berührungsfläche der Körper ist. Findet dies nicht statt, so ist der Stoß ein schiefer. — Noch unterscheidet man den Stoß elastischer und unelastischer Körper, obgleich es in der Wirklichkeit ebensowenig vollkommen unelastische als vollkommen elastische Körper gibt.

Die folgenden §§. behandeln nun die wesentlichsten Fragen, welche hinsichtlich der eintretenden Geschwindigkeits- und Richtungsänderungen sowie der zugehörigen Bewegungsgrößen bei den verschiedenen Arten des Stoßes gestellt werden können; sowie sie auch die Verluste an der Wirkungsgröße oder der lebendigen Kraft nachweisen, die bei jedem erfolgten Stoße nicht vollkommen elastischer Körper stattfinden.

*§. 72.

Nehmen wir an, es bewegen sich zwei unelastische Körper z. B. zwei Kugeln in der nämlichen Richtung so hintereinander, daß der Stoß ein gerader, centraler ist, und es werde die vordere von der nachfolgenden Kugel eingeholt, so wird bei dem Anstoßen der beiden Kugeln eine die bisherigen Bewegungsverhältnisse beider Körper störende Einwirkung stattfinden, welche Einwirkung nach §. 20 von der jedem der bewegten Körper zukommenden Bewegungsgröße Mr abhängt. Es werden die zunächst getroffenen Theilchen der vordern, langsamer bewegten Kugel durch die immerhin eine, wenn auch sehr kleine Zeit dauernde Krafteinwirkung von Seite der nachfolgenden Kugel rasch eine beschleunigte Bewegung annehmen, während sich diese Bewegung den übrigen Theilen des Körpers erst nach und nach mittheilt. Dadurch entsteht eine Annäherung der angestoßenen Punkte oder Atome gegen das Centrum, d. i. eine Abplattung. Auf der andern Seite erleiden die aufstoßenden Theilchen der nachfolgenden Kugel plötzlich eine Verzögerung ihrer Bewegung, während die übrigen Partikelchen des Körpers in ihrer bisherigen Bewegung verharren; die Folge davon ist, daß diese Kugel auch eine Abplattung erleidet. Bei beiden Kugeln wird aber dann die Bewegungsänderung allmälig der ganzen Masse mitgetheilt, die vordere bekommt einen Geschwindigkeitszuwachs, während die hintere einen Verlust erleidet, und da die empfangenen Eindrücke beiderseits, weil die Körper ganz unelastisch

sind, bleiben, so bewegen sie sich dann in der nämlichen Richtung und mit der nämlichen Geschwindigkeit, als bildeten sie zusammen nur einen einzigen Körper.

*§. 73.

Ist nun m die Masse der vordern Kugel und v ihre Geschwindigkeit, und ebenso m' die Masse und v' die Geschwindigkeit der folgenden, so sind die Bewegungsgrößen, die s. g. Bewegungsmomente oder auch die bewegenden Kräfte nach §. 20

$$mv \text{ und } m'v'.$$

Zu der Bewegungsgröße mv der vordern Kugel kommt nun noch die Bewegungsgröße $m'v'$ der zweiten Kugel und es ist folglich das Bewegungsmoment (die bewegende Kraft) der beiden Körper, die jetzt miteinander sich bewegen,

$$= mv + m'v'.$$

Die beiden Körper sind nun aber als ein einziger von der Masse $m + m'$ anzusehen, dessen Bewegungsgröße $= (m + m') V$ ist, wenn V die gemeinschaftliche Geschwindigkeit der beiden Kugeln nach dem Stoße bezeichnet.

Es ist dann aber

$$(m + m') V = mv + m'v';$$

folglich die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoß

$$V = \frac{mv + m'v'}{m + m'}.$$

Man erhält also die nach dem Stoße eintretende gemeinschaftliche Geschwindigkeit, wenn man die Summe der Bewegungsgrößen der aufeinanderstoßenden Körper durch die Summe ihrer Massen dividirt.

Von den beiden Kugeln erleidet die vordere einen Zuwachs an Geschwindigkeit $= V - v$, die hintere hingegen einen Geschwindigkeitsverlust $= v' - V$; somit nimmt auch die Bewegungsgröße der ersten Kugel um $m (V - v)$ zu, während die der zweiten, nachfolgenden Kugel um $m' (v' - V)$ abnimmt. Beide Ausdrücke $m (V - v)$ und $m' (v' - V)$ müssen natürlicher Weise einander gleich sein, was sich auch sogleich ergibt, wenn man obigen Werth für V substituirt und die Multiplikation ausführt. —

Ist $m = 6$ und $v = 5$; $m' = 4$ und $v' = 10$, so ist

$$V = \frac{30 + 40}{10} = 7;$$

folglich $m (V - v) = 6 . 2 = 12$; und ebenso

$$m' (v' - V) = 4 . 3 = 12.$$

Sind die Massen der beiden Kugeln m und m' gleich, so wird

$$V = \frac{mv + m'v'}{m + m'} = \frac{m (v + v')}{2m} = \frac{v + v'}{2},$$

wie man auch sonst schon einsieht.

Befände sich die angestoßene Kugel in Ruhe, so wäre $v = 0$, also auch $mv = 0$; somit die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße

$$V = \frac{m'v'}{m + m'}.$$

Wäre hiebei die Masse m des vordern ruhenden Körpers unendlich groß oder an andern Massen befestigt, hingegen die Masse m' des anstoßenden Körpers im Verhältniß außerordentlich klein, so wird nahezu $V = 0$, d. h. die Körper sind nach dem Stoße ohne Bewegung.

Wäre aber m' gegen m sehr groß, so daß m vernachlässigt werden könnte, so erhielte man $V = v'$.

Hätten endlich beide Körper gleiche Massen, so wäre, wenn m in Ruhe war, $V = \frac{v'}{2}$.

Geringe Bewegung eines großen Körpers, z. B. eines schweren Steines, der durch eine leichte Flintenkugel getroffen wird 2c. — Anwendung zur Bestimmung der Geschwindigkeiten der Geschützkugeln vermittelst des ballistischen Pendels (§. 61). — Umgekehrt: Einwirkung schwerer bewegter Massen auf ruhende Körper, z. B. einer großen Eismasse gegen ein Brückenjoch 2c.

* §. 74.

Bewegt sich die vordere Kugel in umgekehrter Richtung, bewegen sich also beide Körper gegen einander, so ist einleuchtend, daß nun die denselben zukommenden bewegenden Kräfte oder Bewegungsgrößen von einander abgezogen werden müssen, da dieselben einander aufzuheben streben.

Sind mv und $m'v'$ gleich groß, so heben sich bei unelastischen Körpern diese Bewegungsgrößen vollständig auf, oder es ist dann

$$V = \frac{mv - m'v'}{m + m'} = 0;$$

die Kugeln bleiben also in vollständiger Ruhe.

Ist aber $m'v'$ größer als mv, so bewegen sich die beiden Kugeln nach dem Stoße in der Richtung der Masse m' und es ist dann die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße

$$V = \frac{m'v' - mv}{m + m'}.$$

Wäre mv größer als $m'v'$, so tritt natürlich eine Bewegung in umgekehrter Richtung d. h. im Sinne der Bewegung der Masse m ein, und es ist dann

$$V = \frac{mv - m'v'}{m + m'}.$$

Die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoß wird also gefunden, wenn man die Differenz der beiden Bewegungsgrößen durch die Summe der Massen dividirt.

Allgemein nimmt man in der Formel des vorigen §.

$$V = \frac{mv + m'v'}{m + m'}$$

eine der Bewegungsrichtungen z. B. v' als positiv, also v negativ an. Erhält man dann für

$$V = \frac{m'v' - mv}{m + m'}$$

einen positiven Werth, so findet die Bewegung nach dem Stoße im Sinne von v' d. h. der Masse m' statt. Wird V aber negativ, so ist die Bewegung eine entgegengesetzte.

Nach dieser Bezeichnung hat die Masse m' nach dem Stoße die Bewegungsgröße

$$m'V = m'\left(\frac{m'v' - mv}{m + m'}\right),$$

und also hat verloren

$$m'v' - m'\left(\frac{m'v' - mv}{m + m'}\right).$$

Die Masse m hat, wenn sie eine entgegengesetzte Bewegung annimmt, ihre frühere Bewegungsgröße mv, sowie die durch den Stoß erhaltene

$$m\left(\frac{m'v' - mv}{m + m'}\right),$$

zusammen also

$$mv + m\left(\frac{m'v' - mv}{m + m'}\right)$$

verloren oder im Sinne der Bewegungsrichtung der Masse m' gewonnen. Beide Ausdrücke (Verlust und Gewinn) sind, wie sich leicht zeigen läßt, wieder gleich.

Der Geschwindigkeitsverlust der Masse m' ist $= v' - V$; hingegen derjenige der Masse m im Sinne ihrer bisherigen Bewegung $= v + V$, da sie nicht nur ihre ursprüngliche Geschwindigkeit v ganz verliert, sondern sich mit der Geschwindigkeit V nach entgegengesetzter Richtung bewegt.

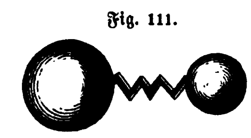
* §. 75.

Sind nun die beiden Körper vollkommen elastisch, und nimmt man wieder den Fall an, daß dieselben hintereinander herlaufen, so ist der Geschwindigkeitszuwachs der vordern Kugel, sowie der Verlust der hintern ein doppelter. Denn hat die gegenseitige Abplattung den höchsten Grad erreicht, so beginnen die beiden Körper ihre frühere

Gestalt wieder einzunehmen, und da hiebei jeder Körper für den andern ein Hinderniß ist, so stoßen sie sich gegenseitig zurück.

Es verhält sich hiebei gerade so, als wenn man zwischen die beiden Kugeln eine elastische Feder Fig. 111 denkt. Durch die Einwirkung der nachfolgenden schneller bewegten Kugel wird die Feder zusammengepreßt. Diese Zusammenpressung hört aber in dem Augenblicke auf, als die beiden Kugeln die nämlichen Geschwindigkeiten angenommen haben; alsdann dehnt sich die Feder wieder aus, stoßt die Kugeln auseinander, so daß also die vordere Kugel noch einmal eine Vermehrung, die hintere aber eine Verminderung ihrer Geschwindigkeit erleidet.

Fig. 111.



Es ist somit, da vollkommen elastische Körper sich mit der gleichen Kraft ausdehnen, wie sie zusammengepreßt wurden, nun der Geschwindigkeitszuwachs der vordern Kugel $= 2\,(V - v)$; somit ihre Geschwindigkeit nach dem Stoß

$$= v + 2\,(V - v) = 2\,V - v.$$

Ebenso ist der Verlust der hintern Kugel $= 2\,(v' - V)$; folglich ihre Geschwindigkeit nach dem Stoß

$$= v' - 2\,(v' - V) = 2\,V - v',$$

wobei V überall den Werth wie in §. 73 hat.

Ist $m = m'$, also $V = \frac{v + v'}{2}$, so ist dann die Geschwindigkeit der vordern Kugel oder der Masse m

$$= 2\,.\,\frac{v + v'}{2} - v = v',$$

und die der hintern Kugel

$$= 2\,.\,\frac{v + v'}{2} - v' = v;$$

d. h. die Kugeln haben ihre Geschwindigkeiten gerade verwechselt.

Wäre hiebei auch noch die Masse m in Ruhe, also $v = 0$, so wäre die Geschwindigkeit nach dem Stoße

bei der angestoßenen vordern Kugel

$$= \frac{2\,.\,v'}{2} = v',$$

und bei der hintern oder stoßenden Kugel

$$= \frac{2v'}{2} - v' = 0.$$

Die angestoßene Kugel geht also jetzt mit der Geschwindigkeit der anstoßenden fort, während diese nach dem Stoße in Ruhe bleibt.

Wären die Massen aber ungleich und zwar, wäre die Masse m des ruhenden Körpers sehr groß (oder auch unbeweglich) im Verhältniß zur Masse m' des anstoßenden Körpers, so daß m' gegen m vernachlässigt werden kann, so findet man für die Geschwindigkeit des ersten oder angestoßenen Körpers, da auch $v = 0$ ist,

$$2\,V - v = 2\,\frac{(m\,v + m'v')}{m + m'} - v = 0,$$

während die Geschwindigkeit des aufstoßenden Körpers

$$2\,V - v' = -\,v'$$

sich ergibt.

Der angestoßene (schwere) Körper erhält also keine Geschwindigkeit, während der anstoßende Körper mit seiner bisherigen Geschwindigkeit zurückprallt.

Erscheinungen bei dem Billard. — Menschen, die bloß unter Kopf und Füßen gestützt sind, fühlen die auf einen, auf ihnen liegenden Ambos ꝛc. geführten Schläge um so weniger, je schwerer dieser ist ꝛc.

* §. 76.

Bewegen sich die beiden Kugeln gegen einander, so verhält es sich mit den Geschwindigkeitsänderungen derselben ähnlich wie vorhin.

Bei unelastischen Körpern verliert nach §. 74, wenn $m'v'$ größer als mv ist, oder wenn man überhaupt v' positiv und v negativ annimmt, die Masse m' die Geschwindigkeit $v' - V$, folglich der elastische Körper $2\,(v' - V)$ und es ist seine Geschwindigkeit nach dem Stoße

$$v' - 2\,(v' - V) = 2\,V - v'.$$

Die Geschwindigkeit der Masse m ist vor dem Stoß $= -\,v$ nach dem Stoß $= V$; also ist der Geschwindigkeitsverlust bei einem unelastischen Körper $= -\,v - V$, und bei einem elastischen $= -\,2\,v - 2\,V$; und folglich die Geschwindigkeit der Masse m nach dem Stoße $= -\,v - (-\,2v - 2\,V) = 2\,V + v$.

Sind nun die Massen m und m' gleich, also $V = \frac{v' - v}{2}$, so findet man

Geschwindigkeit der Masse m' nach dem Stoß

$$= \frac{2\,(v' - v)}{2} - v' = -\,v,$$

und Geschwindigkeit der Masse m

$$= 2\,\frac{(v' - v)}{2} + v = v'.$$

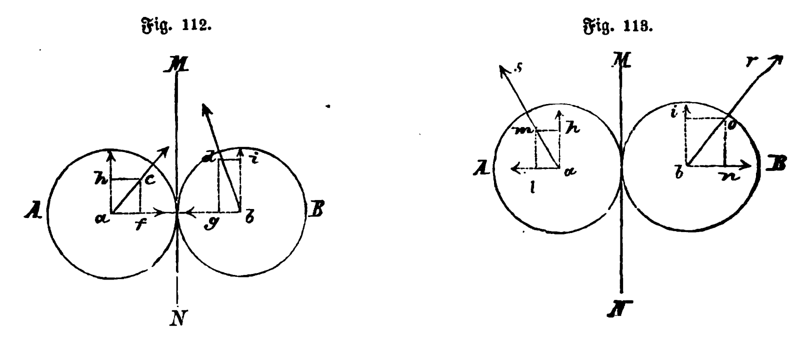
D. h. die beiden Kugeln prallen mit verwechselten Geschwindigkeiten von einander zurück.

Hatten die Kugeln vorher gleiche Geschwindigkeiten, so gehen sie auch mit denselben zurück.

* §. 77.

Findet ein Stoß in schiefer Richtung statt, so kann man das bisher Gesagte ganz auch auf diesen Fall anwenden.

Bewegt sich z. B. die Kugel A Fig. 112 in der Richtung ac und die Kugel B in der Richtung bd, so darf man nur die Geschwindigkeiten, mit welchen sich die Kugeln nach den genannten Richtungen bewegen, in zwei rechtwinkelige Seitengeschwindigkeiten zerlegen, wovon die Seitengeschwindigkeiten af und bg senkrecht, die Geschwindigkeiten ah und bi hingegen parallel zur Berührungsebene MN sind. Nun verhält es sich gerade, als fände zwischen beiden Kugeln ein gerader



centraler Stoß statt, wobei die Kugel A die Geschwindigkeit af, die Kugel B aber die Geschwindigkeit bg hat; denn die parallelen Seitengeschwindigkeiten ah und bi haben auf die Wucht des Stoßes keinen Einfluß.

Wären z. B. die beiden Kugeln vollkommen elastisch und hätten gleiche Massen, so würden solche nach vorigem §. mit verwechselten Geschwindigkeiten af und bg von einander abprallen, d. h. die Kugel A würde mit der Geschwindigkeit bg und die Kugel B mit der Geschwindigkeit af in diesen Richtungen zurückgestoßen.

Will man den Weg bestimmen, den jede Kugel nach dem Anstoß macht, so muß man bedenken, daß z. B. die Kugel A die Seitengeschwindigkeit ah noch hat und eine neue Geschwindigkeit $al = bg$ Fig. 113 erhält. Setzt man beide Geschwindigkeiten durch das Parallelogramm $ahml$ zusammen, so findet man für die Kugel A als Bewegungsrichtung nach dem Stoß die Linie as mit der Geschwindigkeit am.

Ebenso findet man durch Zusammensetzung der Geschwindigkeiten bi und $bn = af$ für die Kugel B die neue Geschwindigkeit bo nach der Richtung br.

Nennt man den $\sphericalangle\, caf = \alpha$ und $\sphericalangle\, dbg = \beta$, so ist $ah = ac \,.\, \sin \alpha$, $af = bn = ac \,.\, \cos \alpha$; und $bi = bd \,.\, \sin \beta$, $bg = al = bd \,.\, \cos \beta$; folglich sind die neuen Geschwindigkeiten $am = \sqrt{\overline{ac}^2 \,.\, \sin \alpha^2 + \overline{bd}^2 \,.\, \cos \beta^2}$,

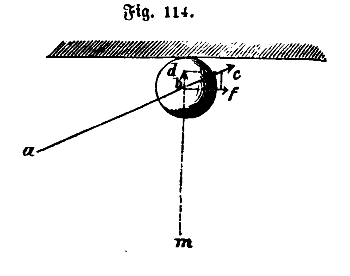
und $bo = \sqrt{\overline{bd}^2 \,.\, \sin \beta^2 + \overline{ac}^2 \,.\, \cos \alpha^2}$.

Wäre die eine Kugel z. B. B in Ruhe, so wird nach Früherm die Kugel A keinen Rückstoß erhalten, es bleibt ihr also nur noch die Geschwindigkeit ah, mit welcher sie sich parallel zur Berührungsebene MN fortbewegt; die Kugel B aber erhält die Geschwindigkeit $bn = af$ rechtwinkelig zu der genannten Ebene.

* §. 78.

Wird eine Kugel in schiefer Richtung ab Fig. 114 gegen eine feste Wand gestoßen, so zerlege man ihre Geschwindigkeit bc wieder in die rechtwinkeligen Geschwindigkeiten bd und bf.

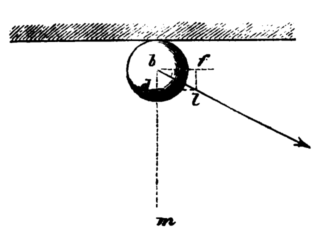
Fig. 114.



Sind Kugel und Wand vollkommen hart, so wird nach §. 73 die Seitengeschwindigkeit bd vollkommen aufgehoben und die Kugel läuft mit der andern Geschwindigkeit bf parallel zur Wand fort.

Sind Kugel und Wand aber vollkommen elastisch, so erhält nach §. 75 die Kugel einen Rückstoß und zwar mit der Geschwindigkeit bd. Es ist folglich ihre Bewegung nach dem Stoß vorgeschrieben durch die beiden Geschwindigkeiten bd und bf, Fig. 115, und somit die neue Geschwindigkeit bl, mit der die Kugel zurück geht, derjenigen, mit der sie sich gegen die Wand bewegt, ganz gleich. Wie man in der Figur sieht, sind die Winkel abm, Fig. 114, und mbl, Fig. 115, welche die Kugel beim Auftreffen und Zurückprallen mit der im Berührungspunkte Senkrechten mb macht, gleich. Man nennt den ersten den Einfalls- und den andern den Austritts- oder Ausfalls- (Reflexions-) winkel, und sagt darum: **Beim vollkommen elastischen Stoß sind die Ein- und Ausfallswinkel einander gleich.**

Fig. 115.



Bewegungen auf dem Billard!

* §. 79.

Nimmt man wieder an, es finde ein Stoß unelastischer Körper statt, und es seien m und m' die Massen und v und v' die bezüglichen Geschwindigkeiten vor dem Stoß, so ist nach §. 30 die der Masse m vermöge ihrer Bewegung innewohnende lebendige Kraft $= mv^2$, und ebenso die lebendige Kraft der zweiten Masse $= m' \,.\, v'^2$.

Nach dem Stoße haben die beiden Kugeln bei gleicher Bewegungsrichtung die Geschwindigkeit

$$V = \frac{mv + m'v'}{m + m'};$$

folglich die lebendige Kraft

$$(m + m')\,V^2 = (m + m')\left(\frac{mv + m'v'}{m + m'}\right)^2 = \frac{(mv + m'v')^2}{m + m'}.$$

Wird der letzte Ausdruck von der Summe $mv^2 + m'v'^2$ abgezogen, so findet man, daß durch den Stoß ein Verlust an lebendiger Kraft eintritt, welcher beträgt

$$\frac{(m + m')(mv^2 + m'v'^2) - m^2v^2 - 2mm'vv' - m'^2v'^2}{m + m'} =$$

$$= mm'\,\frac{(v'^2 - v^2)}{m + m'}.$$

Sind die Körper aber elastisch, so hat nach §. 75 die Masse m nach dem Stoß die Geschwindigkeit $2V - v$, und die Masse m' die Geschwindigkeit $2V - v'$; folglich ist die Summe der lebendigen Kräfte nach dem Stoß

$$= m\,(2V - v)^2 + m'\,(2V - v')^2.$$

Setzt man für V obigen Werth $\frac{mv + m'v'}{m + m'}$, so findet man diese Summe wieder $= mv^2 + m'v'^2$.

Man ersieht hieraus die wichtige Wahrheit, daß beim Stoß unelastischer oder unvollkommen elastischer Körper immer an lebendiger Kraft, d. h. an der Leistungsfähigkeit, die der bewegten Masse zukäme, verloren geht, und daß hingegen bei vollkommen elastischen Körpern ein solcher Verlust nicht eintritt.

Es wird zwar allerdings bei elastischen Körpern am Anfange des Stoßes ein Theil der lebendigen Kraft durch das Zusammenpressen der Körper verbraucht; allein es wird diese Arbeitsgröße bei der unmittelbar darauf folgenden Ausdehnung wieder ausgegeben. — (Aehnliches ist bei einer aufgezogenen Uhrfeder der Fall.)

Man sieht die Bestätigung des wichtigen Satzes, daß bei elastischen Körpern kein Arbeitsverlust eintritt, auch einfach daran, daß bei gleichen Massen, ob sie sich in der nämlichen Richtung oder gegen einander bewegen, nach dem Stoß die Geschwindigkeiten nach §. 75 und 76 gerade verwechselt sind; es ist also dort nach wie vor die Summe $mv^2 + m'v'^2$ gleich groß.

Es ergibt sich hieraus, wie nachtheilig bei Maschinen ꝛc. stoßweise Wirkungen sind, abgesehen davon, daß die Dauerhaftigkeit derselben Noth leidet, und wie man überall streben soll, alle solche stoßweisen Wirkungen zu vermeiden. Deßhalb sucht man auch überall, wo dies

angeht d. h. wo der Zweck doch erreicht werden kann, Hammer-, Poch-, Walk- und Fallwerke, deren Wirkung eine stoßweise ist, durch Walz-, Quetsch-, Kurbelwalkwerke sowie durch Pressen zu ersetzen. Ebenso ist es auch bei Wasserrädern. Es ist hiebei die vom Wasser übertragene nutzbare mechanische Arbeit um so größer, je weniger stoßweise das Wasser auftrifft.

VI. Abschnitt.

Von den Bewegungswiderständen.

§. 80.

So oft Kräfte irgend welche Körper zu bewegen suchen, wirkt denselben nicht nur die träge Masse der Körper d. i. das eigentlich zu Bewegende entgegen, sondern es sind immerhin noch gewisse Hindernisse zu überwinden, welche der Bewegung hemmend in den Weg treten, also dieser widerstehen. Man nennt diese Hemmnisse allgemein Bewegungswiderstände, im uneigentlichen Sinne wohl auch widerstehende Kräfte, und es können dieselben entweder in der physischen Beschaffenheit des Mittels, auf und vermittelst welchem eine Bewegung erzeugt werden soll, oder auch im Zusammenhang des Mediums, in welchem eine Bewegung stattfindet, ihren Grund haben.

Zu der ersten Art von Bewegungswiderständen gehört die Reibung, welche überall stattfindet, wo ein Körper auf einem andern sich fortbewegt, wie z. B. beim Gleiten eines Körpers, beim Drehen der Wellzapfen in den Lagern 2c.; sodann gehört hieher der aus der Steifigkeit und Unbiegsamkeit der Seile erwachsende Widerstand.

Zu den letztern Bewegungswiderständen sind zu rechnen die Widerstände des Wassers und der Luft, welche diese Medien, sowie überhaupt alle Flüssigkeiten, einer in denselben vor sich gehenden Bewegung entgegensetzen. Auch wären hieher noch zu zählen die Festigkeit oder der Zusammenhang der Körper, welche namentlich bei den Baumaterialien jeder nachtheiligen Bewegung oder Brechung widerstehen sollen und auch bei allem Trennen und Verarbeiten der Körper, z. B. beim Schneiden, Sägen, Hobeln 2c. zu überwinden sind.

Von den ersten drei Widerständen ist in diesem Abschnitte die Rede, während der Festigkeit, ihrer besonderen Wichtigkeit wegen, der folgende Abschnitt allein gewidmet ist.

Eine Bewegung ohne die obengenannten Hindernisse findet nur bei der Rotation der Himmelskörper statt, da diese sich mit ihrer Atmosphäre, wenn eine vorhanden ist, im leeren Raum bewegen.

1. Von der Reibung.

§. 81.

Befindet sich ein Körper auf einer vollkommen horizontalen Bahn, so trägt diese das Gewicht des Körpers vollständig, und die geringste Kraft wäre genügend, um den Körper auf der Bahn voranzubewegen, wenn Körper und Bahn vollkommen glatt wären. So sehen wir auf einer sehr glatten und ebenen Bahn von Eis, daß eine geringe Kraft genügt, um große Lasten fortzubewegen. Desgleichen kann man auf horizontalen Eisenbahnen mit verhältnißmäßig wenig Kraft ganze Wagenzüge in Bewegung setzen. — Vollkommen glatte Körper oder Bahnen gibt es aber nirgends, sondern überall sind mehr oder weniger Rauhigkeiten, d. h. Hervorragungen und Vertiefungen vorhanden, welche gegenseitig in einander eingreifen und so der Bewegung widerstehen.

Man nennt den durch diese Rauhigkeiten verursachten Bewegungswiderstand die Reibung (Friction), und es ergibt sich die Größe derselben jederzeit aus dem Kraftaufwande, welchen man aufbieten muß, um einen Körper auf horizontaler Bahn fortzubewegen.

Es gibt zwei Arten der Reibung, nämlich gleitende und rollende (wälzende) Reibung.

Gleitende Reibung sehen wir bei der Bewegung eines Schlittens oder irgend eines Körpers, der so bewegt wird, daß er immer mit gleicher Fläche die Bahn berührt und auf dieser fortgeschleift oder gerutscht wird.

Die Reibung eines Zapfens in seinem Lager oder die Zapfenreibung ist eine besondere Art der gleitenden Reibung.

Die rollende oder wälzende Reibung findet statt, wenn ein (gewöhnlich runder) Körper auf einer Unterlage sich fortwälzt, also sich dreht und zugleich fortbewegt.

Die rollende Reibung ist bedeutend geringer als die gleitende.

§. 82.

Für die gleitende Reibung gelten folgende aus der Erfahrung abgeleitete Gesetze:

1) **Die Reibung nimmt in gleichem Maße zu, wie der Druck.**

   Es ist nämlich die Reibung eines Körpers von doppeltem oder dreifachem Gewicht oder Druck auch doppelt oder dreimal so groß als beim einfachen Druck.

2) **Die Größe der reibenden oder Berührungsflächen hat auf die Reibung keinen Einfluß.**

Denn denkt man sich einen Körper von verschiedenen Seitenflächen auf seine größte Fläche gelegt, so sind allerdings mehr reibende Theile vorhanden, aber auf den einzelnen Theil der Fläche z. B. auf einen Quadratcentimeter kommt auch kein so großer Druck, als wenn der Körper auf seiner kleinsten Fläche aufliegt, da im letztern Fall der auf einen Quadratcentimeter drückende Körpertheil eine größere Höhe hat.

Bei großen Flächen und geringen Drücken verursacht die Adhäsion einige Beeinträchtigung dieser Behauptung.

3) Die Reibung ist desto größer, je rauher die reibenden Flächen sind.

Man hilft dagegen durch Schmieren, welche die Vertiefungen der Körper ausfüllen, also die Rauhigkeit vermindern sollen.

Solche Schmiermittel sind: Fett, Seife und Graphit für Holz; reines Oel, besonders Olivenöl für Metalle.

4) Die Reibung zwischen gleichartigen Körpern ist größer, als bei verschiedenartigen, weil wegen der gleichartigen Bildung der erstern die Rauhigkeiten mehr in einander eingreifen.

Bei faserigen Körpern, z. B. bei Hölzern, ist die Reibung größer, wenn die Fasern parallel sind, als wenn sie sich kreuzen.

5) Die Reibung ist am Anfange der Bewegung größer, als während derselben.

Dies kommt daher, daß während der Bewegung die Rauhigkeiten nicht so stark in einander greifen können.

6) Die Reibung ist unabhängig von der Geschwindigkeit der reibenden Körper.

Bei einer großen Geschwindigkeit kommen zwar mehr Theile in Berührung, können aber nicht so stark in einander eingreifen. Die Geschwindigkeit darf freilich nicht zu groß werden, sonst tritt eine Erhitzung und damit auch eine Vergrößerung der Reibung ein.

7) Die Zapfenreibung ist geringer, als die gewöhnliche gleitende Reibung.

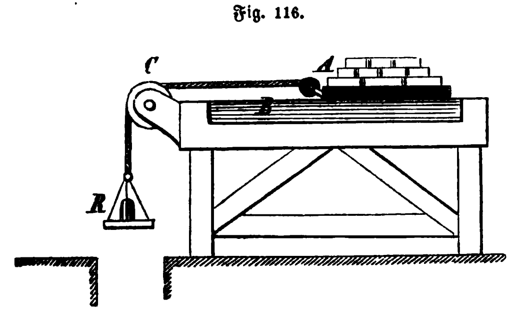
§. 83.

Da nach dem vorigen §. die Reibung gerade wie der Druck eines Körpers wächst, so gibt dieser Umstand ein leichtes Mittel, die Größe der Reibung für jeden Körper zu bestimmen.

Solche Bestimmungen wurden namentlich von den Franzosen Coulomb und Morin gemacht, welche bei ihren Versuchen über gleitende Reibung im Allgemeinen auf nachbeschriebene Art verfuhren:

Zwei Platten A und B, Fig. 116, von solchem Material, dessen gegenseitiges Reibungsverhältniß man kennen wollte, wurden auf einander gelegt, so daß die erste A auf der vollkommen horinzontalen und festen Platte B beweglich war. Die Platte A wurde durch Gewichte beschwert und vermittelst einer über die Rolle C gelegten sehr biegsamen Schnur durch das Gewicht R fortgezogen.

Fig. 116.



Die Größe des Gewichtes R, welches angewendet werden mußte, gab nun die Größe der Reibung an. Denn vermag das Gewicht R gerade die belastete Platte A fortzuziehen, und zwar mit gleichförmiger Bewegung, so ist die bewegende Kraft R gerade so groß, als der Bewegungswiderstand d. i. die Reibung. Wäre die Kraft geringer, so würde gar keine Bewegung eintreten. Wäre aber die Kraft größer, so müßte nach §. 5 die Bewegung eine beschleunigte werden.

Für Eichenholz, wobei beide Platten gut abgehobelt waren, fand man, wenn die Platte A sammt Belastung mit 100 Pfd. auf die Unterlage drückte, die Größe der Reibung am Anfange der Bewegung durchschnittlich $R = 50$ Pfd.

Um die begonnene Bewegung zu unterhalten, mußten zur Ueberwindung der Reibung im Durchschnitte nur 34 Pfd. in die Wagschale gelegt werden.

Es war also die Reibung R während der Bewegung $= 34$ Pfd.

Drückte die obere Platte mit 200 Pfd., so war $R = 2 \,.\, 34$ Pfd.; bei 300 Pfd. Belastung war $R = 3 \,.\, 34$ Pfd. u. s. w.

Man sieht also, daß die Reibung zwischen Eichen auf Eichen während der Bewegung immer $\frac{34}{100} = 0,34$, d. i. $^1/_3$ des Drucks beträgt, während solche am Anfange der Bewegung $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ des Druckes war.

Eine solche Verhältnißzahl zwischen dem Drucke und der Reibung wurde nun für alle Körper aufgesucht.

Man nennt diese Zahl den **Reibungscoefficient**.

Bezeichnet man denselben mit f, so ist also allgemein, wenn Q den von einem Körper ausgeübten Druck auf die Unterlage bedeutet, die Reibung

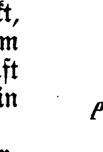
$$R = f \,.\, Q$$

$$\text{oder } f = \frac{R}{Q}.$$

Man muß also, um die Reibungsgröße zwischen zwei Körpern zu finden, den ausgeübten Druck mit dem Reibungscoefficienten multipliziren.

Die Coefficienten für Zapfenreibung wurden auf ähnliche Weise vermittelst einer Rolle C, Fig. 117, deren Zapfen in entsprechenden Lagern sich drehten, und mit Anwendung von angehängten Gewichten P und P' bestimmt.

Fig. 117.



Mit der Summe der Gewichte $P + P' = Q$ wird der Zapfen in seinem Lager angedrückt, während der Unterschied $P - P'$ die an dem Umfange der Rolle wirkende bewegende Kraft ist, wenn nämlich das Gewicht P um ein Gewisses größer, als P' ist.

Nennt man dieses Mehr- oder Uebergewicht $P - P'$, welches die gleichförmige Umdrehung hervorbringt, $= p$, und ist a der Halbmesser der Rolle, r der Halbmesser des Zapfens und bezeichnet R die Reibungsgröße am Zapfen, so ist nach §. 45

$$R \,.\, r = p \,.\, a.$$

Es wirkt nämlich die Reibung R wie eine am Zapfenumfang angebrachte entgegengesetzte Kraft, welche der durch den Zug $P - P' = p$ erzeugten Drehung entgegenstrebt.

Die Zapfenreibung selbst ist nun

$$R = f \,.\, Q = \frac{p \,.\, a}{r} = (P - P')\,\frac{a}{r}.$$

Ebenso groß muß eine am Zapfenumfange selbst wirksame Kraft sein, welche die Reibung überwinden soll, während die an dem Rollenumfange nöthige Kraft dem obigen Uebergewichte $P - P'$ gleich ist*).

Ist s der Weg, welchen ein, dem beständigen Drucke Q unterworfener Körper zurücklegt, während hiebei ein beständiger Reibungswiderstand $R = f \,.\, Q$ zu überwinden ist, so ist die durch die Reibung aufgezehrte Arbeitsgröße $= R \,.\, s = f \,.\, Q \,.\, s$. — Für eine Umdrehung wäre also die verbrauchte Arbeitsgröße $R \,.\, s = f \,.\, Q \,.\, d \,.\, \pi$.

Da der Weg, welchen ein drehender Körper, z. B. ein Wellzapfen, zurücklegt, um so größer ist, je größer, bei gleich viel Umläufen, der Umfang oder der Durchmesser dieses Körpers ist, so folgt hieraus, daß man die durch Reibung verbrauchte Arbeit dadurch vermindern, also den Nutzeffekt der Welle erhöhen kann, wenn man dem drehenden Körper einen kleinen Durchmesser gibt. — Man soll darum Zapfen und Radachsen möglichst dünn machen; ebenso die Zähne bei Räderwerken.

*) Reibung der stehenden Wellzapfen s. S. 141.

§. 84.

Durch die im vorigen §. beschriebenen Versuche hat man für die verschiedenen Materialien die in folgenden Tafeln enthaltenen Reibungscoefficienten gefunden:

Tafel I.

Coefficienten der gewöhnlichen gleitenden Reibung während der Bewegung.

Namen der reibenden Körper.		Trocken.	Mit Wasser benetzt.	Mit Olivenöl.	Mit Talg (Fett).	Mit Schweinefett und Graphit.	Mit trockener Seife.
Holz auf Holz	kleinster Werth . . .	0,20	—	—	0,06	—	0,14
	mittlerer „ . . .	0,36	0,25	--	0,07	—	0,15
	größter „ . . .	0,48	—	—	0,08	—	0,16
Metall auf Metall	kleinster Werth . .	0,15	—	0,06	0,07	0,06	—
	mittlerer „ . .	0,18	0,31	0,07	0,09	0,08	0,20
	größter „ . .	0,24	—	0,08	0,11	0,09	—
Holz auf Metall	kleinster Werth . .	0,20	—	0,05	0,06	—	—
	mittlerer „ . . .	0,42	0,24	0,06	0,08	0,08	0,20
	größter „ . . .	0,62	—	0,08	0,10	—	—
Hanfseile	auf Holz	0,45	0,33	—	—	—	—
	auf Eisen	—	—	0,15	0,19	—	—
Sohlenleder, flach auf Holz und Metall	trocken . . .	0,54	0,36	0,16	0,20	—	—
	fettig	—	0,25	—	—	—	—
Sohlenleder, hochkantig für Liederungen	trocken . . .	0,34	0,31	0,14	0,14	—	—
	fettig	—	0,24	—	—	—	—
Zugerichtete Bausteine	kleinster Werth .	0,53	—	—	—	—	—
	größter „ .	0,73	—	—	—	—	—

Anmerkung. Am Anfange der Bewegung sind die Reibungscoefficienten:

Bei Holz auf Holz im trockenen Zustande durchschnittlich doppelt, und im geschmierten Zustande wohl dreimal größer als obige.

Bei Metall auf Metall sind solche, wenn nicht geschmiert wird, gleich obigen; für den geschmierten Zustand aber sind dieselben ungefähr das Doppelte.

Bei Holz auf Metall sind für den trockenen und geschmierten Zustand die Coefficienten ungefähr 1½mal größer als obige.

Uebrigens ist bei der Anwendung hauptsächlich nur die Reibung der Bewegung zu kennen.

Bei Schlittschuhläufern (also Eisen auf Eis) beträgt die Reibung am Anfange der Bewegung 0,08 bis 0,09, während der Bewegung aber nur 0,016 bis 0,032.

Tafel II.

Coefficienten der Zapfen- oder Achsenreibung für den Zustand der Bewegung.

Namen der reibenden Körper.	Trocken oder wenig fettig.	Fettig und mit Wasser benetzt	Mit Oel, Talg oder Schweinefett.		Mit sehr weicher und gereinigter Wagenschmiere.	Mit Schweinefett und Graphit.
			Auf gewöhnl. Art.	Gut unterhalten.		
Glockengut auf Glockengut (Bronze)	—	—	0,097	—	—	—
Gußeisen " "	0,194	0,161	0,075	0,054	—	—
Schmiedeisen auf Glockengut	0,251	0,189	0,075	0,054	0,090	0,111
Gußeisen " Gußeisen	—	0,137	0,075	0,054	—	—
Schmiedeisen " "	—	—	0,075	0,054	—	—
Guajak- oder Franzosenholz auf Gußeisen	—	—	0,116	—	—	—
Guajak " Guajak	—	—	—	0,070	—	—
Gußeisen " "	0,185	—	0,100	0,092	—	0,109
Schmiedeisen " "	0,188	—	0,125	—	—	—

Anmerkung. Es ist also für den in der Praxis am meisten vorkommenden Fall, wenn Zapfen aus Schmied- oder Gußeisen in Lagern von Gußeisen, Glockengut, Messing oder Bronze laufen, und mit Oel, Talg oder Schweinefett eingeschmiert werden, der Reibungscoefficient:
wenn von Zeit zu Zeit geschmiert wird = 0,07 bis 0,08;
bei ununterbrochener Schmierung = 0,054.

Die Reibung einer stehenden Welle kann man sich als in einer Entfernung $= \frac{2}{3} r$ vom Centrum der kreisförmigen Grundfläche, deren Halbmesser r ist, wirkend denken. Denn zerlegt man die Kreisfläche in lauter Sectoren, so fällt der Angriffspunkt der auf diesen Sectoren ruhenden Drücke in den Schwerpunkt der Fläche, d. i. in eine Entfernung $= \frac{2}{3} r$ vom Centrum.

Ist dann P die Kraft, welche am Zapfenumfange nöthig ist, um die Reibung $R = f \,.\, Q$ zu überwinden, so hat man

$$P \,.\, r = f Q \,.\, \tfrac{2}{3} \,.\, r; \text{ folglich } P = \tfrac{2}{3} f Q.$$

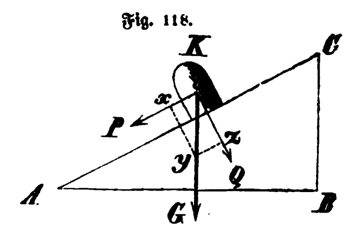
Bei einem liegenden Zapfen ist dagegen die unmittelbar am Zapfen wirkende, die Reibung überwindende Kraft

$$P = R = f \,.\, Q.$$

§. 85.

Bei einem Körper K, welcher auf einer schiefen Ebene AB, Fig. 118, liegt, findet man nach §. 54 durch Zerlegung seines Gewichtes G die Kraft $ox = P$, welche den Körper in der Richtung der schiefen Ebene zu bewegen sucht, und den Druck $oz = Q$, welcher vom Körper in senkrechter Richtung gegen die Bahn ausgeübt wird.

Fig. 118.



Aus letzterem Drucke Q entspringt die Reibung zwischen dem

Körper K und der Bahn AC, und es ist solche $R = f \,.\, Q$, wenn f den Reibungscoefficient bezeichnet.

Der Kraft P, welche den Körper abwärts zu treiben sucht, wirkt also die Reibung $R = f \,.\, Q$ entgegen.

So lange nun AC ziemlich flach bleibt, ist der Druck Q, also auch die Reibung groß und P nur gering; der Körper bleibt darum vermöge des Uebergewichts seiner Reibung auf der Bahn in Ruhe.

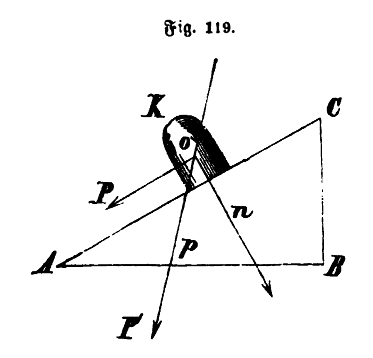
Erhebt man aber die schiefe Ebene AC, so wird dieselbe endlich einmal eine solche Lage erhalten, bei welcher die Reibung gerade so groß ist, als die abwärtstreibende Kraft P.

In dieser Lage der Ebene wird jeder auf derselben befindliche Körper von gleichem Stoff und gleicher Beschaffenheit, wenn sein Gewicht auch ein beliebiges ist, immerhin noch in Ruhe bleiben, weil seine bewegende Kraft und der Reibungswiderstand im Gleichgewicht sind.

Der Neigungswinkel CAB, welchen alsdann die schiefe Ebene mit dem Horizonte AB macht, und welcher für gleiche reibende Materialien immer der nämliche ist, wird der Ruhe- oder Reibungswinkel genannt, und es kann solcher durch Beobachtung für die verschiedenen Körper gefunden werden. (Siehe unten Abschnitt XIV vom Erddruck.)

Ist ein Körper K auf der schiefen Ebene AC in Ruhe, so bleibt er es auch dann noch, wenn ein schiefwirkender Druck P' Fig. 119 auf den Körper ausgeübt wird, so lange der Winkel pon, welchen die Druckrichtung op mit der auf AC gezogenen Senkrechten on bildet, nicht größer ist, als der obengenannte Reibungswinkel.

Fig. 119.



Es wird zwar durch den Druck P' die abwärtstreibende Kraft P vermehrt, allein in gleichem Verhältnisse wird auch — wie sich von selbst versteht und wie auch durch Versuche leicht nachgewiesen werden kann — der in der Richtung on stattfindende Druck, also auch die Reibung erhöht.

Die Kenntniß des Reibungswinkels ist namentlich bei Bauconstructionen sehr wichtig, um zu wissen, innerhalb welchen Grenzen bei denselben ein schiefer Druck wirken darf. Bei gewöhnlichen gut zugerichteten Bausteinen beträgt dieser Winkel 28 bis 30°, was einem Reibungscoefficienten von 0,53 bis 0,73 entspricht.

Setzt man $\sphericalangle CAB = \sphericalangle yoz$ Fig. 118 $= \alpha$, so ist der aus dem Gewichte G resultirende Druck auf die Ebene: $Q = G \,.\, \cos \alpha$, und folglich die Reibung $= f \,.\, G \,.\, \cos \alpha$.

Dagegen ist die abwärts treibende Kraft

$$P = G \,.\, \sin \alpha.$$

Ist nun α gleich dem Reibungswinkel, muß

$$f \cdot G \cdot \cos \alpha = G \cdot \sin \alpha;$$

also $f = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tang \alpha$ sein.

Die Tangente des Reibungswinkels ist darum immer gleich dem Reibungscoefficienten.

§. 86.

Die wälzende oder rollende Reibung ist im Verhältniß zur gleitenden sehr gering.

Versuche, welche man mit Walzen machte, siehe Fig. 120, über welche ein Faden gespannt war, welcher an beiden Enden Wagschalen mit Gewichten trug, haben dargethan, daß die rollende Reibung im Allgemeinen mit dem Druck zunimmt, und um so kleiner ist, je größer der Walzendurchmesser bei gleichem Drucke gemacht wird. Denn bei einem größeren Durchmesser ist auch (§. 45) das Drehungsmoment der bewegenden Kraft größer; die Kraft selbst kann also dann kleiner sein.

Fig. 120.

Bei Walzen von Ulmenholz und eichener Unterlage mußten, wenn in jede Wagschale 500 kg gelegt, also die Walze mit 1000 kg gegen die Unterlage gedrückt wurde, in die eine Wagschale noch 10 kg zugelegt werden, bis die Walzen, welche einen Durchmesser von 6 franzöſ. Zollen hatten, sich zu bewegen anfingen.

Bei einem Durchmesser von 12″ waren nur 5 kg nöthig.

Es ist also bei einem Durchmesser von 6″ die Reibung

$$= \frac{10}{1000} \text{ oder eigentlich } = \frac{10}{1010} = \frac{1}{100},$$

und bei 12″ Durchmesser nur $= \frac{5}{1005} = \frac{1}{200}$ des Druckes.

Für Eisenbahnräder von etwa 1 Meter Höhe ist der Coefficient $= 0{,}02$. Man sieht daraus, wie gering die wälzende Reibung im Verhältniß zur gleitenden ist.

§. 87.

Nach dem Bisherigen ist klar, daß es für eine leichtere Bewegung günstig ist, wenn man die gleitende Bewegung durch die rollende ersetzt.

Es werden darum große Lasten, als Steinblöcke, Baumstämme, schwere Eisenconstructionen (Brücken) u. s. w. vermittelst untergelegter Walzen leicht von der Stelle geschafft.

Den gleichen Zweck erfüllen auch die sogenannten **Frictionsräder**. — Soll nämlich bei einer Maschine die Reibung eines Wellzapfens *a* Fig. 121 so viel als möglich verringert werden, so läßt man den Zapfen *a*, statt in einem festen Lager, sich auf den Umfängen *AB* und *CD* zweier Räder drehen, welche ganz nahe hintereinander stehen und sich selber wieder leicht in Lagern *m* und *n* bewegen.

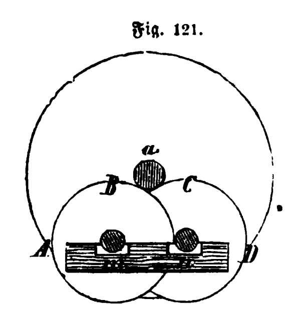


Fig. 121.

Zwischen dem Zapfen *a* und den Umfängen der beiden Frictionsräder findet eine wälzende, darum nur geringe Reibung statt, welche verursacht, daß sich die beiden Räder mit dem Zapfen umdrehen.

Eine Anwendung dieser Frictionsrollen sieht man unten bei dem Krahn §. 169, dessen Säule, statt in einer festen, ringsum anschließenden Umfassung, sich in einem Kranz von Rollen dreht.

Fernere Anwendung: Bei der Attwood'schen Fallmaschine, bei Metallhobelmaschinen, Keilpressen, bei Rolltischen, Armsesseln, Clavieren 2c.; Befestigung der Glocken.

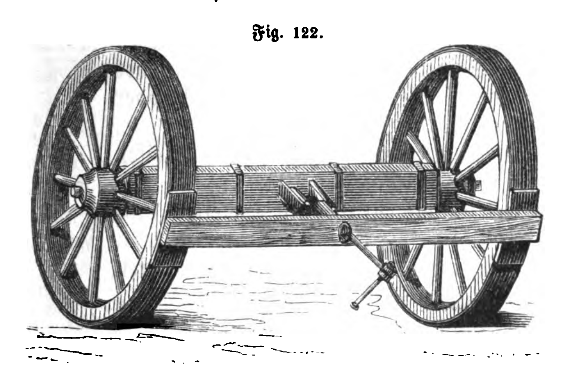
Dahin gehört auch die Anwendung der **Räderfuhrwerke**, bei welchen zwar neben der rollenden Reibung am Umfange der Räder noch eine Achsenreibung stattfindet. — Nach vorigem §. ist die rollende Reibung um so geringer, je größer der Durchmesser ist; es ist also von Nutzen bei Fuhrwerken, soweit es andere Umstände, z. B. die Stabilität 2c. erlauben, große Räder, und, wie im §. 83 gesagt wurde, dünne Achsen anzuwenden. Hohe Räder gewähren noch den weiteren Vortheil, daß je größer der Raddurchmesser im Verhältniß zur Achsendicke, desto geringer die auf einen Umgang kommende Ortsveränderung des Angriffspunktes des Reibungswiderstandes ist.

§. 88.

Umgekehrt wie im vorigen §. wird oft die geringere rollende Reibung der Fuhrwerke in eine größere gleitende Reibung verwandelt, um auf geneigten Bahnen oder Straßen eine zu rasche abwärtsgehende Bewegung zu verhindern. Diesen Zweck erreicht man durch das Einlegen des sogenannten **Radschuhes** oder auch durch den Gebrauch der **Bremse**, Fig. 122, welche vermittelst einer Schraube gegen die Radfelgen so angedrückt wird, daß durch die große Reibung zwischen den Bremsbacken und dem Rade, dieses verhindert wird, eine drehende Bewegung anzunehmen, und also auf der Bahn **gleiten** muß.

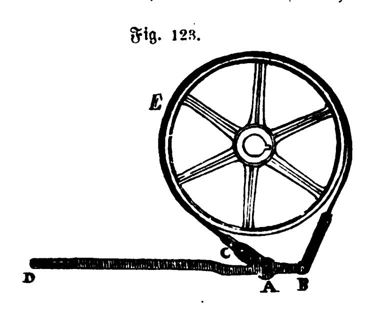
Aehnliche Anwendung wie vorige Bremse findet der bei Winden und Krahnen (s. unten §. 169) angewendete **Bremsezaum** *BEC*, Fig. 123. Derselbe besteht aus einem eisernen Band (Zaum), welches

Fig. 122.



eine, mit dem Räderwerk der genannten Maschine verbundene, cylindrische Scheibe oder Trommel umschließt, und durch den um *A* drehbaren Hebel *CAB* mittelst der Stange *DA* angespannt werden kann. Vermöge der durch den angespannten Zaum verursachten bedeutenden Reibung wird entweder eine rückgängige Bewegung der Maschine ganz verhindert oder aber in eine nur langsame, allmälige verwandelt. — Bremsen der Eisenbahnwägen, wobei ein mit Eisen beschlagenes Stück Holz durch eine Schraube so bewegt wird, daß zwischen den Bremsbacken und den Schienen eine bedeutende Reibung entsteht. — Große gleitende Reibung eines um einen Block 2c. geschlungenen Seiles.

Fig. 123.



§. 89.

Die rollende Reibung ist hauptsächlich bei Fuhrwerken in Betracht zu ziehen.

Nach den von Morin gemachten Beobachtungen beträgt bei unsern gewöhnlichen Frachtfuhrwerken, wenn die Felgenbreite ungefähr 10—11 Centim. ist, der Reibungswiderstand*) oder die erforderliche **Zugkraft** auf horizontaler Straße:

auf einem festen Erddamme . . . . $^1/_{27}$ der Belastung,
auf einem festen Erddamme mit einer Kieslage von
ungefähr 3 cm Höhe . . . . $^1/_{12}$ „ „
auf einem festen Erddamme mit einer Kieslage von
ungefähr 6 cm Höhe . . . . $^1/_{10}$ „ „

*) Der Reibungswiderstand ist hier als gesammter Bewegungswiderstand anzusehen, da (s. unten Aufgaben über den Luftwiderstand) bei geringen Geschwindigkeiten der Luftwiderstand ganz unbedeutend ist.

auf einer sehr guten Schotterstraße . . . . . $^1/_{50}$ der Belastung,
auf einer guten Schotterstraße, etwas feucht oder mit Staub bedeckt, mit freiliegenden Kieseln oder Schotterstücken . . . . $^1/_{35}$ „ „
auf einer harten Schotterstraße mit leichten Geleisen und weichem Schlamm . . . . $^1/_{27}$ „ „
auf einer harten Schotterstraße mit Geleisen und Koth . . . . $^1/_{22}$ „ „
auf einer sehr schlechten Schotterstraße mit tiefen Geleisen und dickem Koth . . . . $^1/_{13}$ „ „
auf sehr gutem Pflaster . . . . $^1/_{65}$ „ „
auf geringem Pflaster . . . . $^1/_{46}$ „ „
auf einer Brückenbahn von Holz . . . . $^1/_{43}$ „ „
Auf Eisenbahnen beträgt die Reibung im Mittel $^1/_{200}$ der ganzen Belastung.

Rechnet man die Zugkraft eines Pferdes, wenn es im Schritte geht, nur zu 60 kg oder zu 120 Pfd. (vergl. §. 25), so kann dasselbe für die Dauer also

auf einer Eisenbahn . . . 200 . 120 Pfd. = 240 Centner,
auf einer sehr guten Straße 50 . 120 „ = 60 „
auf einer nur mittelguten Straße etwa . . . . . 30 . 120 „ = 36 „
auf einer sehr schlechten Straße 13 . 120 „ = 15,6 „

ganz leicht fortziehen, wenn keine Steigungen zu überwinden sind.

Wirkt eine den Wagen ꝛc. bewegende Kraft P parallel der Bahn, so muß solche natürlich gerade so groß, als die Reibung sein. Wirkt P aber in schiefer Richtung, wie in Fig. 124, so daß ihre Richtungslinie mit einer Horizontalen den $\sphericalangle\ \alpha$ bildet, so zerlege man $P = AC$ in die vertikale Seitenkraft $AD = P \,.\, sin\ \alpha$ und in die horizontale Seitenkraft $AB = P \,.\, cos\ \alpha$. Letztere ist die Zugkraft.

Fig. 124.

Der Widerstand, d. h. die Reibung ist nun aber $f\ (Q - P \,.\, sin\ \alpha)$, da $P \,.\, sin\ \alpha$ dem Drucke Q entgegenwirkt.

Somit ist

$$P \,.\, cos\ \alpha = f \,.\, Q - f \,.\, P \,.\, sin\ \alpha;$$

also

$$P\,(cos\ \alpha + f \,.\, sin\ \alpha) = f \,.\, Q;$$

und

$$P = \frac{f \,.\, Q}{cos\ \alpha + f \,.\, sin\ \alpha}.$$

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Wie groß ist die Reibung eines mit Eisen beschlagenen Schlittens, welcher auf einer hölzernen Bahn sich bewegt und mit 400 kg belastet ist?

Auflösung. Nach §. 84 Tafel I. ist der Reibungscoefficient f, wenn keine Schmiere angewendet wird, im Mittel zu 0,4 anzunehmen.

Es ist darum die Reibung $R = 0{,}4 \,.\, 400 = 160$ kg.

Wird mit Talg oder Schweinefett fleißig geschmiert, so ist

f nur $= 0{,}08$;

also die Reibung $R = 0{,}08 \, . \, 400 = 32$ kg.

2te Aufgabe. Welche Arbeitsgröße wird bei der Bewegung eines Wasserrads, welches sammt Wellbaum, Wasserbelastung 20000 kg wiegt, durch den Reibungswiderstand aufgezehrt, wenn das Rad per Minute 8 Umgänge macht, und wenn die 0,3 m dicken gußeisernen Zapfen in Lagern von Bronze laufen?

Auflösung. Will man die Reibung der Zapfen einer Welle nur im Ganzen wissen, so ist die Vertheilung der Drücke auf die beiden Zapfen nicht nöthig und es ist gerade so anzusehen, als hätte **ein** Zapfen alle Last zu tragen. Bei gewöhnlicher Schmierung mit Oel oder Talg ist

$f = 0{,}08$; daher

die Reibung $R = 0{,}08 \, . \, 20000 = 1600$ kg.

Der Umfang des Zapfens beträgt $3{,}14 : 0{,}3 = 0{,}942$ m und daher die Umfangsgeschwindigkeit desselben

$$v = \frac{0{,}942 \, . \, 8}{60} = 0{,}1256 \text{ m.}$$

Somit ist die durch Reibung aufgezehrte Arbeit per Sekunde

$$R \, . \, v = 1600 \, . \, 0{,}1256 = 200{,}9 \text{ kgm}$$

$$\text{d. i. } R \, . \, v = \frac{200{,}9}{75} = 2{,}7 \text{ Pferdestärken.}$$

Kennt man den Radhalbmesser, so kann man auch noch die Größe derjenigen Kraft finden, welche am Radumfange wirksam sein muß, um nur die Zapfenreibung zu überwinden. Wäre nämlich dieser Halbmesser $= 3{,}6$ m, so hätte man, wenn die genannte Kraft $= P$ gesetzt wird, nach den §§. 45 und 83

$$P \, . \, 36 = R \, . \, 0{,}15$$

$$\text{d. i. } P = \frac{1600 \, . \, 0{,}15}{3{,}6} = 66{,}6 \text{ kg.}$$

3te Aufgabe. Wie groß ist die Reibung eines stehenden Zapfens, welcher einen Durchmesser von 9 cm hat, bei einer Belastung von 2250 kg, und welche Kraft ist zu deren Ueberwindung erforderlich, wenn solche in einem Abstande $= 0{,}75$ m von der Wellenachse wirkt?

Auflösung. Da sowohl für gewöhnlich gleitende, wie für die Zapfenreibung der betreffende Reibungscoefficient 0,07 beträgt, so ist die Reibung

$$R = 0{,}07 \, . \, 2250 = 157{,}5 \text{ kg.}$$

Nach §. 84 müßte die zur Ueberwindung erforderliche, am Umfange des Zapfens, d. h. in einem Abstande von 4,5 cm von dem Wellenmittel wirksame Kraft

$$P = {}^2/_3 \, f \, . \, Q = \frac{2 \, . \, 157{,}5}{3} = 105 \text{ kg,}$$

und folglich nach §. 46 eine, in einem Abstande von 75 cm wirkende Kraft

$$P^1 = \frac{4{,}5}{75} \, . \, 105 = 6{,}3 \text{ kg}$$

betragen.

Anmerkung. Aufgaben über Reibung und Zugkraft auf Straßen und Eisenbahnen siehe unter Abschnitt VIII.

2. Von der Steifigkeit der Seile.

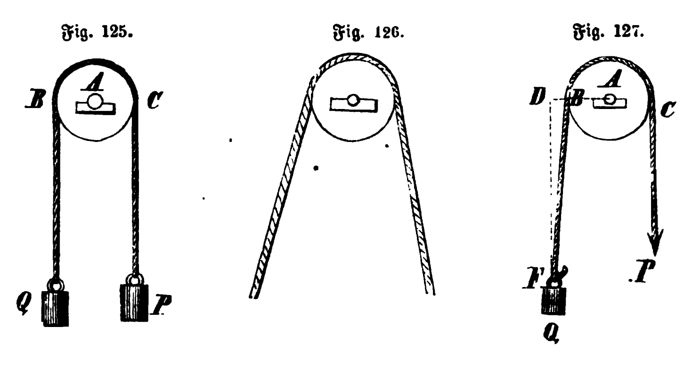
§. 90.

Wenn ein Seil oder eine Schnur vollkommen biegsam wäre und um ein Rad oder eine Rolle A Fig. 125 gelegt und an beiden Enden gleich belastet würde, so müßte nach §. 45 Gleichgewicht stattfinden, weil alsdann die beiden gleichen Parallelkräfte P und Q auch gleiche Entfernungen AB und AC vom Stützpunkte A hätten.

Würde P nur um ein Geringes wachsen, so müßte die Last Q aufwärts bewegt werden, und es würde dabei, wegen der großen Reibung, die zwischen dem Seil und der Rolle stattfindet, diese eine drehende Bewegung um A annehmen.

In der Wirklichkeit gestaltet sich nun die Sache etwas anders.

Legt man nämlich ein unbelastetes Seil über eine Rolle, Welle 2c., so wird es, vermöge seiner Unbiegsamkeit, die in Fig. 126 angedeutete Lage annehmen, und es bedarf schon einiger Kraft, um das Seil in die in Fig. 125 bezeichnete Form zu bringen.



Wenn darum eine vertikal abwärtswirkende Kraft P, Fig. 127, vermittelst eines um eine Rolle geschlungenen Seiles die Last Q bewegen soll, so hat die Kraft nicht allein diese Last und den Reibungswiderstand im Zapfenlager A, sondern auch noch den durch die Steifigkeit des Seiles verursachten Widerstand zu überwinden.

Diese Steifigkeit ist aber Ursache, daß sich das Seilstück BF, an welchem die Last wirkt, nicht genau an die Rolle anlegt, sondern eine schiefe Lage BF annimmt.

Da aber die Last Q vertikal abwärts zieht, so muß darum ihr Angriffspunkt nicht mehr in B, sondern in D gedacht werden, wenn DF eine vertikale Linie oder senkrecht auf AD ist.

Die Last Q wirkt also in einer Entfernung AD vom Stütz- oder Drehpunkt A, und da nach §. 45 fürs Gleichgewicht

$$P \,.\, AC = Q \,.\, AD$$

sein muß, so hat also, wegen der Steifigkeit des Seiles, die zur Ueberwindung erforderliche Kraft P in dem nämlichen Verhältnisse zu wachsen, als, vermöge dieser Steifigkeit, die Entfernung des Angriffspunktes der Last größer wird, als bei der Kraft der Fall ist.

§. 91.

Nach der Erfahrung beträgt die eben ausgesprochene, durch die Seilsteifigkeit verursachte Verrückung des Lastangriffspunktes bei neuen Seilen etwa soviel, daß man dem Radius AB Fig. 127 noch die halbe Seildicke zuzählen muß, um den Abstand des Lastangriffspunktes vom Drehpunkte zu erhalten.

Bei gebrauchten Seilen beträgt diese Vergrößerung $^1/_3$, und bei alten Seilen $^1/_4$ bis $^1/_5$ der Seildicke.

Bei getheerten Seilen ist die Steifigkeit, also auch die genannte Verrückung des Lastangriffspunktes begreiflicherweise noch bedeutender.

Genauer genommen, soll — gemachten Versuchen gemäß — bei neuen Seilen die Steifigkeit mit dem Quadrate des Seildurchmessers und außerdem aber auch noch mit der Spannung zunehmen, und soll im gleichen Verhältniß kleiner werden, als der Rollendurchmesser größer wird.

Nennt man S den durch die Steifigkeit erzeugten Bewegungswiderstand, und ist d die Seildicke, r der Radius der Rolle, bis in die Mitte des Seiles gemessen, und K eine Erfahrungszahl, so wäre alsdann

$$S = K \cdot \frac{Q \cdot d^2}{r}.$$

Bei gebrauchten Seilen nimmt die Steifigkeit in einem etwas geringern Verhältniß zu, als das Quadrat der Seildicke, und man setzt dann $d^{3/2}$ oder $\sqrt{d^3}$, bei ganz dünnen Schnüren oder Bändern nur d statt d^2.

Werden d und r in Centimetern ausgedrückt,
so ist . . . . $K = 0{,}186$;
für alte preuß. und österr. Zolle ist $K = 0{,}5$.

Aufgaben.

1stes Beispiel. Welche Kraft P ist anzuwenden, wenn man vermittelst einer Leitrolle, welche 36 cm Durchmesser hat, eine Last von 300 kg heben will, wenn das anzuwendende Seil noch neu und 4,2 cm dick ist?

Auflösung. Der Angriffspunkt der Kraft ist in der Mitte des Seiles, also seine Entfernung vom Mittelpunkt der Rolle = 18 + 2,1 = 20,1 cm. Die Entfernung des Lastangriffspunktes ist aber um die Hälfte der Seildicke größer, also = 20,1 + 2,1 = 22,2 cm.

Somit hat man, wenn P die Kraft bezeichnet,

$$20{,}1 \cdot P = 22{,}2 \cdot 300,$$

$$\text{und } P = \frac{22{,}2 \cdot 300}{20{,}1} = 331{,}3 \text{ kg};$$

folglich beträgt der Steifigkeitswiderstand

$$S = 331{,}3 - 300 = 31{,}3 \text{ kg}.$$

2tes Beispiel. Wie groß ist der Steifigkeitswiderstand in voriger Aufgabe, wenn die Berechnung nach der Formel $S = K . \frac{Q d^2}{r}$ ausgeführt wird?

Auflösung. Nach dieser Formel beträgt, da $r = 18 + \frac{4{,}2}{2} = 20{,}1$ cm ist,

$$S = \frac{0{,}186 \cdot 300 \cdot 4{,}2^2}{20{,}1} = 48{,}9 \text{ kg}.$$

Es muß also die Zugkraft P, abgesehen von der Zapfenreibung, $= 300 + 48{,}9 = 348{,}9$ kg sein.

Diese Berechnungsart gibt — wie man sieht — größere Werthe von S an, und ist jedenfalls der vorigen vorzuziehen.

3. Von dem Widerstand der Flüssigkeiten.

§. 92.

Bewegt sich ein Körper in der Luft, im Wasser oder in irgend einer andern Flüssigkeit, so findet er ein doppeltes Hinderniß. Einmal ist es die, wenn auch gerade nicht bedeutende Reibung an den Flüssigkeitstheilchen, welche der Körper bei seiner Bewegung seitlich streift; dann aber und hauptsächlich wird dadurch ein neuer Bewegungswiderstand geschaffen, daß die von dem Körper getroffenen Flüssigkeitstheilchen durch den erfolgten Druck oder Stoß selber in Bewegung gerathen und dabei eine bestimmte bewegende Kraft in Anspruch nehmen.

Je schneller der anstoßende Körper sich bewegt, desto mehr Flüssigkeitstheilchen werden getroffen und in Bewegung gesetzt. Es wächst darum der Widerstand der Flüssigkeiten, wenn man auch die seitliche Reibung unberücksichtigt ließe, mit der Geschwindigkeit, und zwar mit dem Quadrate der Geschwindigkeit, denn bei doppelter Geschwindigkeit werden nicht nur doppelt so viele Flüssigkeitstheilchen in Bewegung gesetzt, sondern es wird diesen auch noch die doppelte Geschwindigkeit ertheilt 2c.; außerdem wächst dies Hinderniß noch mit der Dichte der Flüssigkeit, sowie mit der Größe der anstoßenden oder s. g. Stoßfläche.

Es folgt aus dem zuletzt Gesagten, daß der Widerstand, den das Wasser einer Bewegung in demselben bietet, etwa 800mal größer, als der Widerstand der Luft ist, da die letztere eine ungefähr 800mal geringere Dichtigkeit als das Wasser besitzt, d. h. soviel mal leichter ist, als dieses. Es ergibt sich aber auch aus dem Gesagten, daß, wenn sich der nämliche Körper in der Luft mit etwas mehr als 28facher Geschwindigkeit bewegt, er den nämlichen Widerstand fände, wie im Wasser bei einfacher Geschwindigkeit, da $28^2 = 784$ nahezu das 800fache ist.

Aus dem Satze, daß der Bewegungswiderstand einer Flüssigkeit mit dem Quadrate der Geschwindigkeit wächst, folgt auch, daß z. B.

bei Körpern, die von einer sehr bedeutenden Höhe herabfallen, leicht dieser Widerstand so groß als die beschleunigende Kraft d. i. das Gewicht des Körpers, wird. In diesem Falle wird von dem bezüglichen Augenblicke an der Körper keine Beschleunigung mehr annehmen, sondern sich gleichförmig fortbewegen. Aehnlich verhält es sich bei Eisenbahnzügen und mit der Bewegung eines Schiffes ꝛc.

Weil ferner der Widerstand einer Flüssigkeit mit dem Inhalt der direkt anstoßenden Fläche zunimmt, so ergibt sich hieraus, wie gleiche Massen verschiedenen Widerstand erleiden, wenn ihre Form verschieden ist, oder wenn bei gleicher Masse und Form der Körper eine andere Lage annimmt und damit verschiedene Stoßflächen bietet.

Verringerter Widerstand bei besondern Formen, z. B. der Schiffe, Fische, Vögel, der Spitzkugeln. — Vermehrter Widerstand bei großer Stoßfläche, z. B. bei angebrachten Fallschirmen ꝛc.

§. 93.

Nach dem Gesagten findet man den Bewegungswiderstand W in Luft oder Wasser auf irgend eine Fläche F einfach durch den Ausdruck

$$W = K \cdot F \cdot v^2,$$

wobei v die Geschwindigkeit bezeichnet, mit welcher ein Körper der Luft oder dem Wasser begegnet, und K ein bestimmter Coefficient, und zwar der Widerstand auf die Flächeneinheit, d. h. auf 1 □′, 1 □Meter ꝛc. bei der Geschwindigkeit Eins ist.

Nimmt man an, die Stoßfläche sei eine Ebene, so beträgt der Widerstand der Bewegung in der Luft (nach H. Law's Rudiments of Civil Engineering) für prismatische Körper

$$W = 0{,}0014 \cdot F \cdot v^2 \text{ engl. Pfd.},$$

wenn F und v in engl. Fußen ausgedrückt sind.

Für Metermaß gibt dies einen Widerstand

$$W = 0{,}0735\ F v^2 \text{ Kilogramme.}$$

Bei dünnen Platten ist der Widerstand etwas größer und muß dann, statt mit obigen Coefficienten, mit 0,0017 bei engl. Maßen d. i. 0,0918 bei metrischen Maßen multiplizirt werden.

Der Widerstand des Wassers gegen eine ebene Fläche aber ist

für engl. Maße $= 0{,}976 \cdot F \cdot v^2$ engl. Pfd., und

für Metermaß $= 52\ F \cdot v^2$ kg.

In allen Fällen ist unter der Geschwindigkeit diejenige zu verstehen, mit welcher sich die Körper begegnen. Uebrigens soll in dem Fall, daß die Flüssigkeit gegen einen ruhenden Körper anstößt, der Widerstand etwas größer sein, als im entgegengesetzten, bisher angenommenen Fall, wenn nämlich ein bewegter Körper gegen eine im Ruhezustande sich befindliche Flüssigkeit anstößt.

Bewegen sich die Flüssigkeit und der Körper, und zwar gegen einander, so sind die beiden Geschwindigkeiten zu addiren, bewegen sie

sich aber in gleichem Sinne, so sind die Geschwindigkeiten von einander abzuziehen. Die erhaltenen Summen oder Reste geben dann die Geschwindigkeiten an, die man in Rechnung nehmen muß. — Bei einer sehr heftigen Bewegung in der Luft wächst übrigens der Widerstand noch stärker, als mit dem Quadrate der Geschwindigkeit, da die Luft als sehr elastisches Medium durch den Stoß zusammengepreßt wird und nun bei größerer Dichte auch ein größeres Hinderniß bietet.

Von bedeutendem Einfluß ist der Widerstand der Luft und des Wassers bei der Bewegung der Eisenbahnzüge und der Schiffe.

Bei Eisenbahnzügen ist nach gemachten Beobachtungen der Luftwiderstand gegen die Locomotive auf 1 □Meter Stoßfläche

bei 1 Meter Geschwindigkeit = 0,122 kg,
also bei 12 „ „ = 144 . 0,122 = 17,6 kg,
und „ 20 „ „ = 400 . 0,122 = 48,8 kg;

somit überhaupt der Widerstand auf die Stoßfläche F bei einer Geschwindigkeit von v Meter

$$W = 0{,}122 \,.\, F \,.\, v^2.$$

Bei den angehängten Wagen ist der Widerstand aus begreiflichen Gründen geringer, und zwar beträgt derselbe nur etwa 40 % des per □Meter für die Locomotive zu rechnenden Widerstandes. Der Widerstand, den die Schiffe im Wasser erleiden, rührt hauptsächlich von der Reibung der eingetauchten Flächen her, und ist der s. g. Formwiderstand bedeutend geringer als jener. Nach Navier ist der Widerstand des Wassers gegen ein bewegtes Schiff

$$= 8{,}1 \,.\, F \,.\, v^2 = 8{,}1 \,.\, b \,.\, t \,.\, v^2 \text{ kg},$$

wenn b die Breite des Schiffs und t dessen Tiefgang, sowie v die Geschwindigkeit in Metern bezeichnen.

Will man den durch die Ueberwindung des Flüssigkeitswiderstandes in der Sekunde verbrauchten Effekt bestimmen, so ist der genannte Widerstand einfach nur noch mit der Geschwindigkeit v zu multipliziren, und man erhält dann:

$$\text{Verbrauchte Arbeit} = K \,.\, F \,.\, v^2 \,.\, v = K \,.\, F \,.\, v^3$$
$$\text{oder} = K \,.\, b \,.\, t \,.\, v^2 \,.\, v = K \,.\, b \,.\, t \,.\, v^3$$

Kilogrammmeter, wobei b und t die obige Bedeutung haben und K den in Rechnung zu nehmenden Zahlencoefficienten bezeichnet.

Nach Admiral Beaufort beträgt der Winddruck auf 1 □Meter:

bei	0,97	Meter	Geschwindigkeit	0,1	kg
„	1,38—1,68	„	„	0,2—0,3	„
„	1,94—2,37	„	„	0,4—0,6	„
„	3	„	„	1	„
„	5,31	„	„	3	„
„	6,86	„	„	5	„
„	9,70	„	„	10	„
„	13,75	„	„	20	„

bei 16,80	Meter	Geschwindigkeit	. . . . 30 kg.
„ 19,40	„	„	. . . . 40 „
„ 25,67	„	„	. . . . 70 „
„ 30,70	„	„	. . . . 100 „

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Wie groß ist der Luftwiderstand, den ein Eisenbahnzug bei einer Geschwindigkeit von 10 Meter in ruhiger Luft erleidet, wenn die Stirnfläche der Locomotive 8 □Meter beträgt, und wenn 12 Waggons von je 4 □Meter Stirnfläche angehängt sind; und welche Arbeitsgröße ist zur Ueberwindung dieses Widerstandes aufzubieten?

Auflösung. Widerstand der Locomotive $= 0{,}122 \,.\, 8 \,.\, 10^2 = 97{,}6$ kg;
Widerstand der 12 Wagen $= 0{,}4 \,.\, 0{,}122 \,.\, 12 \,.\, 4 \,.\, 10^2 = 234{,}24$ kg;
also gesammter Luftwiderstand $= 332$ kg.

Die zur Ueberwindung dieses Widerstandes verbrauchte sekundliche Arbeitsgröße ist

$$P \,.\, v = 332 \,.\, 10 = 3320 \text{ kgm} = 44{,}3 \text{ Pferdekräfte.}$$

Um den nämlichen Wagenzug mit nur 1 Meter Geschwindigkeit zu bewegen, wäre, wegen des Luftwiderstandes, nur ein Effekt $= \frac{44{,}3}{1000} = 0{,}04$ Pferdekraft aufzubieten, da der Effekt mit der dritten Potenz der Geschwindigkeit zu- oder abnimmt.

2te Aufgabe. Ein Schiff habe eine Breite von 7,5 und einen Tiefgang von 1,5 Meter; welcher Effekt ist nöthig, um dasselbe mit einer Geschwindigkeit von 5 Meter fortzubewegen?

Auflösung. Die aufzubietende sekundliche Arbeit ist

$$P \,.\, v = 8{,}1 \,.\, b \,.\, t \,.\, v^3 = 8{,}1 \,.\, 7{,}5 \,.\, 1{,}5 \,.\, 5^3 = 11390 \text{ kgm} = 151{,}8 \text{ Pferdekräfte.}$$

VII. Abschnitt.

Von der Festigkeit der Körper.

§. 94.

Die zur Herstellung von Maschinen, Bauwerken u. s. w. gebrauchten Materialien haben immerhin einem auf sie einwirkenden Druck oder Zug zu widerstehen. Dieselben wirken einer versuchten Verschiebung ihrer Theile oder überhaupt einer jeden Form- oder Volumensänderung durch ihre natürliche Cohäsionskraft d. i. durch den Zusammenhang der einzelnen Massentheilchen entgegen.

Um nun die erforderliche Stärke der zu verwendenden Körper zu ermitteln, so daß diese nicht zu schwach, aber auch nicht zu stark

ausfallen, wodurch nur ein unnöthiger Kostenaufwand oder eine übermäßige Belastung verursacht würde, ist es nöthig, daß man die Widerstandsfähigkeit der verschiedenen Stoffe, welche diese den auf sie einwirkenden Kräften entgegensetzen, kennt.

Man nennt diese Widerstandsfähigkeit, die ein Körper seiner Zerstörung entgegensetzt, oder die bezügliche Stärke, seine Festigkeit, welche sich — je nach der Art und Weise der einwirkenden Kräfte — auch in verschiedener Weise äußert.

Es kann nämlich die Kraftwirkung so sein, daß sie sucht den Körper zu zerreißen, zu zerdrücken, abzubrechen oder zu zerdrehen. — Von diesen Arten der Krafteinwirkung unterscheidet man noch den Fall, daß eine Kraft die Theile eines Körpers über einander zu schieben, oder den Körper abzudrücken, abzuscheren sucht, wie bei Nieten und Bolzen der Fall ist.

Den Widerstand eines Körpers gegen das Zerreißen nennt man die absolute Festigkeit des Körpers;

der Widerstand gegen das Zerquetschen oder Zerdrücken wird die rückwirkende Festigkeit genannt;

der Widerstand gegen das Abbrechen heißt die relative Festigkeit,

der Widerstand gegen das Zerdrehen die Drehungs- oder Torsionsfestigkeit, und

der Widerstand gegen das Abscheren die Abscherungs- oder Schubfestigkeit.

Sucht eine Kraft einen Körper zu verlängern, zusammenzudrücken oder zu biegen, so nimmt in vielen Fällen, wenn diese Formveränderung ein gewisses Maß nicht überschreitet, nach Aufhören der Kraftwirkung, der Körper seine frühere Lage und Form wieder vollständig an. Dieses geschieht in Folge der Elasticität, welche die verschiedenen Stoffe in höherem oder niedrigerem Grade besitzen. Ueberschreitet die angewendete Kraft und damit die Größe der Formveränderung ein bestimmtes Maß, so ist letztere bleibend, d. h. der Körper nimmt seine frühere Form nicht wieder an. In diesem Fall sagt man, es sei die Elasticitätsgrenze des Körpers überschritten.

Elasticität und Festigkeit sind bei den verschiedenen Körpern sehr ungleich, und namentlich sind die verschiedenen Festigkeitsarten selber wieder bei dem nämlichen Stoff sehr verschieden. Beide, Elasticität und Festigkeit hängen von der eigenthümlichen Thätigkeit der in jedem Körper wirksamen s. g. Molekularkräfte (nach §. 16 einer anziehenden und einer abstoßenden Kraft) ab, und es kann im Allgemeinen die Größe sowohl der Elasticität als der eigentlichen Festigkeit nur versuchsweise ermittelt werden, wie dies die folgenden §§. lehren.

1. Von der absoluten Festigkeit oder vom Widerstand gegen das Zerreißen.

§. 95.

Befestigt man an einem aufgehängten Draht oder an einer Stange ein Gewicht, so wird dieses den Draht oder die Stange auszudehnen oder zu verlängern suchen, und wenn es groß genug ist, den Körper endlich zerreißen.

Das Gewicht, welches Letzteres vermag, ist das Maß der absoluten Festigkeit.

Nimmt man eine Stange von ganz gleichem Material, welche einen doppelt so großen Querschnitt hat, so kann diese gerade doppelt so stark (das eigene Gewicht eingerechnet) belastet werden, bis sie zerreißt; die Stange hat also dann die doppelte Festigkeit.

Ebenso ist bei dreifachem Querschnitt auch die absolute Festigkeit dreifach u. s. w.

Die Länge der Stange hat im Allgemeinen keinen Einfluß auf die absolute Festigkeit eines Körpers, und es hängt also diese bloß von seinem Querschnitt ab und wächst mit demselben*).

§. 96.

Auf die genannte Weise hat man die absolute Festigkeit der verschiedenen Körper untersucht, indem man Stangen von 1 □Linie, 1 □Zoll, oder 1□Centimeter u. s. w. nahm, solche frei aufhängte und mit Gewichten beschwerte, bis die Stangen zerrissen.

Das Gewicht oder die Kraft, welche einen Körper, dessen Querschnitt Eins (1 □''' oder 1 □Centimeter u. s. w.) ist, zu zerreißen vermag, wird der Festigkeitsmodul oder auch der Festigkeitscoefficient genannt.

Ist also K der genannte Festigkeitsmodul und F der Querschnitt des belasteten Körpers, so erhält man als aufzunehmende Last (Kraft):

$$P = F \,.\, K,$$

und für eine gegebene Last P den erforderlichen Querschnitt:

$$F = \frac{P}{K}.$$

Nachstehende Tabelle enthält den in Kilogrammen ausgedrückten Modul der absoluten Festigkeit für die hauptsächlich gebrauchten Materialien für einen Querschnitt von 1 □Centimeter.

In der Anwendung dürfen aber begreiflicher Weise die Körper nicht belastet werden, bis sie zu zerreißen drohen, ja es darf nicht ein-

*) Hat ein Körper nicht überall gleichen Querschnitt, so ist natürlich immerhin der kleinste in Rechnung zu nehmen.



mal eine Verstreckung, überhaupt keine Aenderung im Zustande des Körpers eintreten.

Es muß darum der Sicherheit wegen in der Praxis für die Belastung eines Körpers nur ein gewisser Theil des Festigkeitsmoduls in Rechnung genommen werden.

Bei den Metallen soll man nur eine Belastung von $^1/_3$, bei Steinen nur $^1/_4$, und bei Hölzern höchstens $^1/_3$ des Festigkeitsmoduls annehmen, vorausgesetzt, daß die Materialien überall ganz gleichartig sind.

Um aber ganz sicher zu gehen, ladet man, und namentlich bei andauernder Belastung, den Metallen nur $^1/_6$, den Hölzern und Steinen nur $^1/_{10}$, und den Riemen und Seilen nur $^1/_3$ bis $^1/_5$ ihrer absoluten Festigkeit auf.

Nach diesem Verhältniß ist auch der in gegenüberstehender Tabelle enthaltene s. g. Sicherheitsmodul berechnet.

Will man die Berechnung in andern Maßen und Gewichten als in metrischen machen, so darf man nur einfach die gegebenen Dimensionen in Centimeter und die Gewichte in Kilogramme verwandeln.

Oder aber man kann auch den Festigkeitsmodul leicht für ein anderes Maß einrichten.

Für frühere preußische Zolle und Pfunde (Zollpfunde) hat man nämlich: 1 preuß. Zoll = 2,616 Centim., also 1 □″ = 2,616 . 2,616 = 6,84 □cm. 1 preuß. □″ trägt also 6,84 mal mehr, als 1 □cm. Da ferner 1 kg = 2 ℔ ist, so muß man, um die Festigkeit in Pfunden auszudrücken, die Zahl 6,84 noch verdoppeln.

Demnach wäre der Festigkeitsmodul für früheres preußisches Maß = 2 . 6,84 = 13,68 größer, als in der Tafel angegeben ist.

Für österreichische Maße ist 1″ = 2,634 cm, also 1 □″ = 6,938 □cm, 1 kg = 1,7857 ℔ und somit der Festigkeitsmodul 12,4 mal größer.

Aus folgender Tafel ersieht man, daß die absolute Festigkeit der Drähte um so größer ist, je feiner dieselben sind. Nach Karmarsch (Pol. Journ. Bd. 154 H. 1) soll man sich diese Festigkeit als aus zwei Theilen zusammengesetzt denken, von welchen der eine mit dem Querschnitt des Drahtes, also mit d^2, und der andere mit der Oberfläche, d. i. mit der einfachen Dicke d wächst.

Es wäre dann die absolute Festigkeit der Drähte ausgedrückt durch die Formel:

$$P = ad^2 + bd.$$

Wird die Dicke in Millimetern und die Festigkeit in Kilogrammen bezeichnet, so ist dann nach Karmarsch:

für nicht geglühten Eisendraht,

und zwar für besten gewöhnlichen Draht: $a = 50$; $b = 12{,}5$;

für gewöhnlichen Draht: $a = 36$; $b = 18$;

für Kupferdraht . . . . $a = 27{,}5$; $b = 12{,}5$.

Tafel

über das Maß der absoluten Festigkeit für einen Querschnitt von 1 □Centimeter.

Namen der Körper.	Festigkeitsmodul.	Sicherheitsmodul.
Eisendraht	6000—7000 kg	1000—1200 kg
„ sehr feiner	7000—8000 „	1200—1350 „
Schmied- oder Stabeisen	3500—4000 „	580— 660 „
Eisenblech	3000—3600 „	500— 600 „
Gußeisen	1300—1400 „	220— 240 „
Gußstahl, Bessemer Stahl *) . .	4500—6500 „	750— 920 „
Kupfer, gegossenes	1340 „	220 „
„ geschlagenes	2400 „	400 „
Kupferdraht	3000—5000 „	500— 830 „
Kupferblech	2100 „	350 „
Zink, gegossen	520 „	87 „
Messing, gegossen	1250 „	210 „
Messingdraht	3600 „	600 „
Bronze (Kanonenmetall)	2500—2600 „	430 **) „
Zinn, gegossen	300— 400 „	50— 70 „
Blei, „	60— 140 „	10— 24 „
„ gewalzt	80— 160 „	14— 27 „
Aluminium	2000 „	333 „
Glas	250 „	25 „
Steine, feinkörnige	14 „	1,4 „
Backstein, gut gebrannt	18—20 „	1,8—2 „
Gyps	4 „	0,4 „
Mörtel, gewöhnl. schlechter . . .	1 „	0,1 „
„ von hydraulischem Kalk .	10 „	1 „
Buchen-, Eichen-, Fichten-, Kiefern- und Tannenholz in ihrer Längs- oder Fasernrichtung	650 „	65 „
Holz, senkrecht zu den Fasern . .	40 „	4 „
Riemen (von Kuhleder)	290 „	96 „
Hanfseile unter 3 Centimeter dick .	620 „	200 „
„ bis 1 Decimeter „ .	480 „	160 „
„ über 1 „ „ .	340 „	115 „
Drahtseile	3300 „	550 „

*) In jüngster Zeit gemachte Versuche über die Festigkeit des nordamerikanischen (Brooklyner) Chromstahls ergaben eine Festigkeit von 90 Tonnen per engl. □Zoll, d. i. von 14000 kg per □cm.

**) Erhöhung der Festigkeit der Bronce durch Zusatz von etwas Phosphor — Phosphorbronze.

Stahlbronze von Uchatius zu Geschützröhren (eingeführt in der österr. Artillerie).

Nach Versuchen, die im Laboratorium der polytechn. Schule in München gemacht wurden, beträgt die Zuafestigkeit der **Bronze** (Glockengut) 1720 kg und die der Phosphorbronze 2000 kg.

Phosphorzinn (Zinn mit 2,5 bis 5% Phosphor), sog. Weißmetall, ist vorzüglich geeignet zu Lagerschalen. Die Schalen werden durch direkten Einguß um die Wellzapfen hergestellt. Erhitzt sich sehr wenig. (Württemb. Gewerbebl. 1878 S. 94.) —

Verwendet man Phosphorzinn mit Kupfer zu Phosphorbronze, so erhält diese ganz ausgezeichnete Eigenschaften. Dieselbe besitzt größere Dichtigkeit und Festigkeit, ist härter und dünnflüssiger, darum zum Gusse geeigneter und hat auch größere Widerstandsfähigkeit gegen atmosphärische 2c. Einflüsse.

Ehe ein Körper von einer, nach seiner Längenrichtung wirkenden Kraft zerrissen wird, erleidet derselbe eine Ausdehnung. Nach Versuchen, und wie man auch einsehen kann, wächst diese Ausdehnung natürlich mit der Größe der Kraft, sowie mit der Länge des Körpers, und ist dagegen um so geringer, je größer dessen Querschnitt ist.

Ist darum P die Kraft, F der Querschnitt und l die Länge des Körpers, so ist die vom Körper erlittene Ausdehnung

$$a = \frac{1}{E} \cdot \frac{l \cdot P}{F},$$

wobei E den s. g. Elasticitätsmodul bezeichnet, welcher begreiflicherweise bei den verschiedenen Materialien verschieden ist.

Aus obigem Ausdruck ergibt sich für die ausdehnende Kraft

$$P = E \cdot \frac{a \cdot F}{l},$$

und für den Elasticitätsmodul

$$E = \frac{l \cdot P}{a \cdot F}.$$

Beobachtet man, welche Ausdehnung ein beliebiger Körper durch ein bestimmtes Gewicht erleidet, so kann man die Kraft finden, welche nöthig wäre, den Körper, wenn es in der Möglichkeit läge, um seine ganze Länge auszudehnen. Diese für einen Körper, dessen Querschnitt = 1 ist, nöthige Kraft ist der genannte Elasticitätsmodul; denn es ist dann $E = \frac{l}{l} \cdot \frac{P}{1}$ d. i. $E = P$.

Die Werthe desselben für verschiedene Materialien sind in folgender Tafel angegeben:

Tafel

über den Elasticitätsmodul bezüglich der Ausdehnung für einen Querschnitt von 1 □Centimeter.

Namen der Körper.	Elasticitätsmodul.	Größe der Ausdehnung bei der Elasticitätsgrenze.
Eiche	120000 kg	$^1/_{600}$
Weißtanne	130000 „	$^1/_{850}$
Rothtanne oder Fichte	150000 „	$^1/_{470}$
Esche	110000 „	$^1/_{885}$
Eisendraht	2000000 „	$^1/_{1250}$
Eisen in Stangen	2000000 „	$^1/_{1400}$
Deutscher Stahl, sehr gut, in Oel angelassen	2100000 „	$^1/_{835}$
Gußstahl, fein gehämmert, „ „ „	3000000 „	$^1/_{4500}$
Gußeisen mit feinem Korn	1000000 „	$^1/_{1200}$
Messingdraht	1000000 „	$^1/_{742}$

Bei dem Gebrauche von □Zollen und Pfunden ist, da die Elasticität, beziehungsweise die Größe der anzuwendenden Kraft hinsichtlich der Ausdehnung wie die absolute Festigkeit sich nach dem Querschnitt richtet, wieder für frühere preußische Maße der 13,68fache und für österreichische Maße der 12,4fache Modul zu rechnen.

Nach neuern Versuchen kann die ursprüngliche Elasticitätsgrenze für Zug und Druck bei Metallen durch Strecken über diese Grenze hinaus erhöht werden. (Dingler, pol. Journ. Bd. 224 S. 5.)

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Welche Last kann eine runde schmiedeiserne Zugstange, deren Durchmesser 3 cm ist, aufnehmen?

Auflösung. Der Querschnitt der Stange ist

$$= \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{9 \cdot 3{,}14}{4} = 7{,}065 \text{ cm}.$$

Für 1 □cm darf man bei vollkommener Sicherheit 500 bis 750, also im Mittel ungefähr 650 kg aufrechnen; folglich trägt genannte Stange 7,065 . 650 = 4592 kg.

Bei einer nicht andauernden Belastung darf diese auch zu ⅓ des Festigkeitsmoduls angenommen werden.

Nimmt man diesen zu 4000 kg an, so würde also obige Stange

$$7{,}065 \cdot \frac{4000}{3} = 10333 \text{ kg tragen.}$$

2te Aufgabe. Wie groß muß der quadratische Querschnitt einer Hängsäule von Tannenholz sein, wenn dieselbe eine andauernde Last von 20000 kg aufnehmen soll?

Auflösung. Für Tannenholz ist der Sicherheitsmodul im Mittel 65 kg per □cm.

Der Querschnitt der Hängsäule muß darum

$$F = \frac{P}{K} \text{ d. i.} = \frac{20000}{65} = 307{,}7 \text{ □cm};$$

folglich die Seite des Querschnitts

$$= \sqrt{307{,}7} = 17{,}6 \text{ cm}$$

groß sein.

3te Aufgabe. Welchen Durchmesser sollen die vier schmiedeisernen Säulen einer hydraulischen Presse erhalten, wenn der durch die Presse ausgeübte größte Druck 150000 kg beträgt?

Auflösung. Nimmt man den Festigkeitsmodul zu 4500 kg, und da die Belastung nicht andauernd ist, zur Sicherheit davon ⅓ als aufzugebende Last an, so darf für 1 □cm Querschnitt 1500 kg gerechnet werden.

Für eine Gesammtbelastung von 150000 kg ist darum der nöthige Querschnitt für alle 4 Säulen $= \frac{150000}{1500} = 100$ □Centimeter.

Es beträgt demnach der Querschnitt einer Säule 25 □cm und folglich ihr Durchmesser $d = \sqrt{\frac{4 \cdot 25}{3{,}14}} = 5{,}64$ cm.

4te Aufgabe. Welche Last kann eine eiserne Kette tragen, wenn die Kettenglieder eine Dicke von 2 cm haben?

Auflösung. Der ganze Querschnitt eines Kettengliedes ist $F = 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} =$ 6,28 □Centimeter.

Nimmt man, da die Tragfähigkeit wegen der Krümmung und an den geschweißten Stellen etwas geringer ist, als bei geraden Eisenstäben, den geringsten Festigkeitsmodul mit 3000 kg und für nicht andauernde Belastung 3fache Sicherheit an, so erhält man als aufzunehmende Last

$$P = \frac{6{,}28 \cdot 3000}{3} = 6280 \text{ kg}.$$

5te Aufgabe. Wie groß müßte in voriger Aufgabe die Kettendicke bei einer Belastung von 8000 kg sein?

Auflösung. Der Gesammtquerschnitt ist $\frac{2\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot d^2}{2}$; der Modul für 3fache Sicherheit, d. h. die Tragfähigkeit von 1 □Centimeter ist $\frac{3000}{3} = 1000$ **kg.**

Somit muß der ganze Querschnitt eines Kettengliedes $F = \frac{P}{K} = \frac{8000}{1000} = 8$ □Centimeter betragen, und es ist demnach $\frac{\pi \cdot d^2}{2} = 8$ □Centimeter; folglich die Dicke

$$d = \sqrt{\frac{2 \cdot 8}{3{,}14}} = \sqrt{5{,}0955} = 2{,}26 \text{ Centimeter.}$$

6te Aufgabe. Wie breit muß ein 0,4 cm dicker lederner Riemen sein, damit er eine Spannung von 750 kg gut aushält?

Auflösung. Ein Riemen, dessen Querschnitt 1 □cm groß ist, hält nach der Tafel für die Dauer einen Zug von 96 kg aus.

Um eine Spannung von 750 kg auszuhalten, muß darum der Querschnitt des Riemens $= \frac{750}{96} = 7{,}82$ □cm sein.

Beträgt aber der Querschnitt des Riemens 7,82 □cm und die Dicke 0,4 Centimeter, so ist

die Breite des Riemens $= \frac{7{,}82}{0{,}4} = 19{,}55$ cm.

2. Von der rückwirkenden Festigkeit oder vom Widerstand gegen das Zerdrücken.

§. 97.

Vertikal stehende Pfosten, Säulen, Mauern u. s. w., welche bedeutende Lasten zu tragen haben, sind der Gefahr ausgesetzt, daß sie bei nicht hinreichender Stärke zusammengedrückt, zerquetscht oder zerknickt werden. Diesem Zerdrücken oder auch Zerknicken muß die rückwirkende Festigkeit entgegenwirken, und diese kommt überhaupt immerhin dann in Betracht, wenn auf Körper in der Richtung ihrer Länge ein Druck ausgeübt wird.

Der Erfahrung gemäß wächst die rückwirkende Festigkeit mit dem Querschnitte des Körpers, und nimmt aber mit seiner Länge (Höhe) ab, jedoch nicht im gleichen Verhältniß mit dieser. Diese Abnahme mit der Höhe tritt im Allgemeinen aber erst ein, wenn die Höhe das 4- oder 5fache der Dicke des Körpers übersteigt.

Bei größerer Länge kann nämlich eher eine Biegung des belasteten Körpers eintreten, wodurch dann natürlich seine Widerstandsfähigkeit vermindert wird.

Ist bei einem Körper, der gerade so hoch als dick ist, wie z. B. beim Würfel, seine rückwirkende Festigkeit = 1, so nimmt solche nach gemachten Beobachtungen mit zunehmender Höhe etwa folgendermaßen ab:

Für Bauhölzer:

ist bei 12facher Höhe der Widerstand nur noch = $^5/_6$;
" " 24 " " " " " " = $^1/_2$;
" " 36 " " " " " " = $^1/_3$;
" " 48 " " " " " " = $^1/_6$;
" " 60 " " " " " " = $^1/_{12}$.

Für Schmiedeisen:

ist bei 12facher Höhe der Widerstand nur noch = $^5/_8$;
" " 24 " " " " " " = $^1/_2$.

Für Gußeisen:

ist bei 4facher Höhe der Widerstand nur noch = $^2/_3$;
" " 8 " " " " " " = $^1/_2$;
" " 36 " " " " " " = $^1/_{15}$.

Nach Hodgkinson's Versuchen vermindert sich die Festigkeit gegen das Zerdrücken mit zunehmender Höhe in der Weise, daß dieselbe

bei 10facher Höhe nur noch 0,6
" 20 " " " " 0,357
" 30 " " " " 0,223
" 40 " " " " 0,146
" 50 " " " " 0,1 beträgt.

Nach demselben leisten Steine bis zur 12fachen Höhe gleichen Widerstand gegen das Zerdrücken;

bei 24facher Höhe aber ist deren Festigkeit nur noch
= $^{96}/_{138}$ d. i. etwa $^2/_3$,
bei 30facher Höhe nur noch . . . . = $^{75}/_{138}$ " " " $^5/_9$,
" 40 " " " " " . . . . . = $^{52}/_{138}$ " " " $^1/_3$.

Die Bruchstelle tritt dabei immer nahe an einem Ende ein.

Nach anderen Versuchen (Ritter, Mechanik) beträgt die Festigkeit von Säulen und Pfeilern gegen das Zerknicken, wenn $\frac{L}{d} = 10$, 20 ꝛc. das Verhältniß zwischen Länge und Dicke und K wieder der Modul ist, bei

$\frac{L}{d} =$	10	20	30	40	50
Gußeisen:	$\frac{K}{1,23}$	$\frac{K}{1,9}$	$\frac{K}{3}$	$\frac{K}{4,6}$	$\frac{K}{6,6}$
Schmiedeisen:	$\frac{K}{1,11}$	$\frac{K}{1,45}$	$\frac{K}{2}$	$\frac{K}{2,8}$	$\frac{K}{3,8}$
Holz:	$\frac{K}{1,27}$	$\frac{K}{2,08}$	$\frac{K}{3,43}$	$\frac{K}{5,32}$	$\frac{K}{8}$

Bei eckigen Querschnitten bedeutet *d* die kleinste Dicke.

Bei 30facher Höhe trägt also eine Säule von Gußeisen nur 1/3 und eine solche von Schmiedeisen nur 1/2 dessen, was sie bei geringer Höhe, d. h. wenn solche weniger als das 10fache betrüge, aufnehmen könnte.

§. 98.

Will man nun die rückwirkende Festigkeit d. h. dasjenige Gewicht berechnen, welches einen Körper zu zerdrücken vermag, so muß man nur wissen, welches Gewicht einen aus dem gleichen Material gebildeten Würfel, dessen Seite 1 cm, 1″ u. s. w. ist, zermalmen kann. — Aus dem Querschnitt des fraglichen Körpers und dem Verhältniß seiner Höhe zur Dicke ergibt sich dann nach letztem § die Größe der rückwirkenden Festigkeit.

Folgende Tabelle gibt den Modul der rückwirkenden Festigkeit für einen Cubikcentimeter, d. h. einen Würfel, dessen Querschnitt 1 Quadratcentimeter ist, an, wovon aber der Sicherheit wegen bei Metallen nur 1/5, bei Holz und Steinen nur 1/10, und bei Mauern von Bruchsteinen gar nur 1/20 aufgerechnet werden soll, wie der beigesetzte Sicherheitsmodul schon ausdrückt:

Tafel
über das Maß der rückwirkenden Festigkeit für 1 Cubikcentimeter.

Namen der Körper.	Festigkeitsmodul.	Sicherheitsmodul.
Gußeisen	7000—10000 kg	1400—2000 kg
Schmiedeisen	2000— 3000 „	400— 600 „
Stahl *)	20000 „	4000 „
Kupfer	4000— 5000 „	800—1000 „
Messing	7000—10000 „	1400—2000 „
Blei	510 „	100 „
Eichenholz	200— 460 „	20— 46 „
Tannen- und Fichtenholz	400— 500 „	40— 50 „
Basalt	2000 „	200 „
Porphyr	2450 „	240 „
Gneis und Granit	590 „	59 „
Kalkstein	360 „	36 „
Sandstein	300 „	30 „
Backstein	60 „	6 „
Mörtel	30— 40 „	3— 4 „

Für frühere preußische Zolle und Pfunde ist der Modul wieder 13,68mal, und für österreichische Maße 12,4mal größer.

*) Nach den neuesten Versuchen W. Fairbairn's ist die Festigkeit des englischen Stahles durchschnittlich gegen das Zerdrücken 2,1mal größer als gegen das Zerreißen.

Nimmt man die mittlere Belastung, die man dem Holz mit Berücksichtigung der Sicherheit geben kann, zu 30 kg per 1 Quadratcentimeter an, so beträgt dies für einen Querschnitt von 1 □‴ ungefähr 5 Pfd. Darum galt bisher auch die praktische Regel, daß man hölzernen Pfeilern, deren Höhe weniger als das 10fache ihrer Dicke beträgt, auf jede □Linie des Querschnitts 5 Pfd., bei 15facher Höhe aber nur 4 Pfd., und bei 20facher Höhe nur 3 Pfd. aufrechnen darf.

Nach der Berliner Bauordnung vom Jahr 1873 ist der □Centimeter der verschiedenen Baumaterialien im höchsten Fall mit folgenden Belastungen in Anspruch zu nehmen:

	Zug.	Druck.
Ziegelmauerwerk in Kalk	—	7 kg,
do. bestes in Cement . .	—	14 „
Kiefern- und Tannenbauholz	80 kg	80 „
Schmiedeisen	750 „	— „
Gußeisen	250 „	500 „

Der □Meter Baugrund soll höchstens mit 35000 kg belastet werden.

Werden Pfosten, Säulen u. s. w. an ihren Enden eingemauert, oder in der Mitte festgehalten, so wird die Widerstandsfähigkeit bedeutend erhöht, da alsdann eine Biegung so leicht nicht eintreten kann.

Bei einem runden Querschnitt soll die rückwirkende Festigkeit auch etwas größer sein, als bei einem eckigen von gleichem Flächeninhalte.

Sodann ist die Festigkeit hohler Säulen und Pfeiler größer als diejenige von massiven bei gleicher Höhe und gleichem Kubikinhalt.

Nach Hodgkinson's Versuchen brechen gußeiserne massive Säulen bei einer Belastung von . . . . $10676 \cdot \frac{d^{3,6}}{l^{1,7}}$ kg,

und hohle Säulen bei einer Belastung von $10676 \cdot \frac{d^{3,6} - d_1^{3,6}}{l^{1,7}}$ kg, wobei der äußere und innere Durchmesser d und d_1 in Centimetern, die Länge l aber in Decimetern verstanden sind.

Nach Redtenbacher soll die Mauerdicke in Wohn- und Fabrikgebäuden, wenn t die Tiefe (Breite) des Gebäudes, h_1, h_2, h_3 2c. die Höhen der Stockwerke, in der Richtung von oben nach unten gezählt, und e_1, e_2, e_3 2c. die Mauerdicken in den einzelnen Stockwerken sind, betragen:

$$e_1 = \frac{t}{40} + \frac{h_1}{25}; \; e_2 = \frac{t}{40} + \frac{h_1 + h_2}{25}; \; e_3 = \frac{t}{40} + \frac{h_1 + h_2 + h_3}{25}.$$

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Welche Last kann ein 3,9 m hoher Pfeiler oder Pfosten aus sehr gutem Eichenholz auf die Dauer tragen, wenn die Seite seines quadratischen Querschnitts 36 cm lang ist?

Auflösung. Der Querschnitt der Säule ist = 36 . 36 = 1296 □cm. Für gutes Eichenholz kann nach obiger Tafel der Sicherheitsmodul zu 40 kg angenommen werden.

Da aber fragliche Säule $\frac{390}{36}$ d. i. ungefähr 11mal höher als dick ist, so darf nach §. 97 die Belastung auf 1□cm nur 5/6 von 40, also $\frac{200}{6}$ kg betragen.

Somit kann die Säule eine Gesammtlast von $\frac{1296 \cdot 200}{6} = 43200$ kg aufnehmen.

2te Aufgabe. Welchen Durchmesser muß eine 4 m hohe Säule aus Gußeisen erhalten, wenn solche eine Last von 15000 kg tragen soll?

Auflösung. Für einen Querschnitt von 1 □cm beträgt der Sicherheitsmodul bei Gußeisen bester Qualität 2000 kg.

Nimmt man nun an, die Säule soll einen Durchmesser erhalten, welcher der 36ste Theil ihrer Höhe ist, so darf nur 1/15 des Moduls, also nur $\frac{2000}{15} = 133{,}33$ kg gerechnet werden.

Um 15000 kg tragen zu können, müßte demnach der Querschnitt der Säule

$$F = \frac{15000}{133{,}33} = 112{,}5 \text{ □cm},$$

also der Durchmesser

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot 112{,}5}{3{,}14}} = 12 \text{ cm betragen.}$$

Dieser Durchmesser ist in der Höhe $\frac{400}{12} = 33$mal enthalten und es hätte darum die Säule eine verhältnißmäßig noch etwas größere Tragfähigkeit, als angenommen worden ist, da solche für eine 36fache Höhe berechnet wurde.

3te Aufgabe. Wie dick müssen die aus einem guten Sandstein aufgeführten Grundmauern eines außen 20 m langen und 12 m breiten Gebäudes gemacht werden, wenn die Mauern einen Druck von 8000000 kg zu ertragen haben?

Auflösung. Nennt man die Mauerdicke x, so besteht nach Fig. 128 der ganze Querschnitt der Grundmauern aus 4 Rechtecken, wovon 2 eine Länge von 20 Meter, und 2 eine solche von $12-2x$ Meter, alle aber eine Breite von x Meter haben.

Fig. 128.

Somit ist der ganze Querschnitt

$$= 2 \cdot 20 \cdot x + 2 \cdot (12 - 2x)\, x;$$

d. i.

$$= 40x + 24x - 4x^2 = 64x - 4x^2 \text{ □Meter.}$$

Da für Sandstein der Festigkeitsmodul 300 kg per 1 □cm beträgt, so kann man per 1 □m und bei 20facher Sicherheit

$$\frac{300 \cdot 10000}{20} = 150000 \text{ kg aufladen.}$$

Dem obigen Querschnitte darf man also

$$(64x - 4x^2) \cdot 150000 \text{ kg}$$

aufrechnen. Da aber die Belastung 8000000 kg betragen soll, so hat man die Gleichung

$$150000\,(64x - 4x^2) = 8000000;$$

woraus sich ergibt

$$64x - 4x^2 = 53{,}33;$$
$$16x - x^2 = 13{,}33;$$
$$16x = 13{,}33 + x^2;$$

folglich

$$x = \frac{13{,}33}{16} + \frac{x^2}{16}.$$

Aus der Natur der Aufgabe kann man schließen, daß x nicht einmal 1 (Meter) ist; es ist also x^2 noch weniger und darum $\frac{x^2}{16}$ eine sehr kleine Zahl, die man weglassen kann, ohne daß ein großer Fehler in der Rechnung unterläuft.

Alsdann hat man für die gesuchte Mauerdicke

$$x = \frac{13,33}{16} = 0,833 \text{ m}.$$

Die eigentliche Auflösung der quadratischen Gleichung

$$16x - x^2 = 3,33$$

gibt; $x^2 - 16x = -13,33$

d. i. $x^2 - 16x + 64 = -13,33 + 64$

und $x - 8 = \pm\sqrt{50,67} = \pm 7,118$;

folglich $x = 8 - 7,118 = 0,882$ m.

4te Aufgabe. Wie stark müssen die Mauerdicken bei einem vier Stockwerke hohen Fabrikgebäude von 13,5 m Breite (Tiefe) angenommen werden, wenn die Höhen der einzelnen Stockwerke, von oben nach unten gezählt, 3,6 m, 4,2 m, 4,5 m und 4 m betragen?

Auflösung. Nach der Note zu §. 98 beträgt die Mauerdicke im obersten

oder 4ten Stockwerke: $e_1 = \frac{13,5}{40} + \frac{3,6}{25} = 0,482$ m;

im 3ten „ $e_2 = \frac{13,5}{40} + \frac{7,8}{25} = 0,65$ m;

„ 2ten „ $e_3 = \frac{13,5}{40} + \frac{12,3}{25} = 0,83$ m;

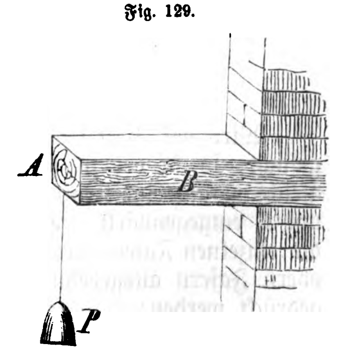
„ 1sten „ $e_4 = \frac{13,5}{40} + \frac{16,3}{25} = 0,99$ m.

3. Von der relativen Festigkeit oder von dem Widerstand gegen das Abbrechen.

§. 99.

Wird ein Balken AB Fig. 129 an einem Ende festgehalten und am andern Ende wirkt eine Kraft P senkrecht auf die Längenrichtung des Balkens, so wird solche den Balken um den Punkt B zu biegen und abzubrechen suchen.

Fig. 129.



Der von dem Balken diesem Abbrechen entgegengesetzte Widerstand ist seine relative Festigkeit.

Dieser Widerstand ist zwar bei einem und demselben Körper bei sonst gleichen Verhältnissen auch größer, je größer sein Querschnitt ist; allein es sind hier noch andere Punkte in's Auge zu fassen, welche insbesondere auf die relative Festigkeit von Einfluß sind.

So kommt es wesentlich bei einer und derselben Größe des Querschnitts

1) auf die Form desselben an.

Haben nämlich von zwei Körpern gleicher Art der eine einen quadratischen, der andere einen kreisförmigen Querschnitt, und beide Querschnitte sind vollkommen gleich groß, so hat doch der quadratische Körper eine größere Festigkeit, als der runde.

Fig. 130. 131. 132. 133. 134. 135.

Ebenso haben Körper, deren Querschnitte nach Fig. 130, 131, 132 und 133 gebildet sind, mehr Stärke, als solche mit gleichgroßen Querschnitten, die aber nach Fig. 134 und 135 geformt sind.

Darum versieht man auch Träger, Radarme rc. mit s. g. Rippen wie in Fig. 132, oder gibt ihnen eine Form wie Fig. 133, um ihnen, bei gleichem Aufwand an Material, größere Festigkeit zu verleihen.

2) Kommt es auf die Lage an, welche ein und derselbe Körper hat.

Ein Körper von rechteckigem Querschnitt z. B. trägt bedeutend mehr, wenn er auf der schmalen Seite liegt, als wenn er auf die breite Seite gelegt wird.

Im ersten Fall trägt er immer mehr, als mit quadratischem Querschnitt von gleicher Größe, im letzten Falle aber weniger.

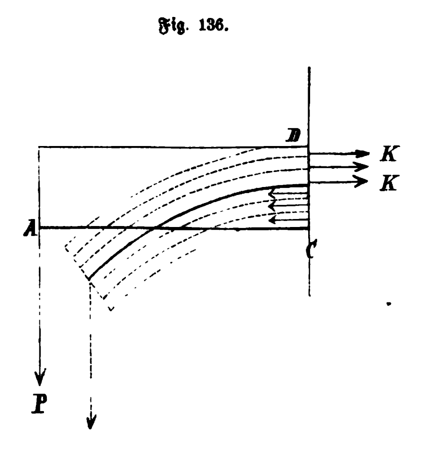
Aehnlich verhält es sich mit Körpern von ovalem und kreisrundem Querschnitte.

3) Endlich kommt es sehr darauf an, wie die Belastung angebracht wird, ob am Ende, in der Mitte oder gleichmäßig vertheilt u. s. w.; und

4) ist noch darauf zu sehen, wo und wie der Körper gestützt oder befestigt ist.

§. 100.

Wird der Balken AC Fig. 136 durch eine Kraft P abzubrechen gesucht, so ist der in jedem Querschnittstheil vorhandene Widerstand gleichsam als eine Kraft anzusehen, welche einer Drehung des Körpers um C entgegenwirkt. Die Wirkung, welche von der Belastung P auf die einzelnen Fasern des Balkens hervorgebracht wird, ist die, daß die obern Fasern ausgedehnt, die untern aber verkürzt oder zusammengedrückt werden; und zwar geschieht dies um so mehr, je höher oder tiefer die einzelnen Fasern liegen. In einer gewissen Höhe wird es



darum eine Faserschichte geben, die weder verstreckt noch verkürzt wird. Man nennt diese die **neutrale Faserschichte**, auch **neutrale Achse**. Bieten die untern Fasern den nämlichen Widerstand gegen eine Verkürzung, wie die obern gegen eine Verlängerung, so geht die neutrale Faserschicht durch den Schwerpunkt des Balkens. Nimmt man nun vorderhand an, die Kraft (der Widerstand), welche in jeder Faser oder in jeder Einheit des Querschnitts dem Zerreißen, beziehungsweise dem Zusammendrücken, überhaupt dem **Brechen** entgegenwirkt, sei die nämliche und $= K$ (oder auch es sei K der mittlere Widerstand der einzelnen Fasern), so kommen auf den ganzen Balken $F \,.\, K$ Kräfte, wenn F dessen Querschnitt bedeutet. Es ist ferner klar, daß die Mittlere dieser sämmtlichen parallelen Kräfte im Schwerpunkte der Fläche, also bei rechteckigen, runden, sowie überhaupt bei regelmäßigem Querschnitte in der halben Höhe von CD wirkt. Diese Mittlere aus den sämmtlichen Faserwiderständen ist aber nichts Anderes, als der Widerstand, den der Körper dem Abbrechen in CD entgegensetzt.

Bei einem **rechteckigen** Querschnitte ist $F = b \,.\, h$, wenn b die Breite und h die Höhe (Dicke d. h. die senkrecht zu liegende Dimension) des Balkens ist. Der in A angreifenden Kraft P wirkt also bei einem rechteckigen Balken in einer Entfernung $= \frac{1}{2}\ CD = \frac{h}{2}$ über dem Drehpunkte C der Gesammtwiderstand $F \,.\, K = b \,.\, h \,.\, K$ entgegen, und es ist nach §. 45 somit klar, daß für's Gleichgewicht, d. h. wenn keine Drehung um C stattfinden soll, das **statische** oder **Drehungsmoment** der Kraft P dem **Momente des Widerstandes** gleich,

$$\text{d. i. } P \,.\, AC = b \,.\, h \,.\, K \,.\, \frac{h}{2},$$

also wenn die Länge $AC = l$ gesetzt wird,

$$P \,.\, l = b \,.\, h^2 \,.\, \frac{K}{2}$$

sein muß.

Für die Festigkeit eines **rechteckigen**, an einem Ende gestützten Balkens, oder für die von diesem aufzunehmende Belastung am andern Ende hat man darum

$$P = \frac{b \,.\, h^2}{l} \,.\, \frac{K}{2}.$$

Für einen quadratischen Balken, dessen Querschnittsseite a heißt, ist dann natürlich, weil $b = h = a$ ist,

$$P = \frac{a^3}{l} \cdot \frac{K}{2}.$$

Liegt der quadratische Balken auf einer Kante, so ist der Abstand des Schwerpunktes oder des Angriffspunktes des Gesammtwiderstandes vom Drehpunkt $C = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$; und folglich dann das Widerstandsmoment $= a^2 \,.\, K \,.\, \frac{a}{\sqrt{2}} = a^3 \,.\, \frac{K}{\sqrt{2}}$,

$$\text{folglich } P \,.\, l = a^3 \,.\, \frac{K}{\sqrt{2}},$$

$$\text{und } P = \frac{a^3}{l} \,.\, \frac{K}{\sqrt{2}}.$$

Bei einem dreieckigen Querschnitte ist der genannte Abstand von der Grundlinie $= \frac{h}{3}$ und $F = \frac{b \,.\, h}{2}$; daher

$$P \,.\, l = \frac{b \,.\, h^2}{6} \,.\, K \text{ und } P = \frac{b \,.\, h^2}{l} \,.\, \frac{K}{6},$$

vorausgesetzt, daß der Körper auf der Breitseite aufliegt.

Für einen kreisrunden Querschnitt aber ist, wenn r der Radius ist,

$$P = \frac{r^3 \,.\, \pi}{l} \,.\, K,$$

weil der Querschnitt $= r^2 \,.\, \pi$ und die Entfernung des Schwerpunkts von der Trennungskante $= r$ ist.

Um die Festigkeit hohler Körper zu erhalten, muß man die Widerstandsgröße oder vielmehr das Widerstandsmoment des fehlenden Theils von dem des vollen Körpers abziehen, während man bei zusammengesetzten Querschnitten die betreffenden Widerstandsmomente addiren muß.

Die vorstehenden Formeln zeigen die wichtige Thatsache, daß während ein Körper bei 2facher, 3facher 2c. Breite auch die doppelte, dreifache u. s. w. Festigkeit hat, derselbe bei 2facher, 3facher 2c. Dicke oder Höhe 4mal, 9mal u. s. w. mehr ertragen kann; d. h. bei rechteckigen Balken nimmt die Tragfähigkeit mit dem Quadrate der Dicke zu, und es ist also nicht gleichgültig, auf welche Seite diese Körper gelegt werden.

Körper mit quadratischem oder kreisrundem Querschnitte aber wachsen in ihrer Festigkeit mit a^3 und r^3, d. i. mit der dritten

Potenz der Dicke; ein 2mal, 3mal ꝛc. dickerer Balken von genannter Querschnittsform trägt also das 8fache, 27fache u. s. w. — Ist die Seite oder der Durchmesser bei einem Körper 4, und beim andern 5, so verhalten sich die Festigkeiten wie $4^3 : 5^3 = 64 : 125$; also nahe wie 1 : 2, d. h. der letztere Körper trägt das Doppelte.

Dagegen nimmt die Tragfähigkeit mit der Länge ab, da, wenn l doppelt so groß wird, P nur noch die Hälfte sein kann.

Aus Vorstehendem folgt auch und ist aus Fig. 136 ersichtlich, wie das Widerstandsmoment der obersten und untersten Faser mit ihren Entfernungen von der neutralen Faser wächst. Es ergibt sich hieraus, wie namentlich die Ansammlung des Materials gegen oben oder unten zur größern Tragfähigkeit beiträgt, und wie Form und Lage eines Körpers auf dessen relative Festigkeit Einfluß haben.

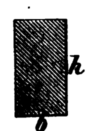
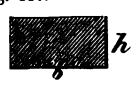
§. 101.

In dem vorigen §. wurde angenommen, daß alle Fasern des Körpers den gleichen Widerstand K gegen das Brechen und zwar die obern Fasern den nämlichen Widerstand gegen das Zerreißen, wie die untern gegen das Zerdrücken bieten. So verhält es sich in der That aber nicht ganz. Nicht nur ist, wie man durch Vergleichung der früher angegebenen Festigkeitscoefficienten sehen kann, bei manchen Materien die absolute Festigkeit wesentlich verschieden von der rückwirkenden, sondern es müssen auch die einzelnen Fasern ober- und unterhalb der s. g. neutralen Faserschichte einen um so größern Widerstand entgegensetzen, je weiter sie von dieser neutralen Schichte entfernt sind, da ihre Formveränderung eine größere ist, als bei den mittlern Fasern.

Berücksichtigt man diese Umstände, so wie auch den, daß die neutrale Schichte bei ungleichem Widerstande der untern und obern Fasern nicht mehr mit dem Schwerpunkte des Querschnitts zusammenfällt, so ergibt sich durch weitergehende Rechnung und wird auch durch die Erfahrung bestätigt, daß wenn K der ermittelte Festigkeitsmodul, d. h. der durchschnittlich auf 1 □Centimeter zu rechnende Widerstand gegen das Abbrechen ist, man z. B. oben in dem Widerstandsmoment eines rechteckigen Körpers $\frac{K}{6}$ statt $\frac{K}{2}$, und für einen runden Körper $\frac{K}{4}$ statt K setzen muß.

Man erhält darum für die Berechnung der relativen Festigkeit eines an einem Ende gestützten und am andern Ende belasteten Körpers, d. h. für die am freien Ende aufzunehmende Last P für die verschiedenen Querschnittsformen folgende endgültige Ausdrücke:

Fig. 137.

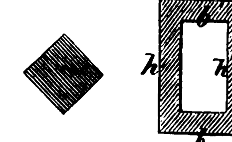
1) Für Stangen oder Balken von **rechteckigem** Querschnitte, Fig. 137, ist

$$P = \frac{b \,.\, h^2}{l} \,.\, \frac{K}{6}.$$

2) Bei einem **quadratischen** Querschnitte ist, wenn a die Seite bezeichnet,

$$P = \frac{a^3}{l} \,.\, \frac{K}{6};$$

Fig. 138. Fig. 139.



und wenn der Balken die Lage Fig. 138 hat,

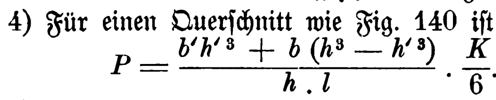
$$P = \frac{a^3}{l \,.\, \sqrt{2}} \,.\, \frac{K}{6}.$$



3) Für einen **rechteckigen hohlen** Balken nach Fig. 139 ist

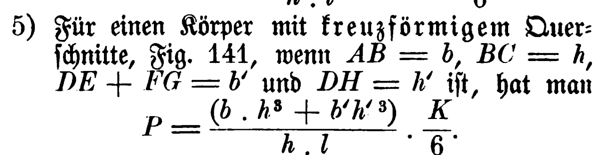
$$P = \frac{(b \,.\, h^3 - b'h'^3)}{h \,.\, l} \,.\, \frac{K}{6}.$$

Fig. 140.



4) Für einen Querschnitt wie Fig. 140 ist

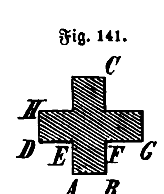
$$P = \frac{b'h'^3 + b\,(h^3 - h'^3)}{h \,.\, l} \,.\, \frac{K}{6}.$$

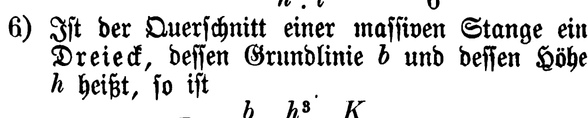


5) Für einen Körper mit **kreuzförmigem** Querschnitte, Fig. 141, wenn $AB = b$, $BC = h$, $DE + FG = b'$ und $DH = h'$ ist, hat man

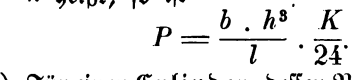
$$P = \frac{(b \,.\, h^3 + b'h'^3)}{h \,.\, l} \,.\, \frac{K}{6}.$$

Fig. 141.

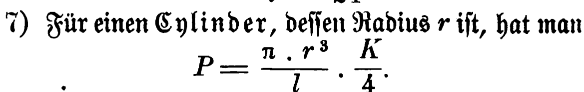




6) Ist der Querschnitt einer massiven Stange ein **Dreieck**, dessen Grundlinie b und dessen Höhe h heißt, so ist



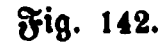
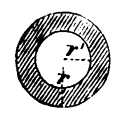
$$P = \frac{b \,.\, h^3}{l} \,.\, \frac{K}{24}.$$

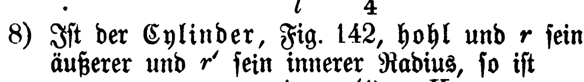


7) Für einen **Cylinder**, dessen Radius r ist, hat man

$$P = \frac{\pi \,.\, r^3}{l} \,.\, \frac{K}{4}.$$

Fig. 142.

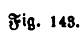
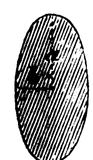



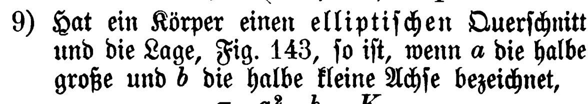


8) Ist der **Cylinder**, Fig. 142, **hohl** und r sein äußerer und r' sein innerer Radius, so ist

$$P = \frac{\pi}{l} \,.\, \left(\frac{r^4 - r'^4}{r}\right) \,.\, \frac{K}{4}.$$

Fig. 143.

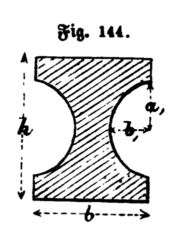


9) Hat ein Körper einen **elliptischen** Querschnitt und die Lage, Fig. 143, so ist, wenn a die halbe große und b die halbe kleine Achse bezeichnet,

$$P = \frac{\pi \,.\, a^2 \,.\, b}{l} \,.\, \frac{K}{4};$$

und wenn der Körper **hohl** und a' und b' seine innern Halbachsen wären,

$$P = \frac{\pi \cdot (a^3 b - a'^3 b')}{l \cdot a} \cdot \frac{K}{4}.$$

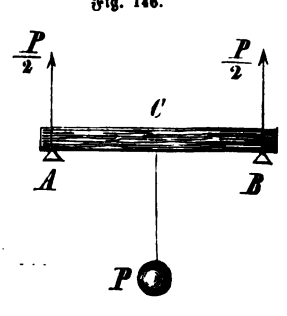


10) Für einen rechteckigen Querschnitt mit halbelliptischen Aushöhlungen, wie Fig. 144, ist

$$P = \frac{3bh^3 - \pi \cdot b_1 a_1{}^3}{h \cdot l} \cdot \frac{K}{6}.$$

§. 102.

Wäre eine Gesammtlast P gleichmäßig auf den Balken AB, Fig. 145, vertheilt, so ist solche als in der Mitte der Länge l wirkend anzusehen. Es ist alsdann ihre Entfernung vom Brechungspunkte $= \frac{l}{2}$, und darum deren Wirkungsgröße oder ihr Drehungs-, beziehungsweise Brechungsmoment nur $= \frac{P \cdot l}{2}$.



Für einen rechteckigen Balken wäre dann

$$P = \frac{2 \cdot b \cdot h^2}{l} \cdot \frac{K}{6};$$

d. h. der Balken kann nun das Doppelte tragen.

Wenn ein Balken an beiden Enden unterstützt und in der Mitte belastet ist, so hat jeder der beiden Stützpunkte die Hälfte der Last zu tragen. Denkt man sich die beiden Stützpunkte entfernt, so müßte man darum statt derselben in A und B, Fig. 146, Kräfte $= \frac{P}{2}$, aufwärts wirkend, anbringen.

Fig. 146.

$\frac{P}{2}$ $\frac{P}{2}$ C A B P

Tritt eine Brechung ein, so kann diese nur im Angriffspunkt C der Belastung P stattfinden, und es verhält sich mit dem Balken gerade, als wäre die eine Hälfte vollkommen unbeweglich oder eingemauert und am andern Ende wirke die Kraft $\frac{P}{2}$ aufwärts. Denkt man sich nun die Unterstützung bei A entfernt und dort die Kraft $\frac{P}{2}$ wirksam, so sucht solche eine Drehung um den Punkt C hervorzubringen. Die Wirkungsgröße oder das statische Moment dieser Kraft ist also nach §. 45 $= \frac{P}{2} \cdot AC = \frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{P \cdot l}{4}$ und darum für einen rechteckigen Balken

$$P = \frac{4 \,.\, b \,.\, h^2}{l} \,.\, \frac{K}{6}.$$

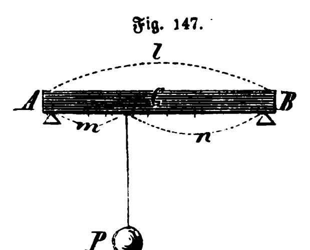
Der Balken trägt darum das Vierfache von dem, was ein, an einem Ende unterstützter und am andern Ende belasteter aufnimmt.

Wäre die Last gleichmäßig vertheilt, so würde der Balken wieder das Doppelte von dem tragen, was er in einem einzigen Punkte aufnehmen kann. Bei dem in der Mitte belasteten Balken Fig. 146 hätte nämlich der Theil AC die Hälfte der Last P zu tragen. Diese Belastung $\frac{P}{2}$ müßte man sich wieder in der Mitte von AC wirksam denken, und die in A wirksame Gegenkraft wäre dann $\frac{1}{2} \,.\, \frac{1}{2}\, P = \frac{P}{4}$; und da diese in einer Entfernung $= \frac{l}{2}$ von der Brechungskante C wirkt, so wäre ihre Wirkungsgröße $= \frac{P}{4} \,.\, \frac{l}{2} = \frac{P \,.\, l}{8}$.

Die Tragfähigkeit ist demnach achtmal größer als im ersten Fall.

Wäre die Belastung P nicht in der Mitte, sondern in einer Entfernung $= m$ von A und $= n$ von B, Fig. 147, entfernt, so müßte man nach §. 42 in A statt der Unterstützung eine aufwärts wirkende Kraft $= \frac{n}{l}\, P$, und in B eine solche $= \frac{m}{l}\, P$ anbringen.

Fig. 147.



Die Wirkungsgröße oder das statische Moment der Seitenkraft $\frac{n}{l}\, P$, welche in A in der Entfernung m vom Brechungspunkte C wirkt, wäre dann

$$\frac{n}{l} \,.\, P \,.\, m = \frac{m \,.\, n \,.\, P}{l};$$

und ebenso — wie es sein muß — die Wirkung der Kraft in B

$$= \frac{m}{l}\, P \,.\, n = \frac{m \,.\, n \,.\, P}{l};$$

folglich für den rechteckigen Balken

$$P = \frac{b \,.\, h^2 \,.\, l}{m \,.\, n} \,.\, \frac{K}{6}.$$

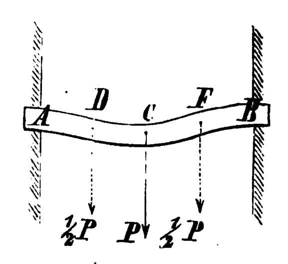
Da $\frac{m \,.\, n}{l}$ immer kleiner als $\frac{l}{4}$, oder $\frac{l}{mn}$ stets größer als $\frac{4}{l}$ ist, so trägt ein auf die letzte Art belasteter Körper immer mehr, als wenn er in der Mitte belastet ist, und zwar um so mehr, je näher die Belastung einem der Stützpunkte kommt.

Für den Fall, daß ein Balken an beiden Enden eingemauert und in der Mitte belastet ist — Fig. 148 — wird derselbe in der Mitte und an beiden Enden zugleich abbrechen.

Die Sache ist dann gerade so anzusehen, als wirken in D und F die Lasten $\frac{1}{2} P$ in den Entfernungen von den Brechungspunkten

$$= AD = DC = CF = FB = \frac{l}{4}.$$

Fig. 148.



Somit ist hier das Drehungs- oder Brechungsbestreben in A, B und C

$$= \frac{P}{2} \cdot \frac{l}{4} = \frac{P \cdot l}{8}.$$

Der Balken trägt also in dem genannten Fall wieder das Achtfache.

Ist die Last P gleichmäßig über den ganzen Balken vertheilt, so nimmt dieser auch wieder eine doppelte Biegung, d. h. nach unten und oben, an; allein es liegen die Wendepunkte D und F nicht mehr wie in Fig. 148 in der Mitte der Balkenhälften, also nicht mehr in einem Abstande $= \frac{l}{4}$ von den Punkten A und B, sondern, wie Rechnung und Erfahrung zeigen, in einer Entfernung

$$AD = BF = \frac{l}{6}(3 - \sqrt{3}) = 0{,}211\, l = \text{nahe } \frac{l}{5}.$$

Ist aber $AD = BF = \frac{1}{5} l$, so ist $DF = \frac{3}{5} l$.

Somit hat jedes der Balkenstücke AC und BF die Last $\frac{P}{5}$, das Stück DF aber die Last $\frac{3}{5} P$ zu tragen.

Zerlegt man die auf AD kommende Last $\frac{1}{5} P$, so kommt an jedes Ende $\frac{1}{10} P$.

Desgleichen erhält man durch Zerlegung der auf DF kommenden Last $\frac{3}{5} P$ zwei Seitenkräfte, welche in D und F wirksam sind, wovon jede $= \frac{3}{10} P$ ist.

Demnach wirken in dem Punkte D die zwei Kräfte $\frac{1}{10} P$ und $\frac{3}{10} P$, und es ist darum ihr statisches Moment, auf den Punkt A bezogen,

$$\left(\tfrac{1}{10} P + \tfrac{3}{10} P\right) \cdot \frac{l}{5} = \tfrac{2}{5} P \cdot \frac{l}{5} = \tfrac{2}{25} P \cdot l = \frac{1}{12{,}5} P \cdot l$$

oder, wenn oben der Ausdruck $\frac{l}{6}(3 - \sqrt{3})$ genau ausgerechnet wird, $= \frac{1}{12} P \cdot l$.

Auf gleiche Weise findet man, daß das Bruchmoment, auf die Mitte des Balkens bezogen, $= \frac{1}{24} P \cdot l$ ist.

Der gleichmäßig belastete, an den Enden festgehaltene Balken bricht daher an den Enden, da dort die Wirkung der Belastung oder ihr statisches Moment am größten ist. Der Balken trägt $1\frac{1}{2}$ mal soviel, als er in der Mitte aufnehmen kann, und 12mal soviel, als wenn er an einem Ende befestigt und am andern belastet wäre.

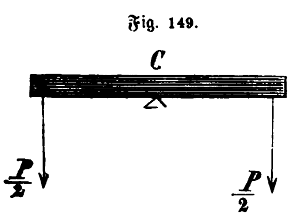


Fig. 149.

Ist ein Balken, Fig. 149, in der Mitte unterstützt, und an beiden Enden, im Ganzen mit P belastet, so wird er im Stützpunkte brechen, und es ist im Punkte C die Gesammtwirkung der an beiden Enden wirkenden Kräfte

$$= 2 \cdot \frac{P}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{P \cdot l}{2};$$

denn auf jeder Seite wirkt eine Kraft $\frac{1}{2} P$ in einer Entfernung $= \frac{l}{2}$.

Anmerkung. Will man das eigene Gewicht des Balkens bei der Berechnung berücksichtigen, so ist dies immer als eine weitere im Schwerpunkte wirksame Last anzusehen.

§. 103.

Zur Lösung der vorkommenden Aufgaben bedarf es nun bloß der einfachen Erwägung, für welchen Querschnitt und welche Unterstützungs- und Belastungsart die Berechnung zu machen ist.

Der Gebrauch der entsprechenden Formeln ergibt sich dann von selbst.

So hat man für einen quadratischen Balken, welcher an einem Ende gestützt und am andern belastet ist,

$$P = \frac{a^3}{l} \cdot \frac{K}{6}; \text{ und daraus } a = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot P \cdot l}{K}}.$$

Für einen runden, an beiden Enden gestützten und in der Mitte belasteten Balken aber ist

$$P = \frac{4 \cdot r^3 \pi}{l} \cdot \frac{K}{4} = \frac{r^3 \cdot \pi \cdot K}{l}.$$

Für einen hohlen rechteckigen, an beiden Enden eingemauerten, gleichförmig belasteten Körper hat man

$$P = \frac{12\,(b \cdot h^3 - b'h'^3)}{h \cdot l} \cdot \frac{K}{6},$$

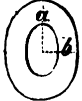


Fig. 150.

und für einen Balken mit hohlem elliptischem Querschnitte, Fig. 150, muß bei gleicher Belastungsart

$$P = \frac{12 \cdot \pi\,(a^3 b - a'^3 b')}{l \cdot a} \cdot \frac{K}{4} \text{ sein.}$$

Ist ein Körper, z. B. ein viereckiger Balken, Fig. 151, an einem Ende A befestigt und am andern Ende B wirkt eine Kraft P, so sucht diese, wenn sie

nicht größer ist, als die Elasticitätsgrenze zuläßt, den Balken um den Befestigungspunkt A zu biegen, ohne eine Brechung hervorzubringen. Die Biegung oder Senkung AC wächst, wie sich durch die Theorie und thatsächlich nachweisen läßt, mit der Belastung P und mit der dritten Potenz der Länge, nimmt dagegen ab mit der Breite und mit der dritten Potenz der Dicke oder Höhe des Balkens.

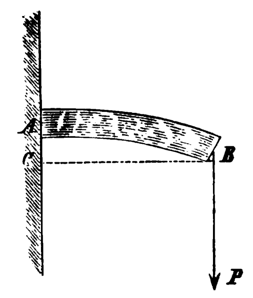


Fig. 151.

Ist wieder l die Länge des Balkens, b dessen Breite und h die Höhe (Dicke), so beträgt die Senkung, wenn die Elasticitätsgrenze erreicht ist,

$$s = \frac{4 \, . \, P \, . \, l^3}{E \, . \, b \, . \, h^3},$$

wobei E wieder den Elasticitätsmodul, s. §. 96, bezeichnet.

Wäre der Balken an beiden Enden frei aufgelegt und in der Mitte mit P belastet, so ist dessen Biegung

$$s = \frac{P \, . \, l^3}{4 \, . \, E \, . \, b \, . \, h^3},$$

also 16mal geringer als im ersten Fall; und wäre die Last auf der ganzen Länge gleichmäßig vertheilt, so betrüge die Biegung nur $^5/_8$ der vorigen. — Will man das eigene Gewicht G des Balkens berücksichtigen, so muß man, wenn die Last am Ende wirkt, $^3/_8$ G zu der Belastung P, im zweiten Fall aber, da G eine gleichmäßig vertheilte Last ist, $^5/_8$ G zu P addiren.

§. 104.

Den Modul K der relativen Festigkeit hat man versuchsweise und zwar hauptsächlich so bestimmt, daß man an beiden Enden gestützte Stangen in der Mitte so lange belastete, bis sie brachen. Auf solche und ähnliche Weise hat man die in folgender Tabelle in Kilogrammen ausgedrückten Werthe erhalten, wobei die Dimensionen wieder in Centimetern angenommen sind.

Da diese Werthe aber für den Fall des Brechens gelten, so sind bei der Anwendung Holz nur mit $^1/_{10}$, Gußeisen mit $^1/_5$, Schmiedeisen mit $^1/_4$ und Steine mit $^1/_4$ zu belasten.

Der in folgender Tabelle angegebene, nach diesen Verhältnissen berechnete Sicherheitsmodul gibt darum an, was man den Materialien, um vollkommen sicher zu sein, aufladen darf.

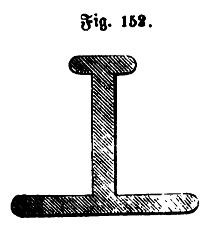
Für früheres preuß. Maß ist der Modul wieder 13,68mal und für österr. Maß 12,4mal größer.

Tafel
über das Maß der relativen Festigkeit für einen Querschnitt von 1 □Centimeter.

Namen der Körper.	Festigkeitsmodul K.	Sicherheitsmodul.
Laubholz, im Mittel	650 kg	65 kg
Nadelholz	900 „	90 „
Gußeisen	2800—3200 „	640 „
Schmiedeisen	2000—3000 „	500—750 „
Kalk- und Sandstein	124 „	30 „
Thonschiefer	350 „	85 „

Da Gußeisen eine bedeutende rückwirkende, hingegen geringe absolute Festigkeit hat, so mache man nach Fairbairn den Querschnitt gußeiserner Tragbalken nach der Form Fig. 152, wobei die untere, d. h. die einer Ausdehnung unterworfene Querrippe einen etwa 6mal größern Querschnitt, als die obere haben soll. — Nach andern Versuchen soll der Querschnitt der obern Flansche = 1/5 des Querschnitts der untern + 1/10 des Querschnitts der Mittelrippe sein.

Fig. 152.

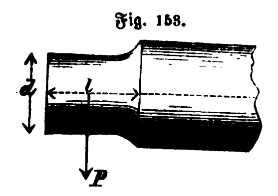


Schmiedeiserne Träger hingegen, da solche mehr absolute Festigkeit haben, sollen eine solche Form erhalten, daß die der Verstreckung ausgesetzte Flansche wenig mehr als halb so groß als die andere ist.

§. 105.

Um die Stärke der Wellen und deren Zapfen zu ermitteln, ist auf eintretende Biegungen und daraus entstehende Erschütterungen mehr als bei gewöhnlichen Balken Rücksicht zu nehmen. Da übrigens eine Brechung nur bei den Zapfen, als den schwächsten Theilen, eintreten kann, so kann nur von der Dicke dieser die Rede sein. Nach §. 83 sollen aber dieselben auch nicht stärker, als nöthig, gemacht werden, um nicht unnöthige Arbeitsverluste zu erleiden.

Fig. 153.



Ist P, Fig. 153, der auf einen Zapfen kommende, nach §. 42 zu berechnende Theil der Belastung des ganzen Wellbaumes, so kann man sich diese Last P auf die ganze Länge l des Zapfens vertheilt und folglich als in der Mitte desselben wirksam denken.

Nach §. 101 und 102 ist darum

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot r^3}{l} \cdot \frac{K}{4} = \frac{\pi \cdot d^3}{16 \cdot l} \cdot K,$$

wenn d den Durchmesser oder die Zapfendicke bezeichnet.

Gewöhnlich haben Durchmesser und Zapfenlänge ein bestimmtes Verhältniß zu einander; so ist meistens $l = \frac{5}{4} d$.

Alsdann erhält man

$$P = \frac{4 \cdot \pi \cdot d^2 \cdot K}{5 \cdot 16}, \text{ und hieraus}$$

$$d = \sqrt{\frac{5 \cdot 16 \cdot P}{4 \cdot \pi \cdot K}} = \sqrt{\frac{20}{\pi \cdot K}} \cdot \sqrt{P}.$$

Nimmt man den Festigkeitsmodul des Guß- und Schmiedeisens

zu 3000 kg, und dabei 15fache Sicherheit an und zieht aus dem Ausdrucke

$$\sqrt{\frac{20}{\pi \cdot K}} = \sqrt{\frac{20}{3{,}14 \cdot 200}}$$

die Quadratwurzel, so erhält man für Centimeter und Kilogramme:

für eiserne Zapfen $d = 0{,}18 \sqrt{P}$;

Schmiedeiserne Achsen für Fuhrwerke sollen, wenn l deren Länge ist, eine Dicke $d = 0{,}0113 \sqrt[3]{P \cdot l}$ erhalten.

Stehende (Turbinen-) Zapfen müßten nach der rückwirkenden Festigkeit berechnet werden.

Reuleaux gibt für dieselben an, wenn solche von Stahl, und die Lager von Bronce sind:

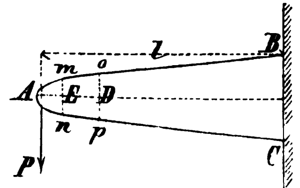
$$d = 0{,}017 \sqrt{P \cdot n};$$

wobei P die Gesammtbelastung des Zapfens und n die Umgangszahl per Minute bezeichnet.

§. 106.

Hat ein in BC befestigter Körper ABC, Fig. 154, von der Länge l an seinem Ende A eine Last P zu tragen, so ist die von der Last ausgeübte Wirkung in BC am größten.

Fig. 154.



Ist AD nun $= \frac{l}{4}$, so ist auch das Brechungsbestreben in D nur $\frac{1}{4}$ der in BC ausgeübten Wirkung, weil dies Bestreben nach §. 45 im Verhältniß der Entfernung des Kraftangriffspunktes größer oder kleiner wird.

Ebenso ist in E das s. g. Brechungs- oder Drehungsmoment nur $\frac{1}{9}$ des Brechungsbestrebens in BC, wenn $AE = \frac{l}{9}$ ist.

Es folgt daraus, daß ein so belasteter Körper nicht überall gleichen Querschnitt zu haben braucht, sondern daß er gegen den Angriffspunkt der Belastung hin immer schwächer gemacht werden kann, und zwar hat die Festigkeit des Körpers in D nur den vierten und in E nur den neunten Theil von der Festigkeit in BC zu betragen.

Nach §. 100 müßte darum, wenn der Körper überall die gleiche Höhe (Dicke) hätte, die Breite in D nur $\frac{1}{4}$, und in E nur $\frac{1}{9}$ von der Breite im Querschnitte BC gemacht werden, um überall die entsprechende Stärke zu haben.

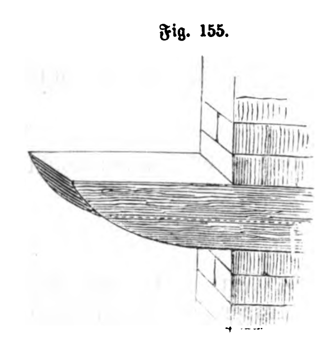
Soll aber — was gewöhnlicher ist — der Körper überall gleiche Breite behalten, so muß seine Höhe verschieden, und zwar in D nur die Hälfte und in E der dritte Theil von BC sein; weil nach §. 100

die Festigkeit bei halber Höhe nur $^1/_2 \cdot {}^1/_2 = {}^1/_4$, und bei $^1/_3$ Höhe nur $^1/_3 \cdot {}^1/_3 = {}^1/_9$ ist. — Es sind darum in den Längenabständen $^1/_9\ l$, $^1/_4\ l$, $^1/_2\ l$ 2c. 2c. die zugehörigen Höhen $= (\sqrt{^1/_9}) \cdot h$; $(\sqrt{^1/_4}) \cdot h$; $(\sqrt{^1/_2}) \cdot h$ u. s. w.

Construirt man so nach einander die Höhen *mn*, *op* u. s. w., so erhält man als Vertikalumriß des Körpers eine krumme Linie, und zwar eine **Parabel** (vergl. §. 50).

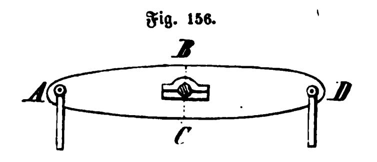
Man gibt darum dem vertikalen Längendurchschnitt solcher Körper, welche in ziemlicher Entfernung vom Stützpunkte eine Belastung aufzunehmen haben, die Parabelform, wie z. B. den Trägern an Balkonen, Fig. 155.

Fig. 155.



Desgleichen haben Balanciers, Wagebalken 2c., Fig. 156, gewöhnlich einen Längendurchschnitt, welcher aus zwei Parabeln *BAC* und *BDC* besteht.

Fig. 156.



So geformte Körper heißen **Körper von gleichem Widerstande**, da in allen Theilen des Querschnitts dem Zerbrechen der gleiche, d. h. so viel Widerstand entgegenwirkt, als gerade nöthig ist.

Man erspart durch ihre Anwendung nicht nur an Material, sondern es wird auch einer unnöthigen und nur schädlichen Belastung vorgebeugt.

§. 107.

Wenn aus einem runden Baumstamm ein viereckiger Balken gehauen werden soll, so wird natürlich durch das Behauen der Stamm an seiner Festigkeit verlieren.

Wichtig ist aber nun, zu wissen, wie man aus einem runden Stamm denjenigen viereckigen Balken erhält, welcher die größtmögliche Widerstandsfähigkeit gegen das Abbrechen hat.

Nach dem Bisherigen ergibt sich leicht, daß dieser Balken einen rechteckigen Querschnitt haben muß. Theoretische und praktische Untersuchungen haben ferner dargethan, daß die Höhe des Balkens zu seiner Breite sich wie 7 : 5 verhalten soll.

Um nun den fraglichen Querschnitt, dessen Seiten das genannte Verhältniß zu einander haben, zu erhalten, theile man den Durchmesser *AB* des Baumstammes Fig. 157 in drei gleiche Theile, errichte in den Theilpunkten *C* und *D* die Senkrechten *CE* und *DF*, und

verbinde endlich die Punkte A, E, B und F des Kreisumfanges. Das Rechteck $AEBF$ ist alsdann der Querschnitt des stärksten Balkens, welcher aus dem Baumstamme gezimmert werden kann.

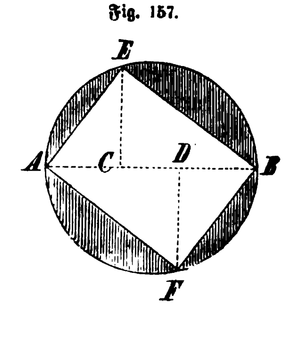


Fig. 157.

Ist $AB = d$, $AE = BF = b$, und $AF = EB = h$, so hat man nach einem geometrischen Satze die Proportion

$$AC : AE = AE : AB;$$

$$\text{d. i. } \frac{d}{3} : b = b : d;$$

$$\text{folglich } b^2 = \frac{d^2}{3}.$$

Ebenso hat man $AD : AF = AF : AB$;

$$\text{d. i. } \frac{2 \cdot d}{3} : h = h : d;$$

$$\text{folglich } h^2 = {}^2/_3\, d^2.$$

Hieraus ergibt sich

$$b^2 : h^2 = {}^1/_3\, d^2 : {}^2/_3\, d^2;$$

$$\text{also } b^2 : h^2 = {}^1/_3 : {}^2/_3;$$

$$\text{oder } b^2 : h^2 = 1 : 2;$$

$$\text{und daher } \sqrt{b^2} : \sqrt{h^2} = \sqrt{1} : \sqrt{2};$$

$$\text{d. i. } b : h = 1 : 1{,}4 = 5 : 7.$$

Um den Balken noch mehr zu verstärken, darf man denselben nur nicht ganz scharfkantig behauen.

Daß der auf die genannte Weise erhaltene Balken in der That die größte relative Festigkeit hat, ergibt sich durch folgende einfache Untersuchung:

Man zeichne (in großem Maßstabe) für irgend einen Umfang des Baumstammes, Fig. 158, den nach dem genannten Verhältniß gebildeten Querschnitt $AEBF$. Sodann nehme man für Breite und Höhe des Querschnittes andere Verhältnisse an, so daß ein Mal die Breite etwas größer ist, als obige Breite AE, das andere Mal aber kleiner. Auf diese Weise erhält man die zwei Querschnitte $AGBH$ und $AJBL$. Mißt man die Breiten AE, AG, AJ, und die Höhen EB, GB, JB, und bildet man jedesmal das Produkt bh^2, mit welchem ja die Größe der Festigkeit zu- oder abnimmt, so findet man, daß das Produkt aus $AE \cdot EB^2$

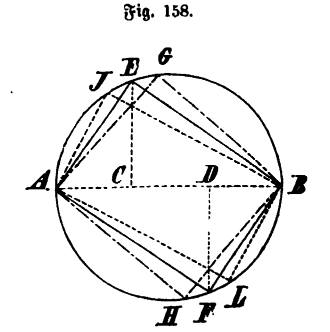


Fig. 158.

größer ist, als jedes Produkt, das man für andere Querschnitte *AGBH* und *AJBL* u. s. w. erhält.

Man sieht auch, daß wenn man mit der Construction neuer Querschnitte fortfährt, die Tragfähigkeit abnimmt, bis der Querschnitt ein Quadrat wird. Die Tragfähigkeit wächst alsdann, bis man anderseits wieder den meisttragenden Querschnitt erhält, nimmt alsdann wieder ab und wird zu Null, wenn der Punkt E oder G mit B zusammenfällt.

Fragt man nach dem nöthigen Durchmesser des runden Stammes für die verlangten Holzstärken b und h des rechteckigen Balkens, so ergibt eine einfache Rechnung, daß derselbe nahe $= 0{,}7$ der Summe $b + h$ der Holzstärken sein muß.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Welche Last kann ein tannener Balken von 2 m Länge, 20 cm Breite und 30 cm Dicke an einem Ende aufnehmen, wenn er mit dem andern Ende eingemauert ist?

Auflösung. Für diesen Fall hat man $P = \frac{b \,.\, h^2}{l} \,.\, \frac{K}{6}$; folglich, da der Sicherheitsmodul K 90 kg beträgt,

$$P = \frac{20 \,.\, 30^2 \,.\, 90}{200 \,.\, 6} = 1350 \text{ kg}.$$

Wäre der Balken an beiden Enden gestützt und in der Mitte belastet, so dürfte $P = 4 \,.\, 1350 = 5400$ kg sein.

Wäre er aber eingemauert, so hätte man

$$P = 8 \,.\, 1350 = 10800 \text{ kg}.$$

Beträgt das Gewicht des Balkens 60 kg, so müßte man dieses, wenn der Balken in der Mitte belastet ist, von der berechneten Last in Abzug bringen. Wäre der Balken aber am Ende belastet, so dürfte von der dort anzubringenden Last nach §. 46 nur das halbe Gewicht, nämlich 30 kg, abgerechnet werden.

2te Aufgabe. Ein 2,4 m langer hohler gußeiserner Balken ist mit seinen beiden Enden aufgelegt und hat eine äußere Breite von 15 cm und eine Höhe von 21 cm; die innere Breite und Höhe betragen 0,9 m und 15 cm; welche Last kann der Balken in einem Punkte, der 0,9 m von dem einen und also 1,5 m vom andern Ende entfernt ist, für die Dauer ertragen?

Auflösung. Nach §§. 101 und 102 ist

$$\frac{P \,.\, m \,.\, n}{l} = \frac{(b h^3 - b' h'^3)}{h} \,.\, \frac{K}{6};$$

$$\text{also } P = \frac{(b h^3 - b' h'^3) \,.\, K \,.\, l}{6 \,.\, m \,.\, n \,.\, h};$$

folglich, da der Sicherheitsmodul 640 kg beträgt,

$$P = \frac{(15 \,.\, 21^3 - 9 \,.\, 15^3) \,.\, 640 \,.\, 240}{6 \,.\, 90 \,.\, 150 \,.\, 21}$$

$$\text{d. i. } P = \frac{(15 \,.\, 9261 - 9 \,.\, 3375)\, 64 \,.\, 24}{6 \,.\, 9 \,.\, 15 \,.\, 21} = 9800 \text{ kg}.$$

3te Aufgabe. Welche Dicke und Breite sollen die Balken eines Getreidemagazins erhalten, wenn dieselben bei einer Länge von 9 m an beiden Enden einge-

mauert sind, und das Verhältniß der Breite zur Höhe nach §. 107 wie 5 : 7 gemacht wird?

Auflösung. Nimmt man das specifische Gewicht des Getreides zu 0,776 an, ist ferner das Getreide im höchsten Falle auf 90 cm aufgeschüttet, und sind die Balken von Mittel zu Mittel 75 cm von einander entfernt, so hat jeder Balken das Gewicht einer Fruchtmasse von 90 . 9 . 7,5 = 6075 Kubdec; also eine Last von 6075 . 1 . 0,776 = 4714 kg zu tragen.

Einem eingemauerten, überall gleich belasteten Balken, der von Nadelholz sein soll, kann man aber eine andauernde Last

$$P = \frac{12 \,.\, b \,.\, h^2}{l} \,.\, \frac{90}{6} \text{ kg}$$

aufladen.

Somit hat man die Geichung

$$\frac{12 \,.\, b \,.\, h^2 \,.\, 90}{6 \,.\, l} = 4714;$$

folglich, da $b = {}^5/_7\, h$ gemacht werden soll, und $l = 900$ cm ist:

$$\frac{12 \,.\, 5 \,.\, h^3 \,.\, 90}{7 \,.\, 6 \,.\, 900} = 4714,$$

woraus sich ergibt:

$$h^3 = 32998; \text{ also } h = 32{,}07 \text{ cm}$$

$$\text{und daher } b = \frac{5}{7} \,.\, 32{,}07 = 23 \text{ cm}.$$

4te Aufgabe. Welche Last, mit Einrechnung des eigenen Gewichts, kann ein an beiden Enden gestützter gußeiserner Tragbalken von der Form Fig. 140 in seiner Mitte aufnehmen, wenn $h = 36$ cm, $b = 30$ cm, $h' = 24$ cm, $b' = 9$ cm und die Länge $l = 10$ m ist?

Auflösung. Nach §§. 101 und 102 hat man für diesen Fall

$$P = 4 \,.\, \frac{b' h'^3 + b\,(h^3 - h'^3)}{h \,.\, l} \,.\, \frac{K}{6}.$$

Nimmt man K zu 640 kg an, so hat man

$$P = 4 \,.\, \frac{9 \,.\, 24^3 + 30\,(36^3 - 24^3)}{36 \,.\, 1000} \,.\, \frac{640}{6} = \frac{9 \,.\, 24^3 + 30\,(36^3 - 24^3)}{9 \,.\, 100 \,.\, 6} \,.\, 64;$$

$$\text{d. i. } P = \frac{124416 + 30 \,.\, 32832}{900 \,.\, 6} \,.\, 64 = \frac{1109376 \,.\, 64}{900 \,.\, 6};$$

$$P = 13148 \text{ kg};$$

wovon aber das eigene Gewicht noch abzuziehen ist.

5te Aufgabe. Welche Last kann ein Träger von Sandstein, der nach §. 106 geformt ist, nahe an seinem äußern Ende mit Berücksichtigung des eigenen Gewichts aufnehmen, wenn er an seinem dickern Ende 20″ österr. hoch und 10″ breit ist und wenn die Länge des Trägers 3 Fuß beträgt?

Auflösung. Es sei das eigene Gewicht des freien Körpers 300 Pfd. und sein Schwerpunkt habe einen Abstand von 11″ vom Befestigungspunkt, so hat man:

$$P \,.\, l + 300 \,.\, 11 = b \,.\, h^2 \,.\, \frac{K}{6};$$

also, da für österr. Maß $K = 12{,}4 \,.\, 30$ ist,

$$36 \,.\, P = 10 \,.\, 20^2 \,.\, 12{,}4 \,.\, \frac{30}{6} - 3300;$$

woraus man erhält

$$P = \frac{4000 \,.\, 12{,}4 \,.\, 5 - 3300}{36} = 6800 \text{ Pfd. österr.}$$

6te Aufgabe. Welchen Durchmesser muß eine schmiedeiserne runde Stange von 3 Meter Länge erhalten, wenn solche an einem Ende befestigt und am andern Ende mit 1600 kg belastet ist, und wenn auf das eigene Gewicht der Stange selbst Rücksicht genommen wird?

Auflösung. Da das eigene Gewicht, bei gleicher Dicke und Dichte der Stange, in deren Mitte wirksam ist, so hat man mit dessen Berücksichtigung:

$$P \, . \, l + \frac{p \, . \, l}{2} = \pi \, . \, r^3 \, . \, \frac{K}{4}.$$

Nimmt man das spezifische Gewicht des Schmiedeisens zu 7,6 an, so findet man, da ein Kubikcentimeter Eisen ein Gewicht von $\frac{7,6 \, . \, 1}{1000} = 0,0076$ kg hat,

$$p = \pi \, . \, r^2 \, . \, l \, . \, 0,0076 \text{ kg},$$

und erhält dann, wenn für K 600 kg gesetzt wird, die kubische Gleichung:

$$1600 \, . \, 300 + \frac{\pi \, . \, r^2 \, . \, 300 \, . \, 0,0076 \, . \, 300}{2} = \pi \, . \, r^3 \, . \, \frac{600}{4};$$

d. i. $3,14 \, . \, 150 \, . \, r^3 - 3,14 \, . \, 300 \, . \, 0,0038 \, . \, 300 \, . \, r^2 = 480000.$

Um diese zu umgehen, berechne man zuerst, ohne Berücksichtigung des eigenen Gewichtes, den Halbmesser r der Stange nach der einfachen Gleichung $P \, . \, l = \pi \, . \, r^3 \, . \, \frac{K}{4}$, aus welcher man erhält:

$$r^3 = \frac{4 \, . \, P \, . \, l}{\pi \, . \, K} = \frac{4 \, . \, 1600 \, . \, 300}{3,14 \, . \, 600} = 1019,1$$

und hieraus $r = \sqrt[3]{1019,1} = 10,06$ cm.

Dieser Halbmesser ist nun aber zu klein.

Man nehme nun einen etwas größern an, z. B. $r = 10^1/_2$ cm und berechne darnach Gewicht und Tragvermögen der Stange und sehe, ob letzteres dem verlangten gleich komme.

Das Gewicht p einer Eisenstange, deren Halbmesser 10,5 cm beträgt, ist aber

$$p = 3,14 \, . \, 10,5^2 \, . \, 300 \, . \, 0,0076 = 790 \text{ kg},$$

und das Tragvermögen nach der Gleichung

$$P \, . \, l + \frac{p \, . \, l}{2} = \pi \, . \, r^3 \, . \, \frac{K}{4};$$

also
$$P = \frac{\pi \, . \, r^3 \, . \, \frac{K}{4}}{l} - \frac{p}{2};$$

d. i.
$$P = \frac{3,14 \, . \, 1157,6 \, . \, 150}{300} - \frac{790}{2} = 1422 \text{ kg}.$$

Diese Tragfähigkeit ist ziemlich geringer, als sie sein sollte.
Eine Dicke von $2 \, . \, 10^1/_2$ cm ist darum auch noch zu gering.
Nimmt man $r = 11$ cm an, so ist

$$p = 3,14 \, . \, 11^2 \, . \, 300 \, . \, 0,0076 = 866 \text{ kg};$$

und folglich $P = \frac{3,14 \, . \, 11^3 \, . \, 150}{300} - 433 = 1657$ kg.

Bei einer Dicke von $2 \, . \, 11 = 22$cm trägt darum die Stange noch 57 kg mehr, als erforderlich ist. Diese Dicke ist darum genügend.

Wollte man die Dicke noch genauer berechnen, so setze man, da $r = 11$ etwas zu viel ist, $r = 10,9$ cm und berechne wieder p und P, so erhält man ein Resultat, das mit dem verlangten ganz übereinstimmt.

Löst man die kubische Gleichung

$$3{,}14 \,.\, 150 \,.\, r^3 - 3{,}14 \,.\, 300 \,.\, 0{,}0038 \,.\, 300 \,.\, r^2 = 480000$$

d. i. $\quad r^3 - 2{,}28 \,.\, r^2 = 1019;$

also $\quad r^3 - 2{,}28 \,.\, r^2 - 1019 = 0,$

für welche man als Grenzwerthe $r = 10$ und $r = 11$ gefunden hat, nach der Formel

$$x = \frac{(n-1)\,w^n + (n-2)\,aw^{n-1} + (n-3)\,bw^{n-2} + (n-4)\,cw^{n-3} + \ldots}{nw^{n-1} + (n-1)\,aw^{n-2} + (n-2)\,bw^{n-3} + \ldots\ldots}$$

d. i., da für die kubische Gleichung $n = 3$ ist,

$$x = \frac{2 \,.\, w^3 + aw^2 - c}{3w^2 + 2aw + b},$$

so erhält man, wenn für die Wurzel w der nähere Werth $= 11$ gesetzt wird, und da $\quad a = -2{,}28;\ b = o$ und $c = -1019$ ist,

$$x = r = \frac{2 \,.\, 1331 - 2{,}28 \,.\, 121 + 1019}{3 \,.\, 121 - 2 \,.\, 2{,}28 \,.\, 11};$$

also $\quad r = \frac{3405}{313} = 10{,}9$ cm.

7te Aufgabe. Welche Dicke und Länge müssen die gußeisernen Wellen-Zapfen eines oberschlächtigen Wasserrades erhalten, wenn das Rad sammt Welle 20000 kg wiegt und $4^1/_2$ Kubikmeter Wasser hält?

Auflösung. Befindet sich der Schwerpunkt der Welle sammt Wasser- und Zahnrad 2c. in der Mitte der Welle, so hat jeder Zapfen die Hälfte der Gesammtbelastung zu tragen. Letztere ist aber

$$= 20000 + 4{,}5 \,.\, 1000 = 24500 \text{ kg}.$$

Somit ist die Belastung eines Zapfens $P = 12250$ kg, und folglich nach §. 105

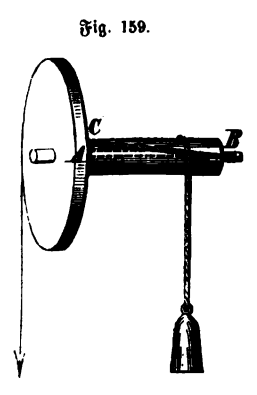
$$d = 0{,}18 \sqrt{12250} = 19{,}92 \text{ und } l = {}^5/_4 \,.\, 19{,}92 = 24{,}9 \text{ cm}.$$

Fällt die Mittelkraft der sämmtlichen Belastungen oder der Schwerpunkt der belasteten Welle nicht in das Wellenmittel, so sucht man nach §. 42 den auf jeden Zapfen kommenden Druck P und bestimmt nach diesem Dicke und Länge der Zapfen.

4. Von der Torsionsfestigkeit oder vom Widerstand gegen das Verdrehen.

§. 108.

Fig. 159.



Wellbäume und deren Zapfen haben nicht nur vermöge der angebrachten Lasten, Räder 2c. einen Druck auszuhalten, welcher sie zu biegen und abzubrechen strebt, sondern die Kräfte, wodurch Wellen, Spindeln 2c. um ihre Achsen bewegt werden, suchen auch diese zu zerdrehen, d. h. sie bringen die Fasern des Körpers aus ihrer ursprünglich zu dessen Achse parallelen Lage in eine schraubenartig gewundene, wie Fig. 159 zeigt. — AB sei eine Faser in ihrer natürlichen Lage. Durch Verdrehen der Welle kommt ihr Ende A nach C; die Faser wird also durch eine gewisse Kraft

gespannt und verlängert, wodurch natürlich, da ihr Querschnitt kleiner wird, der ganze Körper eine Schwächung erleidet.

Körper, welche belastet sind, und zugleich um ihre Achse gedreht werden, sollen darum nicht nur genügende relative Festigkeit besitzen, sondern sie müssen auch dem Abdrehen gehörigen Widerstand entgegensetzen; oder mit andern Worten: sie müssen auch hinlängliche Torsionsfestigkeit haben.

§. 109.

Angenommen nun, die Verdrehung der Welle Fig. 159 sei so weit vorgeschritten, daß ein Bruch (ein Abwürgen) erfolgen muß, so kann dies in jedem Ort nach der Länge der Welle eintreten, weil die Faser BC in ihrer ganzen Länge überall gleiche Spannung hat. Es ist also die Länge eines Körpers ohne Einfluß auf dessen Torsionsfestigkeit.*)

Dagegen hängt allerdings die Widerstandsfähigkeit gegen das Abdrehen wieder von der Größe des Querschnitts ab.

Doch nimmt, wie die relative Festigkeit, so auch die Torsionsfestigkeit eines Cylinders nicht blos in dem Verhältnisse zu, als der Querschnitt größer wird, sondern wie jene, so wächst auch die Torsionsfestigkeit mit dem Kubus (3ten Potenz) des Wellenhalbmessers oder Durchmessers. Denn wie bei dem Widerstande gegen das Abbrechen, so sind auch hier bei einem 2fachen, 3fachen 2c. Querschnitte 2mal, 3mal 2c. mehr Fasern zu zerdrehen. Die einzelnen Fasern leisten aber in so ferne wieder einen verschiedenen Widerstand gegen das Zerdrehen, als ihre Entfernung von der Wellen- oder Drehachse eine andere ist. Für jede Faser ist also ein anderes Widerstandsmoment, d. h. ein anderes statisches Moment gegen die Verdrehung vorhanden. Die Entfernung oder der Abstand der innersten Faser von der Drehachse ist aber $= 0$, während solche für die äußersten Fasern $= r$ ist. Für sämmtliche Fasern kann darum die mittlere Entfernung $\frac{r}{2}$ als gemeinschaftlicher Abstand gesetzt und folglich ein gemeinsames statisches Moment aller Faserwiderstände angenommen werden.

Nennt man nun wieder den Widerstand einer Faser, deren Querschnitt 1 □Centimeter (1 □Zoll) ist, $= K$, so ist der Widerstand für den ganzen Querschnitt

$$= \pi \, . \, r^2 \, . \, K,$$

und folglich das statische Moment dieses Widerstandes gegen das Zerdrehen oder die Torsionsfestigkeit eines Cylinders

---

*) Eine längere Welle ist zwar leichter zu zerdrehen; dieselbe kann aber im Verhältniß ihrer Länge eine größere Drehung, d. h. eine größere Verrückung AC der Fasern aushalten, ehe der Bruch erfolgt.

$$\pi \cdot r^2 \cdot K \cdot \frac{r}{2} = \frac{\pi \cdot r^3}{2} \cdot K;$$

oder wenn man die Wellendicke d statt des Halbmessers r setzt,

$$= \frac{\pi \cdot d^3}{16} \cdot K.$$

Fig. 160.

Wirkt die Kraft P, welche, wie es immer der Fall ist, die Welle DE, Fig. 160, um ihre Achse C dreht, in einer Entfernung $AC = a$ von der Drehachse, so ist ihr Bestreben, eine Zerdrehung hervorzubringen — oder ihr statisches Moment — nach §. 45 $= Pa$.

Für den Zustand des Gleichgewichts muß natürlich das Drehungsmoment $P \cdot a$ wieder dem obigen Widerstandsmoment gleich, also

$$Pa = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \cdot K$$

sein, woraus sich ergibt:

$$P = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot K}{16 \cdot a}; \text{ und } d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot P \cdot a}{\pi \cdot K}}.$$

Nach gemachten Versuchen ist, wenn a und d in Centimetern ausgedrückt werden, der Modul K:

Für Eichenholz	. . 280	Kg.
„ Buchenholz	. . 320	„
„ Eschenholz	. . 480	„
„ Schmiedeisen .	. 4500	„
„ Gußeisen . .	. 3000	„

Hienach erhält man für runde Wellen, wenn man in dem Ausdruck $\sqrt[3]{\frac{16 \cdot P \cdot a}{\pi \cdot K}} = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \cdot K}} \cdot \sqrt[3]{P \cdot a}$ für K substituirt, dabei nach Redtenbacher für Schmiedeisen eine wenigst 20fache und für Gußeisen 33fache Sicherheit annimmt und dann die Wurzel $\sqrt[3]{\frac{16}{\pi \cdot K}}$ auszieht:

für Wellen aus Schmiedeisen $d = 0{,}29 \sqrt[3]{Pa}$; (1)

„ „ „ Gußeisen $d = 0{,}385 \sqrt[3]{Pa}$.

Nach Buchanan, Redtenbacher u. A. soll bei Bestimmung des Wellendurchmessers auch die Umdrehungsgeschwindigkeit der Welle, somit auch die Größe der von dieser übertragenen Arbeit berücksichtigt werden.

Mit dieser Berücksichtigung soll, wenn N den Effekt d. h. die sekundliche Arbeit in Pferdekräften zu 75 kgm und n die Umdrehungs-

zahl per Minute bezeichnet, der in Centimetern ausgedrückte Wellendurchmesser

$$\text{für Schmiedeisen } d = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ (II)}$$

$$\text{und für Gußeisen } d = 16 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \text{ betragen.}$$

Wellen aus Eichenholz sollen etwa $2^1/_4$ mal dicker als gußeiserne gemacht werden.

Nach Thurston's neuesten Versuchen hängt die Widerstandsfähigkeit gegen Zerdrehen ab von der Schnelligkeit, mit welcher dasselbe erfolgt und zwar zeigt Eisen eine Abnahme der Widerstandsfähigkeit bei rascherer Verdrehung, Zinn dagegen eine Vermehrung.

Aufgaben.

1te Aufgabe. Wie dick muß eine schmiedeiserne Radwelle gemacht werden, wenn im Zahnkranze eines auf derselben sitzenden Zahnrades von 2 m Durchmesser eine Kraft von 1200 kg wirksam ist?

Auflösung. Es ist für Schmiedeisen $d = 0{,}29 \sqrt[3]{Pa}$; folglich, da $a = 1$ m $= 100$ cm ist,

$$d = 0{,}29 \sqrt[3]{1200 \,.\, 100} = 0{,}29 \,.\, 49{,}3 = 14{,}297 \text{ cm.}$$

Macht die Welle per Minute 50 Umgänge, so ist die Umfangsgeschwindigkeit des Rades $= \frac{D \,.\, \pi \,.\, 50}{60} = \frac{2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 5}{6} = 5{,}233$ m; folglich ist die vom Rad übertragene Arbeit $= 1200 \,.\, 5{,}233 = 6280$ kgm $= 84$ Pferdekräfte; und somit nach Formel II der Wellendurchmesser $d = 12 \sqrt[3]{\frac{84}{50}} = 14{,}28$ cm.

2te Aufgabe. Welche Kraft kann eine gußeiserne Welle von 18 cm Dicke aushalten, wenn jene, an einer Scheibe oder einem Schnurgerinne von 90 cm Durchmesser wirksam, die Welle in Drehung versetzen will?

Auflösung. Aus dem Ausdruck $d = 0{,}385 \sqrt[3]{Pa}$ findet man, da $d = 18$ und $a = 45$ cm ist,

$$P = \frac{d^3}{0{,}385^3 \,.\, a} = \frac{18^3}{0{,}385^3 \,.\, 45} = 2271 \text{ kg.}$$

5. Von der Schubfestigkeit oder dem Widerstande gegen das Abschieben oder Abscheren.

§. 110.

Wenn Körper, wie z. B. Blechtafeln, Eisenplatten 2c. durch Nieten und Bolzen verbunden sind, und es wird durch eine Kraft die eine Platte über der andern zu verschieben, die Niete 2c. also zu brechen versucht, so heißt man den Widerstand, den diese bieten muß, die Schub- oder Abscherungsfestigkeit. Es werden hiebei nämlich,

wenn wirklich ein Bruch der Niete eintritt, die Theile derselben dem Querschnitte nach übereinander geschoben, oder auch es findet ein förmliches Abscheren statt.

Der gleiche Widerstand ist auch beim Lochen der Bleche zu überwinden.

Nach Erfahrung wächst die Schubfestigkeit einfach, wie die absolute Festigkeit, mit dem Querschnitte des Körpers oder mit der Größe der Trennungsfläche.

Ist also F diese Fläche und K der Festigkeitsmodul, so ist die Größe der, ein Abschieben bewirkenden Kraft P oder die Festigkeit

$$P = F \cdot K.$$

Gewöhnlich wird als Festigkeitsmodul gegen das Abscheren der Modul für die Festigkeit gegen das Zerreißen in Rechnung genommen und der Sicherheit wegen bei Metallen aber nur $1/6$, bei Holz $1/10$ und bei Steinen $1/20$ gesetzt. Nach andern Versuchen soll für das Abscheren der Nieten nur $3/4$ der absoluten Festigkeit angenommen werden.

Versuche haben übrigens die folgenden Module für die Abscherungsfestigkeit ergeben:

für Gußeisen	$K =$	2270 kg
„ Schmiedeisen . . .	$K =$	3500 „
„ feinen Gußstahl . . .	$K =$	6500 „
„ Laubholz	$K =$	48 „
„ Nadelholz	$K =$	161 „

Nach Fairbaire's Versuchen ist der Widerstand schmiedeiserner Platten gegen das Durchlochen dem Produkte aus dem Durchmesser d des Durchschlags und der Dicke der Platten oder der Durchdringungstiefe t proportional, was mit Obigem übereinstimmt. Derselbe setzt diesen Widerstand

$$P = d \cdot t \cdot K.$$

Sind die Maße in englischen Zollen und P in Tonnen à 1000 kg ausgedrückt, so ist $K = 57$.

Für Centimeter und Kg ist $K = 8850$.

Aufgaben.

1te Aufgabe. Welchen Druck kann eine eiserne Niete von 4 cm Dicke aushalten?

Antwort. Es ist $P = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{K}{6}$;

$$\text{d. i. } P = \frac{3{,}14 \cdot 16 \cdot 3000}{4 \cdot 6} = 6280 \text{ kg},$$

wenn für den Modul K der geringste Werth von 3000 kg angenommen wird.

2te Aufgabe. Welche Kraft ist im obigen Fall zum Durchstoßen des Loches für die Niete erforderlich, wenn die Blechdicke $1^1/_2$ Centimeter beträgt?

Antwort. Die Trennungsfläche, welche einen Cylindermantel bildet, ist $= \pi \cdot d \cdot s$, wenn s die Blechstärke bezeichnet; folglich

$$\text{Kraft } P = \pi \cdot d \cdot s \cdot \frac{K}{6} = \frac{3{,}14 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3000}{2 \cdot 6} = 9420 \text{ kg}.$$

Bemerkungen über die in der Technik vorzugsweise verwendeten Materialien.

Es dürfte keine ungeeignete Beigabe genannt werden, wenn, als Anhang zum Abschnitt über die Festigkeit der Körper, das Wesentlichste über die Eigenschaften und über die Anwendung der technisch wichtigsten Materialien hier in Kürze angeführt wird. Der Verfasser folgt dabei den „Rudiments of Civil Engineering by Henry Law", indem er diesem Werke einen Theil der betreffenden Notizen entlehnte.

Die Materialien, von denen die Rede sein soll, sind: Metalle, Hölzer, natürliche und künstliche Steine und Cemente.

1. Eigenschaften und Verwendung der Metalle.

Von den Metallen ist Guß- oder Roheisen das in constructiver Hinsicht bei weitem am meisten angewendete. Man unterscheidet vorzugsweise zwei Gattungen, nämlich weißes Gußeisen und graues Gußeisen. Jenes hat einen weißen, strahligkrystallinischen Bruch und ist hart und spröde. Dieses zeigt im Bruch eine graue Farbe, körnige Textur und Metallglanz, und ist viel weicher und zäher, als das weiße Gußeisen. Zwischen beiden Arten bilden eine große Zahl Mittelgattungen gleichsam unmerkliche Abstufungen.

Das beste Mittel, sich von der Qualität des Gußeisens zu überzeugen, ist ein Schlag mit einem Hammer auf eine Ecke oder auf das Ende eines Gußstückes. Beim weißen, spröden Gußeisen wird ein Bruch in kleine Pärtikelchen erfolgen; ist das Eisen aber von der zweiten Sorte, so entsteht bloß ein Eindruck oder eine Vertiefung.

In der Praxis verwendet man in der Regel nie ganz graues oder weißes Roheisen; letzteres allenfalls nur, wo große Härte verlangt wird und Sprödigkeit nicht schadet. Soll das Eisen aber bei gehöriger Festigkeit auch Zähigkeit besitzen, so nimmt man ein lichtgraues Eisen von kleinem und gleichförmigem Korne.

Das Gußeisen wird hauptsächlich verwendet zu Säulen, da es für solche, wegen seiner großen rückwirkenden Festigkeit, vorzugsweise geeignet ist. Es wird auch fast ausschließlich verwendet als Tragbalken, obgleich in jüngster Zeit Schmiedeisen namentlich zu Bindebalken empfohlen und in einigen Fällen mit Erfolg verwendet wurde.

Schmiedeisen indessen wird vorzüglich angewendet zu Bolzen, Schrauben und Nägeln, vermittelst welcher Gußeisen und Hölzer ꝛc. vereinigt werden; sodann zu Bändern, Gestängen ꝛc., d. i. überhaupt dort, wo das Material einem Zug ausgesetzt ist. Eine sehr wichtige Anwendung hat das Schmiedeisen noch gefunden zu Ketten und Drahtseilen für Hängebrücken, sowie zu Gitter- und Eisenblechbrücken.

Gutes Schmiedeisen hat einen körnigen, hakigen Bruch, lichtgrau mit starkem Glanze, während verbranntes und brüchiges Eisen ein blättriges, krystallinisches Gefüge zeigt und meist dunkler gefärbt ist. — Eigenthümlich ist die Erscheinung, daß Schmiedeisen von körnigem Bruch durch Erschütterungen ꝛc. allmälig eine blättrige krystallinische Textur erhält und dann an seiner Festigkeit bedeutend verliert, wie man bei Locomotivachsen ꝛc. wiederholt beobachtet hat.

Stahl wird zu Constructionen weniger angewendet; dagegen aber hauptsächlich zur Verfertigung von Werkzeugen, oder zu Gegenständen, die eine besonders große Härte besitzen sollen. Indessen wird in neuester Zeit namentlich Gußstahl, den man nun bei uns in vorzüglicher Güte darzustellen versteht (Krupp in Essen ꝛc.), viel verwendet, so z. B. zu Locomotivachsen, zu Kanonen, zu Blechen für Dampfkessel u. s. w.

Messing und Geschützmetall, überhaupt Bronzen werden im Maschinenwesen für solche Theile verwendet, welche einer bedeutenden Reibung und Abnutzung ausgesetzt sind, z. B. Zapfenlager. Dabei ist einer der Theile gewöhnlich von einem dieser Metallgemische, der andere aber von Guß- oder Schmiedeisen.

Kupfer, Blei und Zink werden hauptsächlich zu Dachbedeckungen verwendet

2. Eigenschaften der Bauhölzer.

Von den verschiedenen Arten der Hölzer gehören Eiche, Kastanienbaum (wenn einem freien Luftzutritt ausgesetzt), Ceder, Lärche und Mahagony (wenn trocken erhalten) zu den dauerhaftesten.

Buche, Erle und Ulme sind sehr dauerhaft, wenn solche fortwährend in Berührung mit Wasser sind oder sich in feuchtem Grunde befinden. Diese Hölzer sind darum vorzugsweise geeignet zu Pfosten ꝛc. für Fundamente und Roste. Wenn indessen dem Wetter ausgesetzt, d. h. abwechselnd im Feuchten und Trockenen, so tritt bei denselben bald die Fäulniß ein; so auch bei der Esche und bei Mahagony.

Buche und Erle sind der Zerstörung durch den Wurm sehr ausgesetzt. — Eiche und Lärche widerstehen, wenn der Witterung ausgesetzt, der Fäulniß am meisten; aber beide sind geneigt, zu reißen und sich zu werfen; insbesondere Eichenholz. — Mahagony ist dem Reißen und Werfen weniger ausgesetzt, als irgend ein anderes Holz. — Ulme und Lärche ertragen das Eintreiben von Nägeln und Bolzen am besten, indem sie weniger geneigt sind zu springen, als anderes Holz.

Rothtannenholz wird seines reichen Harzgehalts wegen zu verschiedenen Zwecken besonders gesucht und bildet mit der Weißtanne, Föhre und Lärche das am meisten verwendete Bauholz.

Hinsichtlich der Güte des Bauholzes von einer und derselben Art ist zu bemerken, daß dasjenige das dauerhafteste ist, welches die meiste Kohle liefert, also das dichteste Gefüge hat. Solches erhält man von Bäumen, die in trockenen, offenen Lagen wachsen.

Das beste Mittel übrigens, um Holz lange zu erhalten und vor Verwesung zu schützen, ist, dasselbe einem freien Luftzuge auszusetzen und dabei aber vor dem Einflusse der Witterung zu schützen; oder aber wenn es von der Luft ganz abgesperrt z. B. vollständig in fließendes Wasser eingetaucht oder durch dicke Mauern eingeschlossen wird.

Es gibt zwei verschiedene Arten der Verwesung, welchen das Holz ausgesetzt ist, die nasse Fäulniß und die trockene Fäulniß (Vermoderung). Beide entstehen aus derselben Ursache, nämlich aus der Gährung (Fäulniß) des Zellengewebes d. i. des stickstoffhaltigen, eiweißartigen Bestandtheils des Holzes,*) und zwar erfolgt die erste Art der Fäulniß bei abwechselndem Versetzen ins Feuchte und Trockene, die zweite aber bei dem Mangel einer freien Circulation der Luft um das Holz. Beide Arten der Zerstörung entspringen aus dem Vorhandensein des Saftes. Es ist darum von großer Wichtigkeit, die Menge desselben so sehr als möglich zu vermindern, zu welchem Zwecke die Bauhölzer nur in denjenigen Jahreszeiten gefällt werden sollten, in welchen sie die geringste Menge Saft enthalten; dies ist in den Wintermonaten Dezember, Januar und Februar. Nach gemachten, im „Gewerbeblatt für Hessen" veröffentlichten Versuchen mit Balken, Pfählen, in der Erde vergrabenen Blöcken, Dielungen für Stallungen, Radfelgen ꝛc. hat das im Dezember gefällte Holz weitaus die größte Dauerhaftigkeit. Sodann ist nothwendig, daß, nachdem das Holz gefällt ist, dasselbe alsbald von allem Saft befreit, d. h. getrocknet wird. Dies geschieht entweder dadurch, daß man einfach die Stämme, wenn solche von der Rinde befreit sind, der Luft aussetzt und dabei Sorge trägt, sie vor dem Wetter zu schützen, wobei dann eine allmälige Verdunstung aller Feuchtigkeit erfolgt. Doch ist eine zu rasche Austrocknung zu verhüten, da leicht ein Reißen ꝛc. eintreten kann. Darum wird die Rinde oft nur theilweise, in schraubenförmigen Linien, abgeschält und auch die Stirnfläche der

---

*) Das Holz hat zwei Hauptbestandtheile: Die Holzfaser und das Zellengewebe. Erstere ist fast unveränderlich; letzteres aber geht bei den vorhandenen Bedingungen in Gährung über, wobei sich Kohlensäure entwickelt und eine allmälige Zersetzung eintritt.



Stämme mit Firniß, Lehm ꝛc. bestrichen oder mit Papier verklebt. Auch ist nach gemachten Beobachtungen gut, Rinde und Aeste nach dem Fällen noch einige Zeit an dem Stamme zu lassen, weil dabei der Lebensprozeß noch vor sich geht und die Säfte von den Aesten theilweise aufgesaugt, also dem Stamm entzogen werden.

Eine andere Art der raschen Austrocknung besteht darin, daß man die Hölzer einige Zeit in einen Strom reinen fließenden Wassers eintaucht, wo alsdann der Saft aufgelöst und extrahirt wird, und hierauf das Holz allmälig trocknet. Besser aber, da das genannte Verfahren ziemlich viel Zeit erfordert, ist das Auslaugen durch heißes Wasser oder Dämpfe in abgeschlossenen Räumen.

Man hält Bauhölzer für hinreichend ausgetrocknet, wenn solche um 1/5 ihres Gewichts leichter geworden sind.

Um Hölzer sowohl vor Fäulniß, als vor den Angriffen des Wurms zu schützen, wurden schon verschiedene Verfahren vorgeschlagen und versucht. Des einfachen Verkohlens der Pfähle, Telegraphenstangen ꝛc., nach welcher aber immer noch eine Tränkung mit Theer erfolgen soll und wodurch der Fäulniß wenigstens auf einige Zeit begegnet wird, sei nur vorübergehend gedacht. Die weitern, eigentlich hier zu erwähnenden Behandlungsarten des Holzes sind solche, bei welchen die Hölzer mit einer Lösung getränkt werden, welche entweder an sich der Fäulniß widersteht, oder aber die Bestandtheile des Saftes chemisch so verändert, daß diese einer Zersetzung nicht mehr unterworfen sind; es ist dies das sog. Imprägniren der Hölzer, wie dies hauptsächlich beim Eisenbahnbau vorkommt.

Das Kyan'sche Verfahren (Kyanisiren) besteht darin, daß man die Hölzer, nach ihrer Größe, 7—14 Tage in einer Lösung von ätzendem Quecksilbersublimat (Quecksilberchlorid) eingetaucht erhält.

Nach Payne's Verfahren (Paynisiren) werden die Hölzer in einen abgeschlossenen eisernen Kessel verbracht, in welchem vermittelst einer Luftpumpe ein luftleerer Raum hergestellt wird. Eine Lösung von Eisenvitriol wird dann in den Kessel zugelassen, welche augenblicklich in die luftleeren Poren des Holzes ein- und folglich die ganze Substanz durchdringt. Die noch vorhandene Eisenvitriollösung wird dann entfernt und eine Auflösung von salzsaurem Kalk (Chlorcalcium) eingebracht, welche in die Substanz des Holzes ebenso eindringt, wie die vorige Lösung. Die zwei Salze wirken dann in der Weise aufeinander, daß in der Holzsubstanz zwei neue Verbindungen — salzsaures Eisen und schwefelsaurer Kalk (Gyps) — entstehen.

Eine der wichtigsten Eigenschaften des so behandelten Holzes besteht darin, daß es vollkommen unverbrennlich ist, wenn es auch der Flamme oder einer bedeutenden Hitze ausgesetzt ist. Es raucht bloß und gibt keine Flamme.

Andere Verfahren bei Imprägnirung der Hölzer sind noch das Kochen in Kupfervitriollösung, hauptsächlich aber in einer Chlorzinklösung. Sodann auch das Tränken des Holzes mit kreosothaltigem Steinkohlentheeröl auch Steinkohlentheer von den Gasfabriken oder mit einer Lösung von holzessigsaurem Eisen. — In neuester Zeit wendet man auch das sog. Wasserglas zum Imprägniren des Holzes an, und es soll dadurch dieses gegen die Einflüsse der Atmosphäre gesichert, auch vollkommen unverbrennlich werden. Jedoch ist zu berücksichtigen, daß dadurch, wie bei allen Anstrichen und Firnissen, nur die Einflüsse von außen abgehalten werden, dabei aber, wenn eine vollständige Austrocknung nicht stattgefunden, die Fäulniß von innen heraus vor sich gehen kann.

Herr Forstrath Zimmer bringt folgende einfache und wohlfeile Art des Imprägnirens von Kiefern-Bauholz mit Erfolg zur Anwendung: Es wird der noch stehende Stamm am Boden mit der Axt bis auf den Kern ringsum durchgehauen und dann mit Lehm um den Saum eine Art Schüssel geformt. In diese schüsselförmige, den Stamm umschließende Rinne kommt dann eine Alaunlösung so, daß der durchhauene Splint eintaucht. Die Lösung, die mehrmals erneuert wird, wird dann vom Stamme aufgesaugt, d. h. dieselbe steigt vermöge der Haarröhrchen-Anziehung wie der Saft in die Höhe. — Als geeignetste Zeit hiezu erwies sich

der Monat Mai. Nach dem Fällen läßt man die Stämme noch einige Tage mit den Aesten liegen.

Neuere patentirte Verfahren sind:

Das zu behandelnde Holz (Eisenbahnschwellen ꝛc.) wird, nachdem der Behälter, in welchem es sich befindet, wiederholt luftleer gemacht wurde, bei Oeffnen eines Hahns mit einem aus Kreide und Wasser bereiteten Brei getränkt, wobei sich die Poren des Holzes mit fein geschlemmter Kreide anfüllen. (Brown's Patent.)

Nach Blythe's Patent unterwirft man frisches Holz der Wirkung von Wasser- und Kohlenwasserstoffdämpfen in geschlossenen Cylindern unter einem Druck von mehreren Atmosphären. Frisch gefällte Baumstämme sollen so in zwei Tagen in vortreffliches Bau- und Tischlerholz übergeführt werden können. (Polyt. Journal 215. Band.)

3. Eigenschaften der natürlichen Steine.

Außer den oben aufgeführten verschiedenen Festigkeitswerthen der im Hoch- und Niederbau verwendeten natürlichen Steine ist hauptsächlich noch die größere oder geringere Widerstandsfähigkeit der verschiedenen Steinarten gegen die Einflüsse der Witterung, namentlich des Frostes, zu berücksichtigen. Diese Widerstandsfähigkeit kann aber aus der geringern oder größern Fähigkeit, Feuchtigkeit aus der Atmosphäre zu absorbiren, ermessen werden.

Nach einem eigenthümlichen Verfahren (von Brard) sind für die Größe dieser Witterungseinflüsse auf die verschiedenen (in England) verwendeten Steine folgende Zahlen aufgefunden worden, welche die Menge des von einem Steine, diesen als 1 angenommen, absorbirten Wassers angeben:

Sandstein	absorbirt	0,097	Theile Wasser,
Kalkstein	„	0,114	„ „
Magnesia-Kalkstein	„	0,148	„ „
Oolith	„	0,155	„ „ *).

Die bei uns am meisten verwendeten Bausteine sind Sandsteine und Kalksteine. Die erstern sind um so besser, je weniger thoniges Bindemittel sie enthalten. Der beste Kalkstein ist der von feinem Korn; auch dieser wird durch einen Gehalt an Thonerde verdorben, namentlich wenn solche den Stein in Adern durchzieht.

Als vorzüglich zum Gewölbebau geeignet zeigt sich der Tuffstein oder Kalktuff.

4. Eigenschaften der künstlichen Steine, der Mörtel und Cemente.

Backsteine sind künstliche Steine, mit Hülfe erforderlicher Formen gebildet aus gehörig vorbereiteter, gutgekneteter und mit Sand vermengter Thonerde, und dann wohl gebrannt in besonders dazu eingerichteten Oefen.

Die Qualität der Backsteine ist sehr verschieden, gemäß der dazu verwendeten Erde, der bei der Anfertigung angewandten größern oder geringern Sorgfalt und namentlich je nachdem solche mehr oder weniger vollständig gebrannt sind. Besondere Sorgfalt soll man in der Auswahl der Backsteine treffen, wenn solche dem Wetter oder auch der Einwirkung des Wassers überhaupt ausgesetzt sind; für solchen Fall sollen nur ganz hart gebrannte Steine verwendet werden.

Alle Arten von Mörtel und Cementen bestehen aus Kalk, verbunden mit gewissen andern Substanzen, als: Sand, Mergel ꝛc., und es ist die Qualität des Mörtels abhängig von den in der Wahl dieser Substanzen eingehaltenen Verhältnissen, sowie auch von der bei der Bereitung beobachteten Geschicklichkeit. Der

---

*) Nach 50 Mal wiederholten Versuchen mit Marmor in einer Kältemischung erlitt, nach Mittheilungen in Dinglers polyt. Journal, derselbe in je 24 Stunden eine Abblätterung von etwa 1/10000 Zoll. Nimmt man im Jahr ein 50maliges Gefrieren an, so würde also Marmor in 1000 Jahren 1 Zoll (3 cm) tief abblättern oder zerbröckeln.

Kalk wird aus dem gewöhnlichen Kalkstein, d. i. kohlensaurer Kalkerde erhalten, indem man in sog. Kalkbrennöfen bei Anwendung einer bedeutenden Temperatur die Kohlensäure als Gas austreibt. Der Prozeß des Kalkbrennens muß mit großer Sorgfalt geführt werden, indem sämmtliche Kohlensäure ausgetrieben werden muß, der Kalkstein aber auch durch zu große Hitze nicht todt gebrannt werden und ins Schmelzen gerathen darf. Der gebrannte Kalk soll nicht zu lange frei mit der Luft in Berührung stehen, weil derselbe sonst wieder Kohlensäure und Wasser aus der Luft aufnimmt und nach und nach wieder zu kohlensaurem Kalk, d. i. zu dem wird, was er vor dem Brennen war.

Der gebrannte Kalk wird vor der Verwendung gelöscht, d. i. mit Wasser übergossen, welches von der Kalkmasse rasch aufgenommen wird. Der Kalk zerfällt dabei, wenn kein überschüssiges Wasser angewendet wird, unter einer bedeutenden Wärme- und Dampfentwickelung in ganz feines Pulver, welches eine chemische Verbindung des Wassers mit der Kalkerde ist und mit dem Namen Kalkhydrat bezeichnet wird. Auch der gelöschte Kalk soll der Luft nicht zu lange ausgesetzt bleiben, da sich derselbe sonst ebenfalls wieder in kohlensauren Kalk verwandelt.

Das auf die genannte Weise erhaltene Kalkhydrat oder der gelöschte Kalk ist in seinen Eigenschaften sehr verschieden, und zwar gemäß der Zusammensetzung des Kalksteins, woraus es dargestellt wurde. Der reine Kalkstein gibt sog. fetten Kalk, welcher sich mit großer Leichtigkeit auflöst, bei großer Wärmeentwickelung sehr viel Wasser absorbirt und in Folge dessen an Gewicht bedeutend zunimmt. Wird derselbe mit Wasser zu einem Teige angerührt und mit jenem noch übergossen, so bleibt er Jahre lang in weichem Zustande, während er sich in fließendem Wasser gänzlich auflöst.

Diejenigen Kalksteine aber, welche eine große Quantität Kiesel- und Thonerde enthalten, geben magern oder sog. hydraulischen Kalk, welcher seinen Namen von der Eigenschaft, im Wasser sich zu erhärten, erhalten hat. Dieser Kalk löst sich nicht so leicht, wie der fette Kalk, erfordert weniger Wasser und erleidet darum keine so große Gewichtszunahme. Seine hervorragende Eigenschaft ist, daß, zu einem Teige gemacht und eingetaucht in Wasser, derselbe gleich gerinnt und in wenigen Tagen gänzlich fest wird und in Jahresfrist oder noch weniger einen solchen Grad von Härte erreicht, daß er unter einem Schlag absplittert und in Wasser vollständig unauflöslich ist.

Zwischen den beschriebenen zwei Kalkgattungen gibt es natürlich manche Varietäten, welche nach ihrer Zusammensetzung bald in ihren Eigenschaften der einen oder andern Art sich nähern.

Die hydraulischen Eigenschaften der letzten Art Kalk scheinen von der Anwesenheit einer gewissen Menge Thons herzurühren, und man hat gefunden, daß man bei Vermischung des fetten Kalks mit einer bestimmten Quantität Thons, wenn dieselben zusammen gebrannt werden, eine Art künstlichen hydraulischen Kalks oder Cements erhält, welcher die nämlichen Eigenschaften wie der obige natürliche hydraulische Kalk hat. Manche der so gemachten Versuche hatten den besten Erfolg.

Der Mörtel wird bereitet, indem man den gelöschten Kalk mit Wasser zu einem Brei anrührt und demselben die bestimmte Menge Sand, feinen Kies, wohl auch Puzzuollane oder Traß*) zusetzt, welche Menge je von der Eigenschaft des Kalks oder auch von der Anwendung des Mörtels abhängig ist.

Römischer oder auch Parkers Cement ist eine Art hydraulischen Kalks, dargestellt durch Brennen gewisser Steine, sog. Septarien (boulders of septeria), die man hauptsächlich an der englischen und französischen Meeresküste findet. Sind diese Steine gebrannt, so werden solche in Mühlen zu einem feinen Pulver gemahlen und letzteres dann als Cement verwendet. Dieser hat die unschätzbare Eigenschaft,

*) Puzzuollane ist eine weiche, poröse, vulkanische Erde, gefunden bei Puzzuolli, in der Nähe von Neapel. Dieselbe ist vorzugsweise aus Kiesel- und Thonerde zusammengesetzt. Ebenso der Traß, der ebenfalls vulkanischen Ursprungs ist und bei Andernach am Rhein gefunden wird.

unter dem Wasser in wenigen Minuten fest zu werden und wird hauptsächlich und ganz für sich, d. h. ohne Beimischung von Sand, angewendet, wenn rasche Erhärtung nothwendig ist.

Concret (Steinmörtel, Gußmörtel, Gußstein) nennt man in England eine Art Mörtel, der aus Kalk mit dem 4= bis 8fachen Gewicht Sand, Kies oder zerschlagenen Steinen ꝛc., deren Verhältniß von der Bestimmung des Mörtels abhängt, zusammengesetzt ist. Er sollte immer von einer beträchtlichen Höhe geworfen und heiß verwendet werden, da hierdurch seine Festigkeit namhaft vergrößert wird. Dieser Mörtel wird hauptsächlich verwendet, um bei schlechtem Baugrund einen festen Boden herzustellen.

Beton nennt man überhaupt eine Mischung von hydraulischem Mörtel mit Bruchstücken von Backsteinen oder auch andern Steinen und Gerölle, welche letztere Bestandtheile man zusetzt, um ein wohlfeileres Material zu erhalten, als hydraulischer Mörtel für sich allein wäre.

VIII. Abschnitt.

Von den mechanischen Potenzen oder Elementarmaschinen.

§. 111.

Wie man aus Erfahrung weiß, und wie sich schon oben in den §§. 26, 45 und 46 ergab, kann unter Umständen durch eine geringe Kraft eine weit größere Kraft im Gleichgewicht erhalten, oder irgend eine bedeutende Last fortbewegt werden. Um dies zu bewerkstelligen, sind aber geeignete Vorrichtungen nöthig, vermittelst und an welchen die Kräfte — oder Kraft und Last (§. 17) — einander entgegen wirken. Man nennt diese Vorrichtungen Maschinen, und ihr Zweck ist sowohl der eben genannte, nämlich größere Kräfte oder Lasten im Gleichgewicht zu erhalten oder diese zu heben, als oft auch der, irgend eine gewünschte Bewegung eines Mechanismus hervorzubringen.

So zusammengesetzt diese Maschinen aber auch sein mögen, so sind sie doch nichts anderes, als mannigfaltige Verbindungen von wenigen einfachen oder s. g. Elementarmaschinen, welche man gewöhnlich mechanische Potenzen, auch mechanische Elemente nennt.

Damit man nun in den Stand gesetzt werde, die Leistung irgend einer zusammengesetzten Maschine, nämlich das Verhältniß der bewegenden Kraft zu der bewegten Last, berechnen zu können, ist nöthig, daß man vorerst lerne, die Wirkung jedes einzelnen dieser Maschinenelemente zu bestimmen.

Diese einfachen Maschinen oder mechanischen Potenzen sind:
1) der Hebel,
2) das Wellrad,
3) die Rolle,
4) die schiefe Ebene,
5) der Keil, und
6) die Schraube.

Strenge genommen, sind nur der Hebel und die schiefe Ebene eigentliche Maschinenelemente. Denn die Eigenschaften des Wellrades und der Rolle ergeben sich ganz aus den für den Hebel gültigen mechanischen Gesetzen, da diese Maschinen nur eigenthümliche Formen des Hebels sind. Ebenso lassen sich der Keil und die Schraube ganz auf die schiefe Ebene zurückführen.

§. 112.

Wie natürlich, kann eine Maschine an und für sich allein keine Wirkung hervorbringen, sondern sie empfängt und vermittelt nur eine zweckdienliche Uebertragung derjenigen Arbeitsgrößen, welche von den auf die Maschine einwirkenden Kräften ausgeübt werden.

Um nun eine klare und richtige Vorstellung von den oft angestaunten Wirkungen einer Maschine zu bekommen, halte man immer als Fundamentalsatz, der in der ganzen Mechanik gilt und schon früher und namentlich in den §§. 26, 45 und 46 angedeutet wurde, fest:

> Eine Maschine kann nur Arbeit abgeben oder übertragen, wenn sie vorher solche empfangen hat, und es kann die abgegebene Arbeit nie eine größere sein, als die empfangene, wohl aber ist dieselbe, wegen der nie ganz zu beseitigenden Bewegungshindernisse, immerhin eine geringere, als die ursprünglich aufgenommene Wirkungsgröße*).
>
> Wenn darum vermittelst eines geringen Kraftaufwandes eine große Last bewegt wird, so kann dies nur so geschehen, daß die überwältigte Last in dem Verhältniß mit einer geringern Geschwindigkeit, gegenüber der Geschwindigkeit des Kraftangriffspunktes, sich bewegt, als sie selber größer ist, als die überwältigende Kraft. — Immerhin muß, wenn s den Weg der Kraft P und s' den Weg der Last Q bezeichnet, und wenn auf die vorhandenen Bewegungswiderstände keine Rücksicht genommen wird,
>
> $$P \,.\, s = Q \,.\, s',$$

*) Die von einer Maschine empfangenen und abgegebenen Arbeitsgrößen verhalten sich wie Einnahme und Ausgabe. Ohne Einnahme gibt es keine Ausgabe und darum auch gehört die Erfindung eines eigentlichen Perpetuum mobile zu den Unmöglichkeiten.

d. h. die Arbeit der Kraft muß der durch Ueberwindung der Last Q auf dem Wege s' verrichteten Arbeit gleich sein.

Oder es verhält sich

$$P : Q = s' : s;$$

d. h. die Kräfte (Kraft und Last) stehen im umgekehrten Verhältnisse wie ihre Wege; oder man verliert — wie man zu sagen pflegt — soviel an Geschwindigkeit, als man an Kraft gewinnt.

Die gleiche Thatsache ist in den Sätzen des §. 26:

„Die Arbeit der bewegenden Kraft ist gleich der Arbeit der widerstehenden Kraft," oder

„Jede Wirkung ist ihrer Gegenwirkung gleich"

ausgedrückt.

Der Zweck der Maschinen kann darum nie eine Hervorbringung oder Vergrößerung, sondern nur eine Umwandlung der zum Betriebe aufgewendeten Arbeit in eine industrielle Leistung und zwar — wie Burg treffend sagt — eine mit „Agio" bezahlte Umwandlung sein. Hiebei ist es immer und eigentliche Aufgabe der Maschine, das ursprünglich aufgewendete Arbeitsquantum $P . s$ so umzusetzen, daß einer der Faktoren P und s einen für die zu verrichtende industrielle Arbeit gewünschten Werth annimmt. Die Vergrößerung des einen Faktors hat dabei aber immer die gleichmäßige Verringerung des andern zur Folge*).

Auf den genannten Sätzen beruht nun die nachfolgende Auseinandersetzung der bei den sechs Elementarmaschinen gültigen Gesetze. — Diese Gesetze sind überall für den Gleichgewichtszustand aufgestellt, weil man nur die nöthigen Bedingungen für das Eintreten dieses Zustandes zu kennen braucht, um durch einen geringen Mehraufwand von Kraft ꝛc. die gewünschte Bewegung zu erzeugen. Dabei ist übrigens zu bemerken, daß nicht nur bei einem eingetretenen Gleichgewichtszustand, sondern bei jeder Maschine, die in gleichförmiger Bewegung begriffen, d. h. in ihren Beharrungszustand gelangt ist, die Arbeit der bewegenden Kraft der Summe der Arbeiten aller Widerstände, d. h. der durch die Ueberwindung der letztern verbrauchten Arbeit gleich ist.

Anmerkung. Da in Wirklichkeit immer ein Theil der durch die Triebkraft verrichteten Arbeit $P . s$ durch Ueberwindung vorhandener Bewegungswiderstände aufgezehrt wird, so ist der eigentliche Nutzeffekt $Q . s'$ einer Maschine nur ein Bruchtheil der zur Bewegung aufgewendeten Arbeit, also $Q . s' = \frac{1}{m} P . s$. Je zusammengesetzter eine Maschine ist, d. h. aus je mehr einzelnen Theilen, z. B. Hebeln, Rädern ꝛc., solche besteht, desto kleiner ist der Bruch $\frac{1}{m}$, und Fälle, wo solcher ½ und noch mehr beträgt, zeugen schon von einer sehr guten Construction der Maschine.

*) Vergleiche unten §. 179 Schluß.

1. Vom Hebel.

§. 113.

Der Hebel ist ein unbiegsamer, um einen festen Punkt — Umdrehungs- oder Stützpunkt — beweglicher Körper, an welchem Kräfte wirken, welche den Körper um den Stützpunkt zu drehen suchen.

In allen Fällen läßt sich der Hebel so betrachten, als bestände er aus einer oder zwei in einer Ebene liegenden festen geraden Linien — den Hebelarmen — welche die Angriffspunkte der Kräfte mit dem Stützpunkte verbinden.

Man unterscheidet demnach geradlinige Hebel, Fig. 161, und Winkelhebel, Fig. 162, wenn nämlich diese Linien oder Hebelarme AC und BC eine Gerade AB, oder einen Winkel ACB bilden.

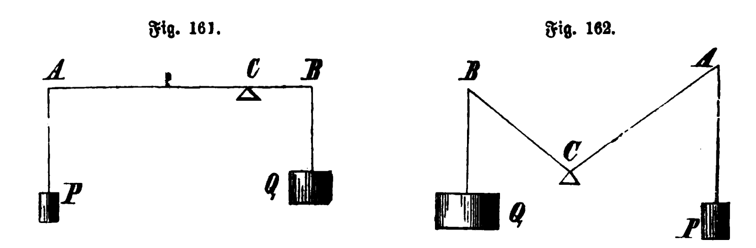


Fig. 163.

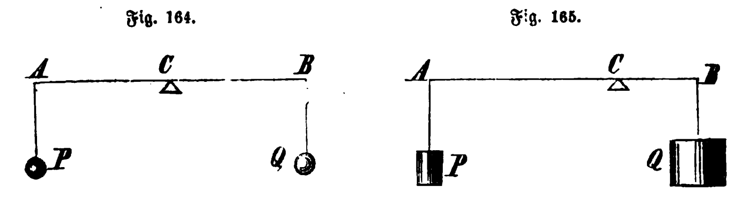
C B P A Q

Der geradlinige Hebel kann ferner entweder ein einarmiger, Fig. 163, oder ein zweiarmiger Hebel, Fig. 161, sein, je nachdem die Angriffspunkte der Kräfte auf einer oder auf verschiedenen Seiten des Stützpunktes liegen. C bedeutet überall den Stützpunkt.

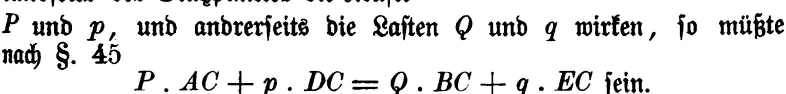
Der zweiarmige Hebel selbst wird wieder unterschieden in einen gleicharmigen und ungleicharmigen Hebel.

§. 114.

Es ist klar, daß bei einem gleicharmigen Hebel AB, Fig. 164, an welchem zwei Kräfte P und Q nach paralleler Richtung wirken, Gleichgewicht stattfindet, wenn diese Kräfte ebenfalls gleich sind.



Sind aber die Hebelarme AC und BC, Fig. 165, ungleich, so ist leicht einzusehen, daß die Kräfte P und Q — oder Kraft und Last — auch nicht gleich sein können, wenn Gleichgewicht eintreten soll.



Nimmt man auf das Gewicht des Hebels selber keine Rücksicht, so ergibt sich sogleich aus §. 42 und 45, daß für den Gleichgewichtszustand

$$P \cdot AC = Q \cdot BC$$

sein muß.

Würden aber, wie in Fig. 166, einerseits des Stützpunktes die Kräfte P und p, und andrerseits die Lasten Q und q wirken, so müßte nach §. 45

$$P \cdot AC + p \cdot DC = Q \cdot BC + q \cdot EC \text{ sein.}$$

Fig. 167.

Wären aber die Richtungslinien der Kräfte P und Q, Fig. 167, nicht parallel, so würde doch Gleichgewicht eintreten, wenn nach §. 45

$$P \cdot DC = Q \cdot FC$$

wäre, wobei DC und FC die eigentlichen oder rechtwinkeligen Entfernungen der Richtungslinien der Kräfte vom Stützpunkt C sind.

Es gilt daher für den Hebel folgendes Gesetz:

Kräfte, die an einem Hebel wirken, sind im Gleichgewicht, wenn die Summe der Produkte aus den Kräften in die rechtwinkeligen Entfernungen ihrer Richtungslinien vom Stützpunkte an beiden Hebelarmen gegenseitig gleich sind.

Da man das Produkt einer Kraft in die Entfernung ihrer Richtungslinie vom Stütz- oder Drehpunkt auch das statische Moment oder auch Drehungsmoment der Kraft nennt (§. 45), so sagt man auch:

Kräfte sind am Hebel im Gleichgewicht, wenn ihre statischen Momente einander gleich sind.

Aus der Gleichung

$$P \cdot AC = Q \cdot BC$$

ergibt sich die Proportion

$$P : Q = BC : AC.$$

Daher gilt auch hier folgender Satz:

Zwei Kräfte, die im Gleichgewichte sind, verhalten sich zu einander umgekehrt wie ihre Entfernungen vom Stützpunkt, oder umgekehrt wie ihre Hebelarme.

Aus dem Gesagten ist nun klar, daß wenn an einem ungleicharmigen Hebel vermittelst einer geringen Kraft eine größere Last im Gleichgewicht erhalten oder gehoben werden soll, die Kraft um so kleiner zu sein braucht, je größer ihr Hebelarm ist.

Wäre z. B. eine Last von 200 Pfd., Fig. 168, im Gleichgewicht zu erhalten, und der Hebelarm der Last wäre 2 dm und der der Kraft = 16 dm, so müßte die Kraft P nur $^1/_8$ von 200 Pfd., also 25 Pfd. sein, weil sie einen 8mal größern Hebelarm hat, als die Last.

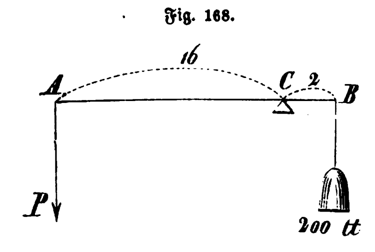


Fig. 168.

Bei irgend einer Bewegung muß aber der Kraftangriffspunkt A einen 8mal größern Weg machen, als der Angriffspunkt der Last. Man büßt also an Geschwindigkeit oder Weg gerade so viel ein, als man an Kraft gewinnt, und es ergibt sich somit die Uebereinstimmung der ausgesprochenen Regel für den Hebel mit dem im §. 112 genannten Fundamentalgesetze, daß $P \,.\, s = Q \,.\, s'$ ist, durch unmittelbare Anschauung sogleich.

§. 115.

Die in den vorangehenden §§. für den zweiarmigen Hebel entwickelten Gesetze gelten auch beim einarmigen Hebel.

Ist z. B. in Fig. 169 ein Hebel in C gestützt, und in A wirkt die Kraft P, welche die in B wirksame Last Q im Gleichgewicht halten

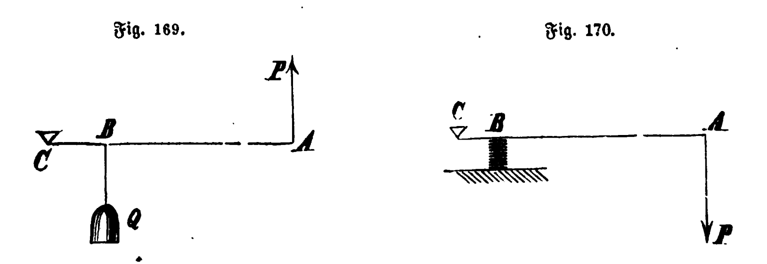


Fig. 169. Fig. 170.

soll, so tritt letzteres nur dann ein, wenn die gegenseitigen Drehungsmomente einander gleich sind, wenn also

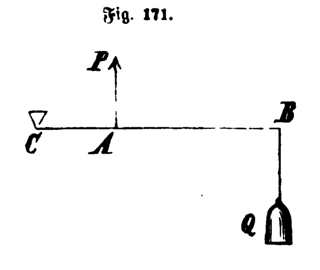
$$P \,.\, AC = Q \,.\, BC \text{ ist.}$$

Wirkt die Kraft P in A abwärts, wie in Fig. 170, so bringt solche in B einen gewissen Druck hervor, der um so größer ist, je näher B dem Drehpunkte C liegt. — Man nennt darum einen solchen Hebel einen Druckhebel. (Ein Beispiel davon ist das Messer an Strohschneidestühlen, der Nußknacker 2c.)

Ebenso, wenn die Kraft, wie in Fig. 171 an einem kürzern Hebelarm AC und die Last an dem längern Arm BC wirkt, ist Gleichgewicht, wenn

$$P \cdot AC = Q \cdot BC \text{ ist.}$$

Fig. 171.



Ein solcher Hebel wird **Wurfhebel** genannt. (Beispiele dieser Art Hebel sehen wir am **Tritt** einer **Drehbank** oder eines **Spinnrads**, und am **menschlichen Arm**.)

Nach dem Bisherigen wird beim Druckhebel an Kraft gewonnen, beim Wurfhebel aber verloren; d. h. die Kraft muß hier größer sein, als die bewegte Last, dagegen bewegt sich diese auch mit größerer Geschwindigkeit, und man wird letztere Hebelart überall da anwenden, wo kein bedeutender Widerstand zu überwinden ist, aber eine raschere Bewegung gewünscht wird, als der Angriffspunkt der Triebkraft selber macht.

Wenn Kraft und Last nicht parallel wirken, so werden, wie im vorigen §., als eigentliche Hebelarme die **Senkrechten** aus dem Stützpunkt auf die Richtungslinien der Kräfte in Rechnung gebracht.

Ganz die nämlichen Gesetze sind auch bei den **Winkelhebeln** ACB, Fig. 172 und 173, gültig. Nur hier ist wieder zu merken,

Fig. 172.

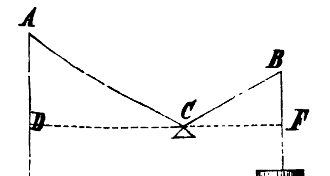
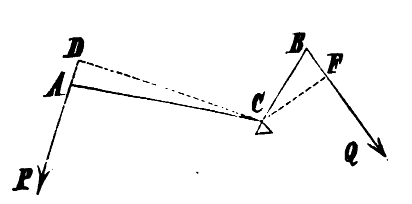


Fig. 173.



daß anstatt der wirklichen oder physischen Hebelarme AC und BC ebenfalls die Senkrechten auf die Richtungslinien der Kräfte, also CD und CF, gesetzt werden müssen; es ist also Gleichgewicht, wenn

$$P \cdot CD = Q \cdot CF \text{ ist.}$$

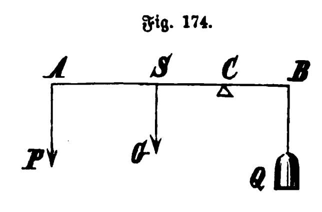
§. 116.

Auf den Eigenschaften des Hebels beruhen, außer den schon angeführten, die Wirkungen und der Gebrauch der Hebe- und Brecheisen, der Hebeladen, Zangen, Scheeren, Bohrer, Ruder, der Zuckerhack- und Strohmesser, Schiebkarren 2c., insbesondere aber die Einrichtung der Wagen, worüber das Nähere unten, Abschn. IX. folgt. — Winkelhebel bei Glockenzügen 2c.

Bei allen diesen Anwendungen des Hebels muß aber auf das Gewicht desselben Rücksicht genommen werden. Dieses kann man sich aber nach Früherem bei jedem Körper in seinem Schwerpunkte vereinigt denken.

Es ist daher ein physischer Hebel so zu betrachten, als wenn er gewichtlos wäre, und es wirke an seinem Schwerpunkte eine Kraft gleich dem Gewichte des Hebels.

Fig. 174.



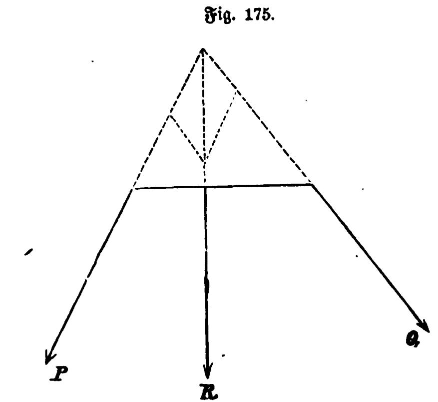
Ist z. B. in S, Fig. 174, der Schwerpunkt des Hebels AB, und das Gewicht des Hebels ist G, also das Moment desselben $= G \, . \, CS$, so muß für das Gleichgewicht nach §§. 45 und 114, weil G ebenfalls auf Seite der Kraft P wirkt,

$$P \, . \, AC + G \, . \, SC = Q \, . \, BC$$

sein.

Bei einem Hebel, wie Fig. 174, ist der Druck, welchen der Stützpunkt auszuhalten hat, die Mittlere der parallelen Kräfte P, G und Q; also $= P + G + Q$. — Würden die Kräfte entgegengesetzt wirken, wie in Fig. 169, 170 und 171, so ist dieser Druck gleich dem Unterschiede der Kräfte.

Fig. 175.



Bei nicht parallelen Kräften findet man den Druck im Stützpunkte durch Zerlegung in Parallelkräfte und Auffindung der Mittleren von diesen; oder auch durch Zusammensetzung vermittelst des Kräfteparallelogramms, s. Fig. 175, wo die Diagonale den fraglichen Druck R vorstellt.

Anmerkung. Das Gewicht eines physischen Hebels ꝛc. wird am einfachsten so berücksichtigt, daß man es auf einen festen gegebenen Punkt, z. B. auf den Angriffspunkt der Last (Aufhängepunkt eines Gewichts ꝛc.) reduzirt. Zu diesem Ende hängt man den leeren Hebel ꝛc. an dem fraglichen Punkt an eine feine Wage und untersucht, welchen Zug er in dem genannten Punkte ausübt. Der so gefundene Zug stellt dann das auf diesen Punkt reduzirte eigene Gewicht vor. Vergl. auch oben §. 46; — sodann unten vom Bremsdynamometer, Hebelventile.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. An einem ungleicharmigen Hebel AB, Fig. 176, der in C gestützt ist, wirkt in A eine Kraft $P = 18$ kg, welche Last Q kann im Punkte B im Gleichgewichte erhalten werden, wenn $AC = 37{,}5$ cm; $BC = 12$ cm, und wenn die überall gleichdicke Stange AB 3 kg schwer ist?

Auflösung. Es muß nach letztem §.

$P . AC + G . SC = Q . BC$ sein;

also, weil

$$SC = SB - BC = \frac{49{,}5}{2} - 12 = 12{,}75$$

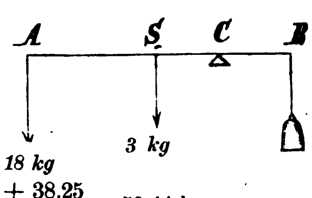
ist,

$$18 . 37{,}5 + 3 . 12{,}75 = Q . 12;$$

folglich

$$Q = \frac{18 . 37{,}5 + 3 . 12{,}75}{12} = \frac{675 + 38{,}25}{12} = 59{,}44 \text{ kg}.$$

Fig. 176.



2te Aufgabe. Vermittelst einer Brechstange ACB, Fig. 177, die in C gestützt ist, soll eine Last $Q = 425$ kg gehoben werden; wie groß muß die in A wirksame Kraft P sein, wenn $AC = 180$ cm und $BC = 27$ cm ist, die Stange ein Gewicht von 30 kg hat und die Entfernung des Schwerpunktes S vom Stützpunkte C, also $CS = 54$ cm beträgt?

Fig. 177.

Auflösung. Nach Obigem muß

$$P . 180 + 30 . 54 = 425 . 27,$$

folglich

$$P = \frac{425 . 27 - 30 . 54}{180},$$

und daher

$$P = \frac{9855}{180} = 54{,}2 \text{ kg sein.}$$

3te Aufgabe. Vermittelst einer 3 Meter langen, gleichdicken Hebelstange, die ein Gewicht von 28 kg hat, soll durch eine am Ende A, Fig. 178, wirksame Kraft $P = 25$ kg eine am anderen Ende B angehängte Last $Q = 400$ kg im Gleichgewicht erhalten werden; wo muß der Stützpunkt C angebracht werden, und wie groß ist der daselbst stattfindende Druck?

Fig. 178.

Auflösung. Da die Stange überall gleichdick ist, so ist also deren Schwerpunkt S in der Mitte. Nennt man nun die Entfernung $BC = x$, so ist

$$AC = 300 - x \text{ und } SC = 150 - x;$$

daher, weil

$$P . AC + G . SC = Q . BC,$$

$$25 . (300 - x) + 28 (150 - x) = 400 x;$$

folglich

$$7500 - 25 x + 4200 - 28 x = 400 x;$$

daher

$$11700 = 453 x,$$

somit

$$x = \frac{11700}{453} = 25{,}8 \text{ cm}.$$

Es muß somit der Stützpunkt C vom Endpunkte B eine Entfernung von 25,8 cm haben.

Der Druck im Stützpunkt ist

$$R = P + G + Q = 25 + 28 + 400 = 453 \text{ kg}.$$

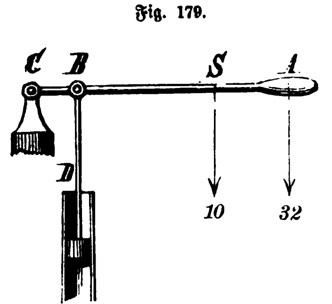


Fig. 179.

4te Aufgabe. An einem einarmigen Hebel ABC, Fig. 179, welcher in C gestützt ist, wirke in A eine Kraft $P = 32$ kg; wie groß ist der in B auf die Kolbenstange BD, also auch auf den Pumpenkolben ausgeübte Druck Q, wenn $AC = 120$ cm und $BC = 18$ cm, und wenn der Schwerpunkt S der 10 kg schweren Hebelstange 84 cm von C entfernt ist?

Auflösung. Nach Früherem ist

$$32 \,.\, 120 + 10 \,.\, 84 = 18 \,.\, Q;$$

daher

$$Q = \frac{3840 + 840}{18} = 260 \text{ kg}.$$

5te Aufgabe. An einer 150 cm langen und 8 kg schweren Stange AB, Fig. 180, wird eine in C hängende Last $Q = 120$ kg durch zwei Arbeiter fortgetragen, wovon der eine in A und der andere in B angreift; welchen Druck hat jeder der Arbeiter auszuhalten, wenn $BC = 69$ cm und die Entfernung des Schwerpunktes S von B, also $BS = 93$ cm beträgt?

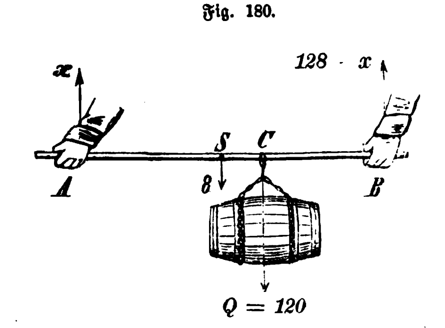


Fig. 180.

Auflösung. Nach der Lehre von den parallelen Kräften muß der Druck in A und B zusammen gleich den entgegengesetzt wirkenden Drücken $120 + 8 = 128$ kg sein.

Nennt man daher den Druck in $A = x$, so ist der Druck in $B = 128 - x$.

Nun kann man sich denken, A oder B sei der Stützpunkt des Hebels AB. Nimmt man an, B sei der Stützpunkt, dann hat man, weil $AB = 150$ cm ist, die Gleichung

$$x \,.\, AB = 120 \,.\, BC + 8 \,.\, BS;$$

d. i. $$x \,.\, 150 = 120 \,.\, 69 + 8 \,.\, 93;$$

daher $$x = \frac{9024}{150} = 60{,}16 \text{ kg}.$$

Es ist somit der Druck in $A = 60{,}16$ kg, und folglich der Druck in $B = 128 - 60{,}16 = 67{,}84$ kg.

Fig. 181.

6te Aufgabe. An einem Winkelhebel ACB, Fig. 181, wirke eine vertikal abwärts ziehende Last $Q = 225$ kg an einem Hebelarm $CB = 75$ cm; wie groß muß die zur Herstellung des Gleichgewichts nöthige Kraft P sein, welche an einem Hebelarm $AC = 120$ cm nach horizontaler Richtung wirkt, wenn das Gewicht des Hebels 50 kg, und dessen Hebelarm $CD = 24$ cm beträgt, und welches ist der Zapfendruck in C?

Auflösung. Es ist

$$P \,.\, AC = G \,.\, CD + Q \,.\, CB;$$

folglich $P \,.\, 120 = 50 \,.\, 24 + 225 \,.\, 75;$

daher $P = \frac{1200 + 16875}{120} = 150{,}6$ kg.

Fig. 182.

Um den Zapfendruck zu erhalten, muß man einsehen, daß in C, Fig. 182, zwei Vertikalkräfte $G = 50$ kg und $Q = 225$ kg, und eine Horizontalkraft $P = 150{,}6$ kg wirksam sind; es ist also der Axendruck die Mittlere R von diesen Kräften, und daher

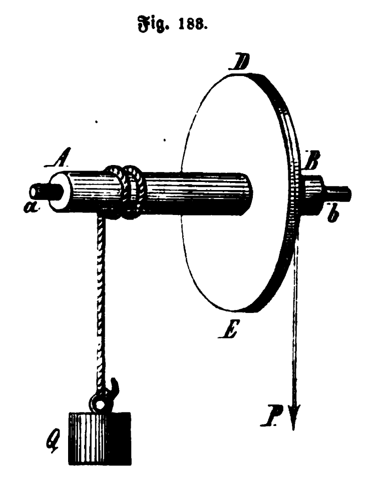
$$R = \sqrt{(G+Q)^2 + P^2} = \sqrt{(50+225)^2 + 150{,}6^2} = \sqrt{275^2 + 150{,}6^2} = 313{,}5 \text{ kg}.$$

2. Vom Wellrad.

§. 117.

Das Wellrad oder das Rad an der Welle, Fig. 183, besteht gewöhnlich aus einem Cylinder oder regelmäßigen Prisma AB, welches man die Welle nennt, und einer kreisförmigen Scheibe DE von größerem Durchmesser — dem Rade — welche beide fest mit einander verbunden sind, und sich um eine gemeinschaftliche Achse ab drehen. Die Enden der Wellen sind mit Zapfen a und b versehen, welche durch Zapfenlager gestützt sind.

Fig. 183.



Am Umfange des Rades wirkt gemeiniglich die Kraft; an der Welle hängt die Last und zwar vermittelst eines Seiles, welches beim Betrieb der Maschine auf die Welle aufgewunden wird und dabei die Last nach sich zieht.

Die Radwelle kann eine horizontale, vertikale, oder auch eine geneigte Lage haben.

Ist die Welle horizontal, so heißt das Wellrad Haspel; ist sie aber vertikal, so führt das Wellrad den Namen Winde oder Göpel.

Auch unterscheidet man noch von dem eigentlichen Well- oder Seilrad, Fig. 183, den Kreuzhaspel, Fig. 184, wenn anstatt des Rades s. g. Hebearme m, m vorhanden sind, an welchen die Kraft angreift,

ferner den Horn- oder Kurbelhaspel, Fig. 185, bei welchem die Kraft an einer s. g. Kurbel mnC wirkt,

den Spillenhaspel, Fig. 186, welcher Handhaben oder s. g. Spillen m hat, die in der Richtung des Halbmessers auf dem Umfange des Rades sitzen und von der Kraft erfaßt werden,

Fig. 184.

Fig. 185.

Fig. 186.

Fig. 187.

das **Tretrad**, Fig. 187, welches an dem Radumfange Tritte oder Stufen n, n hat, auf welche gewöhnlich ein Mensch tritt und also durch sein Gewicht G die Maschine in Bewegung setzt,

das **Sprossenrad**, Fig. 188, wenn statt der Tritte Sprossen l, l vorhanden sind, an welchen man sich wie an einer Leiter hält,

Fig. 188.

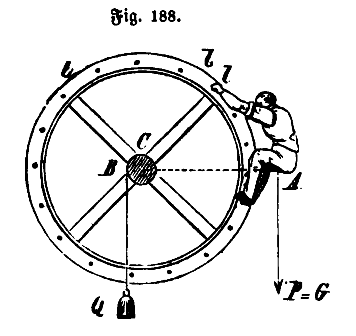
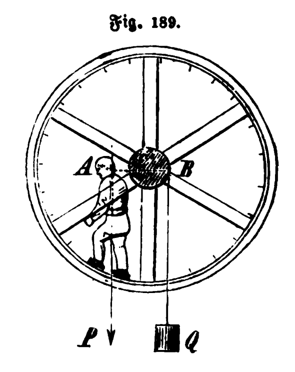


Fig. 189.

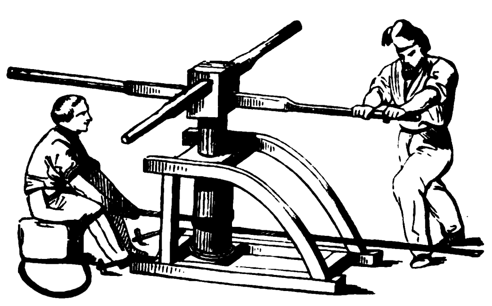


das Laufrad, Fig. 189, bei welchem innerhalb des hohlen Rades, der Trommel, ein Mensch oder Thier aufzusteigen versucht.

Bei den Winden unterscheidet man die eigentliche Erdwinde, Gang= oder Laufspille, Fig. 190, welche durch Menschen, vermittelst

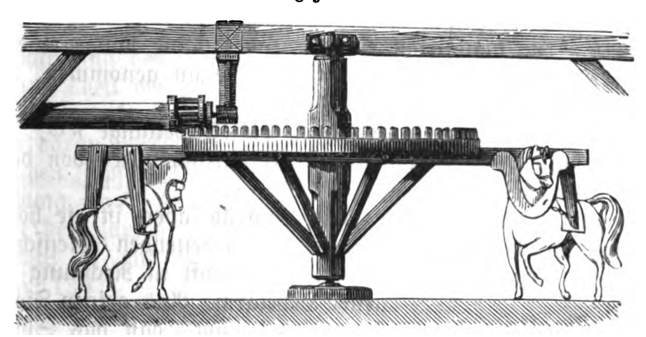


Fig. 190.



Hebebäumen, wie der Kreuzhaspel, umgedreht wird, von dem Pferdegöpel, Fig. 191, welcher s. g. Zugbäume hat, an welche Pferde oder auch andere Thiere angespannt werden.

Fig. 191.



§. 118.

Will man das Verhältniß zwischen Kraft und Last für den Gleichgewichtszustand am Wellrad bestimmen, so sieht man in Fig. 192 sogleich, daß hier die Gesetze des zweiarmigen Hebels gelten. — Denn denkt man, Kraft und Last wirken in einer durch den Drehpunkt C gehenden Ebene, so ist das Ganze bloß ein ungleicharmiger Hebel, dessen längerer Hebelarm der Radhalbmesser AC, und dessen kürzerer Arm der Wellenhalbmesser BC ist.

Bezeichnet daher wieder P die Kraft und Q die Last, so hat man für das Gleichgewicht, ohne Berücksichtigung der Bewegungshindernisse,

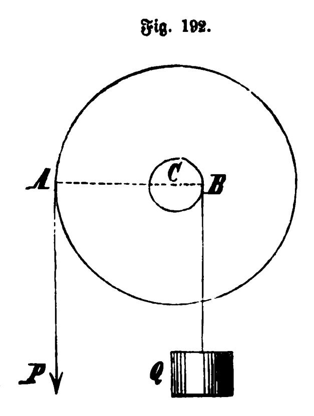


Fig. 192.

$$P \,.\, AC = Q \,.\, BC,$$

oder allgemein, wenn man den Halbmesser $AC = R$ und Halbmesser $BC = r$ setzt,

$$P \,.\, R = Q \,.\, r;$$

woraus sich ergibt:

$$P : Q = r : R;$$

und es gilt daher beim Rad an der Welle als Bedingung des Gleichgewichts die Regel:

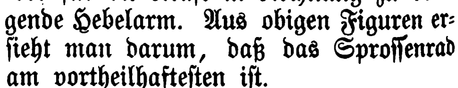
die Kraft verhält sich zur Last, wie der Halbmesser der Welle zu dem Halbmesser des Rades.

Aus dem Satze des §. 112: „die Kräfte verhalten sich umgekehrt wie ihre Wege,“ ergibt sich obige Regel für das Wellrad auch unmittelbar. Denn bei einer Umdrehung der Maschine macht der Angriffspunkt der Kraft einen Weg, der so groß als der Radumfang ist, während die Last nur einen dem Wellenumfange gleichen Weg zurücklegt. — Sovielmal also der Radumfang größer ist, als der Wellenumfang, oder was das Nämliche ist, sovielmal R größer ist als r, sovielmal kann die Kraft kleiner sein, als die Last.

Bei dem Kreuzhaspel und den Winden ist statt obigen Radhalbmessers AC, wie man leicht einsieht, überall die Länge eines Hebearmes oder Zugbaumes, von der Drehachse an genommen, in Rechnung zu bringen.

Ebenso ist bei dem Kurbelhaspel die Kurbellänge nC, und bei dem Spillenhaspel der Abstand des Kraftangriffspunktes von der Drehachse, der Hebelarm der Kraft.

Bei dem Tret-, Sprossen- und Laufrad aber ist die horizontale Entfernung AC des Angriffspunkts des arbeitenden Menschen oder Thieres vom Radmittelpunkt der für die Kraft in Rechnung zu brin-


gende Hebelarm. Aus obigen Figuren ersieht man darum, daß das Sprossenrad am vortheilhaftesten ist.

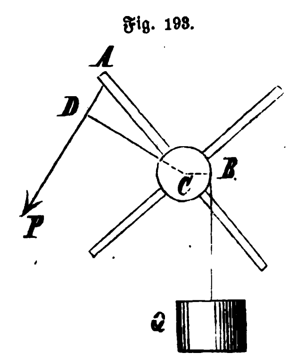
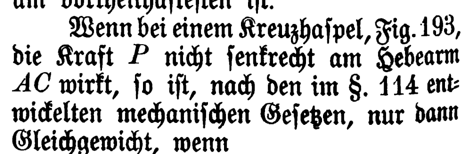


Fig. 193.


Wenn bei einem Kreuzhaspel, Fig. 193, die Kraft P nicht senkrecht am Hebearm AC wirkt, so ist, nach den im §. 114 entwickelten mechanischen Gesetzen, nur dann Gleichgewicht, wenn

$$P \,.\, DC = Q \,.\, BC$$

ist, wobei man bemerken muß, daß CD eine senkrecht auf die Richtungslinie der Kraft aus C gezogene Linie ist.

Für die Erdwinde, Fig. 190, aber

ist, wenn p noch die Kraft bezeichnet, mit welcher der eine Arbeiter das Ende des Seiles anzieht,

$$P \,.\, R + p \,.\, r = Q \,.\, r.$$

Anmerkung. Man sieht leicht ein, daß bei Anwendung des Kreuzhaspels, Fig. 193, oder namentlich des Kurbelhaspels, Fig. 185, die von der Betriebskraft ausgeübte Wirkung sehr veränderlich ist, je nachdem nämlich der Winkel, den die Kraftrichtung mit dem Kurbelarme nC oder mit dem Hebearme AC bildet, größer oder kleiner ist. Diese Wirkung ist am größten, wenn der Winkel ein rechter ist und wird zu Null, wenn Kraftrichtung und Kurbel zusammenfallen. — Todte Punkte bei Dampfmaschinen ꝛc. ꝛc.

§. 119.

Aus der Gleichung $P \,.\, AC = Q \,.\, BC$ erhält man für die Kraft den Werth

$$P = \frac{BC}{AC} \,.\, Q; \text{ oder } P = \frac{r}{R} Q,$$

$$\text{die Last } Q = \frac{R}{r} \,.\, P,$$

wenn R und r die Halbmesser des Rades und der Welle, d. i. die Hebelarme der Kraft und Last sind.

Es ist nun aber klar, daß, um Bewegung hervorzubringen, die Kraft beträchtlich größer sein muß, als diese fürs Gleichgewicht aufgestellte Gleichung angibt; denn nicht nur muß die Kraft die Reibung der Zapfen in den Lagern überwinden, sondern es wird auch durch die Bewältigung des Gewichtes und der Steifheit der Seile ein beträchtlicher Theil der Kraft aufgezehrt.

Bezeichnet D den aus dem eigenen Gewichte G des Wellrades und den daran wirksamen Kräften P und Q sich ergebenden Zapfendruck, a den Zapfenhalbmesser und f den Reibungscoefficienten, so wäre die Reibung $= f \,.\, D = f\,(G + P + Q)$, welche als eine neue am Umfange der Zapfen wirkende Last anzusehen ist.

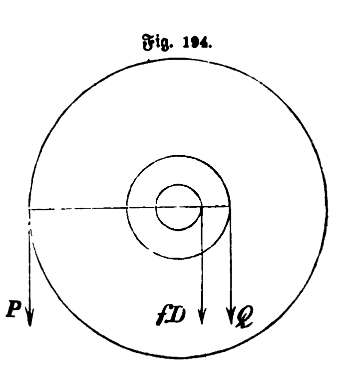
Somit ist mit Berücksichtigung der Reibung fürs Gleichgewicht nach Fig. 194:

$$P \,.\, R = Q \,.\, r + f \,.\, D \,.\, a;$$

und daher

$$P = \frac{Q \,.\, r + f \,.\, D \,.\, a}{R}.$$

Fig. 194.



Wegen der Steifheit der Seile muß bei der Ausrechnung nach §. 91 zum Hebelarm r der Last noch die halbe Seildicke addirt werden; oder man berechnet den Steifigkeitswiderstand S nach der Formel $S = \frac{K \,.\, Q \,.\, d^2}{r}$, und zählt solchen zur Last Q.

In der Praxis schlägt man, der kürzern Rechnung wegen, meistens den Reibungs- und Steifigkeitswiderstand zu $\frac{1}{3}$, in günstigern Fällen und namentlich bei geringerer Steifigkeit nur zu $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{5}$ der Last Q an.

Alsdann hat man für die Anwendung

$$P = \frac{r}{R}(Q + \tfrac{1}{3}\,Q) = \frac{4\,.\,r}{3\,.\,R}\,.\,Q;$$

oder auch $$P = \frac{5\,.\,r}{4\,.\,R}\,.\,Q; \text{ oder } P = \frac{6}{5}\,.\,\frac{r}{R}\,.\,Q,$$

folglich Last $$Q = \frac{3\,.\,R}{4\,.\,r}\,.\,P \text{ oder } = \frac{4\,.\,R}{5\,.\,r}\,.\,P.$$

Was das Gewicht des Seiles anbetrifft, so bedenke man, daß je höher die Last gehoben, folglich das Seil aufgewunden wird, in dem gleichen Verhältniß die Kraft abnehmen kann, d. h. sie muß am Anfange der Bewegung am größten, und am Ende derselben am kleinsten sein, wenn die Last dabei immer mit gleicher Geschwindigkeit sich bewegt.

Will man aber, daß die am Rad wirkende Kraft dieselbe bleibe, so kann dies dadurch bewerkstelligt werden, daß man die Geschwindigkeit der Last — also den Durchmesser der Welle — in dem gleichen Verhältnisse vergrößert, als die Last durch Abnahme der Seillänge selber kleiner wird.

Zu dem Ende gibt man der Welle eine kegelförmige (konische) Gestalt, in der Art, daß beim Anfange des Aufzuges das Lastseil am dünnen Ende sich aufzuwickeln beginnt.

Noch ist zu bemerken, daß bei einer einmaligen Umwickelung des Lastseiles um die Welle der Wellenhalbmesser, d. i. der Hebelarm der Last, bis in die Mitte des Seiles zu rechnen ist. Wenn sich das Seil in mehreren Lagen aufwindet, so wächst darum dieser Halbmesser um ebensoviele ganze Seildicken, und es muß alsdann auch die bewegende Kraft zunehmen. Wirkt auch die Kraft an einem Seile, so ist ihrem Hebelarm natürlich auch die halbe Seildicke zuzuzählen.

§. 120.

Das Rad an der Welle findet vielfache Anwendung, und zwar in der schon oben genannten Art, als s. g. Seilrad, Kreuzhaspel, Horn- oder Kurbelhaspel, Spillrad, Tret- und Laufrad; ferner als s. g. Erdwinde, Pferdegöpel u. s. w. — Besonders aber sehen wir im Großen die Anwendung des Wellrads bei Räderwerken, worüber weiter unten das Nähere abgehandelt wird.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Welche Kraft ist erforderlich, um vermittelst eines 75 kg schweren Seilrades, dessen Rad mit Zuzählung der halben Seildicke einen Halbmesser

von 75 cm, und dessen Welle einen Radius von 9 cm hat, eine Last von 400 kg mit Einrechnung des Seilgewichtes aufzuziehen, wenn die Dicke des Lastseils 4,5 cm beträgt und die 6 cm dicken eisernen Zapfen in hölzernen Lagern laufen?

Auflösung. Mit Berücksichtigung der Zapfenreibung hat man oben §. 119

$$P \,.\, R = Q \,.\, r + f \,.\, D \,.\, a,$$

in welchem Ausdrucke zu Q noch der Steifigkeitswiderstand zu zählen ist. Nach §. 91 ist dieser für metr. Maß und neue Seile

$$S = \frac{0{,}186 \,.\, Q \,.\, d^2}{r};\ \text{d. i. } S = \frac{0{,}186 \,.\, 400 \,.\, 4{,}5^2}{9} = 167{,}4 \text{ kg.}$$

Der Zapfendruck ist $D = 400 + 75 + P = 475 + P$ kg.

Nimmt man den Reibungscoefficienten zu 0,12 an, so hat man für die nöthige Zugkraft, da hier für den Lasthebelarm der Wellenhalbmesser sammt der halben Seildicke zu rechnen ist, nach obiger Gleichung:

$$75 \,.\, P = (400 + 167) \,.\, 11{,}25 + 0{,}12\,(475 + P) \,.\, 3;$$

folglich $75 \,.\, P = 567 \,.\, 11{,}25 + 171 + 0{,}36 \,.\, P;$

also $(75 - 0{,}36)\, P = 6379 + 171;$

und $P = \dfrac{6550}{74{,}64} = 87{,}7$ kg.

Nähme man mit Rücksicht auf die Unbiegsamkeit der Seile nach §. 91 den Halbmesser oder Hebelarm der Last um die halbe Seildicke stärker, also jetzt zu $9 + 4{,}5 = 13{,}5$ cm an*), so erhielte man

$$75 \,.\, P = 400 \,.\, 13{,}5 + 0{,}12 \,.\, (475 + P) \,.\, 3;$$

d. i. $75\, P - 0{,}36\, P = 400 \,.\, 13{,}5 + 0{,}36 \,.\, 475;$

folglich $P = \dfrac{5400 + 171}{74{,}64} = \dfrac{5571}{74{,}64} = 74{,}6$ kg.

Würde man den Reibungs- und Steifigkeitswiderstand zu $^1/_3\, Q$ annehmen, so hätte man kurz $75\, P = \dfrac{4 \,.\, 400 \,.\, 11{,}25}{3};$

folglich $P = \dfrac{4 \,.\, 400 \,.\, 11{,}25}{3 \,.\, 75} = 80$ kg.

Man sieht, daß letztere praktische Formel einen brauchbaren Mittelwerth gibt.

2te Aufgabe. Welche Last können zwei Männer vermittelst eines Kreuzhaspels aufwinden, wenn jeder mit einer Kraft von 20 kg wirkt, und wenn die Länge eines Hebelarmes bis zum Angriffspunkt der Kraft = 9 Decimeter und der Halbmesser der Welle sammt der $^1/_2$ Seildicke = $7^1/_2$ Centimeter ist?

Auflösung. Da hier zwei gleiche Kräfte von 20 kg wirken, so hat man mit Rücksicht auf die Widerstände, im ungünstigen Fall diese zu $^1/_3\, Q$ angenommen,

$$2 \,.\, P \,.\, R = \frac{4}{3} \,.\, Q \,.\, r;$$

folglich $2 \,.\, 20 \,.\, 9 = \dfrac{4}{3} \,.\, Q \,.\, 0{,}75;$

daher $Q = \dfrac{2 \,.\, 20 \,.\, 9 \,.\, 3}{4 \,.\, 0{,}75} = 360$ kg.

3te Aufgabe. Es soll ein Seilrad construirt werden, vermittelst dessen ein Mann bequem eine Last von 6 Centnern = 300 kg aufwinden kann; wie groß müssen die Dimensionen (Maße) angenommen werden?

Auflösung. Für ein gewöhnliches Seilrad, an welchem der Arbeiter eine Last aufwärts zieht, kann — da das Seil wieder leer abwärts geht — die Kraft

*) Da zum Wellenhalbmesser ohnehin die halbe Seildicke zu zählen ist, um den Lasthebelarm zu erhalten, so muß nun mit Hinzurechnung der Steifigkeit die ganze Seildicke = 4,5 cm dem Radius r zugezählt werden.

des Mannes bei andauernder Arbeit zu 18—20 kg angenommen werden. Gibt man der Welle, wenn sie von Eisen ist, einen Durchmesser = 9 cm, so hat man, wenn R den Halbmesser des Rades bezeichnet und wenn das Lastseil 4,2 cm dick ist,

$$P . R = \frac{4}{3} . 300 (4,5 + 2,1);$$

folglich, wenn P zu 20 kg angenommen wird,

$$R = \frac{400 . 6,6}{20} = 132 \text{ cm}.$$

Soviel muß der Hebelarm der Kraft betragen. Der nöthige Radhalbmesser ist um die ½ Seildicke kleiner.

4te Aufgabe. Man soll einen Kurbel- oder Hornhaspel construiren und berechnen, welche Last ein Mann für die Dauer damit zu heben im Stande ist, wenn die Wellen- und Seildicke zusammen zu 12 cm angenommen wird?

Auflösung. Die Kurbellänge darf, der Länge des menschlichen Armes entsprechend, nicht wohl größer als zu 45 cm angenommen werden. Die Kraft, mit der ein Mann eine Kurbel treibt, ist nach §. 25 bei einer mittleren Geschwindigkeit von 0,75 Meter, d. i. bei 20—25 Umdrehungen per Minute und nach 8stündiger Arbeitszeit zu 8 kg anzunehmen.

Somit hat man statt $P . R = \frac{4}{3} Q . r$,

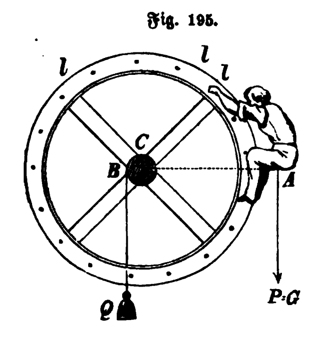
$$8 . 45 = \frac{4}{3} . Q . 6$$

folglich
$$Q = \frac{3 . 8 . 45}{4 . 6} = 45 \text{ kg}.$$

Es ist also die Last (mit Einschluß des Seiles), welche ein Mann heben kann, 45 kg; bei geringern Bewegungshindernissen noch größer.

Ist der Haspel ein zweimännischer, d. h. sind zwei Kurbeln für zwei Männer angebracht, so kann natürlich auch die doppelte Last gehoben werden.

Fig. 195.



5te Aufgabe. Welche Last kann ein Mann vermittelst eines Sprossenrades, Fig. 195, aufwinden, wenn der Hebelarm AC der Kraft = 1,5 Meter und der Wellenhalbmesser BC sammt der halben Seildicke = 0,12 Meter ist?

Auflösung. Bei einem solchen Rade, wie beim Tret- und Laufrad, ist das Gewicht G des Arbeiters die treibende Kraft. Dies zu 60 kg angenommen, gibt

$$60 . 1,5 = \frac{4}{3} . 0,12 Q;$$

folglich
$$Q = \frac{3 . 60 . 1,5}{4 . 0,12} = 562,5 \text{ kg}.$$

6te Aufgabe. Vermittelst eines Seilrades soll eine Last von 750 kg in fünf Minuten 18 m hoch gehoben werden; wie viel Kraft braucht man, wenn dieselbe am Umfange eines Rades wirkt, welches einen Durchmesser von 3 m hat, und in einer Minute 8 Umgänge macht?

Ferner, wie groß müssen für eine sich gleich bleibende Kraft die Halbmesser der konischen Welle sein, wenn das Gewicht des Seiles, woran die Last hängt, 90 kg beträgt?

Auflösung. Da hier die Hebelarme der Kraft und Last nicht, wohl aber die Wege derselben bekannt sind, so muß aus dem Verhältniß der letztern, d. i.

nach dem Satze (§. 112), „Arbeit der Kraft gleich Arbeit der Last" ($P . s = Q . s'$), die Größe der Kraft ermittelt werden.

Es ist aber der Weg s, der Last in 5 Minuten = 18 m.

Die Kraft macht in dieser Zeit einen Weg, welcher 5 . 8 oder 40mal so groß ist, als der Umfang des Rades, da dieses in einer Minute 8 Umgänge macht.

Es ist aber der Umfang des Rades $= d . \pi = 3 . 3{,}14 = 9{,}42$ m,
folglich Weg der Kraft in 1 Minute $= 8 . 9{,}42$,
daher " " " " 5 Minuten $= 5 . 8 . 9{,}42 = 376{,}8$ m.
Somit ist ohne Bewegungshindernisse

$$P . 376{,}8 = 750 . 18;$$

und folglich, wenn die Hindernisse wieder zu ¹/₃ der Last angenommen werden,

$$\text{Kraft } P = \frac{4 . 750 . 18}{3 . 376{,}8} = 47{,}7 \text{ kg}.$$

Für die konische Welle hat man nach §. 119, wenn die in Rechnung zu nehmende Last $= \frac{4}{3} . Q = \frac{4 . 750}{3} = 1000$ kg gesetzt wird,

$$\text{als kleinsten Halbmesser } r = \frac{47{,}7 . 1{,}5}{1000 + 90} = 0{,}066 \text{ m},$$

$$\text{" größten " } r' = \frac{47{,}7 . 1{,}5}{1000} = 0{,}072 \text{ m}.$$

3. Von der Rolle.

§. 121.

Die Rolle ist eine um ihre durch den Mittelpunkt gehende Achse bewegliche Kreisscheibe, welche gewöhnlich auf ihrem Umfange eine Rinne hat, um ein Seil aufzunehmen, an dessen Enden Kräfte, oder Kraft und Last, thätig sind.

Die Achse — Bolzen genannt — ist ein Stift oder Zapfen, welcher in einem Gehäuse, dem Kloben, aufliegt oder daran befestigt ist.

Man unterscheidet zweierlei Rollen, nämlich
feste Rollen, und lose Rollen.

§. 122.

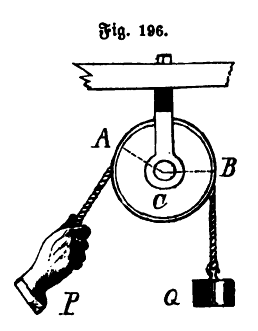


Fig. 196.

Unter einer festen Rolle versteht man eine solche, welche eine bloß drehende, um eine feste Achse stattfindende Bewegung annehmen kann, und dabei immer an demselben Orte bleibt, wie Fig. 196 zeigt.

An einem Ende des Seiles wirkt hier die Kraft, am andern die Last.

Es ist klar, daß die ganze Maschine einen gleicharmigen Hebel ACB vorstellt, dessen Stützpunkt in C ist.

Hieraus folgt, daß durch diese Rolle an Kraft nichts gewonnen wird, da fürs Gleichgewicht, wenn man von den Bewegungshindernissen absieht, Kraft und Last gleich sein müssen.

Um Bewegung vermittelst dieser Rolle hervorzubringen, muß darum die Kraft selbst, wegen der Reibung und der Steifheit und des Gewichts der Seile, größer sein als die Last. — Dennoch sehen wir die feste Rolle mannigfach angewendet, um Lasten fortzuschaffen, oder eine Bewegung fortzupflanzen, da man vermittelst derselben der Wirkung einer Kraft jede beliebige Richtung geben kann, weßhalb man diese Rolle auch Leitscheibe oder Richtungsrolle nennt. — Auch dient die feste Rolle, als Friktionsrolle (§. 87), zur Verminderung der Reibung.

§. 123.

Eine lose Rolle oder Zugrolle ist eine solche, welche sich nicht nur um ihren Mittelpunkt dreht, sondern welche selber ihren Ort verändert und sich mit der Last, die in ihrer Mitte an dem s. g. Kloben angebracht ist, hebt und senkt, wie Fig. 197 zeigt.

Das Seilende, an welchem die Kraft wirkt, ist gewöhnlich noch, der bequemern Leitung wegen, um eine feste Rolle, wie in Fig. 198, geschlungen.

Fig. 197.

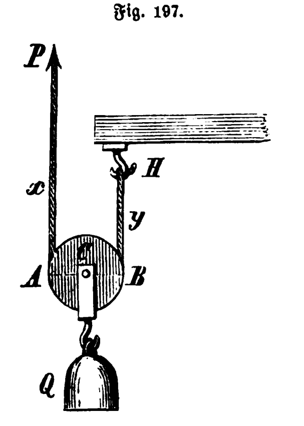
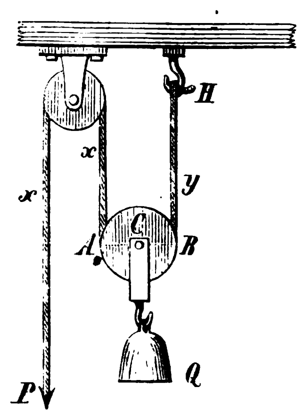



Fig. 198.



Die Wirkung einer solchen losen Rolle ist leicht einzusehen. Da nämlich die Last Q in der Mitte der Rolle hängt, so hat jedes der Seilstücke x und y die Hälfte dieser Last Q zu tragen, wenn die beiden Seilenden parallel sind.

Wenn nun das Seilstück y oben an einem Haken H befestigt ist, so hat dieser die Hälfte der Last Q aufzunehmen, und es muß also am andern Seilstück x eine Kraft P wirken, die ebenfalls $= \frac{1}{2} Q$

ist, um die ganze Last im Gleichgewicht zu erhalten, vorausgesetzt, daß man auf die Bewegungswiderstände keine Rücksicht nimmt.

Man kann sich aber auch die lose Rolle als einen einarmigen Hebel AB denken, dessen Dreh- oder Stützpunkt in B, der Angriffspunkt der Last in C und der der Kraft in A ist.

Der Hebelarm der Kraft ist also AB und derjenige der Last CB, und da AB doppelt so groß als CB ist, so muß nach §. 114 die Kraft P nur die Hälfte der Last Q sein; d. i. $P = {}^1/_2\, Q$.

Sonach gewinnt man durch die lose Rolle immer die Hälfte der Kraft; d. h. vermittelst irgend einer Kraft kann man immer eine doppelt so große Last im Gleichgewicht erhalten.

Wie überall, so auch hier, zeigt eine kurze Betrachtung der Wirkung der losen Rolle, daß die Kraft bei irgend einem Heben der Last gerade den doppelten Weg der Last machen muß; man verliert also an Geschwindigkeit gerade so viel, als man an Kraft gewinnt. — Noch ist zu bemerken, daß unter der Last Q hier die eigentliche angehängte Last nebst dem Gewicht der losen Rolle zu verstehen ist.

§. 124.

Fig. 199.

Sind die Seilstücke x und y nicht parallel, so ist der Kraftgewinn nicht so groß, und nimmt ab, je mehr dieselben vom Parallelismus abweichen.

Für einen solchen Fall erhält man den Werth der Kraft P fürs Gleichgewicht auf folgende Weise:

Stellt DF, Fig. 199, die Last Q vor und man construirt das Kräfteparallelogramm $ADBF$, so stellt $AF = FB = BD = AD$ die Kraft P vor, und es verhält sich also

$$P : Q = AF : DF.$$

Wegen der Gleichheit der Winkel CAB und AFD (nämlich $CAB + FAB = AFD + FAB = 90^0$) ist aber $\triangle CAB \backsim FAD$; somit verhält sich:

$$AF : DF = AC : AB;$$

folglich auch

$$P : Q = AC : AB;$$

woraus folgt

$$P \,.\, AB = Q \,.\, AC.$$

Bei der losen Rolle verhält sich also allgemein die Kraft zur Last, wie der Halbmesser der Rolle zur Sehne des Seilbogens.



Sind die Seile x und y parallel, so wird AB zum Durchmesser, also $AC = \frac{1}{2}\, AB$, und es ist wieder wie oben in §. 123 $P = \frac{1}{2}\, Q$. — Ist der $\sphericalangle\, AFB$ größer als 120°, so wird P größer als Q.

§. 125.

Die Rollen, namentlich lose Rollen, werden hauptsächlich angewendet, um mit einer geringen Kraft große Lasten in die Höhe zu schaffen. Zu diesem Endzwecke werden gewöhnlich mehrere Rollen, feste und lose, mit einander zu s. g. Rollen- und Flaschenzügen verbunden, wie in folgendem Abschnitt gezeigt wird.

Bei der Effektbestimmung muß aber, wie beim Wellrad, auf Reibung und Steifheit der Seile Bedacht genommen werden.

Hier betragen diese Widerstände gewöhnlich $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{10}$ der Last, bei Rollenverbindungen (s. u.) aber $\frac{1}{3}$ und noch mehr.

Will man genau verfahren, so berechne man wie in §. 119 den aus dem Zapfendruck sich ergebenden Reibungswiderstand, welcher an dem Umfange des Zapfens wirksam ist.

Ebenso bestimme man auf die in §. 91 angegebene Weise den Steifigkeitswiderstand der Seile, und betrachte diese Hindernisse als Theile der zu überwindenden Last.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Vermittelst einer Rollenvorrichtung, wie die untenstehende Fig. 200, soll eine Last von 125 kg gehoben werden; welche Kraft ist hiezu erforderlich?

Auflösung. Nach §. 123 hat man $P = \frac{1}{2}\, Q$; oder wenn auf die Bewegungswiderstände Rücksicht und diese zu $\frac{1}{10}$ der Last angenommen werden:

$$P = \frac{11}{10} \cdot \frac{1}{2}\, Q = \frac{11 \cdot 125}{10 \cdot 2} = 68{,}75 \text{ kg}.$$

2te Aufgabe. Welche Last kann vermittelst der in Fig. 201 dargestellten Rollenvorrichtung, wo die Seilstücke AH und BD nicht parallel gehen, durch obige

Fig. 200.

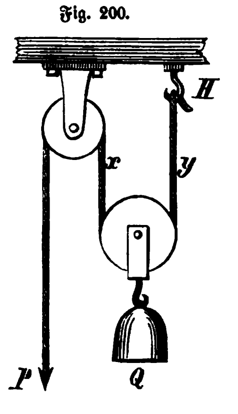
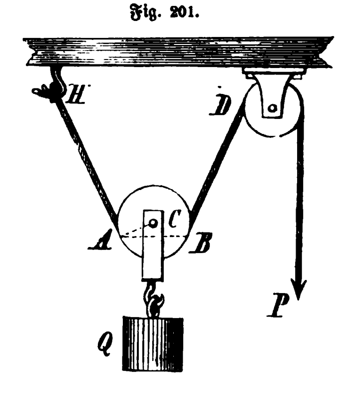


Fig. 201.



Kraft $P = 68{,}75$ kg gehoben werden, wenn der Radius $AC = 24$ cm und die Sehne $AB = 36$ cm ist?

Auflösung. Für diesen Fall hat man mit Berücksichtigung der Widerstände:

$$P = \frac{11 \,.\, AC}{10 \,.\, AB} \,.\, Q;$$

$$\text{d. i. } Q = \frac{10 \,.\, AB}{11 \,.\, AC} \,.\, P = \frac{10 \,.\, 36 \,.\, 68{,}75}{11 \,.\, 24};$$

folglich $Q = 93{,}75$ kg.

4. Von der schiefen Ebene.

§. 126.

Die schiefe oder geneigte Ebene ist eine ebene Fläche, welche mit einer horizontalen Ebene irgend einen spitzen Winkel bildet.

Fig. 202.

Das nebenstehende rechtwinkelige Dreieck ABC, Fig. 202, bildet einen vertikalen Längendurchschnitt einer solchen schiefen Ebene. Die Hypotenuse AC heißt die Länge,
„ Kathete BC „ „ Höhe, und
„ „ AB „ „ Basis oder Grundlinie der schiefen Ebene.

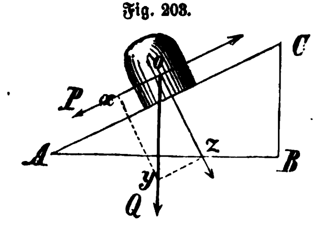
Gegenstand der Untersuchung bei dieser mechanischen Potenz ist, die Bedingungen zu wissen, unter welchen eine auf der schiefen Ebene ruhende Last im Gleichgewicht erhalten oder bewegt werden kann.

Hiebei kommen, aus der Anwendung der schiefen Ebene sich ergebend, hauptsächlich zwei Fälle in Betrachtung; nämlich ob die an der Last wirksame Kraft parallel mit der Länge, oder parallel mit der Basis der schiefen Ebene wirkt.

§. 127.

Nimmt man auf Reibung und Luftwiderstand keine Rücksicht, so ist begreiflich, daß eine Last Q, Fig. 203, auf der schiefen Fläche AC nicht in Ruhe bleiben kann, sondern abwärts zu gleiten strebt.

Fig. 203.



Da aber die Richtung der Schwere, oder die Neigung zum Fallen sich in vertikaler Richtung äußert, so ist ebenso klar, daß der Körper nicht mit seinem vollen Gewichte hinunterzugleiten strebt, da ein Theil desselben von der Ebene getragen wird.

Nach §. 54 findet man durch Zerlegung des ganzen oder absoluten Gewichtes $Q = oy$ die eigentlich abwärtstreibende Kraft oder

das s. g. relative Gewicht $P = ox$, während oz den von der Last auf die schiefe Ebene ausgeübten senkrechten Druck vorstellt.

Gemäß der dortigen Entwickelung ist die abwärtstreibende Kraft

$$P = \frac{BC}{AC} . Q;$$

oder wenn überhaupt $BC = h$ die Höhe, und $AC = l$ die Länge einer schiefen Ebene ist,

$$P = \frac{h}{l} . Q.$$

Soll nun die Last Q auf der schiefen Ebene im Gleichgewicht erhalten werden, und zwar durch eine Kraft, welche parallel mit der Länge AC der schiefen Ebene aufwärts wirkt, so muß diese Kraft dem genannten Bestreben zum Abwärtsgleiten gerade entgegengesetzt wirken und ebenfalls $= P = \frac{h}{l} Q$ sein.

Man hat also für den Fall, daß eine Kraft parallel mit der schiefen Ebene die Last Q im Gleichgewicht erhalten soll, ohne Berücksichtigung der Bewegungshindernisse, als Werth der Kraft:

$$P = \frac{h}{l} . Q;$$

woraus sich ergibt

$$P : Q = h : l;$$

d. h. die Kraft verhält sich zur Last, wie die Höhe der schiefen Ebene zu deren Länge.

Von dem oft berührten Satze: „Die Wirkungsgrößen der Kräfte P und Q müssen gleich sein," ausgehend, kommt man zum ganz gleichen Resultate. — Denn angenommen, die Last Q werde durch die Kraft P von A nach C gezogen, so wurde eine Last Q auf eine vertikale Höhe $BC = h$ gehoben, also eine Arbeit $= Q . h$ verrichtet. — Die Kraft P oder vielmehr der Kraftangriffspunkt hat aber dabei die ganze Länge $AC = l$ durchlaufen, und eine Wirkungsgröße $= P . l$ ausgeübt.

Es ist darum wieder für das Gleichgewicht:

$$P . l = Q . h; \text{ oder } P = \frac{h}{l} . Q.$$

Der von dem Gewichte Q ausgeübte, durch oz dargestellte Druck ist, da $oz : oy = b : l$ sich verhält,

$$= \frac{b}{l} Q,$$

wenn $b = AB$ die Basis bezeichnet.

Trigonometrisch ausgedrückt, ist, wenn $\sphericalangle\, oyx = \sphericalangle\, CAB = \alpha$ gesetzt wird,

die abwärtstreibende Kraft $P = Q . \sin \alpha$

und der Druck oz auf die schiefe Ebene $= Q . \cos \alpha$.

§. 128.

Wenn nun aber eine Kraft P', Fig. 204, parallel mit der Basis AB wirkt, so sieht man bald ein, daß diese — um die Last Q im Gleichgewicht zu erhalten — größer sein muß, als eine Kraft P, welche parallel mit AC wirkt.

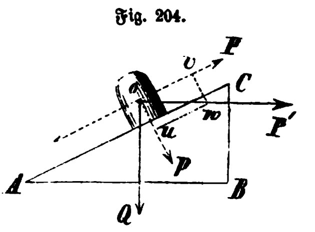


Fig. 204.

Zerlegt man die Kraft P' in zwei rechtwinkelige Seitenkräfte P und p, wovon P parallel mit AC und p senkrecht auf AC wirkt, so muß nach vorigem §. P gleich der in der Richtung der Ebene abwärtstreibenden Kraft, also $= \frac{h}{l} Q$ sein. Die Seitenkraft p aber wird durch die Ebene AC aufgehoben und vermehrt zugleich den schon von der Last Q auf die Ebene ausgeübten Druck.

Da nun P' die Mittlere von P und p, also durch die Diagonale ow des Parallelogramms $ovwu$, die Kraft P hingegen durch die Seite ov dargestellt ist, so hat man

$$P' : P = ow : ov: \text{ also } P' = \frac{ow}{ov} \cdot P.$$

Weil aber $\triangle\, ovw$ gleiche Winkel hat, wie das $\triangle\, ABC$, also diesem ähnlich ist, und weil sich also $ow : vv = AC : AB$ verhält, so kann man auch setzen:

$$P' = \frac{AC}{AB} \cdot P;$$

oder da

$$P = \frac{BC}{AC} \cdot Q,$$

so ergibt sich:

$$P' = \frac{AC}{AB} \cdot \frac{BC}{AC} \cdot Q;$$

d. i. wenn $b = AB$ die Basis bezeichnet,

$$P' = \frac{h}{b} \cdot Q.$$

Wenn also auf einer schiefen Ebene die Kraft parallel mit der Basis wirkt, so verhält sich die Kraft zur Last, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Basis.

Der durch P' ausgeübte Druck auf die schiefe Ebene ist

$$p = \frac{ou}{ow} \cdot P' = \frac{h}{l} P'.$$

Wird die schiefe Ebene ACB durch eine horizontale oder überhaupt mit der Basis parallel wirkende Kraft bewegt, um eine Last Q

emporzuheben, oder auch um einen Druck Q hervorzubringen, so **findet** das nämliche Verhältniß zwischen Kraft und Last, wie in dem **letzten** Fall statt; es muß nämlich wieder $P' = \frac{h}{b} Q$ sein.

Wird der $\sphericalangle CAB = 45°$, so ist $h = b$; somit dann $P' = Q$. Bei einem noch größern Winkel müßte, auch ohne Reibung, die **Kraft** P' größer als Q sein.

Trigonometrisch ausgedrückt ist, da $\sphericalangle vow = \sphericalangle A = \alpha$ ist,

$$P' = \frac{P}{\cos \alpha} = \frac{Q \, . \sin \alpha}{\cos \alpha} = Q \, . \, \text{tang} \, \alpha.$$

Der aus P' resultirende Druck p auf die schiefe Ebene ist aber $ou = vw = P' \, . \sin \alpha$, d. i., wenn für P' substituirt wird,

$$p = \frac{Q \, . \sin \alpha \, . \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{Q \, . \sin^2 \alpha}{\cos \alpha}.$$

Setzt man $1 - \cos^2 \alpha$ statt $\sin^2 \alpha$ und führt die Rechnung aus, so erhält man

$$p = \frac{Q}{\cos \alpha} - Q \, . \cos . \alpha.$$

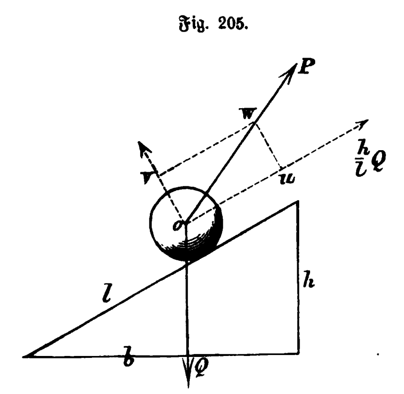
Hiezu den aus dem Gewichte Q resultirenden Druck $Q \, . \cos \alpha$ (§. 127) **addirt**, gibt für den vorliegenden Fall als ganzer Druck auf die schiefe Ebene

$$\frac{Q}{\cos \alpha}.$$

§. 129.

Wirkt eine Kraft P in beliebig schräger Richtung auf die auf der schiefen Ebene AC, Fig. 205, befindliche Last Q, so erhält man ähnlich wie im letzten §. ihre **Wirkung** oder ihre nöthige Größe, um die Last auf der Ebene im **Gleich**gewichte zu erhalten. — **Zerlegt** man nämlich die Kraft P in zwei rechtwinkelige Seitenkräfte ou und ov parallel und senkrecht zur Ebene AC, so muß natürlich die durch ou vorgestellte Seitenkraft der aus dem Gewichte Q sich ergebenden abwärtstreibenden **Kraft** $\frac{h}{l} Q$ gleich sein.

Fig. 205.



Die Kraft P selbst, welche durch ow vorgestellt ist, ist

$$P = \frac{ow}{ou} \, . \, \frac{h}{l} \, Q.$$

Die durch ov vorgestellte Seitenkraft von P wirkt dem von der Last Q ausgeübten Drucke, welcher nach §. 127 $= \frac{b}{l} Q$ ist, entgegen.

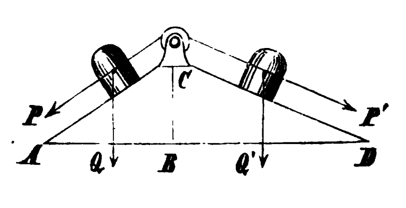
Wird diese Seitenkraft, welche $\frac{ov}{ow} P$ ist, größer als $\frac{b}{l} Q$, so wird die Last Q von der schiefen Ebene abgehoben.

Ist β der Winkel, welchen die Kraftrichtung mit der schiefen Ebene bildet, so erhält man als mit der Ebene parallel wirkende Zugkraft $P \cos \beta$, wogegen die dem Drucke auf die Ebene entgegenwirkende Kraft $= P \, . \sin \beta$ ist.

§. 130.

Oft wird die Einrichtung getroffen, daß eine auf einer schiefen Ebene ABC, Fig. 206, befindliche Last Q eine auf einer andern schiefen Ebene DBC angebrachte Last Q' im Gleichgewicht erhalten oder fortbewegen soll.

Fig. 206.



Um das Verhältniß der beiderseitigen Lasten für den Gleichgewichtszustand zu ermitteln, denke man sich, die beiden Lasten seien durch ein über die Rolle C gespanntes Seil mit einander verbunden.

Nach §. 127 ist nun die Kraft, welche in der Richtung von C nach A abwärts wirkt,

$$P = \frac{BC}{AC} \, . \, Q.$$

Ebenso ist die an Q' von C nach D wirksame Kraft

$$P' = \frac{BC}{DC} \, . \, Q'.$$

Es ist also für den Gleichgewichtszustand

$$\frac{BC}{AC} \, . \, Q = \frac{BC}{DC} \, . \, Q';$$

folglich für den Fall, daß beide Ebenen gleiche Höhe BC — wie in Fig. 206 — haben,

$$Q \, . \, DC = Q' \, . \, AC;$$

oder es verhält sich

$$Q : Q' = AC : DC.$$

Ist also die Ebene DC 2mal, 3mal u. s. w. länger als AC, so kann auch die Last Q' 2mal, 3mal u. s. w. größer als Q sein. — Hiebei ist freilich auch noch die Reibung zu berücksichtigen, welche auf beiden Ebenen stattfindet, und welche immer der bewegenden Kraft entgegenwirkt.

Derart verbundene schiefe Ebenen sieht man als Straßen- und Schienenbahnen, welche in gebirgigen Gegenden, namentlich bei Bergwerken angebracht werden, damit ein auf der einen schiefen Bahn abwärtsgehender beladener Wagen einen auf der andern Ebene befindlichen Wagen aufwärts zieht.

Uebrigens ist nicht nöthig, daß beide Ebenen gerade wie in obiger Figur mit einander verbunden sind; solche können eine parallele oder beliebige andere Lage zu einander haben, wenn nur die Fortpflanzung der Bewegung von einer Ebene auf die andere durch gehörig angebrachte Richtungsrollen 2c. bewerkstelligt wird.

§. 131.

Die schiefe Ebene sehen wir angewendet als Rampe, Leitern und Treppen; hauptsächlich aber finden die Gesetze der schiefen Ebene — wie oben schon berührt — Anwendung bei der Bewegung auf Straßen und Eisenbahnen.

Hier muß aber auf die stattfindende Reibung hauptsächlich Rücksicht genommen werden.

Da die oben entwickelten Gesetze nur den Werth der Kraft P angeben, welche — ohne Berücksichtigung der Bewegungswiderstände — nöthig ist, eine Last Q in Ruhe zu erhalten, so ist begreiflich, daß, um einen Körper auf einer schiefen Ebene heraufzuziehen, die Kraft P um die Größe der Reibung vermehrt werden muß.

Um aber einen Körper auf einer schiefen Ebene herabzuziehen, muß nur die Reibung überwunden werden. Weil der Körper schon an und für sich ein Bestreben $P = \frac{h}{l} Q$ zum Abwärtsgleiten hat, so braucht man keine weitere Kraft, um denselben herabzuziehen, wenn dies Bestreben größer als die Reibung ist.

Ist aber der Reibungswiderstand größer, so muß selbst zum Abwärtsziehen Kraft verwendet werden, und zwar so viel, als die Reibung größer ist, als die s. g. abwärtstreibende Kraft $P = \frac{h}{l} Q$.

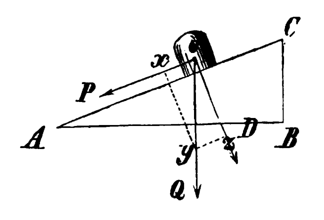
§. 132.

Bezeichnet man mit D den von der Last Q auf die schiefe Ebene ausgeübten senkrechten, durch oz, Fig. 207, dargestellten Druck, so ergibt sich nach §. 127 aus der Aehnlichkeit der △△ ozy und ABC

$$D : Q = AB : AC;$$

folglich $D = \frac{b}{l} Q$, wenn $b = AB$ die Basis und l die Länge der Ebene bedeutet.

Fig. 207.



Ist nun f der Reibungscoefficient, und $\frac{h}{l}$ (§. 127) das Steigungsver-

hältniß, so ist allgemein die nöthige mit der Ebene nach paralleler Richtung wirkende

$$\text{Zugkraft aufwärts } P = f \cdot \frac{b}{l} \cdot Q + \frac{h}{l} Q,$$

$$\text{„ abwärts } P' = f \cdot \frac{b}{l} Q - \frac{h}{l} Q.$$

Fragt man nach der mit der Ebene parallel wirkenden Kraft, welche im Stande wäre, eine Last Q vor dem Abwärtsgleiten zu bewahren, so müßte solche $= \frac{h}{l} Q - f \frac{b}{l} Q$ sein; denn nur dann braucht man eine Kraft zum Zurückhalten der Last, wenn die Reibung $f \frac{b}{l} Q$ geringer, als die in der Richtung der Ebene abwärts wirkende Kraft $\frac{h}{l} Q$ ist.

Bei Straßen und Eisenbahnen ist die Steigung verhältnißmäßig so gering (nicht über 5—7 % bei den neuen Gebirgsstraßen und in den seltensten Ausnahmsfällen nur 2—3 % bei Eisenbahnen), daß $b = l$ gesetzt werden kann.

Für diese Annahme hat man dann:

$$\text{Kraft zum Aufwärtsziehen } P = f \cdot Q + \frac{h}{l} Q;$$

$$\text{„ „ Abwärtsziehen } P_1 = f \cdot Q - \frac{h}{l} Q;$$

$$\text{„ „ Anhalten } P_2 = \frac{h}{l} Q - f \cdot Q.$$

Nach §. 89 kann bei einer nur ziemlich guten Landstraße und gewöhnlichen Frachtwagen der Reibungscoefficient ungefähr = $^1/_{25}$ bis $^1/_{30}$ angenommen werden.

Denkt man nun, eine Straße habe eine Steigung von 4 %, d. h. auf 100 Meter Länge 4 Meter Erhebung, daß also $\frac{h}{l} = {}^4/_{100} = {}^1/_{25}$ ist, so hat man

$$\text{Kraft aufwärts } P = {}^1/_{25}\, Q + {}^1/_{25}\, Q = {}^2/_{25}\, Q;$$

$$\text{„ abwärts } P_{,} = {}^1/_{25}\, Q - {}^1/_{25}\, Q = 0,$$

während die erforderliche Zugkraft auf gleicher horizontaler Straße $= {}^1/_{25}\, Q$, nämlich = dem Reibungswiderstand ist.

Man sieht also, daß bei einer gewöhnlichen mittelguten Straße, welche eine Steigung von 4 % hat, schon die doppelte Zugkraft, die auf horizontaler Straße angewendet werden muß, zum Aufwärtsziehen erfordert wird, während zum Abwärtsziehen gar keine Kraft nöthig ist.

Bei einer solchen Straße, deren Steigung etwas über $^1/_{25}$ oder

4 % wäre, würde ein Wagen schon vermöge der Schwerkraft abwärts laufen, wenn er nicht zurückgehalten wird.

Je geringer nun die Reibung ist, was von der Vollkommenheit der Bahn und Wagen abhängt, um so mehr Einfluß hat jede Veränderung der Steigung auf die nöthige Zugkraft.

Bei einer sehr guten Landstraße ist, wie wir oben gesehen, der Reibungscoefficient $f = 1/50$. Somit ist bei der angenommenen Steigung zu 4 % die nöthige Zugkraft

aufwärts $P = 1/50\ Q + 1/25\ Q = 3/50\ Q$;
abwärts $P = 1/50\ Q - 1/25\ Q = -1/50\ Q$.

Wäre die Straße horizontal, so ist nur die Kraft $P = 1/50\ Q$ erforderlich.

Hieraus sieht man, daß die Kraft zum Aufwärtsziehen schon 3mal größer sein muß, als auf horizontaler Straße. Zum Abwärtsziehen aber braucht man nicht nur gar keine Kraft, sondern das Bestreben, abwärts zu gehen, ist noch um $1/50\ Q$ größer, als der Reibungswiderstand. — Der Wagen muß also, soll er in Ruhe bleiben, noch mit einer Kraft $= 1/50\ Q$ zurückgehalten werden.

Auf gut gebauten Eisenbahnen ist $f = 1/250$ bis $1/200$. Es ist somit auf völlig horizontalen Bahnen die nöthige Zugkraft nur $= 1/200\ Q$.

Ist aber die Steigung nur ½ %, d. h. nur ½ m auf 100 m, oder 1 m auf 200 m Länge, so kann mit der nämlichen Kraft nur halbsoviel aufwärts gezogen werden; denn man hat dann

$$P = 1/200\ Q + 1/200\ Q = 2/200\ Q = 1/100\ Q.$$

Für das Abwärtsgehen hat man

$$P = 1/200\ Q - 1/200 = 0.$$

Man sieht also, daß bei der nur geringen Steigung von ½ % die auf Eisenbahnen ruhenden Wagen schon gebremst werden müssen, um nicht Gefahr zu laufen, daß solche abwärts gehen.

Wegen der angedeuteten Verhältnisse sucht man auch bei Eisenbahnen alle bedeutenden Steigungen zu vermeiden.

Anmerkung. Die äußerste Grenze in der Steigung einer Straße sollte — wenn immer möglich — die sein, bei welcher ein Fuhrwerk durch die Wirkung der Schwere allein anfängt, sich abwärts zu bewegen; es soll also der Neigungswinkel der Straße den sog. Ruhewinkel (§. 85) nicht überschreiten. Nach der Bedeckung der Straße kann darum diese Neigung verschieden sein. Bei den in neuester Zeit im badischen Schwarzwalde angelegten Kunststraßen beträgt das größte Gefälle bei der Kilpenstraße 5—6 %, bei der Straße aus dem Münster- in das hintere Wiesenthal 5—7 %. Man vermeidet bedeutende Steigungen dadurch, daß man die Straßen im Zickzack oder in Windungen auf die Höhe führt. Ebenso fährt man auch auf steilen Straßen im Zickzack, wobei man einen weniger steilen Weg macht. — Die bedeutendsten Steigungen auf Eisenbahnen sind: Badische Schwarzwaldbahn 1:50; Württembergische Bahn bei Geislingen 1:45; Brennerbahn 1:42; Semmeringbahn 1:40; Bayrische Staatsbahn zwischen Neumarkt und Marktschorgast 1:40; Englische Bahnen 1:30; Bahn zwischen Turin und Genua 1:28,6; d. i. 2¼, 2½, 3⅓ und 3½ %. Bei größern Steigungen hilft

man durch künstlich erzeugte Reibung oder auch es sind stehende Maschinen angebracht (Lüttich).

Bei der Mont-Cenis-Bahn mit über 8 % Steigung sind zur Erzeugung der Reibung an den Wagen um vertikale Axen drehbare Rollen angebracht, welche gegen eine in der Mitte der Bahn befindliche Schiene angepreßt werden.

Bei den Rigibahnen, bei Steigungen bis zu 25 % (Arth-Kulm bis 20 % und Vitznau-Kulm bis 25 %), d. i. bei einem Steigungswinkel bis zu 14° 29′, befindet sich längs des Bahnmittels eine Zahnstange, in welche ein Zahnrad eingreift, das auf der Triebaxe der Locomotive angebracht ist. Der Zug wird also bergauf gewunden bezw. geschoben. Beim Abwärtsfahren wird, nebst Anwendung der Bremse, Luft in die Dampfcylinder eingesaugt, welche dann comprimirt wird und der Bewegung Widerstand leistet; auch kann Gegendampf angewendet werden.

Die trigonometrische Rechnung führt zu folgenden Resultaten:

Ist Q die Belastung der schiefen Ebene, so ist nach §. 127 die abwärtstreibende Kraft $= Q \sin \alpha$ und die Reibung $= f \,.\, Q \,.\, \cos \alpha$. Somit erfordert es, wenn α der Winkel der schiefen Ebene ist, Kraft

zum Aufwärtsziehen $= (f \,.\, \cos \alpha + \sin \alpha)\, Q$,
" Abwärtsziehen $= (f \,.\, \cos \alpha - \sin \alpha)\, Q$,
" Anhalten $= (\sin \alpha - f \,.\, \cos \alpha)\, Q$.

Wirkt eine Kraft P wie in Fig. 205 in beliebiger Richtung, welche mit der schiefen Ebene den $\sphericalangle\, \beta$ bildet, so ergibt sich aus derselben eine Zugkraft $= P \,.\, \cos \beta$ und eine der Reibung entgegenwirkende Kraft $= f \,.\, P \sin \beta$. Für das Aufwärtsziehen hat man dann:

$$P \,.\, \cos \beta = (f \cos \alpha + \sin \alpha) \,.\, Q - f \,.\, P \,.\, \sin \beta$$

$$\text{und } P = \frac{(f \,.\, \cos \alpha + \sin \alpha) \,.\, Q}{\cos \beta + f \,.\, \sin \beta}.$$

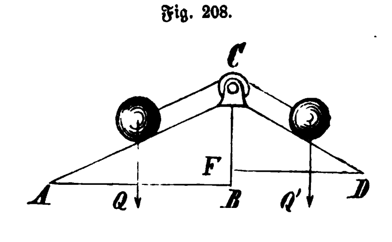
Die zum Anhalten nöthige Kraft ist

$$P' = \frac{(\sin \alpha - f \,.\, \cos \alpha)\, Q}{\cos \alpha - f \sin \beta}.$$

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Wenn die schiefe Ebene AC, Fig. 208, eine Steigung von 8 %, und die mit AC verbundene Ebene DC eine solche von 5 % hat, welche Last kann auf DC durch einen auf der Ebene AC abwärtsgehenden 40 Centner schweren Wagen nachgezogen werden, wenn die Wagen auf den beiderseitigen Ebenen in eisernen Schienenbahnen sich bewegen?

Fig. 208.



Auflösung. Ist $AC = l$, $BC = h$, $AB = b$ und $DC = l'$, $FC = h'$, $FD = b'$,

so ist die bewegende Kraft auf der Ebene $AC = \frac{h}{l} Q$; ebenso ist die aus der Last Q' resultirende auf der Ebene CD abwärtstreibende Kraft $= \frac{h'}{l'} Q'$.

Nach §. 132 findet auf AC eine Reibung $= f \,.\, \frac{b}{l} Q$ statt; ebenso ist die Reibung auf $CD = f \,.\, \frac{b'}{l'} Q'$.

Die eigentliche bewegende Kraft $\frac{h}{l} Q$ hat also die drei Bewegungswiderstände $\frac{h'}{l'} Q'$, $f \cdot \frac{b}{l} Q$ und $f \cdot \frac{b'}{l'} Q$ zu überwinden, und es muß darum fürs Gleichgewicht

$$\frac{h}{l} Q = \frac{h'}{l'} Q' + f \cdot \frac{b}{l} Q + f \cdot \frac{b'}{l'} Q' \text{ sein;}$$

d. i. weil $\frac{h}{l} = \frac{8}{100}$, $\frac{h'}{l'} = \frac{5}{100}$, und $Q = 40$ Centner, und $b = \sqrt{100^2 - 8^2} = 99{,}6$ und $b' = \sqrt{100^2 - 5^2} = 99{,}8$ ist und wenn der Reibungscoefficient nach §. 132 zu $^1/_{250}$ angenommen wird:

$$\frac{8}{100} \cdot 40 = \frac{5}{100} \cdot Q' + \frac{1}{250} \cdot \frac{99{,}6}{100} \cdot 40 + \frac{1}{250} \cdot \frac{99{,}8}{100} \cdot Q';$$

d. i. $3{,}2 = 0{,}05\ Q' + 0{,}16 + 0{,}004 \cdot Q'$;

folglich $Q' = \frac{3{,}2 - 0{,}16}{0{,}054} = \frac{3{,}04}{0{,}054} = 56{,}3$ Ctr.

Ohne Berücksichtigung der Reibung wäre nach §. 130

$^5/_{100}\ Q' = {^8/_{100}} \cdot 40$ Ctr.; folglich $Q' = 64$ Ctr.

Beträgt somit die Belastung des Wagens auf AC 40 Ctr., und die des Wagens auf CD 56,3 Ctr., so halten sich beide so im Gleichgewicht, daß ein geringes Mehr der Belastung des Wagens links dessen abwärtsgehende Bewegung und das aufsteigende Nachsichziehen des auf der andern Ebene befindlichen Wagens verursacht.

Nimmt man die Drücke auf die Ebenen zu Q und Q' statt $\frac{b}{l} Q$ und $\frac{b'}{l'} Q'$ an, so erhält man ganz dasselbe Resultat, nämlich:

$$\frac{8}{100} \cdot 40 = \frac{5}{100} \cdot Q' + \frac{1}{250} \cdot 40 + \frac{1}{250} \cdot Q',$$

und daraus wieder $3{,}2 = 0{,}05\ Q' + 0{,}16 + 0{,}004\ Q$;

also $Q' = 56{,}3$ Ctr.

Es ergibt sich hieraus, daß man bei Berechnung der Reibung auf Straßen und Bahnen von gewöhnlicher Steigung immer die ganze Last Q als Druck auf die Ebene ansehen kann.

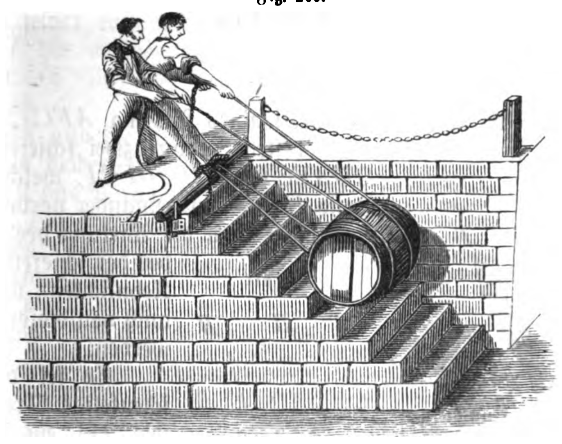
2te Aufgabe. Wenn auf die durch Fig. 209 dargestellte Weise zwei Arbeiter eine Rampe oder auch eine Treppe hinab ein 3 Centner schweres Faß langsam hinuntergleiten lassen sollen, mit welcher Kraft hat ein jeder Arbeiter das Seil anzuziehen, wenn die Höhe der Treppe (Rampe) 3 m und die Länge derselben 5,4 m beträgt?

Auflösung. Da von den zwei Seilen, welche um die Last geschlungen sind, jedes mit dem einen Ende an dem Holzstücke A festgeknüpft ist, und am andern Ende durch die Arbeiter gehalten wird, so wird also die Last gleichsam durch vier Seilstücke zurückgehalten, und es stellen die zwei untern Seilstücke, wenn sie straff angezogen und als unbiegsam angenommen werden, eine schiefe Ebene dar. Ziehen die beiden Arbeiter die Seile gleich stark an, so haben diese also überall gleiche Spannung; es sind also vier gleiche Kräfte vorhanden, welche dem Abwärtsgleiten des Fasses entgegenwirken und wovon jede gleich der Kraft ist, mit welcher ein Arbeiter das Seil anspannt.

Ist P eine von diesen Kräften, so ist also die dem Abwärtsgleiten widerstehende Gesammtkraft, ohne Berücksichtigung der nur geringen Reibung, $= 4P$. Bei den gegebenen Dimensionen ist aber die an der Last wirkende abwärtstreibende Kraft

$$= \frac{3}{5{,}4} \cdot Q = \frac{3}{5{,}4}\ 150 \text{ kg.}$$

Fig. 209.



Somit ist für's Gleichgewicht

$$4P = \frac{3 \cdot 150}{5{,}4}; \text{ also}$$

$$P = \frac{3 \cdot 150}{5{,}4 \cdot 4} = 20{,}83 \text{ kg}.$$

3te Aufgabe. Welche Last kann von einem Pferde bei gewöhnlichem Schritte auf einer sehr guten trockenen Schotterstraße, die 2 % Steigung hat, aufwärts gezogen werden?

Auflösung. Man hat für diesen Fall

$$P = fQ + \frac{h}{l} Q.$$

Die Zugkraft eines Pferdes, das im Schritt vorwärts geht, beträgt durchschnittlich 70 kg; nach §. 89 ist für gewöhnliche Frachtwagen $f = {}^1/_{50}$; folglich hat man $70 = {}^1/_{50}\, Q + {}^2/_{100}\, Q = {}^1/_{25}\, Q$; woraus sich ergibt: $Q = 25 \cdot 70 = 1750$ kg.

Ein Pferd kann also 1750 kg = 35 Centner aufwärts ziehen, während es abwärts, bei der genannten Steigung und Reibung jede beliebige Last mit dem geringsten Kraftaufgebot nach sich ziehen kann, weil alsdann $f \cdot Q = \frac{h}{l} Q$, nämlich $\frac{1}{50} Q = \frac{2}{100} Q$ ist.

4te Aufgabe. Das Gewicht eines Eisenbahnzuges sei 100000 kg; welche Kraft braucht man zum Auf- und Abwärtsfahren, sowie zum Anhalten, wenn die Bahn ${}^1/_4$ % Steigung hat und auf den Luftwiderstand keine Rücksicht genommen wird?

Auflösung.

Kraft zum Aufwärtsziehen $= \frac{1}{200} \cdot 100000 + \frac{1}{400} \cdot 100000 = 750$ kg.

" zum Abwärtsziehen $= \frac{100000}{200} - \frac{100000}{400} = 250$ kg.

" zum Anhalten $= \frac{100000}{400} - \frac{100000}{200} = -\ 250$ kg.

Der letztere negative Werth sagt, daß man keine Kraft zum Anhalten braucht, sondern daß die Reibung das abwärtstreibende Bestreben um 250 kg übertrifft.

5. Vom Keil.

§. 133.

Der Keil ist meistens ein dreiseitiges Prisma *AFCJ*, Fig. 210, und kann angesehen werden, als bestehe er aus zwei schiefen Ebenen, *HDAECJ* und *HDBFCJ*, welche an ihrer Basis *HDCJ* mit einander verbunden sind. Daher hat auch die Wirkung des Keiles mit der der schiefen Ebene alle Aehnlichkeit und könnte auch von dieser hergeleitet werden.

Fig. 210.

Fig. 211.

Es sei das gleichschenkelige Dreieck *ABC*, Fig. 211, ein Querschnitt des neben gezeichneten Keiles, so nennt man

AB den Rücken des Keiles,

AC und *BC* die Seiten, und

DC die Höhe oder Länge des Keiles.

Angewendet wird diese mechanische Potenz, außer zu Pressen, weniger als eigentliche Maschine, sondern um die Theile eines Körpers, oder zwei verbundene Körper zu trennen, indem die Schärfe des Keils zwischen sie getrieben wird; sowie auch zum Befestigen.

Eine Kraft wirkt auf den Rücken des Keils, und zwar gewöhnlich nach der Höhe *DC*. Die Widerstände, welche die zu trennenden oder zu pressenden Gegenstände entgegensetzen, und welche sich gegen die Seiten des Keiles äußern, sind als die zu überwindende Last anzusehen.

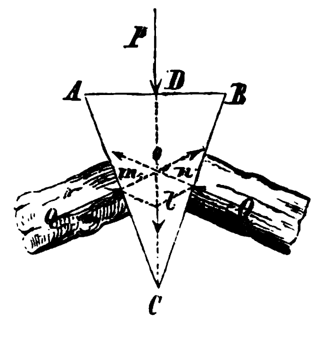
Auch hier, wie bei der schiefen Ebene, kommen vorzugsweise zwei Fälle in Betracht; es können sich nämlich die Widerstände oder Hindernisse in senkrechter Richtung auf die Seiten des Keiles, oder aber nach horizontaler Richtung, d. i. senkrecht auf die Höhe des Keiles, äußern.

§. 134.

Man nehme an, in den Punkten *m* und *n*, Fig. 212, wirken normal, d. i. senkrecht auf die Seiten des Keils die zwei Kräfte *Q*, welche die Widerstände der zu trennenden oder zu pressenden Körper vorstellen, und es seien diese zwei Kräfte *Q* mit der in *D* nach *DC* wirkenden Kraft *P* im Gleichgewicht. Nun kann man sich die drei Kräfte in dem Durchschnittspunkte *o* ihrer Richtungslinien wirksam denken, und es leuchtet

dann von selber ein, daß, fürs Gleichgewicht, P die entgegengesetzt wirkende Mittelkraft (§. 36) der beiden Kräfte Q sein muß.

Fig. 212.



Stellen nun die gleichen Linien om und on die beiden Kräfte Q vor, und man ergänzt das Parallelogramm $omln$, so ist klar, daß durch die Diagonale ol die Mittelkraft P vorgestellt wird; daher gilt die Proportion

$$P : Q = ol : om.$$

Es sind aber die beiden gleichen Dreiecke olm und oln ähnlich dem Dreiecke ABC, weil die Seiten des erstern einzeln auf denen des letztern senkrecht stehen und also gleiche Winkel bilden; demnach hat man

$$ol : om = AB : AC.$$

Aus beiden Proportionen ergibt sich aber die neue

$$P : Q = AB : AC;$$

folglich $P = \frac{AB}{AC} . Q$; und $Q = \frac{AC}{AB} . P$.

Wenn also die Last oder der Widerstand senkrecht auf die Seiten des Keils wirkt, so verhält sich die Kraft zur Last, wie der Rücken des Keils zur Seite.

§. 135.

Es wirken nun aber die Widerstände oder Kräfte Q' an den Punkten m und n, Fig. 213, senkrecht auf die Höhe DC.

Fig. 213.

Nun hat man im vorigen §. gesehen, daß die Kraft P im Stande ist, den senkrecht auf die Seiten des Keils wirkenden zwei Kräften Q das Gleichgewicht zu halten, wenn $Q = \frac{AC}{AB} . P$ ist. — Man kann also sagen, daß eine auf jedwede Seite des Keils nach normaler Richtung, also nach mo wirkende Kraft $Q = \frac{AC}{AB} . P$ vorhanden sein muß, um mit der nach DC wirksamen Kraft P im Gleichgewicht zu sein.

Zugleich wird man einsehen, daß eine nach ml wirkende Kraft Q', um mit P Gleichgewicht zu halten, nicht so groß wie Q sein darf.

Denn zerlegt man die Kraft Q in zwei rechtwinkelige Seitenkräfte Q' nach p, wovon Q' nach ml, also nach der Zeichnung horizontal, und p nach mp oder vertikal aufwärts wirkt, so ist klar, daß, wenn nach letztem §. die Kraft Q durch die Hypotenuse mo, also die Kraft Q' durch die Kathete ml vorgestellt wird, Q' kleiner als Q sein muß.

Das nämliche Resultat ergibt sich auch aus der einfachen Betrachtung, daß, weil die Seitenkraft p vertikal der Kraft P entgegenwirkt, diese Kraft P geschwächt wird, und nicht im Stande ist, einen horizontalen Widerstand, der so groß als $Q = \frac{AC}{AB} \cdot P$ ist, zu überwinden.

Weil also Q durch mo und Q' durch ml ausgedrückt ist, so hat man

$$Q = \frac{mo}{ml} \cdot Q'.$$

Es ist aber $\triangle\, mol \backsim \triangle\, ADC$; daher steht AC zu DC im gleichen Größenverhältniß wie mo zu ml; und man kann also auch setzen

$$Q = \frac{AC}{DC}\, Q'.$$

Nach vorigem §. ist aber

$$P = \frac{AB}{AC} \cdot Q.$$

Setzt man für Q obigen Werth, so ergibt sich für die Kraft

$$P = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AC}{DC}\, Q' = \frac{AB}{DC}\, Q';$$

oder es verhält sich

$$P : Q' = AB : DC.$$

Somit, wenn die Widerstände senkrecht auf die Höhe des Keils wirken, so verhält sich die Kraft zur Last, wie der Rücken des Keils zur Höhe.

§. 136.

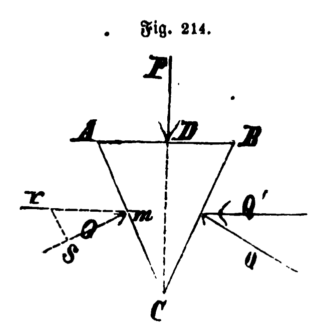


Fig. 214.

Nach §. 112 lassen sich die Wirkungen der Kräfte am Keil ebenfalls unmittelbar nachweisen.

Wird der Keil, Fig. 214, um seine ganze Höhe DC eingetrieben, durchläuft also die Kraft P den Weg DC, so machen die zwei Lasten Q jede einen Weg seitwärts $= AD$, welches die nämliche Wirkung ist, als wenn die eine Last Q einen Weg gleich dem ganzen Rücken AB zurücklegt. Es kann also die senk-

recht auf die Seiten des Keils wirkende Last so viel mal größer sein, als die Kraft, so viel mal der Rücken des Keils kleiner ist, als seine Seite; also

$$Q = \frac{AC}{AB} \cdot P;$$

$$\text{oder } P = \frac{AB}{AC} Q.$$

Während aber ein in m wirksamer Widerstand in normaler Richtung von m nach s zurückweicht, wird derselbe, wenn er in horizontaler Richtung wirkt, von m bis r überwunden, wenn rs parallel mit AC, also senkrecht auf sm ist.

Es verhält sich darum auch nach §. 112 der horizontale (d. h. zur Höhe senkrechte) Widerstand Q' zum normalen Q wie sm zu rm.

Es verhält sich aber auch

$$sm : rm = DC : AC;$$

$$\text{folglich } Q' : Q = DC : AC.$$

Dies gibt wieder:

$$Q = \frac{AC}{DC} \cdot Q';$$

und durch Substitution

$$\frac{AC}{AB} \cdot P = \frac{AC}{DC} \cdot Q' \text{ d. i. } P = \frac{AB}{DC} Q'.$$

§. 137.

Bei allen Anwendungen des Keiles, zum Pressen, als Hebezeug auf Schiffswerften, zum Spalten von Holz, Steinen u. s. w., ferner als Schneid- und Stechwerkzeuge, z. B. Messer, Beile, Nadeln 2c. ist noch die Reibung zu berücksichtigen. Diese ist bei der gewöhnlichen Anwendung des Keils immerhin sehr groß und erhöht den eben gefundenen Werth der Kraft auch in den günstigsten Fällen um wenigstens das Dreifache.

Wegen des großen Reibungswiderstandes aber hat der Keil gerade vielfache Anwendung beim Befestigen von Maschinentheilen als eigentlicher Keil, Nägel u. s. w. gefunden; denn ohne diesen Reibungswiderstand würde der Keil, auch eingetrieben, nach Aufhören der Kraftwirkung sogleich wieder zurückgehen.

Damit der Keil als eigentliche Maschine, wie z. B. als Keilpresse (s. unten) vortheilhafter wirke, sucht man den Reibungswiderstand dadurch zu verringern, daß man die gleitende Reibung durch Anbringen sogenannter Friktionsrollen in eine rollende verwandelt.

Aus Obigem folgt, daß die Wirkungsfähigkeit des Keils um so größer ist, je spitzer derselbe, d. h. je kleiner der Winkel ist, den die beiden Seiten des Keils bilden. Mit der Abnahme des Winkels ver-

mindert sich aber auch die Stärke des Keils als Werkzeug. Der gewöhnliche Winkel beim Keil ist darum, wenn er zum Spalten des Holzes verwendet wird, ungefähr 30°, für Eisen 50—60°, für Messing 80—90°.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Welcher Widerstand kann vermittelst eines Keiles, dessen Rücken = 12 cm und dessen Seite = 45 cm ist, durch eine Kraft von 90 kg überwunden werden, wenn der Widerstand senkrecht auf die Seiten des Keiles wirkt, und wenn auf Reibung keine Rücksicht genommen wird?

Auflösung. Nach §. 134 verhält sich Kraft : Last = Rücken : Seite;
also 90 : Q = 12 : 45;
folglich beträgt der Widerstand $Q = \frac{90 . 45}{12} = 337{,}5$ kg,
welcher von jeder Seite wirken kann.

2te Aufgabe. Nach welchen Verhältnissen muß ein Keil construirt werden, wenn — abgesehen von der Reibung — vermittelst desselben durch eine Kraft von 60 kg ein Widerstand von 500 kg überwunden werden soll?

Auflösung. 1ster Fall: der Widerstand wirke senkrecht auf die Seiten des Keils. Alsdann muß sich verhalten:

Rücken : Seite = P : Q;
folglich Rücken : Seite = 60 : 500
= 6 : 50
= 1 : $8^1/_3$
u. s. w.

2ter Fall: der Widerstand wirke horizontal, oder senkrecht auf die Höhe des Keils. In diesem Falle verhält sich

Rücken : Höhe = P : Q;
also Rücken : Höhe = 60 : 500
= 1 : $8^1/_3$
u. s. w.

6. Von der Schraube.

§. 138.

Wenn man einen Punkt a, Fig. 215, an der Außenfläche eines Cylinders so herumführt, daß er immer um das Nämliche aufwärts steigt, oder daß seine Richtung immer den gleichen Neigungswinkel behält, so beschreibt dieser Punkt eine zusammenhängende, doppelt gekrümmte Linie $abcdefghik\ldots$, die man Schraubenlinie nennt.

Stellt man sich nun vor, auf dieser Schraubenlinie werde ein biegsamer prismatischer Körper umgewunden, so daß immer eine Seite desselben genau am Cylinder anliegt, so nennt man die Hervorragung ein Schraubengewinde.

Einen einzelnen Umgang dieses Gewindes nennt man einen Schraubengang, und das Ganze ist eine Schraubenspindel oder kurzweg Schraube. Die Schraube bewegt sich gewöhnlich in einem

entsprechenden hohlen Gewinde, welches man Schraubenmutter nennt.

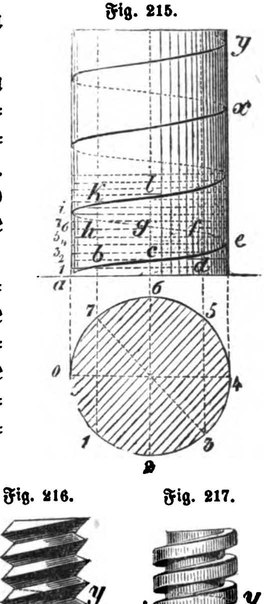


Fig. 215.

Je nachdem das umwickelte Prisma ein drei- oder vierseitiges ist, entstehen scharfgängige (scharfe oder dreieckige), oder glattgängige (flache oder viereckige) Schrauben. Rundgängige Schrauben sind selten und entstehen, wenn der auf die Schraubenlinie gewundene Körper ein halber Cylinder ist.

Ferner unterscheidet man nach der Richtung der Schraubengewinde rechte und linke Schrauben, und nach der Anzahl der Gewinde, welche von der Basis der Schraube sich aufzuwickeln beginnen, einfache, doppelte, dreifache 2c., oder ein-, zwei-, dreigängige 2c. Schrauben.

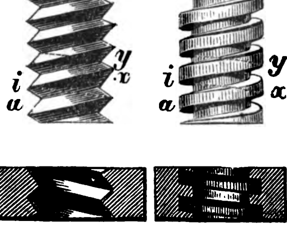


Fig. 216. Fig. 217.

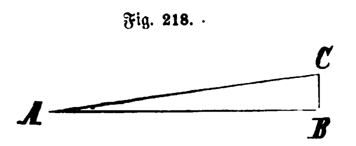
Die senkrechte Entfernung ai, um welche der Punkt a, Fig. 215, nach einem Umgange in die Höhe gestiegen ist, heißt die Steigung eines Schraubenganges oder die Ganghöhe.

In Fig. 215, sowie bei der scharfen Schraube, Fig. 216, und bei der flachen Schraube, Fig. 217, bezeichnen daher ai und xy diese Steigung oder Ganghöhe.

§. 139.

Aus der im vorigen §. gegebenen Erklärung der Schraube ergibt sich sogleich, daß jeder einzelne Schraubengang eine schiefe Ebene vorstellt, deren Länge gleich der Länge $abc \ldots i$, deren Höhe gleich der Höhe ai eines Schraubengangs, und deren Basis gleich dem Umfange der Schraubenspindel ist. — Denn denkt man sich oben in Fig. 216 einen einzelnen Schraubengang abgewickelt, so stellt ihn das rechtwinkelige Dreieck ABC, Fig. 218, vor, in welchem AB gleich dem Umfange der Spindel und BC gleich der Steigung ai ist.

Fig. 218.

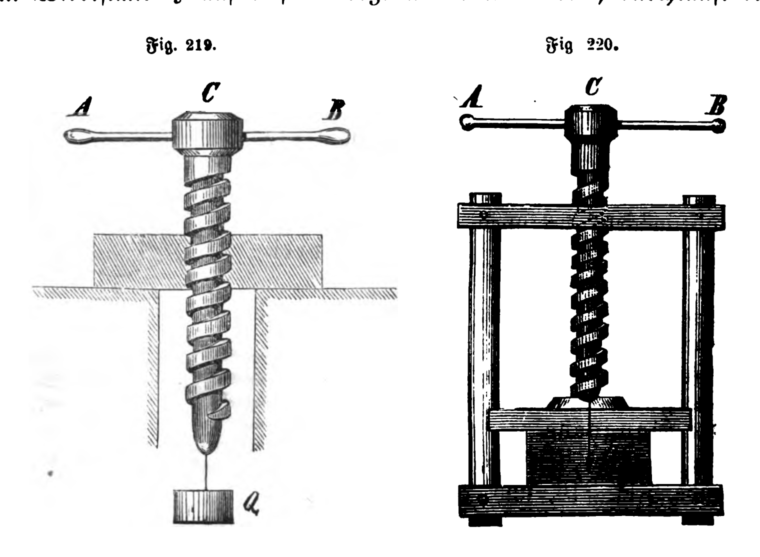


Nimmt man nun an, die Mutter einer Schraube sei fest und auf die Spindel wirke, nach der Richtung der Achse, ein Widerstand oder eine Last Q, Fig. 219, oder wie bei der Spindelpresse, Fig. 220, so ist klar, daß bei einer einmaligen Umdrehung der Spindel der

Widerstand auf einem Wege, der der Höhe eines Schraubenganges $BC = h$, Fig. 218, gleich ist, überwunden — nämlich eine Last auf diese Höhe gehoben, oder etwas Widerstehendes um so viel zusammengepreßt — wird.

Während die Last Q aber auf die Höhe h gehoben oder irgend ein Widerstand Q auf diesem Wege überwunden wird, durchlauft der

Fig. 219. Fig 220.



Angriffspunkt der Kraft P, welche entweder unmittelbar an der Schraube oder an einem Hebelarm AC, Fig. 219 und 220, wirkt, den Umfang eines Kreises.

Dieser Umfang ist aber $= 2R\pi$, wenn $AC = R$ gesetzt wird, und man hat also nach §. 112, da die Kräfte (oder Kraft und Last) sich immer umgekehrt wie ihre Wege verhalten, oder auch da ihre gegenseitigen Arbeitsgrößen gleich sein müssen,

$$P : Q = h : 2R\pi;$$

oder
$$P \,.\, 2R\pi = Q \,.\, h;$$

und folglich
$$P = \frac{h}{2R\pi} \,.\, Q;$$

und
$$Q = \frac{2R\pi}{h} \,.\, P.$$

Man sieht also, daß man an der Schraube das Sovielfache an Kraft gewinnt, als die Steigung in dem Umfange des Kreises, den der Angriffspunkt der Kraft bei einer Umdrehung macht, enthalten ist.

Betrachtet man einen Schraubengang, wie oben gesagt ist, als schiefe Ebene, so kann auch für die Schraube die Regel der schiefen

Ebene angewendet werden, und zwar gilt dann der zweite Fall, in welchem nämlich die Kraft parallel mit der Basis wirkt.

Man hat alsdann, wenn man sich die Kraft unmittelbar in dem Gewinde wirksam denkt, und wenn r den mittlern Radius oder den Abstand des Mittels eines Schraubengangvorsprunges von der Schraubenachse, folglich $2r\pi$ den mittlern Umfang des Gewindes oder die Basis der schiefen Ebene bedeutet,

$$P : Q = h : 2r\pi.$$

Wirkt aber, wie in den obigen Figuren, die Kraft in einem Abstande $R = AC$ von der Spindelachse, so ist natürlich, wie oben,

$$P : Q = h : 2R\pi.$$

§. 140.

Für den Fall, daß die Spindel unbeweglich, die Mutter aber beweglich ist, wie bei der Buchbinderpresse, Fig. 221, gelten begreiflicher Weise die im vorigen §. entwickelten Gesetze ebenfalls.

Fig. 221.

Desgleichen auch, wenn die Spindel eine blos drehende und die Mutter nur eine Bewegung nach der Längenrichtung der Schraube hat; oder umgekehrt, wenn die Spindel sich blos der Länge nach bewegen und die Mutter sich nur drehen kann.

Ebenso ist die Berechnung mehrgängiger Schrauben die nämliche, wie vorhin, denn in allen den genannten Fällen wird immer bei einer Umdrehung der Schraube der entgegenwirkende Widerstand auf einem Wege gleich der Ganghöhe überwunden.

§. 141.

Nach §. 139 läßt sich leicht die Länge eines Schraubenganges oder der Schraubenlinie berechnen. Denn da — wie dort gesagt wurde — die Schraubenlinie die Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreiecks ist, dessen eine Kathete gleich dem Spindelumfange, also $= 2r\pi$, die andere aber gleich der Höhe h eines Ganges ist, so hat man in Fig. 222 für die Länge $AC = l$ eines Schraubenganges

Fig. 222.

$$l^2 = 2^2r^2\pi^2 + h^2;$$

folglich

$$l = \sqrt{4r^2\pi^2 + h^2}.$$

Es ergibt sich hieraus auch, daß, wenn man von Papier ein rechtwinkeliges Dreieck ABC ausschneidet, so daß AB = dem Spindelumfange $2r\pi$, und BC = der Ganghöhe h gemacht wird, und man alsdann die erhaltene Schablone um einen Cylinder so herumwickelt, daß B auf A und also C gerade über A zu liegen kommt, man nur mit einem Zeichenstift der Seite AC nachzufahren braucht, um die Schraubenlinie $ab.....i$, Fig. 222, auf dem Cylinder aufgezeichnet zu erhalten, und darnach die Schraube schneiden zu können.

Anmerkung. Anwendung des gleichen Verfahrens bei Construction gewundener Treppen, behufs richtiger Versetzung der Stufen 2c.

§. 142.

Die Schraube hat mannigfaltige Anwendung zum Heben von Lasten als Schraubenwinde, zu Pressen — Papier-, Wein-, Oelpressen u. s. w. —, als Mittel zum Verbinden und Festhalten von Gegenständen (Holzschrauben, Druck-, Klemm- und Stellschrauben, Bohrer); auch zu Messungen und feinen Theilungen — Mikrometerschrauben —; ferner auch als Bewegungsmittel bei Drehbänken, Bohrmaschinen 2c., wo dem Meißel vermittelst einer Schraube neben der drehenden oft noch eine zweckmäßige fortschreitende Bewegung mitgetheilt wird; und endlich sehen wir noch die Schraube als vorzüglichstes Fortbewegungsmittel, als s. g. archimedische Schraube bei den Schraubendampfschiffen und als Schraube ohne Ende. Von letzterer ist weiter unten noch die Rede.

Die Anwendung der Mikrometerschrauben beruht auf dem Satze, daß bei einer Umdrehung der Schraubenspindel, diese, oder die Mutter, um eine Ganghöhe vorangerückt wird. Da man nun Mikrometerschrauben macht, bei welchen 100 und noch mehr Umwindungen auf einen cm Höhe kommen, so sieht man ein, welche unendlich kleinen Bewegungen man mit solchen Schrauben hervorbringen kann, wenn namentlich denselben nur eine halbe, eine Viertels- oder gar nur eine Hundertstels-Umdrehung 2c. gegeben wird, was man vermittelst einer an der Schraube angebrachten eingetheilten Kreisscheibe leicht messen kann. Hätte z. B. eine Mikrometerschraube 40 Gänge auf 1 cm Höhe, so daß eine Ganghöhe $^1/_{40}$ cm oder $^1/_4$ mm betrüge, und man könnte mit Hülfe einer in 1000 Theile eingetheilten Scheibe und eines Zeigers $^1/_{1000}$ Umdrehungen ablesen, so würde bei einer Umdrehung um einen solchen Theil die Spindel um $^1/_{1000}$ von $^1/_4$, d. i. um $^1/_{4000}$ mm vor- oder zurückgehen. Blechlehre!

Bei den Schraubendampfern wird durch eine Dampfmaschine und vermittelst entsprechender Bewegungsübersetzung eine am hintern Untertheile, unmittelbar vor dem Steuer in der Längsrichtung des Schiffes hervorragende Spindel, welche ein Schraubengewinde enthält, unter Wasser mit großer Geschwindigkeit in Umdrehung gesetzt. Dabei

bohrt sich die Schraube, weil die Spindel sich nur drehen kann, förmlich in das Wasser hinein und bewegt in Folge des vom Wasser bei der raschen Drehung der Spindel entgegengesetzten Widerstandes das Schiff vorwärts. Die Schraube bestand ursprünglich aus einem continuirlichen Gewinde von nur einer Ganghöhe; jetzt besteht das Gewinde meistens nur aus zwei, drei oder vier einzelnen Segmenten oder Flügeln, welche auf gleicher Höhe in der Richtung von gleichmäßig steigenden Schraubenlinien eingesetzt sind und Schraubenflächen bilden. Bei gewöhnlichen Dampfern beträgt der äußere Durchmesser der Schiffsschraube ca. 1 m und mehr; eine in der Pariser Ausstellung 1867 von Frankreich ausgestellte Panzerfregatte ersten Ranges hatte einen äußeren Schraubendurchmesser von ca. 5 1/2 Meter.

Die Fig. 223, 224, 225, 226 und 227 zeigen die Formen der Schraube, sowie ihre Anwendung, und zwar zeigt Fig. 223 die ursprüngliche Form und Fig. 224 und 225 die neuen Abänderungen: Fig. 226 ist der Grundriß einer dreiflügeligen Schraube.

Die Vortheile der Schraubendampfer oder s. g. Schraubenpropeller sind: Ermöglichung einer leichteren Wendung der Schiffe; diese können breiter sein, als die Schaufel- oder Raddampfer; sind leichter und weniger vom Tiefgange abhängig, machen die Anwendung von

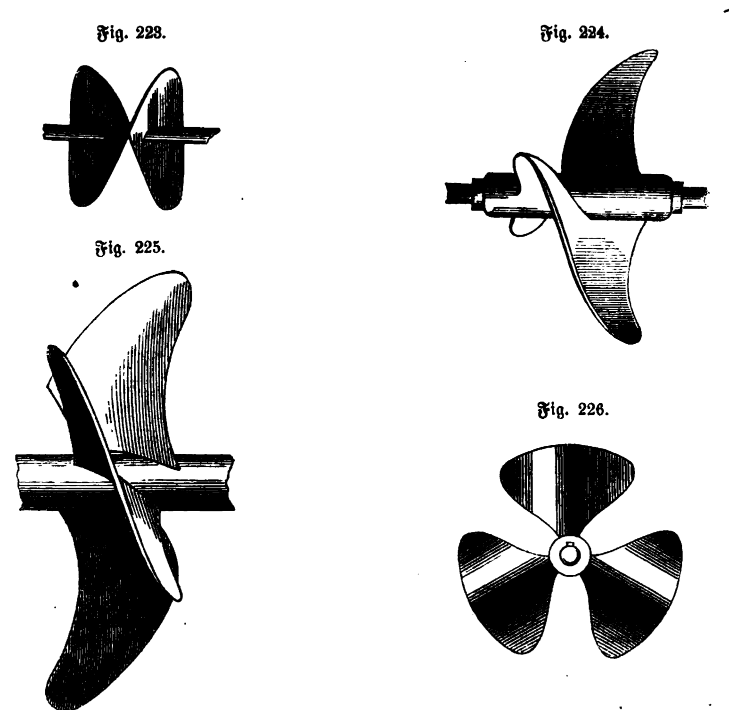
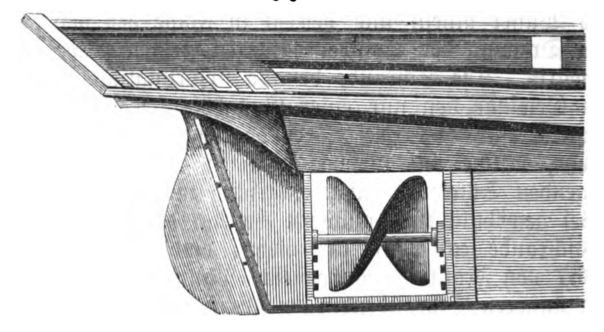


Fig. 223. Fig. 224. Fig. 225. Fig. 226.

Fig. 227.



Segeln thunlicher, und sind vor Allem im Kriege praktischer, da die Schraube nicht so leicht zerstört werden kann, als die Schaufelräder *).

Die Schraube findet auch noch, wie früher schon gesagt wurde, Anwendung bei den s. g. gezogenen Läufen, bei den Miniégewehren 2c., bei welchen im Innern des Laufes schraubengangartig gewundene Einschnitte oder Rinnen angebracht werden, in welchen die Kugel gezwungen ist, sich zu bewegen. Durch die ihr mitgetheilte Rotation um eine horizontale Längsachse, die sie auch außer dem Laufe beibehält, ist ihre Bewegung eine sicherere; zudem daß, wie schon früher erwähnt, das dadurch bewirkte längere Verweilen der Kugel im Laufe zur Folge hat, daß sie länger der Einwirkung der bewegenden Kraft ausgesetzt ist, also eine größere Leistungsfähigkeit erhält.

Handkraftpropeller für Segelschiffe d. h. solche für den Handbetrieb. Anwendung der Schraube bei der Luftschifffahrt.

§. 143.

Bei der Anwendung der Schraube müssen mehr, als bei irgend einer andern mechanischen Potenz, die in §. 139 gefundenen Resultate mit Berücksichtigung der Reibung modifizirt werden, weil letztere hier sehr groß ist.

Daß die Reibung zwischen Spindel und Mutter oft selbst den Druck der zu hebenden Last übersteigt, sehen wir leicht, da wenn die Spindel einen Druck auszuhalten oder eine Last zu tragen hat, diese die Schraube nicht leicht rückwärts treibt, wenn auch die Kraft nicht

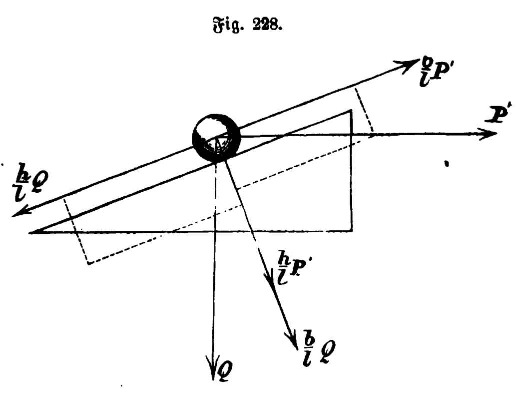
---

*) Die Erfindung der Schraubendampfschiffe gebührt den Deutschen. Der K. K. östr. Marineforstintendant Jos. Ressel erwirkte 1827 das erste Patent. Zwar, wie in so vielen Dingen, will das Ausland uns die Ehre streitig machen und nennen die Franzosen ihren Landsmann Ferd. Sauvage als Erfinder. Doch datirt das von diesem erwirkte Patent erst von 1832 an. Aehnliche Mechanismen mögen vorher wohl schon erfunden worden sein, und sollen namentlich auch die Engländer Hulls und Paucton schon 1737 und 1768 solche construirt haben; allein zur praktischen Bedeutung führten solche nicht. Das erste eigentliche Schraubenschiff wurde 1840 von dem Engländer Smith erbaut.

mehr wirkt. Hierin liegt gerade auch der Nutzen derjenigen Schrauben, die zum Befestigen dienen, denn ohne bedeutende Reibung wären sie ja zwecklos.

Um die Größe der für die Schraube nöthigen Triebkraft mit Berücksichtigung der Reibung zu erhalten, betrachten wir zunächst die flachgängige Schraube. — Bei einer schiefen Ebene, als welche das Schraubengewinde anzusehen ist, findet für den Fall, daß die Kraft parallel mit der Basis wirkt, ein doppelter Druck auf die Ebene statt. Einmal drückt die Last Q, und zwar nach §. 127 mit einem Antheil $= \frac{b}{l} Q$. Sodann drückt auch ein Theil der mit der Basis parallelen Kraft P' nach §. 128, und zwar mit $\frac{h}{l} P'$, wie dies Alles die Kräftezerlegung von Q und P', Fig. 228, wiederholt zeigt.

Fig. 228.



Der Gesammtdruck auf die schiefe Ebene oder auf die Schraubenfläche ist also $= \frac{b}{l} Q + \frac{h}{l} P'$, und folglich die Reibung, wenn f den Reibungs-Coefficienten bedeutet,

$$= f \left(\frac{b}{l} Q + \frac{h}{l} P'\right).$$

Diesen Reibungswiderstand zu dem in der Last Q wirksamen, abwärtstreibenden Bestreben $\frac{h}{l} Q$ addirt, gibt den Gesammtbewegungswiderstand für das Hinaufziehen

$$= \frac{h}{l} Q + f \left(\frac{b}{l} Q + \frac{h}{l} P'\right).$$

Nach obiger Zerlegung Fig. 228 ist aber die aufwärtsziehende Kraft $= \frac{b}{l} P'$; somit fürs Gleichgewicht

$$\frac{b}{l} P' = \frac{h}{l} Q + f \left(\frac{b}{l} Q + \frac{h}{l} P'\right),$$

woraus sich ergibt:

$$P' \left(\frac{b}{l} - f \cdot \frac{h}{l}\right) = \left(\frac{h}{l} + f \cdot \frac{b}{l}\right) Q,$$

d. i. $$P' = \left(\frac{h + f \cdot b}{b - f \cdot h}\right) \cdot Q.$$

Für die Schraube $2 r \pi$ statt b gesetzt, worin r den mittlern Radius (§. 139) bezeichnet, gibt

$$P' = \left(\frac{h + 2 \,.\, r \,.\, \pi \,.\, f}{2 \,.\, r \,.\, \pi - f \,.\, h}\right) . \, Q.$$

Da aber die Triebkraft P an einem Hebelarm R, und nicht unmittelbar im Schraubengewinde wirkt, so kann diese Kraft nach Früherem so vielmal kleiner als P' sein, als der Hebelarm R größer als r ist; oder es muß P nur $\frac{r}{R} P'$ betragen, und es ergibt sich alsdann für die Anwendung als Kraft, die zur Ueberwindung der Last Q nöthig ist,

$$P = \frac{r \,.\, (h + 2 \,.\, r \,.\, \pi \,.\, f)}{R \,.\, (2 \,.\, r \,.\, \pi - f \,.\, h)} . \, Q.$$

Wäre P'' diejenige Kraft, welche aufgeboten werden müßte, um die Last Q im Gleichgewichte zu erhalten, d. h. um die Schraube vor dem durch die Last Q bewirkten Zurückgehen zu bewahren, so hätte man für dieselbe

$$\frac{b}{l} P'' = \frac{h}{l} Q - f\left(\frac{b}{l} Q + \frac{h}{l} P''\right),$$

weil alsdann die Reibung von der aus der Last Q resultirenden bewegenden Kraft $\frac{h}{l} Q$ abzuziehen ist.

Für diesen Fall ist dann

$$P'' = \frac{h - f \,.\, b}{b + f \,.\, h} . \, Q = \frac{h - 2 r \pi f}{2 r \pi + f \,.\, h} . \, Q;$$

und wenn die Kraft an einem Hebel R statt r wirkt:

$$P'' = \frac{r \,.\, (h - 2 r \pi f)}{R \, (2 r \pi + f \,.\, h)} . \, Q.$$

Ist hiebei $h = 2 r \pi f$, so ist $P'' = 0$, d. h. es ist vermöge der Reibung schon Gleichgewicht. Ist h größer als $2 r \pi f$, so muß Kraft aufgewendet werden, um Gleichgewicht herzustellen, d. h. die Schraube springt sonst unter der Wucht der Last zurück.

Für metallene Schrauben muß der Reibungscoefficient für den Anfang der Bewegung $f = 0{,}12$ angenommen werden. In diesem Falle ist obiger Ausdruck für die Kraft P der kleinste, d. h. die Schraube gibt den größten Nutzeffekt, wenn h nahezu $= 2 r \pi$ wird, oder wenn die Neigung der Schraubenlinie gegen den Horizont nahezu 45°, genau $41^{\circ}\, 25 \frac{1}{2}'$ beträgt. Für mehr oder weniger steile Gewinde ist die Reibung bedeutender, und kann, wie schon bemerkt, so groß werden, daß sie zu ihrer Bewältigung einen größern Kraftaufwand verursacht, als die Ueberwindung der bloßen Last selbst.

Bei gewöhnlichen Schraubendimensionen beträgt die nöthige Triebkraft das Zwei- bis Dreifache der ohne Reibung nöthigen Kraft. Wenn sich aber die Schraubenspindel nicht zugleich dreht und voranbewegt, wie angenommen wurde, sondern eine bloß drehende Bewegung hat, und alsdann die Mutter voranbewegt wird, so kommt zu obiger Reibung auch noch die Reibung an den Stoßscheiben und in den Führungen hinzu. In diesem Falle ist der nöthige Kraftaufwand also noch größer. Sodann ist bei scharfgängigen Schrauben die Reibung auch etwas bedeutender, als bei flachen Schrauben, und darum auch bei erstern mehr Kraft erforderlich.

Den innern Durchmesser d der Schraubenspindel berechnet man für den auszuhaltenden Druck oder Zug nach der Lehre von der absoluten oder der rückwirkenden Festigkeit, und nimmt aber dann, neben der schon beobachteten Sicherheit, mit Rücksicht auf die von der Spindel auszuhaltende Drehung, das gefundene Maß nahezu doppelt.

Die Ganghöhe h soll bei einfachen flachen Schrauben von Eisen $^2/_8$ bis $^2/_7$ d betragen, und die Gewindebreite b, welche der Gewinddicke gleich werden soll, also $= {}^1/_2\ h$, d. i. $^1/_8\ d$ bis $^1/_7\ d$ sein.

Bei mehrfachen Schraubengewinden ist die Gewindstärke die nämliche, dagegen die Ganghöhe sovielmal größer zu nehmen, als Gewinde vorhanden sind.

Das trigonometrische Rechnen gibt nach früherem oder auch, da

$$h = l \,.\, sin\ \alpha \text{ und } b = l \,.\, cos\ \alpha,$$

wobei α wieder der Winkel der schiefen Ebene ist:

Kraft zur Bewegung der Schraube

$$P = \frac{r}{R}\left(\frac{sin\ \alpha + f \,.\, cos\ \alpha}{cos\ \alpha - f \,.\, sin\ \alpha}\right) . \, Q;$$

und Kraft, um Gleichgewicht zu erhalten, oder zum Anhalten der Schraube

$$P' = \frac{r}{R}\left(\frac{sin\ \alpha - f \,.\, cos\ \alpha}{cos\ \alpha + f \,.\, sin\ \alpha}\right) . \, Q.$$

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Welche Kraft braucht man, um vermittelst einer metallenen Schraube einen Druck von 1000 kg auszuüben, wenn die Ganghöhe $h = 3$ cm, der mittlere Radius $= 6$ cm ist und die Kraft an einem Hebelarm von 60 cm Länge wirkt?

Auflösung. Den Reibungscoefficient zu 0,12 angenommen, gibt

$$P = \frac{6\,(3 + 2 \,.\, 6 \,.\, 3{,}14 \,.\, 0{,}12) \,.\, 1000}{60\,(2 \,.\, 6 \,.\, 3{,}14 - 0{,}12 \,.\, 3)},$$

d. i.

$$P = 20{,}15 \text{ kg}.$$

Ohne Reibung wäre

$$P = \frac{h}{2 \,.\, R \,.\, \pi} \,.\, Q = \frac{3 \,.\, 1000}{2 \,.\, 60 \,.\, 3{,}14} = \text{nahezu } 8 \text{ kg}.$$

Es ist also mit Berücksichtigung der Reibung die anzuwendende Kraft $\frac{20{,}15}{8}$, d. i. ungefähr $2^1/_2$mal größer, als ohne Reibung.

Bei einem Reibungscoefficienten $f = 0{,}2$, wie er für hölzerne Schrauben genommen werden muß, ist

$$P = \frac{6\,(3 + 2\,.\,6\,.\,3{,}14\,.\,0{,}2)\,.\,1000}{60\,(2\,.\,6\,.\,3{,}14 - 0{,}2\,.\,3)} = 28{,}5 \text{ kg},$$

somit über das $3^1/_2$fache der ohne Reibung nöthigen Kraft.

2te Aufgabe. Man soll eine Schraubenpresse verfertigen, vermittelst welcher durch zwei Kräfte, wovon jede = 15 kg ist, ein Druck von 4000 kg ausgeübt werden kann; nach welchen Verhältnissen muß die Schraube construirt werden?

Auflösung. Nach §. 96 und 98 ist für Schmiedeisen der Sicherheitsmodul der absoluten Festigkeit 580—660 kg und für rückwirkende Festigkeit 400—600 kg anzunehmen.

Nimmt man 500 kg an, so gibt dies als aufzunehmende Belastung $Q = \frac{\pi\,.\,d^2}{4}\,.\,500$; also

$$4000 = \frac{3{,}14\,.\,d^2}{4}\,.\,500;$$

somit $$d = \sqrt{\frac{4\,.\,4000}{3{,}14\,.\,500}} = 3{,}2 \text{ Centimeter},$$

wofür wir nach letztem §. als innern Spindeldurchmesser $d = 6$ Centimeter setzen wollen.

Die Ganghöhe h zu $^2/_8\,d$ angenommen, gibt $h = \frac{2\,.\,6}{8} = 1^1/_2$ Centimeter. Die Gewindbreite und Dicke $b = {}^1/_2\,h$ beträgt sodann $^3/_4$ Centimeter, und somit der mittlere Schraubendurchmesser $\frac{6 + 7{,}5}{2} = 6{,}75$ Centimeter.

In die Formel $P = \frac{r}{R}\,.\,\frac{(h + 2\,.\,r\,.\,\pi\,.\,f)}{(2\,.\,r\,.\,\pi - f\,.\,h)}\,Q$ substituirt, gibt, da $r = \frac{6{,}75}{2} = 3{,}38$ Cent. ist, und wenn f wieder $= 0{,}12$ angenommen wird,

$$2\,.\,15 = \frac{3{,}38}{R}\,.\,\frac{(1{,}5 + 2\,.\,3{,}38\,.\,3{,}14\,.\,0{,}12)}{(2\,.\,3{,}38\,.\,3{,}14 - 0{,}12\,.\,1{,}5)}\,.\,4000;$$

folglich $$R = \frac{3{,}38}{30}\,.\,\frac{(1{,}5 + 2\,.\,3{,}38\,.\,3{,}14\,.\,0{,}12)}{(2\,.\,3{,}38\,.\,3{,}14 - 0{,}12\,.\,1{,}5)}\,.\,4000,$$

d. i. $R = 86{,}5$ Centimeter.

Jede der beiden Kräfte erfordert darum einen Hebelarm von 86,5 Centimeter, und es können also bequem zwei Männer mit dieser Presse obigen Druck mit 4000 kg = 80 Centner hervorbringen.

IX. Abschnitt.

Von der Anwendung und Verbindung der mechanischen Potenzen zu zusammengesetzten Maschinen.

§. 144.

In dem letzten Abschnitte wurde gezeigt, welche mechanischen Vortheile jedes der einzelnen Maschinenelemente bei seiner Anwendung für sich bietet.

Um nun diese Vortheile noch möglichst zu vergrößern, d. h. um vermittelst einer verhältnißmäßig sehr geringen Kraft bedeutende Lasten im Gleichgewichte zu erhalten oder fortzubewegen, oder um gewünschte Geschwindigkeitsänderungen hervorzubringen, werden die oben beschriebenen mechanischen Potenzen in s. g. Uebersetzungen oder Uebertragungen zu verschiedenen Maschinen verbunden.

Hiebei gelten aber immerhin die im §. 112 ausgesprochenen Sätze. Stets hat die ursprünglich wirkende Kraft in dem Verhältniß einen größern (oder kleinern) Weg zurückzulegen, als sie selbst kleiner (oder größer) ist, als der am Ende zu überwindende Widerstand; oder es muß, ohne Berücksichtigung der immer zu überwältigenden Bewegungshindernisse,

$$P \cdot s = Q \cdot s',$$

d. h. es muß die von der bewegenden Kraft P ausgeübte Arbeits- oder Wirkungsgröße der durch Ueberwindung eines Widerstandes Q auf dem Wege s' verrichteten Arbeit gleich sein.

A. Von den Hebelverbindungen.

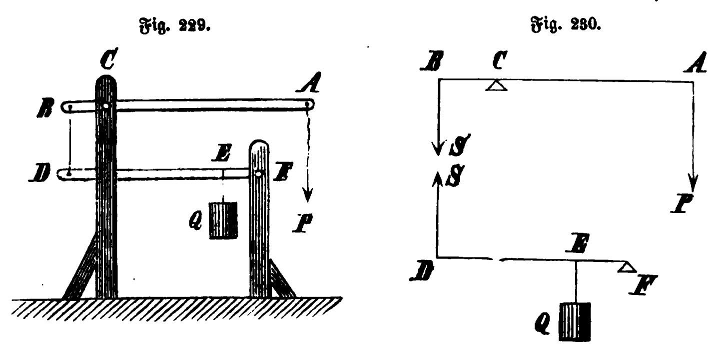
§. 145.

Unter den in der Anwendung vorkommenden Verbindungen der mechanischen Potenzen sind die Hebelverbindungen die gewöhnlichsten.

So sei in Fig. 229 der zweiarmige Hebel AB, dessen Stützpunkt in C ist, mit dem einarmigen Hebel DF, der in F gestützt ist, verbunden. In E wirke eine Last Q, und in A die Kraft P.

Um nun die Wirkung dieser Verbindung zu berechnen, setze man für jeden Hebel die Gleichung für den Gleichgewichtszustand an.

Denkt man sich die Hebel unverbunden, wie in Fig. 230, so muß, damit Gleichgewicht eintritt, am Hebel AB eine Kraft in B



abwärts wirken. Ebenso muß am Hebel DF in D eine Kraft aufwärts wirksam sein, damit solche der Last Q das Gleichgewicht hält.

Es ist aber für sich klar, daß die Kraft, welche in B abwärts und in D aufwärts wirkt, die nämliche ist, da ja für den in der ganzen Verbindung eintretenden Gleichgewichtszustand BD in vollkommener Ruhe sein muß, die in B und D wirkenden Kräfte sich also aufheben.

Nennt man jede dieser beiden Kräfte S, so hat man für deu Hebel AB

$$P \,.\, AC = S \,.\, BC.$$

Für den Hebel DF aber hat man

$$S \,.\, DF = Q \,.\, EF.$$

Multiplizirt man beide Gleichungen, so erhält man

$$P \,.\, AC \,.\, S \,.\, DF = S \,.\, BC \,.\, Q \,.\, EF;$$

daher, weil sich S auf beiden Seiten hebt,

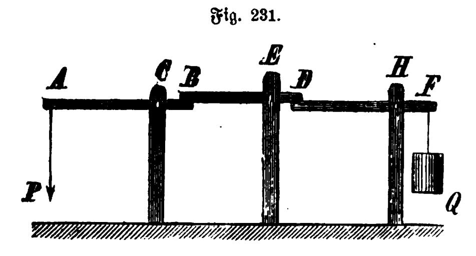
$$P \,.\, AC \,.\, DF = Q \,.\, BC \,.\, EF;$$

folglich

$$P : Q = BC \,.\, EF : AC \,.\, DF;$$

und

$$P = \frac{BC \,.\, EF}{AC \,.\, DF} \,.\, Q.$$



Auf gleiche Weise berechnet man die in Fig. 231 dargestellte, aus drei zweiarmigen Hebeln bestehende Verbindung.

Ist bei A die Kraft P, und in F die Last Q angebracht, und nennt man die in B aufwärts wirksame Kraft S, und die in D nach abwärts ausgeübte Kraft R, so ist:

1) für den Hebel AB

$$P \,.\, AC = S \,.\, BC;$$

2) für den Hebel BD

$$S \,.\, BE = R \,.\, DE;$$

3) für den Hebel DF

$$R \,.\, DH = Q \,.\, FH.$$

Durch Multiplikation dieser drei Gleichungen erhält man

$$P \,.\, AC \,.\, S \,.\, BE \,.\, R \,.\, DH = S \,.\, BC \,.\, R \,.\, DE \,.\, Q \,.\, FH;$$

folglich, mit S und R beiderseits dividirt, ergibt sich

$$P \,.\, AC \,.\, BE \,.\, DH = Q \,.\, BC \,.\, DE \,.\, FH;$$

und somit $$P = \frac{BC \,.\, DE \,.\, FH}{AC \,.\, BE \,.\, DH} \,.\, Q.$$

Man sieht, daß bei dergleichen Hebelverbindungen, bei welchen immerhin der kürzere oder Lasthebelarm des einen Hebels mit dem längern Arm des folgenden Hebels verbunden wird, stets

das Produkt aus der Kraft in die längern Hebelarme dem Produkt aus der Last in die kürzern Hebelarme gleich sein muß.

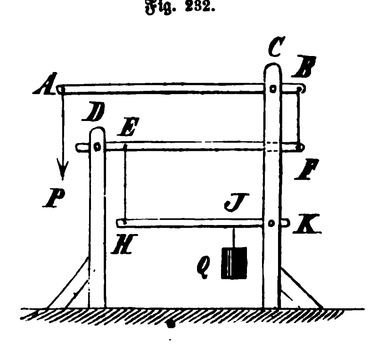
Oder:

die Kraft verhält sich zur Last, wie das Produkt der kleinern Hebelarme zum Produkte der größern.

Oder überhaupt:

Das Produkt der Kraft mit den abwechselnd aufeinander folgenden Hebelarmen, beginnend bei der Kraft, muß gleich sein dem Produkte der Last in die abwechselnd aufeinander folgenden Hebelarme, beginnend bei der Last.

Fig. 232.



Demnach hat man bei der Hebelverbindung, Fig. 232, welche aus dem zweiarmigen Hebel AB und den beiden einarmigen Hebeln DF und HK besteht,

$$P \,.\, AC \,.\, DF \,.\, HK = Q \,.\, BC \,.\, DE \,.\, JK;$$

folglich $$P = \frac{BC \,.\, DF \,.\, JK}{AC \,.\, DF \,.\, HK} \,.\, Q.$$

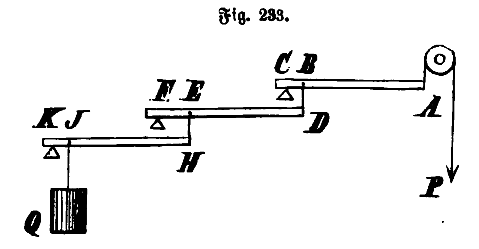
Desgleichen hat man für die in Fig. 233 dargestellte Verbindung von drei einarmigen Hebeln:

$$P \,.\, AC \,.\, DF \,.\, HK = Q \,.\, BC \,.\, EF \,.\, JK;$$

somit $$P = \frac{BC \,.\, EF \,.\, JK}{AC \,.\, DF \,.\, HK} \,.\, Q.$$

Bezeichnet man in vorstehenden Hebelverbindungen, vermittelst welchen man durch eine geringe Kraft P eine große Last Q bewältigen

Fig. 233.



kann, die größeren Armlängen mit L', L'', L''' ..... und die kürzeren mit l', l'', l''' ....., so ist

$$P \cdot L' \cdot L'' \cdot L''' \ldots = Q \cdot l' \cdot l'' \cdot l''' \ldots$$

und also

$$P = \frac{l' \cdot l'' \cdot l'''}{L' \cdot L'' \cdot L'''} \cdot Q$$

und
$$Q = \frac{L' \cdot L'' \cdot L'''}{l' \cdot l'' \cdot l'''} \cdot P.$$

Aus dem Bisherigen ergibt sich auch sogleich, daß man überhaupt den mechanischen Vortheil einer Hebelverbindung, sowie auch — wie man später noch sehen wird — jeder andern Verbindung der Elementarmaschinen findet, wenn man die Kraftgewinne jedes einzelnen Elementes, woraus die ganze Maschine zusammengesetzt ist, mit einander multiplizirt.

Denn nehmen wir bei der letzten Verbindung an, es sei
$$BC = 1 \text{ dm}, \; EF = 2 \text{ dm}, \; JK = 1 \text{ dm},$$
und
$$AC = 8 \text{ dm}, \; DF = 12 \text{ dm}, \; HK = 10 \text{ dm},$$
so ist, ohne Rücksicht auf die Reibung,
$$P = \frac{1 \cdot 2 \cdot 1}{8 \cdot 12 \cdot 10} \cdot Q = {}^1/_{480}\, Q; \text{ oder } Q = 480\, P.$$
D. h. man gewinnt das 480fache an Kraft, weil durch eine Kraft P eine 480mal größere Last im Gleichgewicht erhalten wird.

Betrachtet man aber den Gewinn an jedem einzelnen Hebel, so sieht man, daß man am Hebel AC, weil $A = C8$ dm und $BC = 1$ dm ist, das 8fache gewinnt. Ebenso findet man, daß am Hebel DF der Vortheil des $^{12}/_{2}$ = 6fache, und an HK das 10fache beträgt.

Diese einzelnen Gewinne, mit einander multiplizirt, geben einen mechanischen Kraftgewinn der ganzen Verbindung = dem $8 \cdot 6 \cdot 10$ = 480fachen.

§. 146.

Eine besonders beachtenswerthe Hebelanwendung ist nebenstehende Verbindung ACB, Fig. 234. Es ist dies ein s. g. Kniehebel, welcher aus zwei Hebelarmen AC und BC, welche durch das Gelenk C verbunden sind, besteht. B ist ein fester Drehpunkt. Wirkt nun im Punkte M nach der Richtung MD eine Kraft P, so wird dadurch auf den Hebelarm AC im Punkte C ein Druck Q ausgeübt, welcher sich wieder auf die unter A befindlichen Gegenstände K äußert.

Ist BD senkrecht auf MD, und BE senkrecht auf AC, so muß nach Früherem fürs Gleichgewicht

$$P \cdot BD = Q \cdot BE \text{ sein;}$$

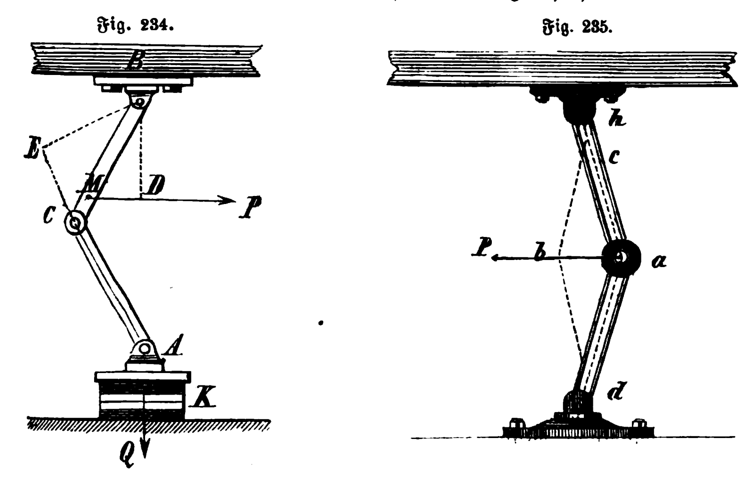
oder es muß sich verhalten

$$P : Q = BE : BD.$$

Für den Fall nun, daß AC und BC mehr und mehr in eine gerade Linie zu liegen kommen, verschwindet BE allmälig, bis es beinahe zu Null wird.

Alsdann verhält sich $P : Q =$ (beinahe) $0 : BD$; d. h. P kann gegen Q verschwindend klein werden, oder umgekehrt, man kann durch

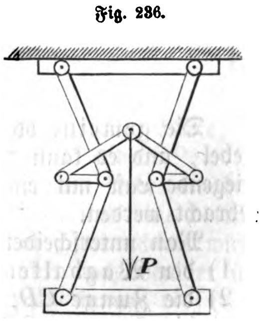
Fig. 234. Fig. 235.



irgend eine Kraft P einen verhältnißmäßig sehr großen Druck Q auf den Körper K ausüben.

Wirkt die Kraft P in der Richtung ab, Fig. 235, am Gelenke a des Knie's, so reduzirt sich das Ganze auf das Parallelogramm der Kräfte. Denn nimmt man an, es stelle ab die Kraft P vor, und man bildet das Parallelogramm $acbd$, so sind ac und ad die Seitenkräfte der Mittlern P, und stellen den Druck vor, welcher durch das Wirken der Kraft P sowohl in d gegen einen zu pressenden Körper, als auch im Befestigungspunkt h ausgeübt wird. Man sieht alsbald, daß man auch bei dieser Verbindung theoretisch einen unendlich großen Druck ausüben kann; denn je stumpfer der Winkel cad, d. h. je gerader das Knie wird, um so größer werden die den Seitendruck vorstellenden Linien ac und ad, bis sie zuletzt unendlich groß werden, sobald ac und ad in eine Gerade fallen.

Fig. 236.



Sobald aber das Knie gerade wird, so hört auch die Wirkung auf, woraus folgt, daß diese in Wirklichkeit immer eine begrenzte ist.

Das Knie oder die Kniehebelpresse hat wegen der bedeutenden Wirkung derselben mannigfache Anwendung gefunden zu Pressen, namentlich bei Siegel- und Buchdruckerpressen, bei der Uhlhorn'schen Prägmaschine u. s. w. Oft sind hiebei zwei Kniehebel mit einander verbunden, wie etwa in Fig. 236, oder auch in anderer Weise. Samain's Kniehebelpresse übt Drucke bis über 100,000 kg aus.

Von den Wagen.

§. 147.

Man versteht unter einer Wage vorzugsweise eine Vorrichtung, vermittelst welcher man die Gewichte der Körper bestimmen kann. Es können aber auch die Wagen dazu angewendet werden, die Größe anderer Kräfte zu messen; daher sind auch alle Wagen zugleich Kraftmesser oder Dynamometer (vergl. §. 19).

Man unterscheidet:

1) gleicharmige oder gemeine Wagen,
2) ungleicharmige oder Schnellwagen,
3) Zeigerwagen,
4) Schiffs-, Brücken- und Tafelwagen, und
5) Federwagen.

Die gemeinen Wagen, Schnellwagen und Zeigerwagen sind einfache Hebel, und die Schiffs-, Brücken- und Tafelwagen sind Hebelverbindungen. Es beruhen darum die Eigenschaften dieser Wagen ganz auf den Gesetzen des Hebels.

Die Federwagen hingegen bestehen aus Stahlfedern, und es beruhen die Wirkungen derselben bloß auf der Elastizität der Federn.

Doch sollen im Zusammenhange auch die Eigenschaften dieser Wagen hier betrachtet werden, obgleich eigentlich hier nur von der Anwendung und Verbindung der mechanischen Potenzen die Rede ist.

1. Die gemeine oder gleicharmige Wage.

§. 148.

Die gemeine oder Krämerwage, Fig. 237, ist ein gleicharmiger Hebel, und es kann daher vermittelst derselben immer nur die abzuwiegende Last mit einem eben so großen Gewichte ins Gleichgewicht gebracht werden.

Man unterscheidet an einer solchen Wage folgende Theile:

1) den Wagbalken AB,
2) die Zunge CD,
3) die Scheere CF,

Fig. 237.

4) die Achse *C*, welche durch ein dreiseitiges Prisma gebildet wird, und
5) die beiden Wagschalen mit ihren Schnüren, Ketten 2c. 2c.

Die Erfordernisse einer guten Krämerwage sind, daß sie einspielt und Empfindlichkeit besitzt oder leicht einen Ausschlag gibt.

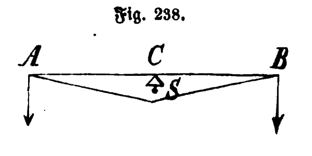
Eine Wage spielt ein, wenn der Wagbalken eine vollkommen horizontale Lage hat, und die Zunge genau vertikal steht oder mit der Scheere zusammenfällt, während in beiden Wagschalen ganz gleiche Gewichte sich befinden, oder auch, wenn beide Schalen unbelastet sind.

Damit eine Wage diesem Erforderniß entspreche, ist natürlich nöthig, daß beide Hebelarme vollkommen gleich sind.

Von einer Wage sagt man, daß sie Empfindlichkeit und auch Stabilität besitze, wenn der Wagbalken sogleich eine geneigte Lage annimmt — also einen Ausschlag gibt — sobald in der einen Wagschale ein geringes Uebergewicht sich befindet, und wieder in die horizontale Lage zurückkehrt, wenn dieses Uebergewicht entfernt wird.

Empfindlichkeit und Stabilität einer Wage hängen namentlich von der Form und Größe des Wagbalkens ab. — Damit die Wage diese Eigenschaften besitze, ist nöthig, daß der Wagbalken in seinem Umrisse die Form Fig. 238 erhalte, so daß der Schwerpunkt *S* der unbelasteten Wage lothrecht unter die Drehachse *C* des Wagbalkens zu liegen kommt; ebenso darf die Gerade *AB*, welche die Aufhängepunkte der Wagschalen mit einander verbindet, nicht über dem Drehpunkte liegen. — Denn aus §. 68 folgt, daß wenn der Schwerpunkt

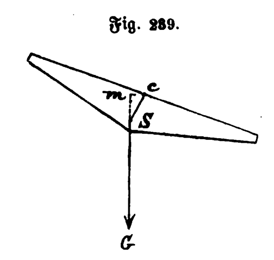
Fig. 238.



und Drehpunkt des Wagbalkens zusammenfallen, die Wage, bei gleicher Belastung in den beiden Wagschalen, in jeder Lage des Wagbalkens im Gleichgewichte sein, beim geringsten Uebergewicht in der einen Wagschale aber der Wagbalken umstürzen und eine vertikale Lage annehmen müßte, wodurch die Wage gänzlich unbrauchbar würde. Aus dem nämlichen §. folgt, daß der Schwerpunkt noch weniger über dem Stützpunkt liegen darf. Derselbe muß darum immer tiefer als der Stütz- oder Drehpunkt liegen. Jedoch soll der Abstand der beiden

Punkte immer so klein als nur möglich gehalten werden. Denn es soll ja bei der Wage das eigene, im Schwerpunkt wirksame Gewicht keinerlei Wirkung ausüben, d. h. ganz außer Acht fallen. Würde aber der Schwerpunkt S ziemlich tief unter dem Stützpunkt c liegen, wie in Fig. 239, so würde bei einem Ausschlage der Wage, also bei einer schiefen Lage des Wagbalkens, der Schwerpunkt eine solche seitliche Bewegung machen, daß das statische Moment $G \, . \, mc$ des eigenen Gewichts G immerhin von einiger Bedeutung wäre und dadurch die Abwägung ungenau werden müßte.

Fig. 239.

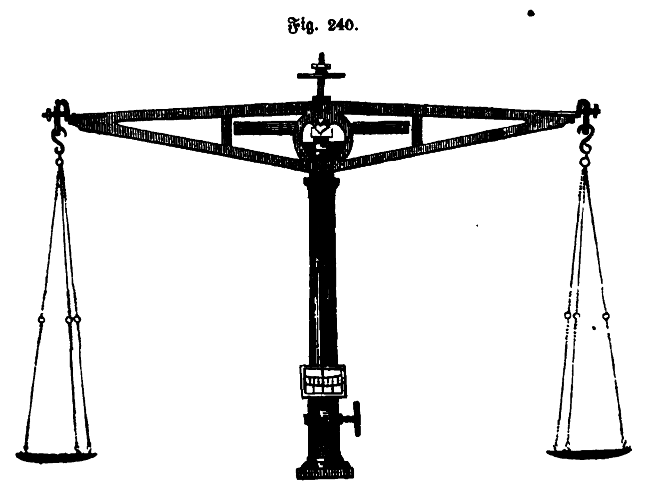


Aus gleichen Gründen bringt man die Aufhängepunkte A und B, Fig. 237 und 238, der Wagschalen entweder mit dem Stützpunkt C in eine Gerade, oder erstere etwas, aber wieder möglichst wenig, tiefer.

Daß die Empfindlichkeit mit der Länge des Wagbalkens AB zunimmt, ergibt sich aus der einfachen Betrachtung, daß mit der Länge des Hebelarms auch das Drehungsbestreben einer Kraft wächst. Auch ist eine leicht construirte Wage empfindlicher, als eine schwerere. Dies ist deswegen der Fall, weil, je leichter die Wage, desto geringer der Druck, also die Reibung im Stützpunkt ist. Letztere muß überhaupt so gering sein, daß sie gar nicht in Anschlag kommt. Man erreicht dies dadurch, daß die Wage, wie untenstehende Fig. 240 zeigt, nur mit einer scharfen Stahlschneide auf einem hart polirten Metalllager oder auf einem harten Stein (Edelstein) aufliegt.

Anmerkung 1. Die zu physikalischen und chemischen &c. Zwecken bestimmte sog. Probirwage, Fig. 240, stimmt in ihrer Einrichtung mit der gewöhnlichen Krämerwage ganz überein, ist aber äußerst genau construirt, so daß durch, an

Fig. 240.



den Enden des Wagbalkens angeschraubte Gewichtchen oder durch Verstellung des Aufhängepunktes der Wagschalen der geringste Unterschied in der Länge der Hebelarme, oder im Gewichte der Wagschalen ꝛc. ausgeglichen und daher die kleinsten Gewichte richtig abgewogen werden können.

Anmerkung 2. Die namentlich für den Kleinverkauf oft gebrauchten sog. oberschaligen Tafelwagen (s. unter §. 157) genügen den oben genannten Erfordernissen nicht. Dieselben sind darum für den gewöhnlichen Verkauf in Preußen verboten worden, „weil das ihrer Anordnung zu Grunde liegende Prinzip insofern fehlerhaft ist, als bei ihnen der Schwerpunkt des Gewichts und des zu wägenden Körpers oberhalb des Unterstützungspunktes liegt, die Construction derselben auch sonst nicht geeignet ist, die Gewähr einer fortdauernden Richtigkeit zu geben. Es ist deshalb der Gebrauch der sog. oberschaligen Tafelwagen für unstatthaft erklärt." (Staatsanzeiger 1855. Nr. 143.)

§. 149.

Ist eine gleicharmige Wage falsch, d. h. sind die Hebelarme ungleich, oder besitzt die Wage eine gar zu geringe Empfindlichkeit, so kann mit einer solchen doch das richtige Gewicht eines Körpers gefunden werden.

Denn bringt man den Körper in die Wagschale bei B, Fig. 241, und findet ihn mit einem Gewichte in $A = 20$ im Gleichgewicht, so hat man, wenn das eigentliche Gewicht des Körpers x genannt wird:

Fig. 241.

$$20 . AC = x . BC.$$

Wechselt man nun, und legt den Körper in die Wagschale bei A und findet dann sein Gewicht in $B = 21$, so ist alsdann

$$21 . BC = x . AC.$$

Durch Multiplikation erhält man

$$20 . AC . 21 . BC = x^2 . AC . BC;$$

folglich

$$x^2 = 20 . 21; \text{ und daher } x = \sqrt{20 . 21}.$$

Es ist also das geometrische Mittel aus beiden gefundenen Gewichten das wahre Gewicht des Körpers. Einfacher kann man auch das arithmetische Mittel der beiden Gewichte, also $\frac{20 + 21}{2}$ als das wahre Gewicht des Körpers annehmen; doch ist dies nicht ganz genau.

Eine andere Art, vermittelst einer unrichtigen Wage das wahre Gewicht des Körpers K zu finden, ist die, daß man den Körper in die eine Wagschale bringt, und in die andere Wagschale so lange beliebige Körper legt, bis Gleichgewicht eintritt. Alsdann nimmt man den Körper K aus seiner Wagschale, und legt dafür so lange Gewichte hinein, bis der Gleichgewichtszustand wieder eintritt.

Diese Gewichte geben das wahre Gewicht von K an.

Man prüft überhaupt die gleicharmige Wage auf ihre Richtigkeit dadurch, daß man die Gewichte in beiden Wagschalen, welche mit einander einspielen, verwechselt. Spielt die Wage nachher wieder ein, so ist sie richtig.

2. Die ungleicharmigen oder Schnellwagen.

§. 150.

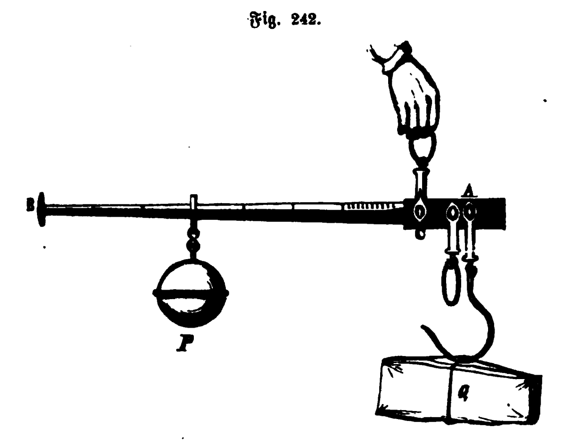
Die Schnellwagen sind ungleicharmige Hebel, vermittelst welcher also durch ein geringes Gewicht große Lasten gewogen oder im Gleichgewicht erhalten werden können.

Man unterscheidet deren dreierlei, nämlich:

1) Schnellwagen mit Laufgewicht,
2) „ mit verjüngtem Gewicht, und
3) „ mit festem Gewicht.

Die Schnellwage mit Laufgewicht ist im einfachsten Falle so eingerichtet, wie Fig. 242 zeigt.

Fig. 242.



Die um C drehbare Wage ist so construirt, daß die unbelastete, am kürzern Arm AC aufgehängte Wagschale mit dem Theil CB des Wagbalkens im Gleichgewicht ist; oder es wird das Gleichgewicht durch besonders zugelegte Gewichte — das Tarirgewicht — hergestellt.

Am kurzen Arme AC sind gewöhnlich zwei Aufhängepunkte für die Wagschale, oder auch zwei verschiedene Drehpunkte angebracht.

Der längere Arm CB erhält eine Eintheilung, und zwar auf folgende Art:

Ist der Aufhängepunkt A der Wagschale 6 cm vom Drehpunkte C entfernt, so theile man den längern Arm CB auch in Theile ein, die je 6 cm groß sind.

Hat man nun ein constantes Laufgewicht oder einen s. g. Läufer P, der z. B. 5 kg schwer ist, so wird die in A aufgehängte Last Q auch 5 kg wiegen, wenn der Läufer im ersten Theilpunkte aufgehängt und mit der Last im Gleichgewicht ist.

Hängt aber der Läufer im 10ten Theilpunkte, so ist die auf der Wagschale liegende Last, wenn die Wage einspielt, nach §. 114 $= 10 . 5 = 50$ kg, oder wenn der Läufer im 20sten Theilpunkte sich befindet, $= 20 . 5 = 100$ kg.

Wäre aber der zweite Aufhängepunkt der Wagschale vom Drehpunkt C um 12 cm entfernt, so würde man mit der nämlichen Wage nur halb so große Lasten abwägen können, weil die Last nun eine doppelte Entfernung vom Stützpunkte hätte.

Ist alsdann der vorige Läufer im 20sten Theilpunkte mit der Last in A im Gleichgewichte, so wäre letztere nur $\frac{20 . 5}{2} = 50$ kg schwer.

Für diesen letztern Fall hat die Wage in der Regel auf der andern Seite eine besondere Eintheilung; auch ist oft die Einrichtung getroffen, daß die Schnellwage für diesen Gebrauch umgekehrt werden kann.

Eine solche Wage, wie sie in diesem §. beschrieben wurde, heißt römische Wage.

§. 151.

Sehr oft ist die im vorigen §. beschriebene Schnellwage im unbelasteten Falle nicht im Gleichgewichte, sondern wird es erst dann, wenn der Läufer P an einem bestimmten Orte aufgehängt wird.

Es sei Fig. 243 eine ungleicharmige Wage, welche so construirt ist, daß die leere Wage mit Wagschale erst im Gleichgewicht ist, wenn der Läufer P in D aufgehängt wird.

Fig. 243.

Bei einer solchen Wage ist dann natürlich nur der Theil DB des Wagebalkens eingetheilt; im Uebrigen ist Alles, wie bei der vorigen Wage.

Für irgend ein Laufgewicht P ergibt sich die Eintheilung von DB so:

Soll die größte Last, die man abwägen will, $= 100$ kg sein, also für den Fall, daß der Läufer in B hängt, so darf man nur DB in 100 gleiche Theile eintheilen.

Ist der Läufer alsdann im ersten Theilpunkte mit der Last im Gleichgewicht, so ist das Gewicht der Last $= 1$ kg. Hängt aber der

Läufer im 10ten Theilpunkte, und die Wage spielt ein, so wiegt die Last Q 10 kg u. s. w.

Die Richtigkeit des Gesagten ergibt sich einfach aus Folgendem: Es ist das Moment der unbelasteten Wage, wenn also der Läufer in D hängt, $= P \,.\, CD$.

Das Moment der belasteten Wage, wenn der Läufer in B hängt, ist aber $= P\,(CD + DB) = P \,.\, CD + P \,.\, DB$.

Also ist das Moment der bloßen Last Q, d. i.

$$Q \,.\, AC = P \,.\, CD + P \,.\, DB - P \,.\, CD = P \,.\, DB,$$

und somit

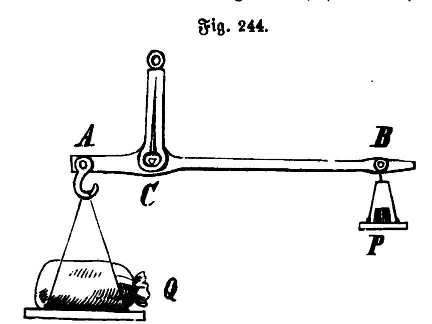
$$Q = \frac{DB}{AC} \,.\, P.$$

Es ist also Q sovielmal größer als P, als AC in DB enthalten ist, und es folgt hieraus, daß für irgend ein Laufgewicht P, die Eintheilung des Armes DB von der Länge AC abhängig ist.

§. 152.

Die Schnellwage mit verjüngtem Gewichte, Fig. 244, weicht von der vorigen insofern ab, daß am kürzern Arm ein unveränderlicher Aufhängepunkt A für die Last, und ebenso am Ende des längeren Armes ein fester (constanter) Punkt B angebracht ist, in welchem eine Wagschale für die Gewichte aufgehängt wird.

Fig. 244.



Die leere Wage wird durch s. g. Tarirgewichte zum Einspielen gebracht.

Das Verhältniß zwischen den Hebelarmen AC und BC ist in der Regel ein bestimmtes, so daß z. B. CB zehnmal größer ist als AC.

In diesem Falle ist die Wage eine s. g. Decimalwage, indem jedes Gewicht P mit einer 10mal größern Last Q im Gleichgewicht ist.

Das Gewicht einer Waare Q ist daher in diesem Falle immer das Zehnfache des aufgelegten Gewichtes P, welches die Wage zum Einspielen bringt.

§. 153.

Die Schnellwage mit festem Gewichte oder die s. g. dänische Wage besteht aus einem einfachen Wagbalken, an dessen einem Ende A,

Fig. 245, ein Haken zum Aufhängen der Last, und am andern Ende B ein festes Gewicht, nämlich ein Knopf P, angebracht ist.

Es muß somit der Drehpunkt C ein veränderlicher sein, was einfach so bewerkstelligt wird, daß die Drehachse C mit einer Handhabe D versehen, und beim Festhalten derselben dann der Wagbalken so lange hin- und hergeschoben wird, bis die Last Q mit dem festen Knopfe P im Gleichgewicht ist.

Fig. 245.

Die Eintheilung einer solchen Wage wird von B nach A gemacht und ist eine ungleichtheilige.

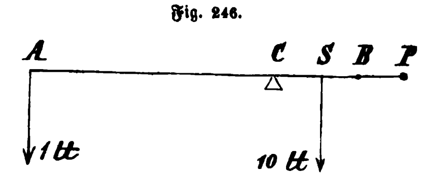
Sie wird auf folgende Art gefunden:

Man bestimme durch Versuche die Lage des Schwerpunktes S der unbelasteten Wage, und messe die Entfernung AS des Aufhängepunkts der Last vom Schwerpunkte S.

Hat man z. B. $AS = 20$ Zoll gefunden, und es sei das Gewicht der unbelasteten Wage 10 Pfd., so denke man sich dies Gewicht im Schwerpunkte S vereinigt.

Will man nun die Entfernung des Stützpunktes C, Fig. 246, von A aus für eine in der Wagschale in A befindliche Last von 1 Pfd. finden, so nenne man nur die Entfernung $AC = x$; alsdann ist $CS = 20 - x$, und man hat daher fürs Gleichgewicht:

Fig. 246.



$1 . x = 10 (20 - x)$;

folglich

$$x = 200 - 10 . x;$$

$$\text{daher } 11 . x = 200; \text{ somit } AC = \frac{200}{11} = 18^2/_{11} \text{ Zoll.}$$

Man hat daher als Entfernung des ersten Theilstriches, oder für eine Last von 1 Pfd.

$$AC = \frac{200}{11} = 18^2/_{11} \text{ Zoll.}$$

Als Entfernung des zweiten Theilstriches, oder für eine Last von 2 Pfd. erhält man

$$2 . x = 10 (20 - x); \text{ d. i. } 2 . x = 200 - 10 x;$$

folglich

$$12 x = 200; \text{ und somit}$$

$$AC = x = \frac{200}{12} = 16^2/_3 \text{ Zoll.}$$

Ebenso erhält man für eine Last von 3 Pfd., oder für den dritten Theilstrich

$$AC = \frac{200}{13} = 15^{5}/_{13} \text{ Zoll};$$

und für den vierten Theilstrich $AC = \frac{200}{14} = 14^{2}/_{7}$ Zoll.

Für den hundertsten Theilstrich, oder für eine abzuwiegende Last von 100 Pfd. ist

$$AC = \frac{200}{110} = 1\,^{9}/_{11} \text{ Zoll},$$

und für eine Last von $^{1}/_{2}$ Pfd. $AC = \frac{200}{10\,^{1}/_{2}} = 19\,^{1}/_{21}$ Zoll;

u. s. w.

Man sieht hieraus, daß, um die Entfernung des Stützpunktes C vom Punkte A für irgend eine Last zu finden, man nur das Gewicht G der Wage mit der Entfernung AS des Schwerpunktes multipliziren, und alsdann das Produkt $G \,.\, AS$ durch die Summe des Gewichtes G und der abzuwägenden Last Q dividiren muß.

Also ist allgemein

$$AC = \frac{G \,.\, AS}{G + Q}.$$

Es ergibt sich aus Vorstehendem, daß die einzelnen Theile immer kleiner werden, d. h. die Theilpunkte näher an einander rücken, je größer die abzuwägenden Lasten sind. Darum verursacht auch die geringste Ungenauigkeit im Bestimmen der Theilstriche für große Lasten ein sehr unrichtiges Resultat.

3. Die Zeigerwagen.

§. 154.

Die Zeigerwage ist meistens ein Winkelhebel, oft auch ein gradliniger ungleicharmiger Hebel ACB, Fig. 247. — Die Achse C des Hebels wird von dem Ständer CD getragen; in B hängt eine Wagschale, welche die abzuwiegende Last Q aufnimmt, deren Gewicht alsdann durch den Zeiger AC auf der Scala EF angegeben wird. An dem Zeiger AC ist ein festes Gewicht P angebracht, welches sich mit der Last Q ins Gleichgewicht setzt.

Im unbelasteten Zustande nimmt daher der Zeiger AC eine vertikale Lage an, und fällt in die Linie CF. Meistens ist dann der Hebel so gebogen, daß in diesem Falle der Aufhängepunkt B der Wagschale in die Horizontale GCH fällt.

Fig. 247.

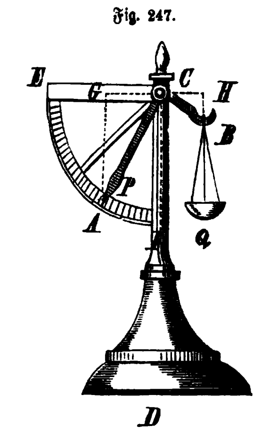
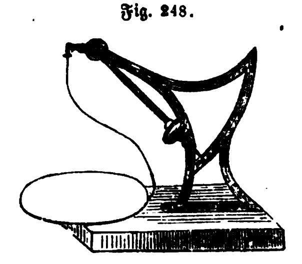


Fig. 248.



Wird nun die Wagschale belastet, so wird B sich senken und A sich heben; es wird also in dem Maße, als die Last Q wächst, deren Hebelarm CH kleiner, während der Hebelarm CG des Gegengewichtes P größer wird.

Dabei wird der Zeiger AC auf dem Bogen EF sich auf- und abbewegen und erst dann eine feste Lage annehmen, wenn

$$P \,.\, CG = Q \,.\, CH \text{ ist.}$$

Die Eintheilung der Scala ergibt sich von selbst.

Von gleicher Einrichtung, wie die beschriebene Wage, ist die Briefwage, Fig. 248. — Andere Zeigerwagen mit vertikaler oder horizontaler Scala sind im Wesentlichen ganz wie vorige construirt, und daher ihr Verständniß leicht.

4. Zusammengesetzte oder Brückenwagen.

§. 155.

Die s. g. Brückenwagen, Straßen-, Tafel-, Schiffs- und Mauthwagen sind Verbindungen zweier oder mehrerer Hebel, und ihre Eigenschaften ergeben sich ganz aus dem im §. 145 Gesagten. Gewöhnlich ist ihre Einrichtung so, daß mit einem geringen Gegengewicht eine 10mal oder 100mal größere Last abgewogen werden kann.

a. Die Decimalwage oder Quintenz'sche tragbare Brückenwage.

Diese Wage besteht aus einer, zum Aufnehmen der Last bestimmten s. g. Brücke AB, Fig. 249 und 250, und den zwei Hebeln FG und LN.

Die Brücke AB, welche gewöhnlich die Form eines abgestumpften gleichschenkeligen Dreiecks hat, und welche hier mit einer Rückwand BC versehen ist, stützt sich mittelst eines mit der Wand BC verbundenen Stabes oder Brettes auf ein Stück D, welches durch die Stange HK in K an dem um M drehbaren Hebel LN aufgehängt ist.

Fig. 249.

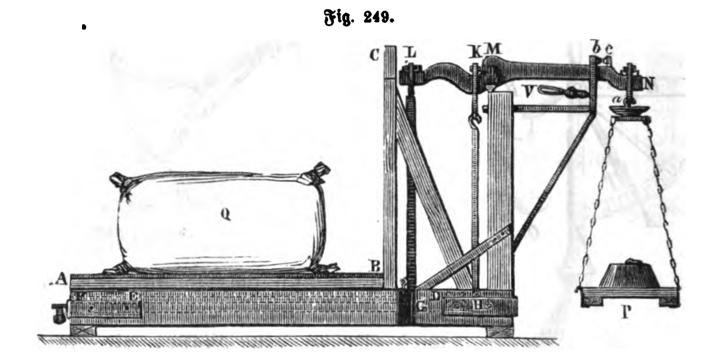
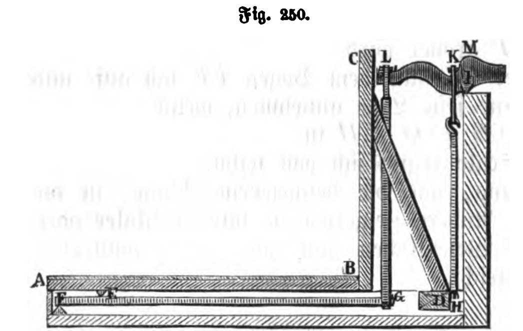
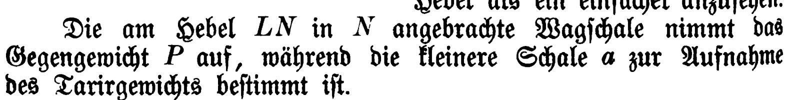


Fig. 250.



Am entgegengesetzten Ende ruht die Brücke in E vermittelst scharfer Schneiden oder dreiseitiger Prismen auf dem einarmigen, nach der Form der Brücke gebildeten s. g. Gabelhebel FG, welcher in der Schneide F seinen Drehpunkt hat, und mit seinem andern Ende G durch die Stange GL mit dem Hebel LN verbunden ist. — Die Bezeichnung „Gabelhebel" rührt daher, daß der Hebel FG auf der Seite, wo der Stützpunkt ist, wie Fig. 250a deutlich macht, sich, um die Brücke besser aufnehmen zu können, gabelartig in zwei Schenkel (Arme) theilt. Da beide Schenkel an den Enden F gestützt sind, so ist der Hebel als ein einfacher anzusehen.

Fig. 250a.



Die am Hebel LN in N angebrachte Wagschale nimmt das Gegengewicht P auf, während die kleinere Schale a zur Aufnahme des Tarirgewichts bestimmt ist.

Die horizontale oder Gleichgewichtslage des Hebels LN wird durch zwei vorspringende Ansätze b und c, wovon letzterer mit dem Hebel verbunden ist, angegeben. Zugleich dient auch eine besondere Vorrichtung, der s. g. Absteller V, dazu, die Hebelstange LN nach vollbrachter Wägung oder im Augenblicke der Belastung zu heben, damit sich die Schneide M nicht unnöthig abnutzt.

Die Erfordernisse bei dieser Wage sind, daß es einerlei ist, auf welchen Punkt der Brücke die Last aufgelegt wird; sodann soll die Wage in der Regel eine Decimalwage sein, d. h. die Last Q muß das Zehnfache des Gegengewichts P betragen.

Damit die Wage der ersten Bedingung entspreche, muß die Länge des Hebelarms FG das Sovielfache von FE sein, sovielmal LM größer als KM ist; oder es muß sich verhalten

$$FE : FG = KM : LM.$$

In diesem Falle bleibt sich die Brücke immer parallel, indem bei einer Bewegung derselben die Punkte E und B sich um Gleiches heben oder senken. Alsdann hängt auch das Verhältniß zwischen der Last Q und dem Gegengewicht P bloß allein von den Armlängen MK und MN ab, d. h. man darf nur MN zehnmal so lang als MK machen, um die gewünschte Decimalwage zu erhalten; und es verhält sich dann bei der angegebenen Einrichtung gerade so, als wäre die ganze Last Q in dem Punkte K aufgehängt.

Zum Beweise des Gesagten sei der Druck, welchen die auf der Brücke gelegte Last Q im Punkte E ausübt, $= Q'$, und der in K stattfindende Zug Q''; also $Q' + Q'' = Q$; — ferner sei X diejenige Kraft, mit welcher die Verbindungsstange LG abwärts gezogen wird, und welche also mit dem Druck Q' im Gleichgewicht sein soll.

Somit ist für den Hebel FG, da FG und FE die Hebelarme der Kräfte X und Q' sind,

$$X \,.\, FG = Q' \,.\, FE,$$

woraus man erhält

$$X = \frac{Q' \,.\, FE}{FG},$$

d. i. da $\frac{FE}{FG} = \frac{KM}{LM}$ ist,

$$X = Q' \,.\, \frac{KM}{LM}.$$

Für den Hebel LN aber hat man, da hier die Kraft P den in K und L wirksamen Zügen Q'' und X entgegengesetzt ist,

$$P \,.\, MN = Q'' \,.\, KM + X \,.\, LM,$$

oder wenn für X der eben gefundene Werth gesetzt wird,

$$P \,.\, MN = Q'' \,.\, KM + Q' \,.\, \frac{KM \,.\, LM}{LM},$$

d. i. $$P \,.\, MN = Q'' \,.\, KM + Q' \,.\, KM;$$

oder $$P \,.\, MN = (Q' + Q'') \,.\, KM = Q \,.\, KM.$$

Besteht also das genannte Verhältniß zwischen den Hebelarmen FE, FG, KM und LM (gewöhnlich ist $FE = {}^1/_6\, FG$; also auch $KM = {}^1/_6\, LM$), und ist dann MN zehnmal größer als KM, so hat man eine Decimalwage; d. h. je eine Gewichtseinheit auf der Wagschale gibt zehn Gewichtseinheiten auf der Brücke an.

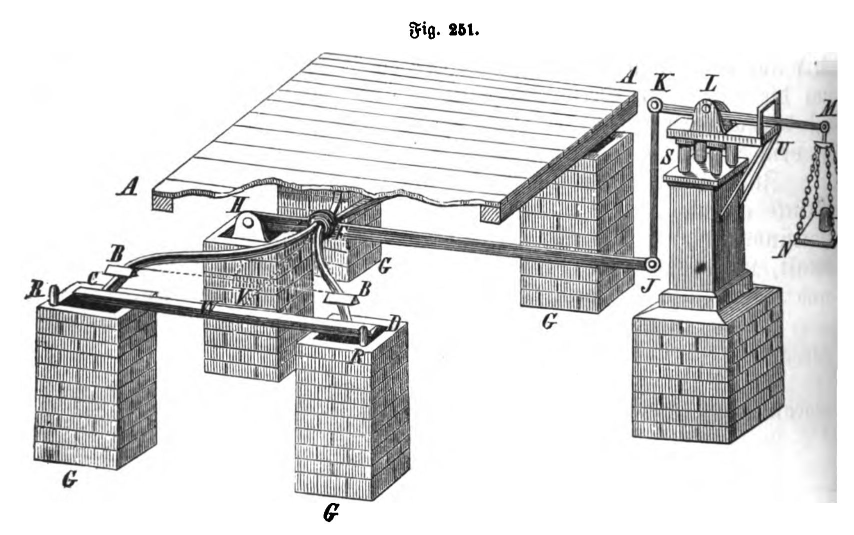
b. **Die Straßen- oder große Brückenwage.**

§. 156.

Diese dient dazu, größere Lasten, namentlich beladene Wagen ꝛc., welche man auf die Brücke auffährt, abzuwägen.

Die in Fig. 251 nur zum Theil abgebildete Brücke *AA* ruht auf vier Schneiden *BB*, welche mit zwei gabelförmigen einarmigen Hebeln *CDF* verbunden sind, und zwar ist die Brücke so angebracht, daß ihr Schwerpunkt gerade über den Verbindungspunkt *F* der beiden Hebel zu liegen kommt.

Fig. 251.



Die genannten Gabelhebel, wovon der eine wegen der Brücke nur zum kleinen Theil sichtbar ist, stützen sich an ihren äußern Enden vermittelst dreiseitiger Schneiden *CD* auf Metalplatten, welche von den Pfeilern *GGGG* getragen werden. Mit den andern Enden sind die beiden Gabelhebel in *F* mit dem ebenfalls einarmigen, um *H* drehbaren Hebel *HJ* verbunden, welcher letztere wieder in *K* an dem in *L* sich stützenden zweiarmigen Hebel *KM* aufgehängt ist.

In *M* sind die mit einander verbundenen Wagschalen *N* und *O* für das Gegen- und Tarirgewicht angebracht.

Damit die Schneiden, auf welchen Hebel und Brücke aufruhen, beim Auffahren ꝛc. nicht Schaden leiden, ruht die Brücke gewöhnlich auf vier Stiften oder Bolzen *RR* auf. Es kann nämlich durch eine besondere Vorrichtung mit Rad und Getriebe das Gestelle *SU* auf- und abbewegt, und also so nieder gestellt werden, daß die Schneiden *BB* tiefer als die Bolzen *RR* stehen. Nur während des Wägens hebt man die Wage so weit, bis die Schneiden *BB* die Brücke tragen.

Wenn nun eine Last Q auf die Brücke gebracht wird, so werden die Schneiden BB und also auch der Punkt F abwärts gedrückt. Dadurch wird auch der Punkt K des Hebels KM abwärts gezogen, welchem Zuge sodann das Gewicht P in M entgegenwirkt.

Da hier drei Hebel thätig sind, so kann nach der Regel des §. 145 das Resultat unmittelbar angegeben werden, da dessen Einsicht ganz klar ist.

Sind Q', Q'', Q''' und Q^{IV} die von der Last Q in den Punkten $BBBB$ verursachten Drücke, so ist die Summe ihrer Momente (§. 45 und §. 114), da VW der Hebelarm all dieser Drücke ist,

$$= Q' \,.\, VW + Q'' \,.\, VW + Q''' \,.\, VW + Q^{\text{IV}} \,.\, VW;$$

folglich, da $$Q' + Q'' + Q''' + Q^{\text{IV}} = Q,$$

so ist das Moment der ganzen Last

$$= Q \,.\, VW;$$

und daher nach §. 145

$$P \,.\, LM \,.\, HJ \,.\, FW = Q \,.\, LK \,.\, HF \,.\, VW;$$

woraus sich ergibt: $$P = \frac{LK \,.\, HF \,.\, VW}{LM \,.\, HJ \,.\, FW} \,.\, Q;$$

und $$Q = \frac{LM \,.\, HJ \,.\, FW}{LK \,.\, HF \,.\, VW} \,.\, P.$$

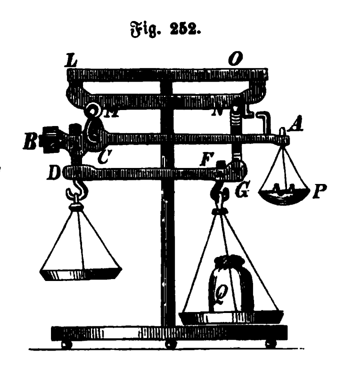
Bei der Construction der Wage wird darauf gesehen, daß $LM \,.\, HJ \,.\, FW$ 100mal größer ist, als $LK \,.\, HF \,.\, VW$. In diesem Fall wird dann jedes in der Wagschale N befindliche Pfund einem auf der Brücke A befindlichen Centner (100 Pfd.) das Gleichgewicht halten.

Die Wage ist dann eine s. g. Centesimalwage.

c. Die Schiffs- und Tafelwagen.

§. 157.

Fig. 252.



Die s. g. Schiffswagen sind gewöhnlich Hebelverbindungen nach Art der Fig. 229 u. s. w. Eine solche zeigt Fig. 252, welche als Decimal- und Centesimalwage zugleich dienen kann.

Die Wage besteht aus den um C und G drehbaren Hebeln AB und DG, welche bei BD mit einander verbunden sind. Beide Hebel hängen vermittelst der Scheren MC und NG an dem Balken MN; letzterer selber ist dann an dem Gestelle LO aufgehängt*).

*) Der Buchstabe B muß in der Figur rechts von dem Ansatze, gerade über D gedacht werden.

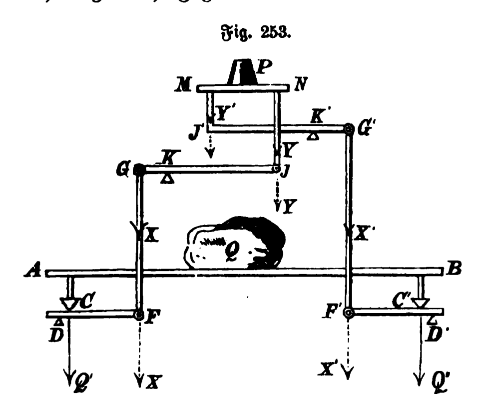
Das Hebelverhältniß ist einfach so, daß AC 10mal größer als BC und ebenso DG 10mal größer als FG ist.

Befindet sich nun die abzuwiegende Last Q in der Wagschale bei D, und ist solche mit dem Gewichte P im Gleichgewicht, so ist $Q = 10 \,.\, P$.

Ist die Last Q aber in der Wagschale bei F, so muß für den Gleichgewichtszustand $Q = \frac{AC}{BC} \cdot \frac{DG}{FG} \,.\, P = 10 \,.\, 10 \,.\, P = 100\, P$ sein.

Eine Tafelwage zeigt ihrer (von Kuppler angegebenen) Einrichtung nach Fig. 253.

Fig. 253.



Die Last Q befindet sich hier auf der Tafel AB, welche sich in C und C' auf die um D und D' drehbaren Hebel DF und $D'F'$ stützt. Diese beiden Hebel sind durch die Stangen FG und $F'G'$ an den in K und K' gestützten Hebeln GJ und $G'J'$ aufgehängt. Den in G und G' dadurch verursachten abwärts gerichteten Zugkräften X und X' wirkt endlich das Gewicht P entgegen, welches, auf der Tafel MN ruhend, durch die Verbindungsstangen NJ und MJ' die Enden J und J' der Hebel GJ und $G'J'$ abwärts drückt und so das Gleichgewicht herstellt.

Nennt man nun die in C und C' durch die Last Q ausgeübten Drücke Q' und Q'', und ist $DC = D'C' = a$, und $DF = D'F' = b$, ferner $GK = G'K' = c$, und $KJ = K'J' = d$, so muß

die Zugkraft $X = \frac{DC}{DF} \cdot Q' = \frac{a}{b}\, Q'$,

und „ „ $X' = \frac{D'C'}{D'F'} \cdot Q'' = \frac{a}{b}\, Q''$ sein.

Bezeichnet man sodann die durch P in NJ und MJ' ausgeübten Drücke durch Y und Y', so ist die Seitenkraft Y, welche der Zugkraft X entgegenwirkt,

$$Y = \frac{GK}{KJ} \,.\, X = \frac{c}{d} \,.\, X = \frac{a \,.\, c}{b \,.\, d} \,.\, Q,$$

wenn für X der obige Werth gesetzt wird.

Desgleichen ist die Seitenkraft

$$Y' = \frac{G'K'}{G'J'} \,.\, X' = \frac{c}{d} \,.\, X' = \frac{a \,.\, c}{b \,.\, d} \,.\, Q''.$$

Die beiden Seitenkräfte Y und Y' müssen aber zusammen $= P$ sein.

Somit hat man

$$P = Y + Y' = \frac{a \,.\, c}{b \,.\, d} \,.\, Q' + \frac{a \,.\, c}{b \,.\, d} Q'' = \frac{a \,.\, c}{b \,.\, d} \,.\, (Q' + Q'');$$

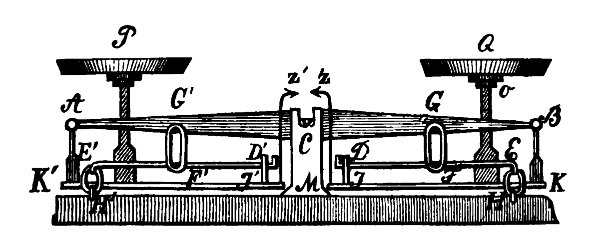
$$\text{d. i. } P = \frac{a \,.\, c}{b \,.\, d} \,.\, Q, \text{ und } Q = \frac{b \,.\, d}{a \,.\, c} \,.\, P.$$

Sind also die größern Hebelarme b und d je 10mal größer, als die kleineren a und c, d. h. DF 10mal größer als DC, und JK 10mal größer als GK, so ist Q wieder $10 \,.\, 10 \,.\, P = 100 \,.\, P$.

Eine **einfache Tafelwage**, welche als gleicharmige Wage dient, ist die oben unter Anmerkung zu §. 148 angeführte **oberschalige Wage**, welche, ungeachtet des genannten Uebelstandes, ihrer Bequemlichkeit wegen, doch in Apotheken und als gewöhnliche Krämerwage vielfach verwendet wird.

Fig. 254 zeigt eine der verschieden ausgeführten Constructionen dieser Wage. — ACB ist der gleicharmige Wagbalken, der in C ge-

Fig. 254.



stützt ist. Außerdem ist auf jeder Seite ein Hebel DE, der in seiner Mitte F am Wagbalken und zwar in G aufgehängt und in H vermittelst eines Ringes mit dem Gestelle der Wage verbunden ist. Mit den Enden A und B des Wagbalkens sind sodann noch s. g. Lenker JK verbunden, die in D am Hebel DE aufgehängt sind. Auf dem einen Lenker JK ruht vermittelst eines Trägers die Wagschale mit der abzuwiegenden Last Q, während die auf dem andern Lenker aufruhende Wagschale das gleichgroße Gegengewicht P aufnimmt.

Drückt nun Q auf JK, so wird der Punkt B des Wagbalkens abwärts gezogen und damit gehen auch die Punkte G und F, also auch D und J abwärts, und zwar bewegt sich — was zum richtigen Spiel der Wage gehört — JK parallel mit sich selbst, was dadurch erreicht wird, daß auf der horizontalen Lage des Wagbalkens auch DE und JK horizontal sind und $CG = GB$ und $DF = FE$ ist. — Bei M ist mit der Lenkstange MJK ein Zeiger Z angebracht, der bei

der Gleichgewichtslage die gleiche Höhe mit dem gegenüberstehenden Zeiger Z' haben muß. Der ganze Mechanismus befindet sich im Innern eines Kastens, durch dessen oberen Theil nur die Träger mit den Wagschalen, sowie die Zeiger Z hervorragen. Letzterer Umstand, daß nämlich der Mechanismus verborgen ist, ist auch Ursache, daß die genannten Wagen vielfach als unzulässig erachtet worden sind.

5. Die Federwagen.

§. 158.

Die **Federwagen** bestehen, wie das Dynamometer (§. 19), aus gut gehärteten elastischen Stahlfedern, auf welche, wie dort, die zu messenden Gewichte wirken, wobei alsdann die Feder eine Formveränderung (Ausdehnung oder Zusammenpressung) erleidet, und durch einen Zeiger auf einer Scala die Größe des Gewichtes angegeben wird.

Fig. 255.

Da, wenn man die Belastung wegnimmt, die Feder in ihre ursprüngliche Form zurückkehren muß, so ist natürlich, daß die Grenzen ihrer Elastizität nicht überschritten werden dürfen.

Man hat Federwagen von verschiedener Art.

Eine ganz einfache ist die in Fig. 255 gezeichnete Wage.

Sie besteht aus einer metallenen Röhre $ABCD$, welche unten einen geschlossenen Boden CD und oben einen Deckel AB mit einer Oeffnung hat. — Auf einer runden Platte EF, die in der Röhre leicht beweglich ist, ist eine Stange GH befestigt, welche durch die Oeffnung des Deckels AB hinausreicht.

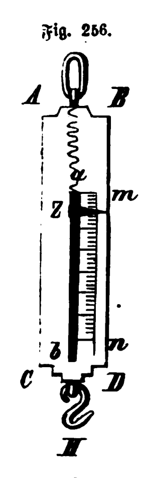
Auf der Platte EF ist ferner eine starke Stahlfeder festgemacht, welche sich um die Stange GH windet, aber weder diese, noch die Röhre berührt. An dem Boden der Röhre ist ein Haken zum Aufnehmen der Last; oben an der Stange GH ist ein Ring zum Aufhängen oder Anfassen mit der Hand. Zugleich ist oben auf der Vorderfläche von GH eine Scala angebracht.

Wird nun der abzuwägende Körper unten angehängt, so wird die Feder zusammengedrückt, und die Anzahl der über dem Deckel der Röhre vorragenden Theilstriche gibt die Anzahl Pfunde oder kg an, welche der Körper wiegt.

Man kann mit solchen Wagen, deren Röhre gewöhnlich bis 12 cm lang und 2—3 cm weit ist, Lasten von 1—25 kg wägen.

Eine der vorigen Federwage ähnliche ist die in Fig. 256 dargestellte.

Fig. 256.



Diese weicht von jener nur in so ferne ab, als die Feder bloß im obern Theil der Röhre *ABCD* sich befindet, und unten an der Feder eine Stange befestigt ist, welche **unten** zur Röhre hinausreicht und einen Haken *H* zum Aufnehmen der Last trägt.

Bei dieser Wage wird darum die Feder **ausgedehnt**, statt zusammengedrückt.

Auf der Vorderseite des Instrumentes ist eine Scala *mn*, auf welcher durch einen an der Stange befestigten, in dem Schlitze *ab* beweglichen Zeiger *Z* das Gewicht der in *H* aufgehängten Waare angegeben wird.

Fig. 257.

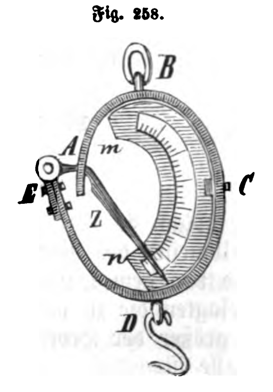
Von gleicher Construction ist **Oechsle's** Federwage oder **Dynamometer**, Fig. 257 (vergl. oben §. 19).

An der Stange, welche an der im obern Theile der Büchse befindlichen Stahlfeder festgemacht ist, ist hier statt des Zeigers ein aus dem Schlitze *ab* hervorragender Stift *c* angebracht. Dieser drückt gegen den leichtbeweglichen Friktionsring *mn*, und schiebt denselben vorwärts, wenn an den Handgriffen 2c. *d* und *f* ein Zug ausgeübt wird. Wegen der wenn auch geringen Reibung bleibt dann der Ring an seinem Orte, wenn die Kraftwirkung auch aufhört.

Von den vorigen ist die Federwage Fig. 258 verschieden.

Die Feder bildet hier einen offenen Ring *ABCDE*.

Fig. 258.



Ein Zeiger *Z* ist mit dem Ende *E* der Feder durch ein Scharnier verbunden, und geht durch das andere mit einer Oeffnung versehene Ende bei *A*. Eine Scala *mn* ist an der Feder bei *C* befestigt.

Wird nun am Haken bei *D* eine Last *Q* aufgehängt, und die Feder am Ringe *B* festgehalten, so gehen die Enden *A* und *E* der Feder auseinander, der Zeiger *Z* steigt in die Höhe und gibt das Gewicht von *Q* auf der Scala *mn* an.

Eine Federwage von sehr hübscher Form und Einrichtung ist **Mariott's Patentwage**, Fig. 259 und 260.

In einer runden (uhrförmigen) Büchse *ADE* ist in *A* eine Stahl=



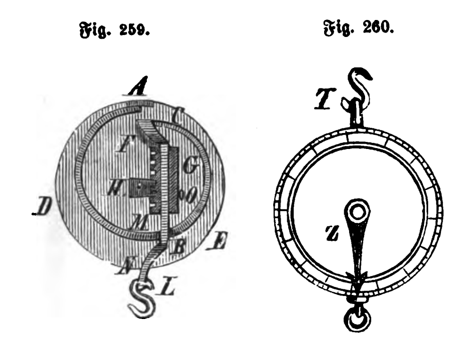


Fig. 259. Fig. 260.

feder ABC befestigt. Das andere Ende C der Feder ist in F an die Stange FL genietet. An diese Stange ist auch eine gezahnte Platte GM befestigt, deren Zähne in ein Getriebe H greifen, dessen Achse einen Zeiger Z trägt, der auf einem Zifferblatt, Fig. 260, das Gewicht der in L aufgehängten Last angibt.

Die Stange FL wird mit der Zahnstange GM durch einen Stift O in ihrer senkrechten Lage erhalten, bewegt sich frei bei B über die Feder, und geht bei N durch eine Oeffnung der Büchse.

Köppelin's Hydostrat (Wasserwage) zum Abwägen bis 10 kg. Mit dem s. g. Tauchapparat ist, ähnlich wie bei der Nicholson'schen Senkwage, eine Wagschale verbunden. Man muß, wie dort, die Wagschale mit einem bestimmten Gewichte beschweren, damit der Apparat bis zu einer bestimmten Marke einsinkt. Bringt man dann den abzuwiegenden Gegenstand, der aber natürlich nicht schwerer sein darf, als das genannte Gewicht und legt noch, wenn nöthig, Gewichte zu, bis der Apparat wieder bis zur Marke einsinkt, so ergibt sich begreiflicherweise durch Subtraktion der beiden Gewichte das Gewicht des Körpers.

Ein innen mit Wollentuch bekleideter Deckel verhindert die rasche Temperaturveränderung des Wassers.

Duckham's hydrostatische Wage. In einem mit Wasser oder Oel zum Theil gefüllten Cylinder ist ein gut anschließender Kolben eingesetzt, an dessen Stange die abzuwiegende Last vermittelst eines Ringes aufgehängt wird. Der vom Gegenstand auf die Flüssigkeit ausgeübte Druck wird von derselben auf ein Manometer übertragen, auf welchem das Gewicht dann abgelesen werden kann.

(Dingler, polyt. Journ. Band 198.)

B. Von den Verbindungen des Wellrades.

Die Differentialwelle oder chinesische Winde.

§. 159.

Nach §. 118 hängt die Wirkung des Wellrades bloß von dem Halbmesser des Rades, beziehungsweise von dem Hebelarm der Kraft und von dem Halbmesser der Welle ab, und es kann nach dem dort Gesagten die zu hebende Last, bei gleicher Kraft, um so größer sein, je größer der Hebelarm der Kraft, oder je kleiner der Halbmesser der Welle ist.

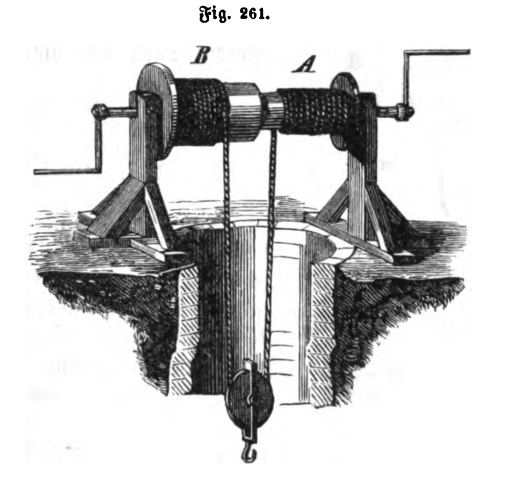
Um darum ein Wellrad von bedeutender Wirksamkeit zu erhalten, dürfte man nur den beiden genannten Halbmessern entsprechende Größenverhältnisse geben.

Doch sieht man leicht ein, daß bei der Construction gewisse Grenzen nicht überschritten werden dürften, weil man einmal den Hebelarm der Kraft, d. i. den Radhalbmesser, des Raumes und der Schwerfälligkeit, sowie auch des Betriebs der Maschine wegen, nicht zu groß, und dann zum andern, den Radius der Welle nicht kleiner annehmen darf, als die nothwenige Festigkeit gebietet.

Diesen Uebelständen wird nun begegnet, und dabei dennoch ein Wellrad von großer Wirkungsfähigkeit hergestellt, wenn man dasselbe auf die in Fig. 261 dargestellte Art construirt.

Die eigenthümliche Einrichtung besteht darin, daß die Welle einerseits einen kleineren Durchmesser hat, als andrerseits, also eigentlich aus zwei Wellen zusammengesetzt ist, und daß das Seil, an welchem die Last hängt, um eine lose Rolle geschlungen wird, und sich bei der Umdrehung der Maschine von dem dünnen Wellentheil *A* ab- und auf den dickern Theil *B* aufwickelt.

Fig. 261.



Man nennt eine solche Verbindung die Differentialwelle, auch die chinesische Winde.

Es ist leicht begreiflich, daß man es bei Anwendung der genannten Vorrichtung ganz in der Gewalt hat, zu bewirken, daß die Last bei einer Umdrehung der Welle sich nur um eine beliebig kleine Höhe hebt, da man nur die Differenz der beiden Wellendurchmesser recht klein anzunehmen braucht. Da aber die aufzuwindende Last nach §. 112 um so größer sein kann, je geringer ihr Weg ist, so kann man auch bewerkstelligen, daß mit irgend einer Kraft eine beliebig große Last überwunden wird.

Das Verhältniß zwischen Kraft und Last ergibt sich darum auch einfach aus einer Vergleichung der Wege, welche bei einer Kurbelumdrehung von denselben zurückgelegt werden.

Ist L die Kurbellänge, so ist der Weg der Kraft bei einer Umdrehung $= 2 L \pi$.

Während dieser Umdrehung hebt sich aber die Last bloß um eine Höhe, welche die Hälfte des Unterschieds der beiden Wellenumfänge beträgt. Denn wenn r der Radius des dünnen und R derjenige des dickern Wellentheils ist, so wickelt sich bei einer Umdrehung die Seillänge $2 r \pi$ ab, dagegen die Seillänge $2 R \pi$ auf die dickere Welle auf.

Das Seil wickelt sich also um ein Stück $2R\pi - 2r\pi = 2\pi(R - r)$ auf. Nach §. 123 hebt sich aber der Mittelpunkt der Rolle, also auch die Last Q nur um die Hälfte der aufgewundenen Seillänge.

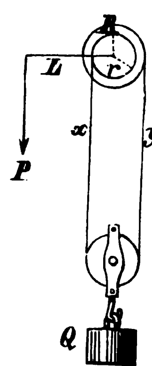
Somit ist der Weg der Last bei einer Umdrehung $= \pi(R - r)$, und es muß folglich nach §. 112

$$P \,.\, 2L\pi = Q \,.\, \pi(R - r); \text{ also}$$

$$P = \frac{R-r}{2 \,.\, L} \,.\, Q \text{ sein.}$$

Die Verbindung läßt sich aber auch als Hebel ansehen, wie der dargestellte Querschnitt, Fig. 262, zeigt; und man hat jetzt, da die Seilstücke x und y je $\frac{1}{2}$ Q zu tragen haben, und die am Hebelarm r wirkende Last $\frac{1}{2}$ Q auf die gleiche Seite wie die Kraft P zu drehen sucht,

Fig 262.



$$P \,.\, L + \frac{Q}{2} \,.\, r = \frac{Q}{2} \,.\, R,$$

$$\text{d. i. } P = \frac{(R - r) \,.\, Q}{2 \,.\, L}.$$

Man sieht hieraus, daß die Größe der zu hebenden Last, d. i. die Wirkungsfähigkeit der Maschine nicht von der Größe der vorkommenden Halbmesser selbst, sondern bloß von dem Unterschiede $R—r$ der beiden Wellenhalbmesser abhängt. Darum kann man die Welle so stark, als nöthig ist, machen, und darf nur, wie schon bemerkt, den Unterschied der Radien R und r sehr klein annehmen, um dem Wellrade eine beliebig große Wirksamkeit zu geben. — Freilich ist hiebei, wie immer und überall, zu berücksichtigen, daß jeder Gewinn an Kraft mit einer Einbuße an Geschwindigkeit und Zeit begleitet ist.

Von den Räderwerken.

§. 160.

Von der vielfachen Anwendung des Wellrades in seiner einfachsten Form als Haspel und Winde war schon oben im VIII. Abschnitte die Rede.

Hier soll nun darüber das Wichtigste mitgetheilt werden, wie man mehrere Wellräder mit einander verbindet, um entweder große Lasten zu heben, oder um eine bedeutende Geschwindigkeit zu erzeugen.

Eine Verbindung von Wellrädern wird gemeinhin ein Räderwerk genannt.

In der einfachsten Art sehen wir Räderwerke durch die Figuren 263, 264, 265 und 266 dargestellt.

In den durch Fig. 263 und 264 dargestellten Fällen geschieht

die Mittheilung der Bewegung von einem Wellrad zum andern durch Riemen und Seile vermittelst der dabei stattfindenden Reibung, und

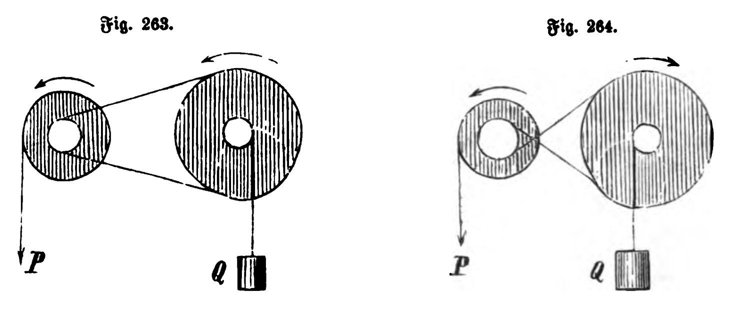


Fig. 263. Fig. 264.

zwar machen in Fig. 263 beide Wellräder ihre Bewegung in gleicher Richtung, während sie in Fig. 264, bei gekreuzten Riemen, nach entgegengesetzter, durch die Pfeile angedeuteter Richtung umlaufen.

Diese Bewegungsmittheilung vermittelst endloser, über Rollen (Tambours) gespannter Riemen findet überall statt, wo die Entfernung der Wellen groß, die zu übertragende Kraft aber nicht zu groß ist. Die Bewegungsübertragung geht dadurch vor sich, daß aus der in dem Riemen eintretenden Spannung eine Reibung zwischen ihm und dem Umfange der Rolle entsteht, welche das Gleiten verhindert *).

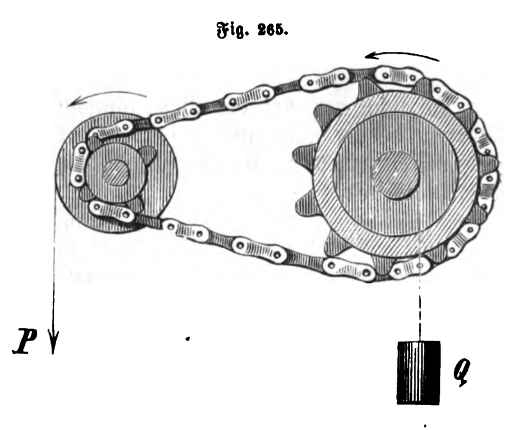


Fig. 265.

Oft bedient man sich auch zur Uebertragung einer Bewegung der Ketten, welche, wie in Fig. 265, mit ihren Gliedern in besondere Hervorragungen (Zähne), die am Umfange der Räder angebracht sind, eingreifen.

Der häufigste Fall, und von dem auch hier vorzugsweise die Rede sein soll, ist aber der, daß statt der Riemen- und Kettenräder s. g. Zahnräder bei einer Bewegungsmittheilung angewendet werden, und zwar namentlich immer dann, wenn bedeutende Kräfte von einem

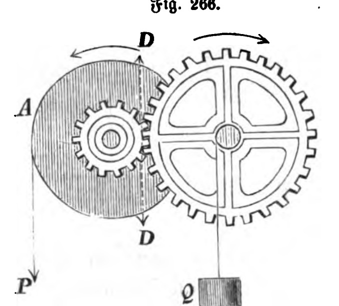
---

*) In Amerika wird der Riemenbetrieb viel mehr, als bei uns und auch für große Kraftübertragungen bis über 500 Pferdestärken angewendet. Die hiebei verwendeten Riemen müssen aber eine bedeutende Breite (bis 1,5 m) haben. Selbst Uebertragungen bis zu 1000 Pferdekräften kommen mit Anwendung von mehreren Riemen vor. Solche bedeutende Uebertragnngen sind deßhalb erklärlich, weil in Folge der auf der Innenseite des Riemens eintretenden Luftverdünnung, außen der Atmosphärendruck zur Wirkung gelangt.

Rade auf das andere — dessen Abstand nicht zu groß ist — übertragen werden sollen.

Bei solchen Zahnrädern, Fig. 266, greifen die am Umfange oder Radkranze stehenden Radzähne gegenseitig in einander und bewirken, daß sich beide Wellen in entgegengesetzter Richtung umdrehen.

Fig. 266.



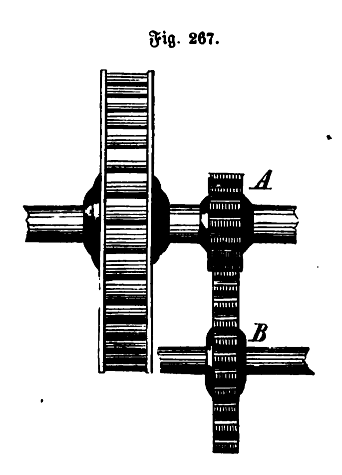
Im gewöhnlichsten Falle ist dann die Einrichtung getroffen, daß auf der Welle, an welcher die Kraft an dem eigentlichen treibenden Rade oder an einer Kurbel wirkt, ein kleineres Rad, das s. g. Getriebe, sitzt, welches in ein größeres an der zweiten Welle befindliches Rad eingreift und dasselbe in Bewegung setzt.

An letzterer Welle kann wieder ein Getriebe sein, welches die Bewegung auf ein an einer dritten Welle angebrachtes Rad überträgt u. s. w.

§. 161.

Je nach der Art der Bewegungsmittheilung von einer Welle zur andern, bedarf man auch besonderer Arten von Zahnrädern, als da sind: Stirnräder, Kron- und Kammräder, und konische oder Winkelräder.

Fig. 267.



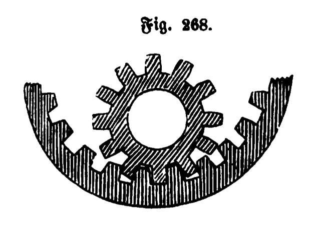
Soll irgend eine Bewegung einer Welle oder eines s. g. Wellbaumes auf einen andern Wellbaum, welcher dem erstern parallel ist, übertragen werden, so bedarf man hiezu der Stirnräder, auch Stern- oder Sporenräder genannt.

Solche Stirnräder sind die oben in Fig. 266 dargestellten, oder auch nebenstehende Räder *A* und *B*, Fig. 267.

Bei diesen Rädern stehen die Zähne immer in der Richtung des Radhalbmessers, also senkrecht zur Achse, und zwar können die Zähne sowohl auf dem äußeren Radumfange, wie in Fig. 266 und 267, als auch auf der Innenseite des cylindrischen Radkranzes, wie in Fig. 268, angebracht werden.

Will man eine Bewegung von einer Welle auf eine andere, welche zu jener eine senkrechte Lage hat, übertragen, so bedarf man hiezu der

Fig. 268.



Kron= oder Kammräder, Fig. 269, bei welchen die Zähne oder **Kämme** *K* parallel zur Achse auf der Seitenfläche des Radkranzes stehen.

Die gleiche Uebertragung der Bewegung kann auch durch zwei s. g. **Winkelräder** oder **konische Räder** *M* und *N*, Fig. 270, geschehen. — Jedes dieser Räder ist nach der Oberfläche eines Doppelkegels, d. i. zweier zusammengestoßener Kegel (Conus) geformt, und die Zähne stehen auf

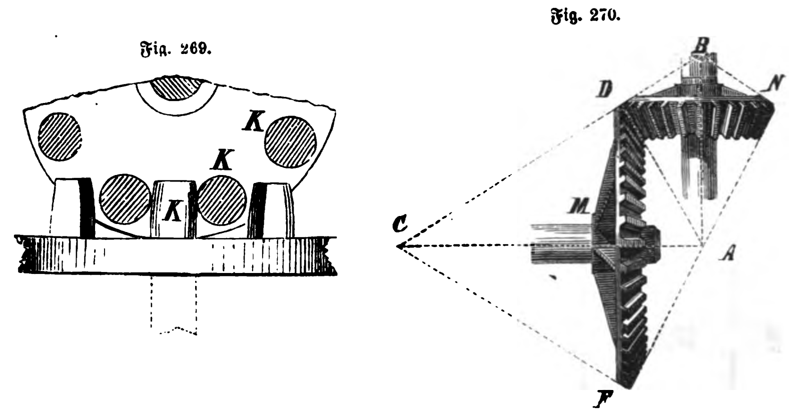


Fig. 269. Fig. 270.

dem Mantel des einen Kegels. So ist das Rad *M* nach den Oberflächen der Kegel *AFD* und *CFD* gebildet, und seine Zähne stehen auf dem Mantel des Kegels *AFD*.

Um die Bewegung einer Welle auf eine zu dieser rechtwinkeligen Achse überzutragen, wendet man auch oft ein **Kammrad** mit einem s. g. **Trilling** oder einer **Laterne** *L* wie in Fig. 271 an.

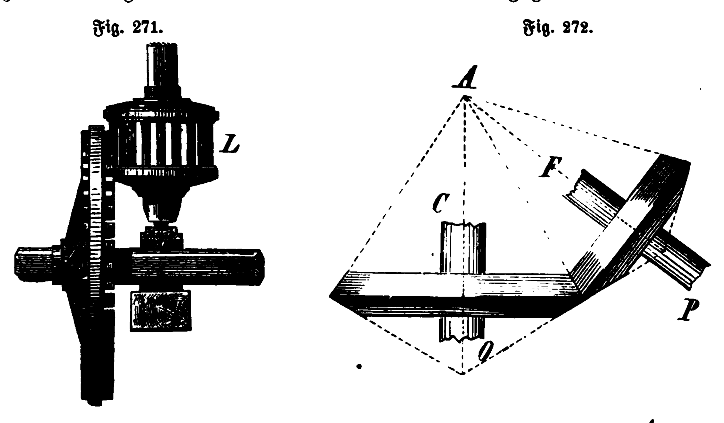


Fig. 271. Fig. 272.

Soll aber eine Bewegung von einer Welle auf eine solche, welch mit der erstern irgend einen schiefen Winkel bildet, verpflanzt werden so kann man hiezu nur zwei konische Räder *O* und *P*, Fig. 272 deren Achsen *ACO* und *AFP* sind, gebrauchen.

Durch konische Räder übersetzt man auch die Bewegung eine Wellbaumes auf einen andern, wenn deren Achsen weder parallel sind noch sich schneiden, und zwar geschieht dies mi Hülfe eines s. g. Zwischengeleges, d. h. mi Anwendung einer dritten, die beiden ander schneidenden Welle.

Fig. 273.

Um endlich noch die drehende Bewegun eines Zahnrades in eine geradlinige hin= und her gehende zu verwandeln, wendet man eine s. g Zahnstange *AB*, Fig. 273, an, welche mi Zähnen versehen ist, ähnlich denen des eingreifen den Rades.

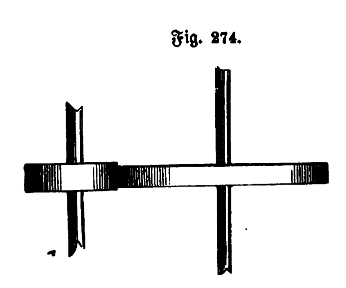
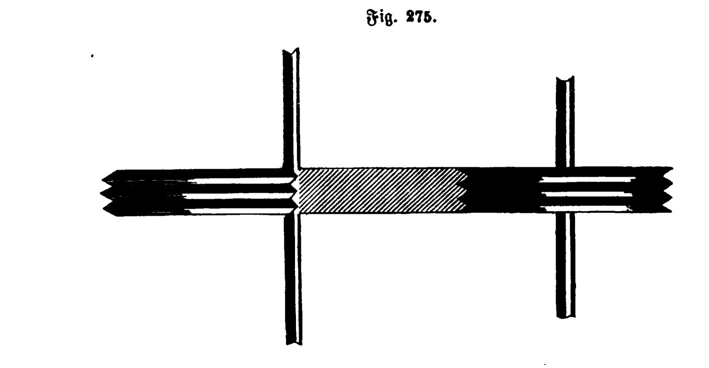


Fig. 274.

Bei nicht bedeutenden Kraftübertragunge werden des ruhigeren, sanften Ganges wege häufig Friktionsräder d. i. Scheiben an gewendet, welche sich einfach an ihren Um fängen berühren, und durch einen gewissen Druc zusammengepreßt werden, wie in Fig. 274 zu sehen ist.

Der größern Reibung wegen erhalten diese Friktionsscheiben oft am Umfange der Kränze keil= oder sägeschnittartige Einschnitte die in einander greifen, wie in Fig. 275 *). — Hyperboloidenräder für sich nicht schnei dende und nicht parallele Achsen.

Fig. 275.



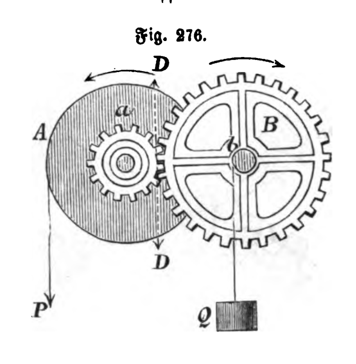
*) Braune's Lamellenräder. Diese haben vor den sog. Keilrädern den Vorzug, daß sie billiger herzustellen sind und daß durch Verschiebbarkeit der Radaxen der nöthige Druck zwischen den beiden Radumfängen erzeugt werden kann. Statt eingedrehten Nuten sind bei diesen neuen Rädern durch, um das Rad gelegte Bänder (Lamellen) Zwischenräume hergestellt, in welche die hervorragende Lamelle des andern Rades eingreift. (Dingler's pol. Journal 228. Bd., S. 15.)

§. 162.

Je zwei in einander greifende Zahnräder haben immer gleiche Umfangsgeschwindigkeit; ebenso ist es bei Rädern in Fig. 263, 264 und 265, welche durch Riemen und Ketten umspannt werden.

Dagegen macht ein kleineres Rad oder das Getriebe *a*, Fig. 276, mit seiner Welle sovielmal mehr Umgänge, als das von ihm getriebene Rad *B*, sovielmal sein Umfang in dem des getriebenen größeren Rades enthalten ist.

Fig. 276.



Ein Rad von doppeltem oder dreifachem Umfang hat aber auch einen doppelten oder dreimal größeren Durchmesser, und darum macht auch das Getriebe *a* drei Umgänge, während das dreimal größere Rad *B* nur einen Umgang macht.

Hat aber ein Zahnrad einen 2mal, 3mal ꝛc. größern Umfang als ein anderes in dasselbe eingreifende Rad, so hat es auch 2mal, 3mal ꝛc. mehr Zähne; denn zwei ineinander greifende Zahnräder müssen immer gleiche Schrift oder gleiche Theilung, d. h. die Mittel ihrer Zähne müssen gegenseitig immer gleichgroßen Abstand haben.

Man sagt darum auch: Die Umdrehungsanzahlen (Touren) zweier ineinander greifenden Räder verhalten sich umgekehrt wie ihre Halbmesser, oder ihre Zähneanzahlen.

Räder, die auf einer und derselben Welle sitzen, wie *a* und *A*, machen gleichviel Umdrehungen, ihre Umfangsgeschwindigkeiten verhalten sich aber wie ihre Halbmesser.

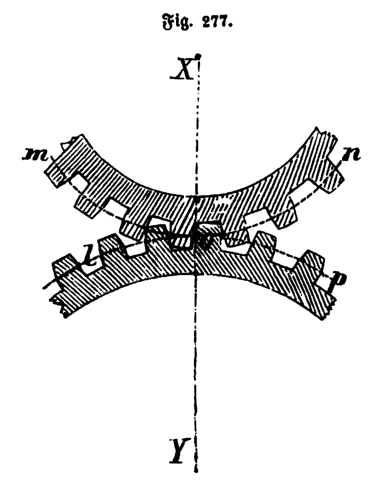
§. 163.

Um das Verhältniß der an einem Räderwerk wirkenden Kräfte, oder der bewegenden Kraft und der überwundenen Last, sowie überhaupt die Wirkung eines Rades auf das andere kennen zu lernen, ist vor Allem sich darüber klar zu machen, wo man sich den Angriffspunkt der Kraft, welche von einem Rad auf das andere übertragen wird, denken muß. Natürlich ist dieser Angriffspunkt irgendwo in den Radzähnen befindlich, da vermittelst dieser die Räder auf einander einwirken, und es ist ebenso klar, daß der Ort dieses Angriffspunktes nahe am Mittel der Zahnlänge sein muß. — Der eigentliche Ort des Angriffspunktes wird jedoch durch den s. g. Theilkreis, d. i. denjenigen Kreis, auf welchem die Radzähne eingetheilt werden, angegeben. Dieser Kreis liegt immer zwischen dem äußersten Umfang des Rades

und dem Radkranze, aber nicht gerade in der Mitte der Zahnläng sondern meistens etwas über derselben.

In Fig. 277 stellen mOn und lOp die Theilkreise zweier inei ander greifenden Räder vor, und wie man dort sieht, berühren si

Fig. 277.



dieselben immer in derjenigen gerade Linie XY, welche die beiden Ra mittelpunkte mit einander verbinde Der Ort O dieses Berührungspunkte ergibt sich sowohl aus den zum Vo aus berechneten Zähneanzahlen, al auch aus den Halbmessern der ei greifenden Räder.

Vermittelst der Zähneanzahle bestimmt man den Berührungspun und damit auch die Größe der ei zelnen Räder so, daß man den Al stand der beiden Wellbäume, d. i. di s. g. Centrallinie XY, in so viel Theile theilt, als die beiden Räde zusammen Zähne erhalten sollen. So z. B. das Rad X 24 und das Rad] 36 Zähne erhalten, so theile man X] in $24 + 36 = 60$ Theile; es muß alsdann XO 24 und YO 3(Theile erhalten.

Statt 24 und 36 Theilen macht man kürzer $XO = 2$ un $XY = 3$ Theile, also die Centrallinie $XY = 5$ Theile lang.

Am einfachsten findet man die Halbmesser zweier ineinander grei fenden Räder aus der s. g. Uebersetzungszahl, d. h. aus der Zahl welche angibt, wieviel Umgänge das eine Rad in der Zeit macht in welcher das andere einen Umlauf vollendet.

Soll z. B. ein Rad einen Umlauf machen, während das ein greifende Getriebe fünf Umgänge macht, soll also das erstere Ra fünfmal größer sein, als das letztere, so theile man den Abstand de beiden Radmittel in $5 + 1 = 6$ Theile; alsdann ist der Halbmesse des Rades 5 und der des Getriebes 1 solcher Theile lang.

Hieraus ergibt sich für die Halbmesser zweier im Eingriffe stehe den Räder und also für die Bestimmung des Berührungspunktes O Fig. 277, folgende allgemeine Lösung:

Ist a der Abstand der beiden Wellbäume, R der Halbmesser de größern Rades, und sollen n Umläufe des kleinen Rades auf eine Umgang des größern kommen, so hat man, da der Halbmesser de kleineren Rades $= a - R$ ist,

$$R : a - R = n : 1,$$

woraus sich ergibt $$R = na - nR,$$

und hieraus $$R(n + 1) = na;$$

also $$R = \frac{n \cdot a}{n+1}.$$

Ebenso findet man für den kleinern Halbmesser
$$r : a - r = 1 : n,$$
und hieraus $$r = \frac{a}{n+1}.$$

Die so bestimmten Radhalbmesser sind diejenigen, die in der Folge immer gemeint sind, wenn von den Halbmessern der Zahnräder die Rede ist.

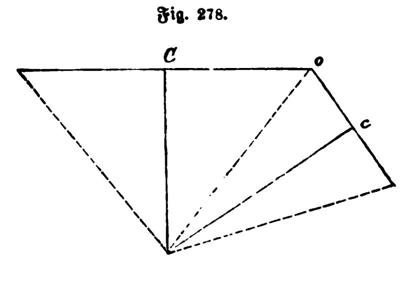


Fig. 278.

Bei konischen Rädern bestimmt man den Berührungspunkt o, Fig. 278, ebenso; es müssen sich nämlich, wenn das kleinere Rad wieder $n$mal mehr Umgänge als das große machen soll, die Abstände Co und co von den Achsen wie $n : 1$ verhalten.

§. 164.

Es sei nun, Fig. 279, P die am Umfange eines Rades A oder an einer Kurbel wirkende Kraft, welche dieses Rad (die Kurbel) in eine durch die Richtung des Pfeils bezeichnete Umdrehung versetzt. Das mit dem Rade (Kurbel) A verbundene Getriebe a wirkt auf das auf der zweiten Welle sitzende Zahnrad B, und zwar werde von den Zähnen des Getriebes a auf die Zähne des Rades B ein Druck D ausgeübt, der von dem Verhältnisse der Halbmesser der Räder A und a abhängt. Dieser im Theilkreis des Rades B wirkende Druck setzt die zweite Welle in Rotation, so daß sich ein Seil, an welchem die Last Q hängt, auf diese Welle b aufwickelt.

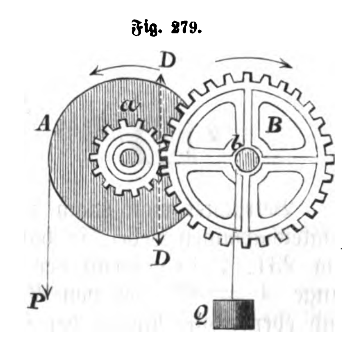


Fig. 279.

Nach §. 118 muß nun, wenn R' und R'' die Theilkreishalbmesser der Räder A und B, und r' r'' die Radien des Getriebes a und der Seilwelle b sind, für das Gleichgewicht am ersten Wellrad
$$P \cdot R' = D \cdot r',$$
und für das zweite Wellrad
$$D \cdot R'' = Q \cdot r'' \text{ sein.}$$



Durch Multiplikation ergibt sich, da sich D auf beiden Seiten der Gleichung hebt,

$$P \,.\, R' \,.\, R'' = Q \,.\, r' \,.\, r'',$$

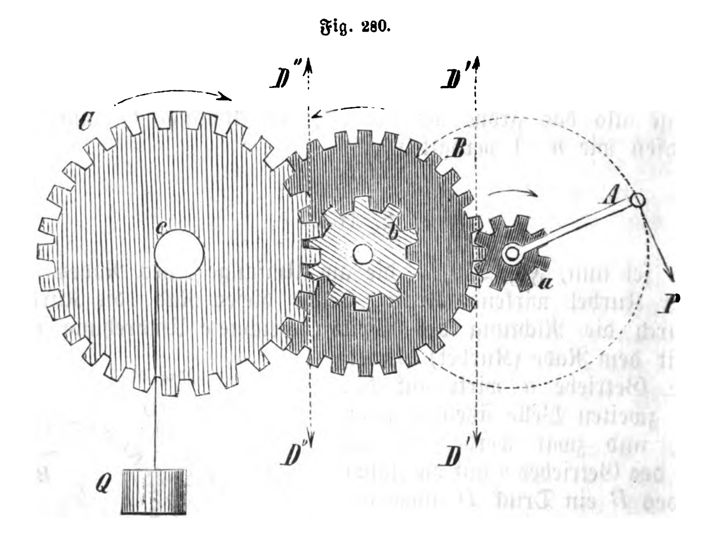
woraus folgt:

$$P : Q = r' \,.\, r'' : R' \,.\, R'';$$

$$\text{und } P = \frac{r' \,.\, r''}{R' \,.\, R''} \,.\, Q; \text{ und } Q = \frac{R' \,.\, R''}{r' \,.\, r''} \,.\, P.$$

Für die aus drei Räderpaaren oder drei Wellrädern bestehende Verbindung, Fig. 280, bei welcher die Kraft P an einem Rade oder an einer Kurbel A wirkt, welche das Getrieb a und durch dieses und vermittelst der Räder B und C und des Getriebes b die Seilwelle c in Umdrehung versetzt, wobei die Last Q gehoben wird, — erhält man für das Verhältniß zwischen Kraft und Last ganz gleiche Ausdrücke

Fig. 280.



Betrachtet man (nach §. 118) jedes der einzelnen Wellräder als ungleicharmigen Hebel, so hat man gerade wie in der Hebelverbindung, Fig. 231, §. 145, wenn der Radius des ersten Rades oder die Kurbellänge $A = R'$, der von $B = R''$ und der des Rades $C = R'''$, und ebenso die Radien der Getriebe a und b und der Welle $c = r'$, r'' und r''' gesetzt werden, und wenn auf Bewegungshindernisse keine Rücksicht genommen wird,

$$P \,.\, R' \,.\, R'' \,.\, R''' = Q \,.\, r' \,.\, r'' \,.\, r'''.$$

Zu gleichem Resultate gelangt man natürlich, wenn — wie oben, oder wie bei genannter Hebelverbindung — an jedem einzelnen Rad eine Kraft, die mit der angreifenden im Gleichgewicht ist, thätig gedacht wird.

Wäre z. B. die von dem Getriebe a auf das Rad B übertragene Kraft, oder der im Theilkreise dieser Räder ausgeübte Druck $= D'$, und die vom Getriebe b dem Rade C mitgetheilte Kraft $= D''$, so hätte man

für's 1ste Rad $P \;. R' = D' \;. r'$;
„ 2te „ $D' \;. R'' = D'' \;. r''$;
„ 3te „ $D'' \;. R''' = Q \;. r'''$;

woraus sich wieder durch Multiplikation ergibt

$$P \;. R' \;. R'' \;. R''' = Q \;. r' \;. r'' \;. r''';$$

oder

$$P : Q = r' \;. r'' \;. r''' : R' \;. R'' \;. R'''.$$

Hieraus erhält man

$$P = \frac{r' \;. r'' \;. r'''}{R' \;. R'' \;. R'''} \;. Q; \text{ und } Q = \frac{R' \;. R'' \;. R'''}{r' \;. r'' \;. r'''} \;. P.$$

Es ist also für alle s. g. Kraftmaschinen, d. h. solche, mit welchen ein großer Widerstand überwunden werden soll, das Produkt aus der Kraft in die größern Halbmesser (Hebelarme) gleich dem Produkte aus der Last in die kleinern Halbmesser.

Oder die Kraft verhält sich zur Last, wie das Produkt aus den Halbmessern der Getriebe zum Produkte aus den Halbmessern der Räder.

Allgemein ausgedrückt multiplizire man, wie in §. 145, alle abwechselnd aufeinander folgenden Radien, von der Kraft an gerechnet, und ebenso alle wechselweise aufeinander folgenden Halbmesser von der Last an gezählt; es ist alsdann: Kraft **mal** das erste Produkt immer gleich Last **mal** das zweite Produkt.

Weil nach vorigem §. die Zähneanzahlen zweier ineinandergreifenden Räder sich verhalten wie ihre Radien, so kann statt der Radien auch die Zähneanzahl gesetzt werden.

Wären daher oben z' und z'' die Zähnezahlen von a und b, und ebenso Z' und Z'' die Zähneanzahlen von B und C, so hätte man

$$P \;. R' \;. Z' \;. Z'' = Q \;. z' \;. z'' \;. r'''.$$

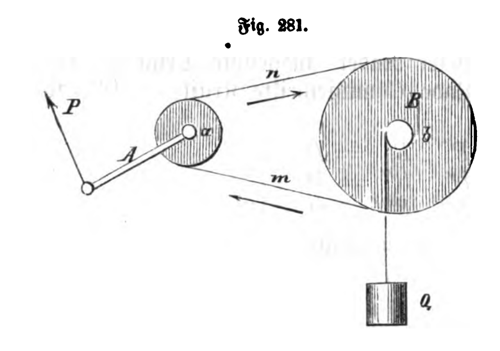
Dabei muß bemerkt werden, daß wenn in dem einen Produkt ein Radius vorkommt, in dem andern ebenfalls der entsprechende Halbmesser vorkommen muß; demnach erscheinen oben beiderseits die Halbmesser der Räder, an welchen Kraft und Last unmittelbar thätig sind; — oder aber es müssen immer die Zähneanzahlen ineinandergreifender Räder in Rechnung genommen werden.

Wirken Kraft und Last an Seilen, so ist der Halbmesser bis zur Mitte des umwickelten Seils zu rechnen.

Bei Riemenrollen, Fig. 281, ist natürlich das Verhältniß zwischen der Kraft P und der Last Q ganz das nämliche, es ist wieder

$$P \;. R' \;. R'' = Q \;. r' \;. r'',$$

Fig. 281.



wenn R' die Länge der Kurbel A, R'' der Halbmesser der Rolle B und r' und r'' die Halbmesser der Rolle a und der Welle b sind. Es ist hiebei nur zu bemerken, daß die Spannungen in beiden Riementheilen m und n nicht gleich sind, und daß das hier im untern Theil m eintretende Mehr der Spannung die bewegende Kraft $\left(\frac{R'}{r'} P = \frac{r''}{R''} Q\right)$ für die Rolle B ist.

Anmerkung. Bei der Transmission durch Riemenbetrieb findet immer ein kleines Gleiten des Riemens statt, so daß in Wirklichkeit die Umdrehungszahl der getriebenen Welle nur 0,98 n ist, wenn n die theoretische Anzahl bezeichnet. — Einfluß des Atmosphärendruckes s. S. 267 Note.

§. 165.

Wenn im vorigen §. das Produkt $R' \,.\, R'' \,.\, R'''$ 100mal größer ist, als $r' \,.\, r'' \,.\, r'''$, was sehr leicht der Fall sein kann, so kann mit irgend einer Kraft eine 100mal größere Last im Gleichgewicht erhalten, oder mit wenig mehr Kraft diese Last gehoben werden.

Dabei hat man aber wieder den mechanischen Nachtheil, daß die Kraft einen 100mal größern Weg machen muß, als die Last; denn die Umfangsgeschwindigkeit der Lastwelle c verhält sich zu der von A, bei den angenommenen Größenverhältnissen, wie 1 zu 100, oder allgemein, wie Kraft zur Last; immerhin bleibt (§. 112) $P \,.\, s = Q \,.\, s'$.

Die Kraft Q wird sich also nur äußerst langsam erheben.

Allein da die Räderwerke sehr oft auch den Zweck haben, irgend eine gewünschte Geschwindigkeit oder Umdrehungsanzahl eines Wellbaumes hervorzubringen, so sieht man, daß, wenn umgekehrt durch irgend eine Kraft die Welle c, Fig. 282, in Bewegung gesetzt wird, durch Uebertragung dieser Bewegung vom Rade C vermittelst der Räder b, B und a auf ein Rad, einen Zeiger 2c. A, letzterer eine sehr große Geschwindigkeit erreicht. Ueberhaupt begreift man, wie durch ein richtig gewähltes Verhältniß in der Größe der in einander greifenden Räder durch irgend eine bekannte Anfangsgeschwindigkeit jede beliebige Geschwindigkeit einzelner Wellen und Arbeitsmaschinen erzeugt werden kann. Dabei ist natürlich immer wieder zu bemerken, daß wenn eine größere Geschwindigkeit erreicht werden will, der Widerstand an der letzten Welle ein in dem nämlichen Verhältnisse kleinerer sein muß, als die Triebkraft beträgt.

Man erreicht überhaupt einen s. g. Gewinn an Kraft, wenn Getriebe die Räder treiben; hingegen gewinnt man an Bewegung, d. h. man erreicht eine größere Geschwindigkeit, wenn Räder die Getriebe in Bewegung setzen. Den ersten Fall sehen wir bei Krahnen, Häspeln ꝛc., indem wir bemerken, wie eine geringe Kraft bei vielen Umdrehungen ihres Angriffspunktes eine große Last hebt, die aber sehr langsam steigt; — der andere Fall zeigt sich u. A. bei Uhren, wo das treibende Gewicht sich nur wenig senkt oder eine nur geringe Abwickelung der Feder stattfindet, während der getriebene Sekundenzeiger Tausende von Umgängen macht.

§. 166.

Die im §. 164 für Räderwerke gefundenen Resultate in Bezug auf das Verhältniß zwischen Kraft und Last gelten, wenn auf die stattfindenden Reibungswiderstände keine Rücksicht genommen wird. Um aber diesen gehörig Rechnung zu tragen, bedenke man, daß nicht nur Reibung der Wellzapfen in ihren Lagern, sondern auch eine solche bei dem Uebereinandergleiten der Radzähne eintritt.

Die Zapfenreibung läßt sich auf die im VI. Abschnitt angegebene Weise leicht berechnen, zu welchem Zwecke man nur den auszuhaltenden Druck zu kennen braucht.

Fig. 282.

Sind Fig. 282 die Gewichte der Räderpaare A, B und $C = G'$, G'' und G''', und sind D' und D'' die in den Theilkreisen wirkenden Drücke, so ist der Gesammtdruck, welchen die erste Radwelle, an welcher die Kraft P wirkt, auszuhalten hat,

$$= P + D' + G'.$$

Der Achsendruck der zweiten Radwelle b aber ist

$$= G'' + D'' - D',$$

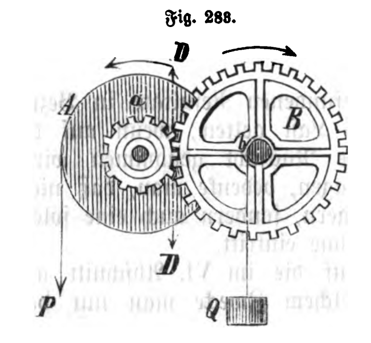
weil hier D' aufwärts wirkt, und derjenige der dritten Welle

$$= D'' + G''' + Q.$$

Es ist also die Zapfenreibung, wenn f der Reibungscoefficient ist:

an der ersten Welle $R_1 = f\,(P + D' + G')$;
„ „ zweiten „ $R_2 = f\,(G'' + D'' - D')$;
„ „ dritten „ $R_3 = f\,(D'' + G''' + Q)$.

Fig. 283.



Bei dem Räderwerke, Fig. 283, ist die Zapfenreibung an der Kraftwelle $A = f\,(P + D + G')$ und an der Lastwelle $= f\,(G'' + Q - D)$, wenn G' und G'' wieder die Gewichte bezeichnen.

Die Zahnreibung kann für gewöhnliche Größenverhältnisse der Räder im Mittel zu $1/100$ oder 1% derjenigen Kraft angenommen werden, welche im Theilkreise wirksam ist und übertragen werden könnte, wenn eben diese Reibung nicht wäre.

Genauer findet man die Größe der zwischen zwei Stirnrädern stattfindenden Zahnreibung durch die Formel (s. die Ableitung in der Anmerkung)

$$R = \frac{s}{2}\left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''}\right) f\,.\,D,$$

in welcher s die Schrift, r' und r'' die Halbmesser der beiden Räder, und D die im Theilkreise wirkende, also die Zähne gegen einander drückende Kraft bezeichnet.

Man sieht hieraus, daß die Zahnreibung um so geringer ist, je kleiner die Schrift und je größer die Halbmesser der ineinandergreifenden Räder sind.

Denn für $s = 6$ cm, $r' = 30$ cm und $r'' = 60$ cm, und für f den Mittelwerth 0,1 angenommen, erhält man $R = \frac{1}{67} D$; $r' = r'' = 60$ cm aber gibt $R = 1/100\,D$; $r' = 60$ cm und $r'' = 90$ cm hingegen gibt $R = 1/120\,D$.

Greift ein Rad in eine Zahnstange ein, so wird einer der Brüche $\frac{1}{r'}$ oder $\frac{1}{r''}$ zu Null, weil in diesem Falle einer der Radien r' oder r'' unendlich groß ist.

Alsdann wäre die Zahnreibung $R = \frac{s}{2r'} f\,.\,D$.

Bei innerer Verzahnung ist die Zahnreibung geringer, indem dann $R = \frac{s}{2}\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right) f \,.\, D$ ist. Desgleichen auch ist die Reibung bei konischen Rädern etwas geringer.

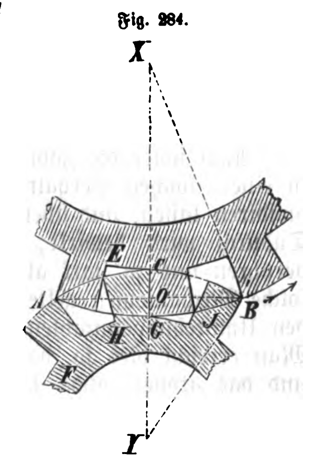
Bei der Berechnung werden nun die genannten Zapfen- und Zahnreibungen in so ferne berücksichtigt, als zu dem eigentlichen Lastmomente noch die Widerstandsmomente dieser Reibungen addirt werden.

Diese Widerstandsmomente ergeben sich aber nach Früherem, wenn man die Größe des Reibungswiderstandes mit dem entsprechenden Halbmesser des Zapfens oder Rades, an welchem die Reibung vorkommt, multiplizirt, wie die spätern Aufgaben zeigen.

Will man kürzer und nur annähernd verfahren, so kann man auch nach der Erfahrung die Gesammtreibungswiderstände zu $^1/_4$ bis $^1/_5$ der Last Q annehmen und einfach in den Ausdrücken des §. 164 $^5/_4\, Q$ bis $^6/_5\, Q$ statt Q setzen. Dadurch werden größere Rechnungen vermieden und das Resultat ist, wie die folgenden Aufgaben lehren, doch ziemlich genau.

Anmerkung. Um obige Formel für die Zahnreibung zu erhalten, nehme man an, zwei Räder X und Y, Fig. 284, seien im Eingriff, und es sei D die Kraft, mit welcher die Zähne gegen einander drücken. Es seien, wie gewöhnlich, zwei Zähne im Eingriff. Greift nun der Radzahn AE zwischen die Getriebzähne AF und CH ein, so schiebt sich die Ecke A des erstern an der ganzen Seitenfläche des Zahnes AF hin, während dieser bis zur Centrallinie XY vorrückt.

Fig. 284.



Zu gleicher Zeit aber durchläuft die Ecke C des Zahnes CH die ganze Länge des Zahnes CJ. Während also die Ecke A nach C und C nach B vorrückt, so findet eine Reibung $f \,.\, D$ auf einem Wege statt, welcher gleich zwei Zahnlängen ist. Dabei ist aber auch der im Theilkreise wirkende Druck D auf einem Wege $AO + OB = 2s$ thätig, wenn $s = AO = OB$ die Schrift bezeichnet.

Wäre darum die im Theilkreise wirksame, zur Ueberwindung der Zahnreibung nöthige Kraft oder die Reibung selbst $= R$, so müßten die Arbeitsgrößen

$$R \,.\, 2s \text{ und } fD \,.\, 2\,CG$$

gleich sein, oder auch

$$R \,.\, s = f \,.\, D \,.\, CG.$$

Nach einem geometrischen Satze verhält sich aber, wenn r' und r'' die Halbmesser der Räder X und Y sind,

$$GO : AO = AO : 2r' - GO,$$

d. i. annähernd

$$GO : s = s : 2r';$$

woraus man erhält

$$GO = \frac{s^2}{2r'}.$$

Ebenso ist

$$CO = \frac{s^2}{2r''};$$

folglich

$$CG = \frac{s^2}{2r'} + \frac{s^2}{2r''},$$

und somit, wenn in die frühere Gleichung substituirt wird,

$$R \, . \, s = f \, . \, D \left(\frac{s^2}{2r'} + \frac{s^2}{2r''} \right),$$

d. i.

$$R = \frac{s}{2} \left(\frac{1}{r'} + \frac{1}{r''} \right) f \, . \, D.$$

§. 167.

Auf die Construction der Räderwerke vollständig einzugehen liegt nicht im Zweck dieses Werkes.

Nur so viel sei, außer dem schon oben §. 163 über die Bestimmung der Radhalbmesser Gesagten bemerkt, daß es nach gemachten Erfahrungen beim Betriebe von regelmäßig gehenden Maschinen nicht gut ist, wenn zwei ineinandergreifende Räder zu verschiedene Durchmesser haben. Es stehen nämlich sonst zu wenig Zähne in gegenseitigem Eingriff und die Wirkung vertheilt sich nur auf wenige Zähne, so daß der Druck auf einen Zahn zu bedeutend wird. Höchstens soll ein Rad einen 6mal größern Durchmesser oder 6mal mehr Zähne erhalten, als das eingreifende kleinere Rad. Das gewöhnliche Verhältniß übersteigt aber das von 3 : 1 nicht. Man muß darum bei einem großen Unterschied zwischen Kraft und Last, oder zwischen der Umdrehungszahl der Kraft- und Lastwelle, eine mehrfache Uebersetzung, d. h. mehrfache Räderpaare anwenden.

Alsdann soll man die Einrichtung treffen, daß die Umdrehungsanzahl jedes folgenden Wellbaumes ungefähr um das Gleiche größer oder kleiner wird.

Auch sollen die Zähneanzahlen zweier ineinander greifenden Räder in einem solchen Verhältniß stehen, daß sie sich nicht durcheinander dividiren lassen, und überhaupt keinen gemeinschaftlichen Theiler haben. Dadurch wird bewirkt, daß sich die nämlichen Zähne nicht zu oft berühren und zu stark abarbeiten. Dies kann natürlich aber nur für solche Mechanismen gelten, bei welchen ein bestimmtes Verhältniß in den Umdrehungsanzahlen der Räder nicht ganz genau einzuhalten ist. Man erreicht dies so, daß wenn das kleinere Rad z. B. 12 Zähne hat und das größere etwa 4mal größer werden soll, man demselben statt 48 Zähnen deren 49 gibt. Bei Uhren ꝛc. aber, bei welchen immer auf eine gewisse Anzahl Umdrehungen eines Getriebs eine Umdrehung des eingreifenden Rads kommen soll, darf das genannte Verfahren natürlich nicht befolgt werden, sondern es müssen die Zähneanzahlen genau im Verhältniß und zwar im umgekehrten, zu den Umdrehungszahlen stehen. Bei Winkelrädern überhaupt auch kann man die Zahl der Zähne nicht willkürlich abändern, da sich die schiefe Stellung der Zähne des einen Rades genau nach der Größe des andern richtet.

Die Zahndicke d, in der Richtung des Theilkreises gemessen, wird mit Berücksichtigung der relativen Festigkeit und des zu übertragenden Druckes D berechnet, wobei bemerkt wird, daß man eine 10—20fache Sicherheit annehmen muß. Es soll aber diese Dicke so gering als möglich ausfallen, damit mehrere Zähne in Eingriff kommen, und weil ja auch bei kleiner Schrift die Zahnreibung geringer ist.

Die Zahnbreite b, parallel zur Radachse, wird
bei langsam gehenden Rädern $= 4d$ bis $5d$, und
„ schnell „ „ $= 6d$ „ $7d$ gemacht.

Die Zahnlänge oder Höhe l ist gewöhnlich $= 1{,}2d$ bis $1{,}5d$, wovon gewöhnlich 0,55 unter und also 0,45 über dem Theilkreis kommen.

Die Weite der Zahnlücken wird nicht genau gleich der Zahndicke oder gleich der Hälfte der Schrift, also $= \frac{1}{2}s$, sondern gewöhnlich um $\frac{1}{10}$ größer als die Zahndicke d gemacht, so daß dann $s = d + 1{,}1d$ wird.

Bei hölzernen Rädern ist dieser s. g. Spielraum sogar zu $\frac{1}{7}d$, bei genau ausgeführten metallenen Rädern aber nur zu $\frac{1}{15}d$ zu nehmen.

Ist m die Anzahl der Radzähne, s die Schrift oder Theilung und r der Halbmesser des Theilkreises, so ist natürlich

$$m \,.\, s = 2 r \pi,$$

und man findet dann als Radhalbmesser

$$r = \frac{m \,.\, s}{2 \,.\, \pi}.$$

Ebenso ergibt sich

$$m = \frac{2 \,.\, r \,.\, \pi}{s}; \text{ und } s = \frac{2 \,.\, r \,.\, \pi}{m}.$$

Was die Form der Radzähne anbetrifft, so ist zu bemerken, daß dieselbe nach solchen Linien gebildet sein muß, daß sich die Zähne während des Eingriffs und Uebereinandergleitens fortwährend berühren, und sollen dabei die Geschwindigkeiten in beiden Theilkreisen gegenseitig ganz die nämlichen sein. Die beste Abrundung der Zähne, sowie auch die Höhlung der Lücken ist darum bei Rädern mit äußerem Eingriff die epicycloidische, und bei Rädern mit innerer Verzahnung die hypocycloidische. — Ebenso auch die Evolventenverzahnung.

Einfacher ist die Abrundung der Zähne nach Kreisbögen und wird auch am meisten angewendet, da kurze cycloidische Bögen von Kreisbögen wenig abweichen.

Bei dieser Form des äußern Zahntheiles begrenzt man den unter dem Theilkreis befindlichen Theil gerade und zwar radial mit einiger Verstärkung am Grunde des Zahns. Für die äußere Abrundung, für welche der Mittelpunkt immer im Theilkreis liegt, findet man nach Redtenbacher den Krümmungshalbmesser nach folgenden Formeln:

$$\text{für das Getriebe} = \frac{n+2}{2(n+1)} \cdot s$$

$$\text{„ „ Rad} = \frac{2n+1}{2(n+1)} \cdot s;$$

wobei s die Schrift und n die Uebersetzungszahl ist, d. h. angibt, wieviel Umdrehungen das Getriebe bei einer Umdrehung des Rades macht.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Welche Last kann vermittelst des Räderwerks Fig. 282 durch einen Mann, der an der Kurbel A wirkt, gehoben werden, wenn

$R' = 45$ cm, $R'' = 54$ cm, $R''' = 60$ cm,
$r' = 12$ cm, $r'' = 15$ cm, $r''' = 9$ cm ist;

wenn ferner die Halbmesser der Wellzapfen von a, b und c, d. i.

$\mathfrak{r}' = 3$ cm, $\mathfrak{r}'' = 4{,}5$ cm, $\mathfrak{r}''' = 6$ cm, und

die Gewichte der Wellräder A, B und C, also

$G' = 40$ kg, $G'' = 50$ kg und $G''' = 75$ kg

sind, und wenn die Schrift der Zahnräder $= 4{,}5$ cm ist und der Reibungscoefficient durchweg zu 0,1 angenommen wird?

Auflösung. Die von einem Arbeiter an der Kurbel, deren Länge $R' = 45$ cm ist, ausgeübte Kraft sei nach Früherem $P = 10$ kg.

Will man nun mit genauer Berücksichtigung aller Bewegungshindernisse die am Ende zu hebende Last berechnen, so denke man sich jedes Wellrad für sich gesondert.

Alsdann hat man für das erste Wellrad, wenn D' den Druck bezeichnet, welcher von dem Getriebe a auf das Rad B übertragen wird:

Die an der Kurbel A wirksame Kraft $P = 10$ kg.

Dieser wirken entgegen:

1) Die im Theilkreise des Getriebes a wirksame Kraft D';
2) Die am gleichen Umfang stattfindende Zahnreibung;
3) Die am Umfange des Wellzapfens eintretende Reibung.

Die Zahnreibung zwischen a und B beträgt nun aber

$$= \frac{4{,}5}{2}\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{54}\right) . 0{,}1 . D' = 0{,}023\ D'$$

und die Zapfenreibung

$$= 0{,}1\ (10 + 40 + D') = 5 + 0{,}1 . D'.$$

Somit muß fürs Gleichgewicht einerseits das Drehungsmoment der Kraft P der Summe der drei Widerstandsmomente (der Gegenkraft D', der Zahnreibung und der Zapfenreibung) anderseits gleich sein.

Die Zahnreibung wirkt aber am Umfange eines Rades, dessen Halbmesser $r' = 12$ cm ist, und die Zapfenreibung in einer Entfernung vom Drehpunkte $\mathfrak{r}' = 3$ cm.

Somit hat man fürs Gleichgewicht

$$10 . 45 = D' . 12 + 0{,}023 . D' . 12 + (5 + 0{,}1 . D') . 3;$$

d. i. $12{,}576 . D' = 435;$

folglich $D' = 34{,}6$ kg oder in runder Zahl $= 35$ kg.

Die im Theilkreise des Zahnrades B wirkende Kraft ist also $= 35$ kg.

Ohne Reibung wäre dieselbe $= \frac{45}{12} . 10 = 37{,}5$ kg.

Am zweiten Wellrad ist

die Zahnreibung $= \frac{4{,}5}{2}\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{60}\right) . 0{,}1 . D'' = 0{,}018\ D''$, und

die Zapfenreibung $= 0{,}1\ (50 + D'' - 35) = 1{,}5 + 0{,}1 . D''$.

Somit ist fürs Gleichgewicht, da der Hebelarm der Zahnreibung $r'' = 15$ cm und der der Zapfenreibung $r'' = 4{,}5$ cm beträgt,

$$35 \cdot 54 = D'' \cdot 15 + 0{,}018 \cdot D'' \cdot 15 + (1{,}5 + 0{,}1 \cdot D'') \cdot 4{,}5;$$

d. i. $15{,}72 \cdot D'' = 1883{,}25$;

somit $D'' = 119{,}8$ kg, oder in runder Zahl $= 120$ kg.

Dies ist der am Umfang des Zahnrades C wirksame Druck.

Ohne Reibung wäre er $= \frac{45 \cdot 54}{12 \cdot 15} \cdot 10 = 135$ kg.

Am dritten Wellrad hat obige Kraft $D'' = 120$ kg außer der Last Q nur noch die Zapfenreibung zu überwinden.

Diese Zapfenreibung ist

$$= 0{,}1\,(120 + 75 + Q) = 19{,}5 + 0{,}1 \cdot Q;$$

daher fürs Gleichgewicht

$$120 \cdot 60 = Q \cdot 9 + (19{,}5 + 0{,}1 \cdot Q) \cdot 6;$$

d. i. $9{,}6 \cdot Q = 7083$;

folglich $Q = 737{,}8$ oder in runder Zahl $= 738$ kg.

Ein Mann kann also mit obiger Räderverbindung, mit Einrechnung aller Reibungswiderstände, eine Last von 738 kg leicht überwinden.

Ohne Reibung wäre $Q = \frac{45 \cdot 54 \cdot 60}{12 \cdot 15 \cdot 9} \cdot 10 = 900$ kg.

Nimmt man nach §. 166 die Bewegungswiderstände zu $\frac{1}{4}\,Q$ bis $\frac{1}{5}\,Q$, so erhält man die zu überwindende Last $= \frac{4}{5} \cdot 900$ bis $\frac{5}{6} \cdot 900$, d. i. $= 720$ bis 750 kg, also im Mittel nahezu obigen Werth.

2te Aufgabe. Wenn eine Wasserradwelle AB, Fig. 285, per Minute 12 Umgänge macht, und es soll die Arbeitswelle EF per Minute 120 Umgänge machen, welche Zähneanzahlen sind den betreffenden Rädern zu geben, wenn eine doppelte Uebersetzung, d. h. drei Wellräder angewendet werden?

Fig. 285.

Auflösung. Man bestimme zuerst das Uebersetzungsverhältniß oder die Uebersetzungszahl zwischen der ersten und letzten Welle. Diese ist $= \frac{120}{12} = 10$, d. h. die Welle EF muß 10 Umdrehungen machen, während AB eine macht. Diese Uebersetzungszahl 10 wird nun in so viele Faktoren zerlegt, als einzelne Uebersetzungen stattfinden sollen; in der vorliegenden Aufgabe also in zwei Faktoren, z. B. $5 \cdot 2$ oder $4 \cdot 2\frac{1}{2}$ oder $3\frac{1}{3} \cdot 3$ u. s. w.

Wählt man das Uebersetzungsverhältniß $10 = 5 \cdot 2$, so muß also die zweite Welle 5mal so viel Umläufe machen als die erste, und die dritte 2mal so viel als die zweite. Man gebe also der mittleren Welle CD $5 \cdot 12$ oder 60, und der Welle EF $2 \cdot 60 = 120$ Umdrehungen.

Soll aber CD 60 Umdrehungen machen, während AB deren 12 macht, so muß das Rad I $\frac{60}{12} = 5$mal mehr Zähne erhalten, als das Rad II.

Gibt man also dem Getriebe II 18, 20, 24 u. s. w. Zähne, so muß Rad I 90, 100, 120 u. s. w. Zähne erhalten.

Ebenso wenn auf 60 Umgänge des Rades III 120 Umläufe des Getriebs IV kommen sollen, so muß die Zähneanzahl des Rades III doppelt so groß, als die des Getriebes IV sein. Man kann also für das Getriebe IV eine beliebige Zähneanzahl wählen, und darf nur für das Rad III die Zahl doppelt so groß nehmen.

Soll die genannte Umgangszahl nicht vollkommen genau erreicht werden, so kann man mit Rücksicht auf die Zahnabnutzung nach §. 167 den Rädern I und III auch einen Zahn mehr oder weniger geben, als berechnet wurde.

Will man verhindern, daß die Durchmesser der in einander greifenden Räder zu verschieden werden, so könnte man das Uebersetzungsverhältniß $3^1/_3 \,.\, 3$ anwenden.

Alsdann würde die Welle CD $3^1/_3 \,.\, 12 = 40$ Umgänge, und EF 2mal $40 = 120$ Umläufe machen, während AB nur 12 macht.

Für diesen Fall müßte das Rad I $3^1/_3$mal mehr Zähne erhalten, als das Rad II, und Rad III 3mal so viel Zähne, als Rad IV.

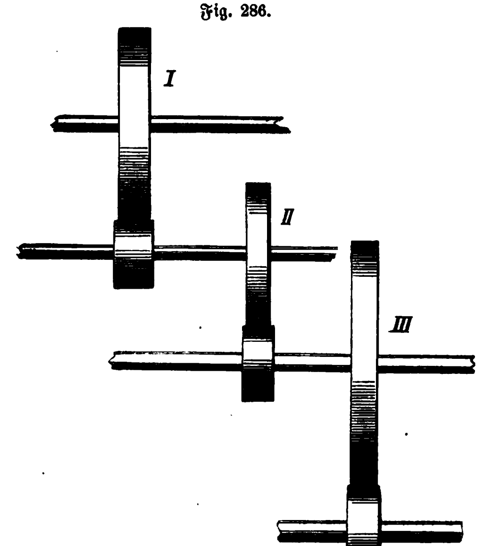
Desgleichen ist das Uebersetzungsverhältniß $4 \,.\, 2^1/_2$ ebenfalls ein brauchbares u. s. w.

3te Aufgabe. Welche Uebersetzungs- beziehungsweise Radverhältnisse sind zu wählen, wenn die Betriebs- (Wasserrad- rc.) Welle 8 und die letzte oder Arbeitswelle 300 Touren per Minute machen soll?

Auflösung. Hier ist die Uebersetzungszahl zwischen der ersten und letzten Welle $= \frac{300}{8} = 37^1/_2$. Damit die einzelnen Räder nicht zu groß werden, so ist eine dreifache Uebersetzung zu wählen, d. h. die Uebersetzungszahl $37^1/_2$ muß in drei Faktoren zerlegt werden.

Diese Faktoren können z. B. $4 \,.\, 3^1/_8 \,.\, 3 = 37^1/_2$ sein. Alsdann macht die zweite Welle $4 \,.\, 8 = 32$, die dritte $3^1/_8 \,.\, 32 = 100$ und die vierte $3 \,.\, 100 = 300$ Umgänge per Minute. Das Rad I, Fig. 286, muß dann 4mal, das Rad II $3^1/_8$mal und das Rad III 3mal so viel Zähne erhalten, als das eingreifende Getriebe, welches nach Belieben gewählt werden kann.

Fig. 286.



4te Aufgabe. Welche Dimensionen müssen die Zähne eines gußeisernen Rades erhalten, wenn die im Theilkreise wirksame Kraft gleich 300 kg ist?

Auflösung. Nach §§. 101, 102 und 167 gilt für die Festigkeit der Radzähne die Gleichung

$$P = \frac{b \,.\, d^2}{l} \,.\, \frac{K}{6},$$

wenn d die Zahndicke, b die Zahnbreite und l die Zahnlänge unter dem Theilkreis bezeichnet.

Setzt man nun nach §. 167 die ganze Zahnlänge $= 1{,}5\ d$, so ist die Zahnlänge unter dem Theilkreis, welche gewöhnlich 0,55 der ganzen Länge gemacht wird, $l = 0{,}55 \,.\, 1{,}5\ d = 0{,}83\ d$ zu setzen.

Nimmt man ferner nach §. 167 b zu $5\ d$ an, so hat man

$$P = \frac{5\,d\,.\,d^2}{0{,}83\,.\,d} \,.\, \frac{K}{6}; \text{ d. i. } d^2 = \frac{6\,.\,0{,}83\,.\,P}{5\,.\,K}.$$

Folglich, wenn K bei 20facher Sicherheit zu $\frac{2800}{20} = 140$ kg angenommen wird, ist die erforderliche Zahndicke

$$d = \sqrt{\frac{6\,.\,0{,}83\,.\,300}{5\,.\,140}} = \sqrt{2{,}134} = 1{,}46 \text{ cm}.$$

Die Zahnbreite muß demnach $= 5 \,.\, 1{,}46 = 7{,}3$ cm, die ganze Zahnlänge $= 1{,}5 \,.\, 1{,}46 = 2{,}2$ cm, und die Schrift s

$$= 2 \,.\, 1{,}46 + \frac{1{,}46}{10} = 3{,}07 \text{ cm sein.}$$

5te **Aufgabe.** Wenn ein Zahnrad mit der eben berechneten Schrift (= 3,07 cm) 72 Zähne erhalten soll, wie groß muß der Theilkreisdurchmesser sein?

Auflösung. Nach §. 167 ist der Halbmesser $r = \frac{m\,.\,s}{2\,.\,\pi} = \frac{72\,.\,3{,}07}{2\,.\,3{,}14} = 35{,}2$ cm; also der Durchmesser $= 0{,}704$ m.

6te **Aufgabe.** Die Entfernung zweier Radachsen sei = 3 m = 300 cm und es sei die Uebersetzungszahl $n = 4$, welches müssen die Halbmesser der betreffenden ineinandergreifenden Zahnräder sein?

Auflösung. Nach §. 163 theile man die Entfernung 300 in $4 + 1 = 5$ Theile. Der Halbmesser des Getriebes wird dann 1 Theil = 60 cm und der Halbmesser des Rades 4 Theile $= 4 \,.\, 60$ oder 240 cm lang.

7te **Aufgabe.** Welches müssen die Halbmesser der Zahnabrundungen für ein Rad mit Getriebe sein, wenn deren Schrift = 6 cm und die Uebersetzungszahl $n = 3$ ist?

Auflösung. Nach §. 167 ist der Krümmungshalbmesser

für das Getriebe $= \frac{n + 2}{2\,(n + 1)} \,.\, s = \frac{5}{2\,.\,4} \,.\, 6 = \frac{15}{4} = 3{,}75$ cm.

" " Rad $= \frac{2\,n + 1}{2\,(n + 1)} \,.\, s = \frac{7}{2\,.\,4} \,.\, 6 = \frac{21}{4} = 5{,}25$ cm.

Winden, Hebeladen und Häspel.

Fig. 287.

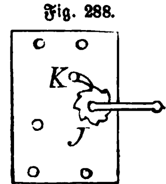


§. 168.

Einfache Räderverbindungen sind die **Winden**, Fig. 287 und 288.

Die gewöhnliche Fuhrmannswinde, Fig. 287, besteht aus einer beweglichen Zahnstange AB, in welche ein Getriebe C eingreift, welches durch die Kurbel CD umgedreht wird. In B wird die Last Q aufgenommen und durch die bewegte Zahnstange gehoben. Damit das Rad C und folglich auch die Zahnstange bei einem Aufhören der Kraftwirkung nicht mit

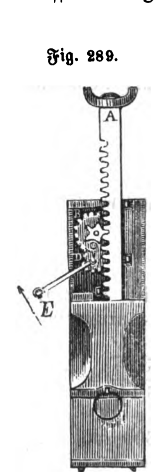
Fig. 288.





der Last rückwärts geht, ist auf der Außenseite der s. g. Sperrkegel K, Fig. 288, angebracht, welcher in das Sperrrad J einfällt und dessen rückgängige Bewegung hemmt.

Fig. 289.



Da in D die Kraft P wirkt, so hat man einfach, wenn R die Kurbellänge und r der Radius des Getriebes ist, fürs Gleichgewicht ohne Bewegungshindernisse,

$$P \, . \, R = Q \, . \, r$$

und mit Berücksichtigung der Reibung

$$P \, . \, R = \tfrac{5}{4} \, Q \, . \, r.$$

Bei der zusammengesetzten Winde, Fig. 289, greift das durch die Kurbel E bewegte Getriebe D in das Rad B, und erst das mit letzterem Rade festverbundene Getriebe C setzt die Zahnstange A in Bewegung.

Fig. 290.

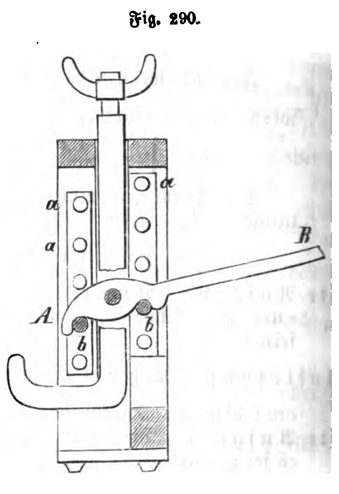


Fig. 291.

Wirkt in E die Kraft P und in A die Last Q, so hat man, wenn r' und r'' die Halbmesser der Getriebe C und D sind, und R' der Radius des Rades B und R'' die Kurbellänge ist, mit Reibung:

$$P \, . \, R' \, . \, R'' = \tfrac{5}{4} \, Q \, . \, r' \, . \, r''.$$

Mit genauer Berücksichtigung der Reibung ist die Rechnung ganz wie in der ersten Aufgabe Seite 282 zu führen.

Eine neue Art Winden, als Anwendung der Hebelade, zeigt Fig. 290. aa sind Oeffnungen, durch welche Nägel oder Bolzen bb gesteckt werden, welche mit Handgriffen versehen sind. Diese

Bolzen bilden abwechselnd die Stützpunkte des Hebels AB, an welchem die Kraft wirkt.

Als sehr wirksamer Hebezeug dient der amerikanische Hebel, Fig. 291.

Derselbe besteht aus dem Hebelarme AB, der sich abwechselnd um die Punkte B und C dreht, wenn der Punkt A durch die Kraft P auf und abbewegt wird. Von B aus geht nämlich ein Arm BD, dessen unteres Ende mit Zähnen versehen ist, welche in eine entsprechend gezahnte Stange eingreifen und sich auf diese stützen. In C stützt sich der Hebel AB auf ein Stück CF, welches in dem gußeisernen Gestelle GH frei gleitet, dessen Zähne aber von dem Bolzen J erfaßt werden, der durch eine starke Feder L beständig einwärts gedrückt wird. Man sieht, wie beim Heben des Stückes CF dessen Zähne über das Ende des Bolzens J gleiten und man beim Arbeiten nur den Hebel auf- und nieder zu bewegen braucht.

Um das Stück CF wieder niederzusenken, erfordert es nur, die Feder L mit dem Fuß einwärts zu drücken und anderwärts den Arm BD auszulösen, was vermittelst des an einer Stange angebrachten Handgriffs M geschieht.

Von den Schraubenwinden ist unter §. 177 und 178 und von der hydraulischen Winde §. 187 die Rede.

Bei dem in Fig. 292 dargestellten, vielfach zum Heben von Lasten angewendeten Aufzug oder Haspel wird durch die an der Kurbel A wirkende Kraft P zunächst das Getriebe a bewegt. Dies Getriebe a greift in das auf einer parallelen Achse befindliche Rad B, mit welchem wieder das Getriebe b verbunden ist, und die Bewegung auf das Rad C überträgt. Dies Rad sitzt auf der Welle c, um welche sich das Lastseil wickelt.

Fig. 292.

Die rückgängige Bewegung wird wieder, wie oben, durch ein Sperrrad oder durch den in §. 88 beschriebenen Bremsezaum verhindert.

Die Uebersetzung und Berechnung ist ganz die nämliche, wie in der ersten Aufgabe Seite 282.

Aufzüge von sehr zweckmäßiger Einrichtung und interessanter Construction liefern Briegleb, Hansen & Co. in Gotha.

(Deutsche Industrie-Ztg. Nr. 42. 1876.)

Loup's (in Givon) Differential-Handwinde ist so eingerichtet, daß mit einem an das Windengestell festgeschraubten Zahnkranze a ein drehbares Zahnrad b concentrisch verbunden ist, das einen Zahn weniger hat, als jener unbewegliche Zahnkranz a. Die Welle des beweglichen Rades b geht durch das Windengestell und trägt das in die Zahnstange der Winde eingreifende Getriebe. Diese

Welle selber ist hohl und dient als Lager für eine zweite Welle, an welcher die Kurbel angebracht ist. Auf der Kurbel und zwar gegen Mitte der Armlänge hin sitzt ein Stift, auf welchem sich ein Zahnrad *c* lose drehen kann. Dieses Zahnrad hat zwei zu einem Stücke verbundene, den Rädern *a* und *b* entsprechende Zahnkränze, welche in den genannten festen Zahnkranz *a* und das Rad *b* eingreifen. Bei der Drehung der Kurbel wird nun der Doppelzahnkranz *c* mit derselben im Kreise herumgeführt (derselbe ist also ein sog. Planetenrad), und es wird vermöge der genannten Einrichtung das Rad *b* um einen Zahn oder um eine Theilung weiter und dem entsprechend auch das in die Zahnstange eingreifende Getriebe bewegt und die Zahnstange um ein Geringes gehoben oder gesenkt.

(Vergl. Dingler's polyt. Journ. 189. Bd. S. 288.)

Der Krahn.

§. 169.

Der **Krahn** oder auch Kranich ist ebenfalls eine Räderverbindung, vermittelst welcher man mit einer geringen Kraft große Lasten hebt.

Dabei hat die Maschine aber in der Regel noch die weitere Bestimmung, diese Lasten nach einer beliebigen Seite hinzubewegen. Behufs des letztern Zweckes ist dann der Krahn um Zapfen drehbar oder ruht auf einem Wagen, so daß er an einen gewünschten Ort transportirt werden kann.

Fig. 293 zeigt einen größern Krahn, wie er hauptsächlich in Seehäfen und in Maschinenfabriken gebraucht wird, und wovon Fig. 294 in etwas größerem Maßstabe den Mechanismus, von der Rückseite gesehen, verdeutlicht.

Auf gleicher Achse mit der Seilwelle *A* ist das Rad *B* angebracht, welches durch das Getriebe *C* bewegt wird. Dies Getriebe hat mit dem Zahnrad *D*, welche beide in Fig. 293 nur zum kleinsten Theil zu sehen sind, die nämliche Welle. Letzteres Rad greift in das Getriebe *E*, welches wieder mit dem Rad *F* eine gemeinschaftliche Welle hat, die in gleicher Höhe mit der Welle des Rades *D* liegt und also diese in Fig. 294 ganz verdeckt. An einer Achse *GH*, welche an ihren beiden Enden Kurbeln trägt, und welche nach ihrer Länge verschiebbar ist, sitzen zwei Getriebe *K* und *L*, die mit der Welle vermittelst eines um die Querstange *N* drehbaren hebelförmigen Griffes *M* seitwärts verschoben werden können, so daß also entweder das Getriebe *K* in das Rad *D*, oder das Getriebe *L* in das Rad *F*, welches die gleiche Größe wie *D* hat, unten von der Seite eingreift.

Die Welle *GH* hat nämlich in ihrer Mitte ringförmige Ansätze, wodurch drei Kehlen gebildet werden, in welche man den Griff *M* einfallen lassen kann, welcher dann durch ein Gegengewicht in seiner Lage erhalten wird. Bei der jetzigen Lage des Griffes greift kein Getriebe in eines der genannten Räder. Läßt man aber denselben in die linke Kehle fallen, so daß also das Getriebe *K* rechts unter das Rad *D* geschoben wird, so wird, bei erfolgter Umdrehung der

Fig. 293.

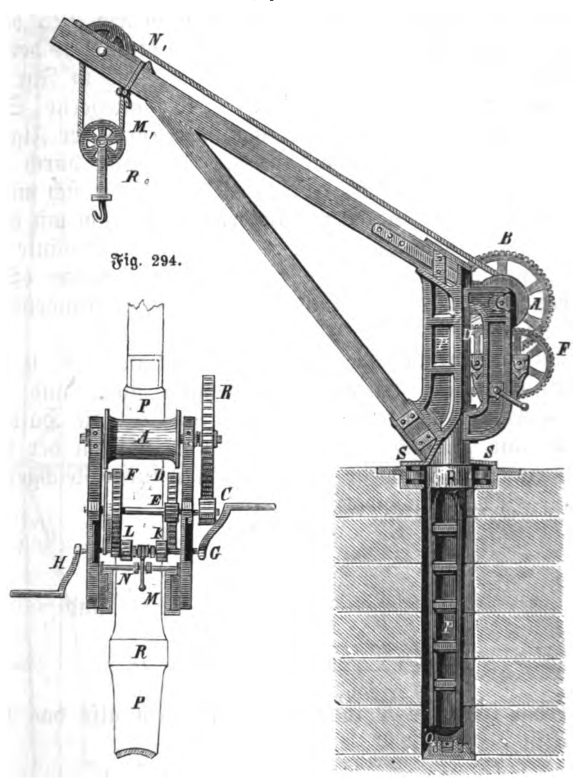


Fig. 294.

Achse GH, die Bewegung von dieser dem Rade D, und durch das Getriebe C dem Rade B, also auch der Seilwelle A mitgetheilt. Dabei drehen sich das Getriebe E und das Rad F mit um, aber ohne daß sie auf den Effekt der Maschine einen Einfluß ausüben. Schiebt man aber das Getriebe L unter das Rad F, indem man nämlich den Griff M in die rechte Kehle bringt, so wird, vermöge obiger Erklärung, durch das Getriebe E das Rad D, also auch die Seilwelle A wieder in Umtrieb gesetzt. — Im ersten Fall, wenn nämlich das Rad F leer geht, hat man eine doppelte Bewegungsübersetzung, während im letzten Fall eine dreifache Uebersetzung stattfindet; es ist darum diese Anordnung, in Bezug auf das Heben einer großen Last, die vortheilhaftere. Hat man aber eine geringere Last zu heben, so wird man die erste Anordnung vorziehen, da alsdann die Geschwindigkeit der zu hebenden Last größer ist und man darum einen Gewinn an Zeit macht. Damit eine rückgängige Bewegung der Maschine nicht eintritt, oder um das Niederlassen der Last zu ver-

langsamen, ist zur linken Seite des Rades F, Fig. 294, mit diesem eine Trommel verbunden, welche einen, oben in Fig. 123 dargestellten Bremsezaum aufnimmt. Um ein gänzliches Stillstehen der belasteten Maschine eintreten zu lassen, kann man auch, wie in Fig. 288, ein Sperrrad mit Sperrkegel anwenden. Die gußeiserne Säule PP, welche einen Querschnitt nach der Form der Fig. 295 hat, und welche, wie man in Fig. 293 sieht, durch sogenannte Nerven eine Verstärkung erhält, befindet sich mit ihrer untern Hälfte in festem Mauerwerk und ruht mit dem Zapfen Q in einem Lager. Bei R ist die Krahnsäule cylindrisch und wird von Rollen S umschlossen, welche (§. 87) verursachen, daß die bei der Drehung des Krahns stattfindende Reibung vermindert wird.

Fig. 295.

Ist das sämmtliche Räderwerk in Thätigkeit, d. h. findet die obengenannte dreifache Bewegungsübersetzung statt, und ist R' die Länge der Kurbel, sind ferner R'', R''' und R^{IV} die Halbmesser der Räder F, D und B, und r', r'', r''', r^{IV} die Radien der Getriebe L (K), E, C und der Seilwelle A, so hat man fürs Gleichgewicht, ohne Rücksicht auf Bewegungswiderstände,

$$P \,.\, R' \,.\, R'' \,.\, R''' \,.\, R^{IV} = Q \,.\, r' \,.\, r'' \,.\, r''' \,.\, r^{IV};$$

also

$$P = \frac{r' \,.\, r'' \,.\, r''' \,.\, r^{IV}}{R' \,.\, R'' \,.\, R''' \,.\, R^{IV}} \,.\, Q; \text{ und}$$

$$Q = \frac{R' \,.\, R'' \,.\, R''' \,.\, R^{IV}}{r' \,.\, r'' \,.\, r''' \,.\, r^{IV}} \,.\, P.$$

Greift das Getriebe K in das Rad D, geht also das Rad F leer mit um, so ist

$$P \,.\, R' \,.\, R''' \,.\, R^{IV} = Q \,.\, r' \,.\, r''' \,.\, r^{IV}.$$

Wäre nun noch, wie in der Figur, das Lastseil M, N, um eine lose Rolle R_0, welche die Last trägt, geschlungen, so hätte man noch den obigen Werth der Kraft P zu halbiren, weil man vermöge der losen Rolle wieder das Doppelte an Kraft gewinnt; oder man könnte mit der obigen Kraft P die doppelte Last heben.

§. 170.

Einen transportabeln Krahn zeigt Fig. 296 auf folgender Seite. Der unterste Theil desselben ist ein Wagen, welcher in seiner Mitte das vertikale Stück AA trägt, welches bis ungefähr zur Mitte der ganzen Krahnhöhe reich und innerhalb hohl ist. In die Höhlung von AA dringt das untere Ende der Krahnsäule B und dreht sich hier, wie in einem Zapfenlager. An diesem drehbaren Theil B sind durch Eisenstangen die horizontalen Balken CC und DD aufgehängt, wovon ersterer auf einem an AA angebrachten ringförmigen Ansatze, letzterer aber auf dem obern Ende von AA aufsitzt und drehbar ist.

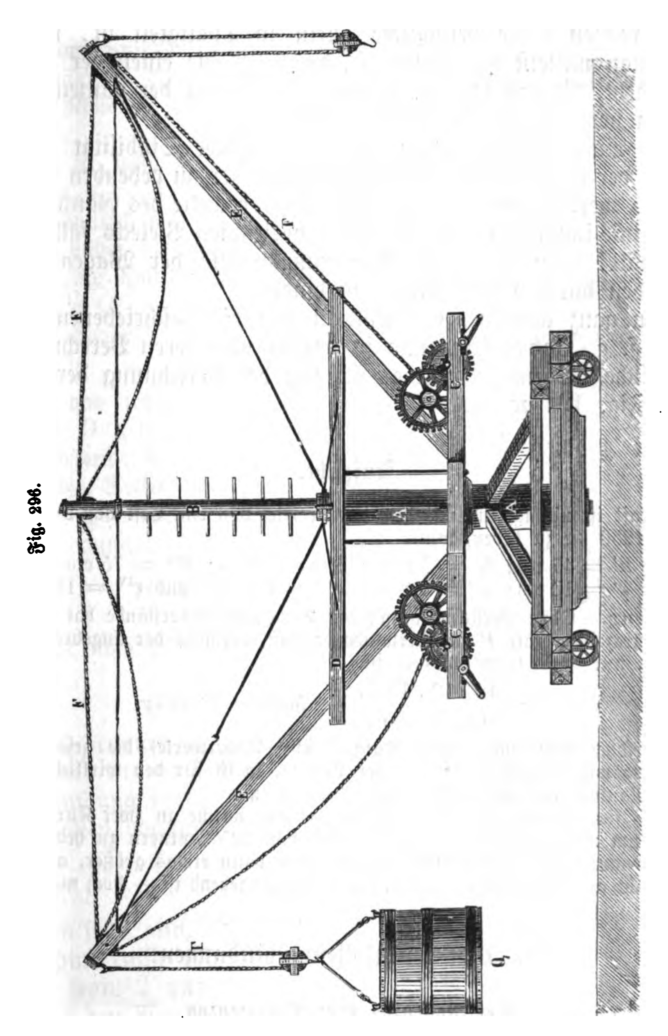


Fig. 296.

Durch CC und DD erhalten die geneigten Stücke EE eine Unterstützung, welche außerdem noch an ihrem obern Ende durch Stangen mit B fest verbunden sind.

In der beschriebenen Art ist der Krahn ein doppelter, da er zwei Lastwellen mit entsprechendem Räderwerk aufnehmen kann; jeder der geneigten Balken EE trägt alsdann am äußersten Ende auf einer Achse zwei Rollen, um sowohl Lastseile von der rechten als auch von der linken Seite aufnehmen zu können. Nach der beigesetzten Figur sind zwei vollkommen gleiche Räderverbindungen angebracht, wovon aber

die zur rechten Seite befindliche allein in Thätigkeit ist, und durch welche man mittelst des Seiles F, das über die einen der genannten Rollen geht, die Last Q hebt, welche alsdann mit der ganzen Maschine an einen gewünschten Ort transportirt wird.

Um einem solchen Krahn die erforderliche Stabilität zu geben, darf bei der Construktion, mit Einrechnung der zu hebenden Last, nicht übersehen werden, daß die aus dem Schwerpunkte des Ganzen gefällte Vertikallinie immerhin noch innerhalb desjenigen Vielecks fällt, welches man erhält, wenn man die Berührungspunkte der Wagenräder mit dem Boden durch gerade Linien verbindet.

Von ganz ähnlicher Construktion wie die beschriebenen Krahnen sind die s. g. Hebeböcke, und ist darum auch deren Berechnung ganz die nämliche. Ebenso verhält es sich mit der Berechnung der Pferdegöpel, Fig. 191 2c. 2c.

Aufgabe.

Welche Kraft ist nöthig, um mit dem Krahn Fig. 293 eine Last von 225 Centnern = 11250 kg zu heben, wenn

$R' = 45$ cm; $R'' = 54$ cm; $R''' = 54$ cm; $R^{IV} = 75$ cm
$r' = 12$ cm; $r'' = 12$ cm; $r''' = 13{,}5$ cm und $r^{IV} = 15$ cm ist?

Auflösung. Ohne Berücksichtigung der Bewegungswiderstände hat man, weil die durch die Kraft P zu überwindende Last, vermöge der angebrachten losen Rolle, nur $= \frac{1}{2} Q = 5625$ kg ist,

$$P = \frac{12 \,.\, 12 \,.\, 13{,}5 \,.\, 15}{45 \,.\, 54 \,.\, 54 \,.\, 75} \,.\, 5625 = 16{,}66 \text{ kg}.$$

Rechnet man auch (vergl. Aufg. 1 über Räderwerke) die gesammten Bewegungswiderstände zu $\frac{1}{5}$—$\frac{1}{4}$ der Last Q, so ist für den wirklichen Betrieb der Maschine eine Kraft von 20—21 kg nöthig.

Es sind darum zwei Arbeiter erforderlich, welche an zwei Kurbeln thätig sind, um mit genannter Kraft eine Last von 225 Centnern zu heben. — Die Anstrengung eines jeden Arbeiters ist zwar dann etwas größer, als man gewöhnlich annimmt; allein — weil solche vorübergehend ist — doch nicht zu groß.

C. Von den Rollenverbindungen.

Der Rollenzug oder Potenzenzug.

§. 171.

Die Rollenverbindungen dienen ebenfalls, um mit Kraftersparniß und auf bequeme Art große Lasten in die Höhe zu schaffen.

Man unterscheidet bei diesen Verbindungen eigentliche Rollenzüge und Flaschenzüge.

Sind mehrere bewegliche Rollen A, B, C mit einer festen Rolle D so verbunden, wie Fig. 297 zeigt, so nennt man dies einen Rollenzug.

Fig. 297.

An der untersten Rolle A hängt die Last Q, während die Kraft P an dem über die feste Rolle D geschlungenen Seilende wirkt.

Nun ist nach §. 123 die Spannung des Seiles $a = \frac{1}{2} Q$. Diese Spannung $\frac{1}{2} Q$ ist zugleich Last an der zweiten losen Rolle B; daher die Spannung des Seiles b wieder die Hälfte dieser Last, folglich $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} Q$. — Ebenso ist die Spannung des Seiles c

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = (\frac{1}{2})^3 \cdot Q.$$

Da das letzte Seil c über die feste Handrolle D geht, so muß die an demselben wirkende Kraft P gleich der Spannung dieses Seiles c sein.

Man hat darum fürs Gleichgewicht, ohne Bewegungshindernisse,

$$P = \frac{Q}{2^3}; \text{ d. i. } Q = 2^3 \cdot P = 8\, P.$$

Wäre noch eine vierte lose Rolle vorhanden, so hätte man

$$P = \frac{Q}{2^4}.$$

Weil demnach in dieser Formel der Nenner immer aus der Zahl 2 und zwar in der sovielten Potenz besteht, als die Anzahl der in der Verbindung vorhandenen losen Rollen beträgt, so hat man, wenn n lose Rollen vorhanden sind,

$$P = \frac{Q}{2^n}; \text{ oder } Q = 2^n \cdot P.$$

Man sieht also, daß, wenn man auf die Gewichte der Rollen und andere Hindernisse keine Rücksicht nimmt, die Last nach der $n$ten Potenz von 2 zunehmen kann; daher nennt man auch diesen Rollenzug den Potenzenzug.

Bei 4 losen Rollen kann demnach eine $2^4 = 16$mal, und bei 5 losen Rollen eine $2^5 = 25$mal größere Last gehoben werden, als die Kraft selber ist.

§. 172.

Zu den Rollen- oder Potenzenzügen gehört auch die Verbindung Fig. 298.

Man sieht aus den in der Figur durch Ziffern angegebenen Spannungen der einzelnen Seilstücke, daß man bei den dort ange-

wendeten drei losen Rollen A, B und C eine $3^3 = 27$fache Last im Gleichgewicht erhalten kann; oder es ist

$$P = \frac{Q}{3^3}.$$

Bei vier losen Rollen wäre

$$P = \frac{Q}{3^4};$$

und überhaupt, wenn die Verbindung n lose Rollen zählt,

$$P = \frac{Q}{3^n};$$

und $Q = 3^n \,.\, P$.

Aehnliche Rollenverbindungen, wie die bereits erklärten, sind die durch Fig. 299 und Fig 300 dargestellten.

Fig. 298.

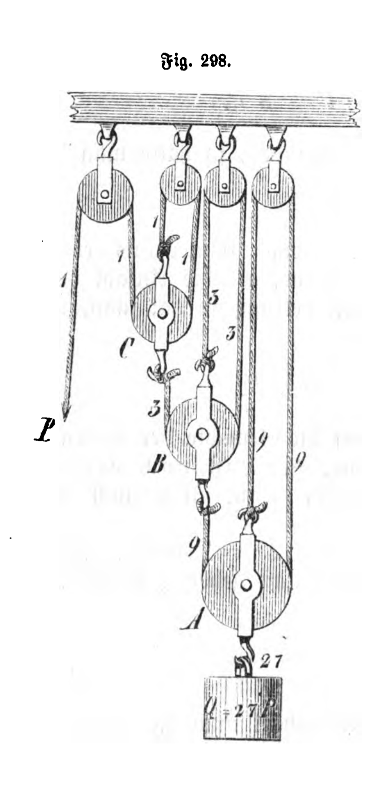
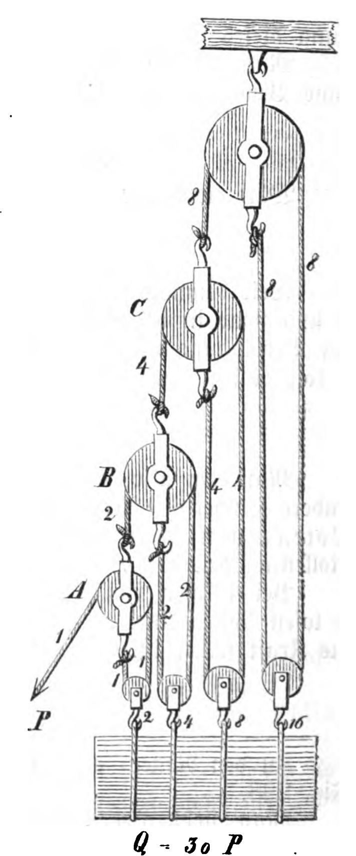


Fig. 299.



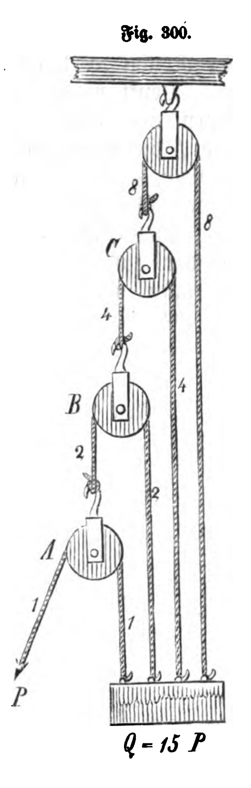
Mit dem Rollenzug, Fig. 299, welcher wieder drei lose Rollen *A*, *B* und *C* enthält, kann man — wie die durch Ziffern angegebenen Spannungsverhältnisse zeigen — eine $2 + 4 + 8 + 16 = 30$fache Last im Gleichgewicht halten.

Bei der Verbindung Fig. 300 hingegen kann, bei ebenfalls drei losen Rollen *A*, *B*, *C*, die Last Q nur $= (1 + 2 + 4 + 8)\ P = 15\ P$ sein.

So vortheilhaft die bisher erklärten Rollenverbindungen auch mit Rücksicht auf den Kraftgewinn sind, so unbequem ist, namentlich wenn der Rollenzug ziemlich zusammengesetzt ist, ihre Anwendung, da dieselben alsdann einen gar zu großen Raum erfordern und dabei leicht eine Verwicklung der Seile 2c. eintreten kann.

Noch verdient bemerkt zu werden, daß bei den Rollenzügen Fig. 297 und 298 das Gewicht der losen Rollen *A*, *B* und *C* der Kraft *P* entgegenwirkt, während hingegen dies Gewicht in den Verbindungen Fig. 299 und 300 der Kraft *P* zu Hülfe kommt und diese also unterstützt.

Fig. 300.



Der Flaschenzug.

§. 173.

Der Flaschenzug ist auch eine Rollenverbindung, jedoch so, daß immer mehrere Rollen in einem gemeinschaftlichen Gehäuse, das man Flasche nennt, befestiget sind.

Sind dann zwei solcher Flaschen durch Seile, an welchen Kräfte wirken, verbunden, so gibt dies einen Flaschenzug, wie die Figuren 301 und 302 zeigen.

An der obern oder festen Flasche wirkt am Ende des Seiles die Kraft *P*, an der untern oder Zugflasche ist die Last *Q* angebracht und erhebt sich mit dieser.

Ist das Seil an der festen Flasche befestigt, wie in Fig. 301, so sind gleich viel Rollen in jeder Flasche erforderlich; ist es aber an der losen Flasche festgemacht, wie in Fig. 302, so muß in der festen Flasche eine Rolle mehr sein.

Fängt nun die Kraft *P* zu wirken an, so ist natürlich, daß das um sämmtliche Rollen gewundene Seil überall gleiche Spannung und

zwar eine Spannung $= P$ annimmt, wenn auf Reibung, Gewicht der Rollen 2c. keine Rücksicht genommen wird.

Denkt man sich nun in der ersten Verbindung, welche in der obern und untern Flasche 3 Rollen hat, das Seil in *a*, *b*, *c*, *d*, *e* und *f* durchschnitten, so ist leicht einzusehen, daß an jedem Seilende *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* eine Kraft P aufwärts wirken muß, um mit der Last Q das Gleichgewicht zu halten.

Diese 2mal 3 oder 6 Kräfte, deren jede $= P$ ist, sind also, da sie der Last das Gleichgewicht halten, gleich dieser Last Q; folglich hat man, ohne Rücksicht auf Bewegungshindernisse,

$$Q = 2 . 3 . P = 6 . P; \text{ daher}$$

$$P = \frac{Q}{2 . 3}.$$

Wären in jeder Flasche 4 Rollen, so hätte man

$$Q = 2 . 4 . P = 8 . P;$$

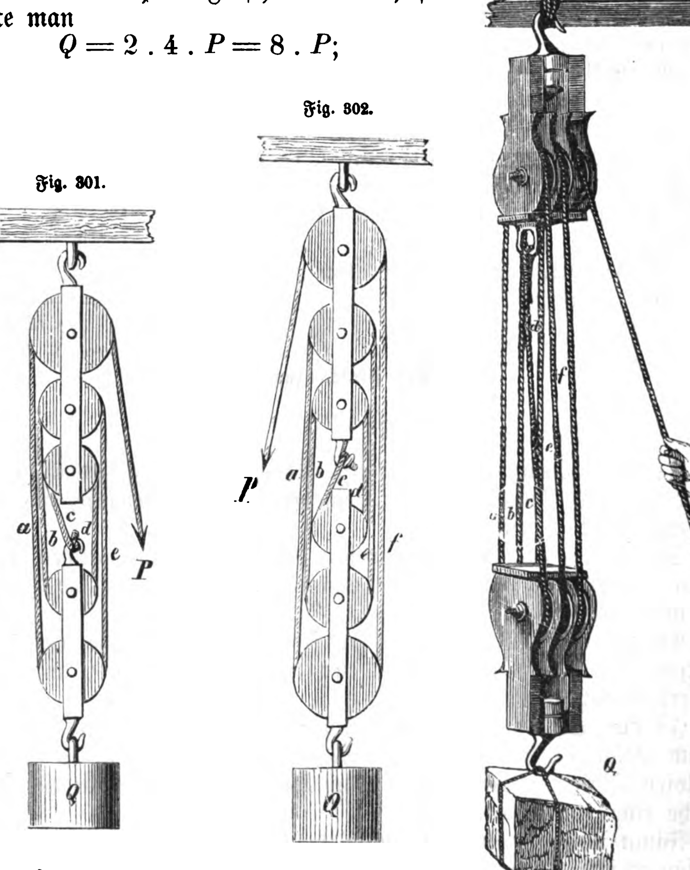


Fig. 301. Fig. 302. Fig. 303.

folglich, wenn die Anzahl der Rollen in jeder Flasche $= n$ ist,

$$Q = 2 \, . \, n P; \text{ und } P = \frac{Q}{2 \, . \, n}.$$

Somit gilt für diesen Flaschenzug die Regel:

Die Last ist gleich der Kraft, multiplizirt mit der doppelten Anzahl der in einer Flasche befindlichen Rollen.

Bei der Verbindung, Fig. 302, deren Zugflasche eine Rolle weniger, also deren nur 2 enthält, ist die Last in 5 Seilstücke *a*, *b*, *c*, *d*, *e* vertheilt; es müssen also dort 5 Kräfte P aufwärts wirken, um mit der Last Q im Gleichgewicht zu sein, und man hat also

$$Q = 5 \, . \, P = (2 \, . \, 2 + 1) \, P.$$

Enthielte die Zugflasche 3 und die obere Flasche 4 Rollen, so wäre

$$Q = 7 \, . \, P = (2 \, . \, 3 + 1) \, P;$$

folglich, wenn überhaupt die Anzahl der Rollen in der untern Flasche $= n$ und also in der obern $= n + 1$ ist, hat man

$$Q = (2 \, . \, n + 1) \, P; \text{ und } P = \frac{Q}{2n + 1}.$$

Der Flaschenzug Fig. 303 stimmt ganz mit der Verbindung Fig. 301 überein; der Unterschied ist nur der, daß in Fig. 303 die Rollen neben einander angebracht sind. Da jede Flasche wieder drei Rollen enthält, so wird die Last Q wieder durch 6 Seilstücke *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* getragen und es ist auch hier

$$Q = 6P = 2 \, . \, 3 \, P,$$

oder allgemein, wenn sich in jeder Flasche n Rollen befinden,

$$Q = 2 \, . \, n P, \text{ und } P = \frac{Q}{2 \, . \, n}.$$

Dieser Flaschenzug hat vor den obigen den Vorzug, daß er keinen so großen Raum einnimmt, also leichter zu handhaben ist. Dagegen tritt hier der mechanische Nachtheil ein, daß, wegen der schiefen, verschränkten Richtung der Seile, diese einer größern Abnutzung ausgesetzt sind, und die Reibung größer ist.

Man sieht aus diesen beiden letzten §§., daß man durch die Flaschenzüge keinen so großen Kraftgewinn erhält, als durch die in den §§. 171 und 172 erklärten Rollenzüge (Potenzenzüge). Dennoch sehen wir die Flaschenzüge, aus dem am Ende des §. 172 angegebenen Grund, häufiger angewendet als jene.

In Bezug auf die Flaschenzüge Fig. 301 und 302 muß noch bemerkt werden, daß hiebei die Rollen nicht gleich groß sein dürfen, damit die Seile nicht an einander streifen. Doch nimmt man in der Berechnung die Seile als parallel an, weil die Abweichung höchst unbedeutend ist.

Der Differentialflaschenzug.

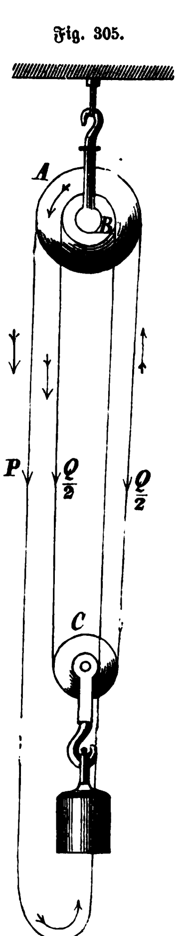
§. 174.

Der erst in neuerer Zeit in Gebrauch gekommene Differentialflaschenzug, Fig. 304 und 305, mit welchem man ganz bedeutende Lasten heben kann, besteht, ähnlich wie die Differentialwelle §. 159, aus zwei mit einander verbundenen festen Rollen oder Scheiben *A* und *B*, deren Durchmesser nur um wenig von einander verschieden sind, und außerdem noch aus einer losen Rolle *C*, welche die Last aufnimmt. Ein endloses Seil oder vielmehr eine Kette, in welcher die lose Rolle hängt, windet sich so um die verbundenen Rollen *A* und

Fig. 304.



Fig. 305.



B, daß sich bei einem durch die Kraft P hervorgebrachten, abwärts gerichteten Zuge das Seil oder die Kette von dem Umfang der kleinen Rolle B ab- und auf der großen Rolle A aufwickelt. Gewöhnlich befinden sich, um ein Gleiten zu verhindern, auf den Rollenumfängen Vertiefungen, in welche die einzelnen Kettenglieder einpassen.

Das Verhältniß zwischen Kraft und Last ergibt sich am einfachsten, indem man die Verbindung als Hebel ansieht, wie Fig. 305 deutlich macht. Der Drehpunkt desselben ist die Achse der verbundenen Rollen A und B. An der größeren Rolle A wirkt die Kraft P, während die Hälfte der Last Q in gleicher Richtung wie die Kraft P an der kleinen Rolle B, die andere Hälfte von Q aber an der Rolle A entgegengesetzt wirksam ist.

Sind nun R und r die Halbmesser der beiden Rollen, so muß fürs Gleichgewicht

$$P \,.\, R + \frac{Q}{2} \,.\, r = \frac{Q}{2} \,.\, R,$$

d. i. $P. = \frac{R - r}{2R} \,.\, Q$, und $Q = \frac{2R}{R - r} \,.\, P$ sein.

Würde man die bei einer Umdrehung von Kraft und Last zurückgelegten Wege (Umfang der großen Rolle und der ½ Unterschied der beiden Umfänge) mit einander vergleichen, so würde man zum nämlichen Resultate gelangen.

Wie bei der Differentialwelle ist das Verhältniß zwischen Kraft und Last also nur von der Differenz der beiden Rollenhalbmesser abhängig.

Die Vorzüge dieses Flaschenzuges sind, außer der großen Wirksamkeit, noch deßwegen sehr erheblich, weil die Maschine auch bei gehobener Last stehen bleibt und man zur Erhaltung der Last in irgend einer Stellung keine Kraft anzuwenden braucht, so lange der Unterschied der beiden Rollendurchmesser in A und B nicht zu groß ist. Auch kann man in der herabhängenden Seilmasche eine zweite lose Rolle einhängen und diese wird dann abwärts bewegt, während erstere aufwärts geht. Man kann darum, wenn die erstere auf der Höhe angekommen, die zweite lose Rolle belasten, und gibt man dann der Maschine die umgekehrte Drehung, so wird auch diese Last ohne weitere Arbeit in die Höhe gebracht werden.

Eine wesentliche Verbesserung, welche die Maschine in der allerneuesten Zeit erfahren hat, ist die, daß mehr als zwei feste Rollen auf einer Achse angebracht werden und daß alsdann die beiden äußern gleiche Durchmesser erhalten, während die Durchmesser der inneren Rollen von jenen und unter sich verschieden sind.

Dadurch, daß außen zwei gleichgroße Rollen angebracht sind, erreicht man, daß das Hängeseil oder die Kettenschleife, die sich von der einen Rolle ab- und auf die andere gleichgroße aufwickelt, stets gleiche Länge behält, also leicht von einer Winde 2c. getrieben werden kann.

Das Anbringen von Mittelrollen von verschiedenem Durchmesser gestattet aber verschiedene Uebersetzungs- oder Geschwindigkeitsverhältnisse, da man nämlich die von der ersten äußeren Rolle ausgehende Kette nach Belieben über die eine oder andere der mittlern Rollen schlagen kann.

Die Differentialflaschenzüge haben theilweise die Einrichtung, daß sie behufs des Hebens geringer Lasten auch als einfache Seilrollen verwendet werden können. Zu dem Zwecke sind die zwei Rollen oder Scheiben blos gekuppelt und es wird beim Gebrauche als einfache Rolle die mittelst eingreifender Zapfen 2c. hergestellte Kuppelung gelöst.

Collet's und Engelhard's neuer „archimedischer Flaschenzug" soll von gleicher Wirkung, wie der Differentialflaschenzug, dagegen aber weniger der Abnutzung ausgesetzt sein, wie dies bei den Knacken und Ketten des Differentialflaschenzugs der Fall ist.

Der archimedische Flaschenzug hat zwei gleiche Kettentrommeln, welche in umgekehrter Richtung rotiren; die Ketten, welche die Last tragen, wickeln sich also gleichmäßig auf. An beiden Trommeln befinden sich auf der einen Seite gleiche Schneckenräder, in welche eine gemeinschaftliche Schnecke (vergl. §. 177) eingreift. Mit der Letzteren ist ein gewöhnliches Seil- oder Kettenrad verbunden, welches durch die Kraft in Umtrieb gesetzt wird.

§. 175.

Bei allen Anwendungen der verschiedenen Rollenverbindungen bieten Reibung und Steifigkeit der Seile einen namhaften Bewegungswiderstand. Bei gewöhnlichen Flaschenzügen mit je 2 oder 3 Rollen in jeder Flasche sind die genannten Widerstände zu $^1/_3$, beziehungsweise $^1/_2$ der Last anzuschlagen, so daß man statt Q in die Rechnung $^4/_3\,Q$, beziehungsweise $^3/_2\,Q$ nimmt. Bei mehreren Rollen sind die Hindernisse noch größer (bei 4 Rollen $= {^2/_3}\,Q$) und wachsen mit der Zahl der Rollen der Art, daß bei vielen Rollen in einer Flasche kaum noch ein mechanischer Kraftgewinn möglich ist.

Noch ist zu bemerken, daß bei den Flaschenzügen das Gewicht der Zugflasche einen Theil der Last Q bildet.

Auch bei sämmtlichen Rollenverbindungen hat man, in Uebereinstimmung mit dem allgemeinen mechanischen Grundgesetz, neben dem Kraftgewinn den Nachtheil, daß die Kraft einen so vielmal größern Weg machen muß, als die Last, so vielmal diese größer ist, als die Kraft. Man kann dies an der Menge der abgewickelten Seile leicht sehen.

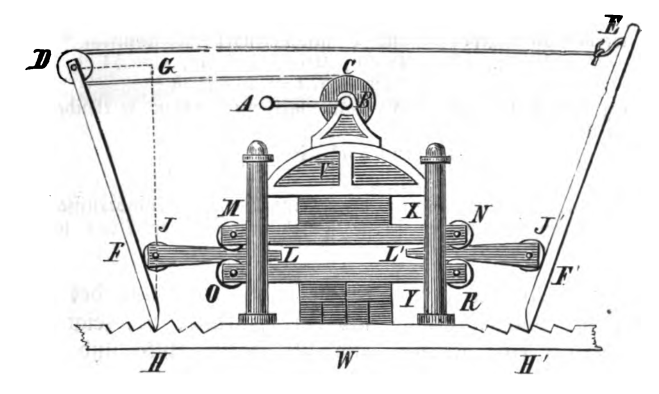
D. Verbindungen verschiedenartiger mechanischer Potenzen.

Die Keilpresse.

§. 176.

Die nebenstehende Keilpresse, Fig. 306, ist zusammengesetzt aus einem Wellrad, zwei einarmigen Hebeln, zwei Keilen und mehreren festen Rollen.

Fig. 306.



Durch die Kurbel AB wird die Welle C in Bewegung gesetzt, um welche sich ein um die feste Rolle D geschlungenes Seil, das in E befestigt ist, aufwindet.

Durch das Seil CDE wird in D und E auf die in H und H' gestützten Hebel DH und EH' gewirkt. Diese Hebel drücken in F und F' auf die Keile JL und $J'L'$. Durch diese Keile wird die Preßplatte MN aufwärts und die Platte OR abwärts getrieben, wodurch auf die zwischen diesen Platten und den festen Hindernissen V und W befindlichen Gegenstände X und Y ein bedeutender Druck ausgeübt wird.

Vermittelst der in J, M, O, J', N und R angebrachten festen Rollen erreicht man den Zweck, daß die beim Uebereinandergleiten eintretende Reibung bedeutend vermindert wird.

Nennt man die an der Kurbel AB wirkende Kraft P, und setzt man den Radius der Welle $C = r$, den Rücken der Keile JL und $J'L' = r'$, und die Seitenlänge dieser Keile $= s$, so hat man, da HG, senkrecht auf die Richtung des Seiles genommen, den Hebelarm des Druckes in D, und HJ den Hebelarm des Druckes in F auf den Keil JL vorstellt, nach Früherem, wenn Q den von dem Keil JL den Platten MN und OR mitgetheilten Druck bedeutet:

$$P \,.\, AB \,.\, HG \,.\, s = Q \,.\, r\; HJ \,.\, r';$$

folglich
$$Q = \frac{AB \,.\, HG \,.\, s}{r \,.\, r' \,.\, HJ} \,.\, P;$$

wobei auf Bewegungshindernisse noch keine Rücksicht genommen ist.

Den gleichen Druck theilt aber auch der Keil $J'L'$, den Platten MN und OR mit. Folglich erleiden die Körper X und Y, da man MN und OR als feste, unbiegsame Körper und die Richtung der beiden Drücke nahezu als parallel annehmen kann, einen Druck $= 2\,Q$; d. i. einen
$$\text{Gesammtdruck} = 2 \,.\, \frac{AB \,.\, HG \,.\, s}{r \,.\, r' \,.\, HJ} \,.\, P.$$

Aufgabe.

Wie stark werden die Körper X und Y zusammengepreßt, wenn
$P = 10$ kg, $AB = 48$ cm, $HG = 120$ cm, $s = 54$ cm,
$r = 12$ cm, $r' = 9$ cm u. $HJ = 36$ cm ist?

Auflösung. Nach Obigem ist die nach oben und unten wirkende, gesammte pressende Kraft

$$= 2 \cdot \frac{48 \cdot 120 \cdot 54 \cdot 10}{12 \cdot 9 \cdot 36} = 1600 \text{ kg.}$$

Es könnte also ein Mann, wenn keine Bewegungshindernisse widerstehen würden, vermittelst obiger Presse ganz bequem einen Druck von 1600 kg ausüben.

Eine neue Art Keilpresse, welche eine Verbindung des Wellrades, des Keils, der schiefen Ebene und der Schraube ist, zeigt Fig. 307. Hier wird durch eine Kurbel eine zur Hälfte links und zur Hälfte

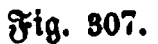
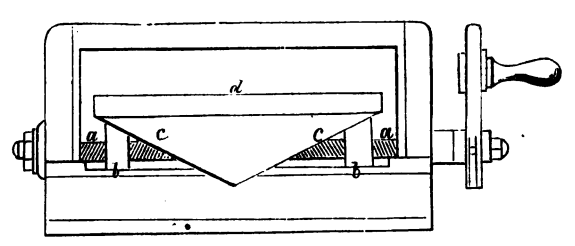


Fig. 307.



rechts geschnittene Schraube *aa* in Umdrehung versetzt. Dabei werden zwei Keile *bb*, die als Muttern dienen, je nach der Drehung vor- oder rückwärts bewegt und greifen unter die Nerven *cc* der Preßplatte *d*. Diese Nerven bilden schiefe Ebenen; es gleiten also die Keile bei ihrem Vorwärtsgehen an den schiefen Ebenen herauf und heben dann die Preßplatte.

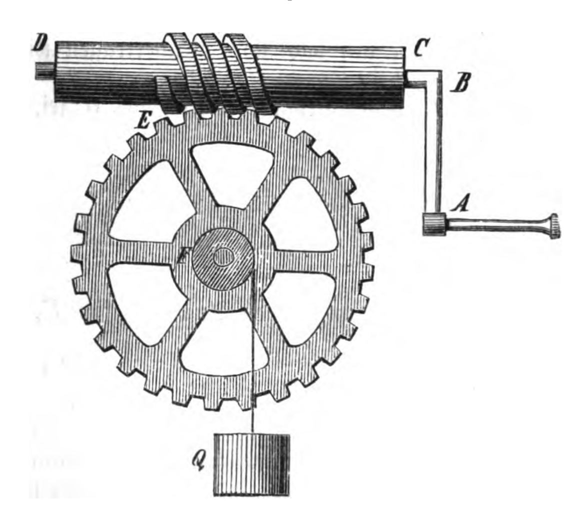
Die Schraube ohne Ende.

(Schraubenwinde.)

§. 177.

Die Schraube ohne Ende oder endlose Schraube, Fig. 308, besteht aus einer Spindel CD mit einigen Schraubengängen, die in ein Zahnrad E eingreifen und dieses bei jeder Umdrehung um ein Gewisses fortrücken. Die Schraubenspindel oder Schnecke CD, welche eine bloß drehende Bewegung annehmen kann, erhält diese durch die Kurbel AB. Die Radzähne stehen schräge auf dem Radkranze nach der Richtung des Schraubengewindes und letzteres greift in die Zähne wie in die Gänge einer Schraubenmutter. — An der Radwelle F wirkt die Last Q.

Fig. 308.



Wie man sogleich sieht, ist die Wirkungsfähigkeit dieser Maschine in Bezug auf die Größe der zu überwindenden Last sehr groß. Außerdem bezweckt man aber auch durch diese Maschinenverbindung eine sanfte, langsame Bewegung, wie z. B. bei Hobelmaschinen ꝛc. ꝛc.

Das Verhältniß der Kraft P zur Last Q ergibt sich am einfachsten aus der Vergleichung der von diesen bei einer Kurbelumdrehung zurückgelegten Wege.

Ist die Schraube eine einfache, was gewöhnlich der Fall ist, so wird bei jeder Kurbelumdrehung das Zahnrad um einen Zahn, d. i. um den $n$ten Theil seines Umfangs vorgerückt, wenn das Rad n Zähne hat, und es ist darum der von der Last Q bei jeder Kurbelumdrehung zurückgelegte Weg, wenn r der Halbmesser der Lastwelle F ist, $= \frac{2 \,.\, r \,.\, \pi}{n}$.

Während dem legt die Kraft einen Weg $= 2 R \pi$ zurück, wenn R die Kurbellänge ist, und man hat darum fürs Gleichgewicht, da die Arbeit der Kraft derjenigen der Last gleich sein muß,

$$P \,.\, 2 R \pi = Q \,.\, \frac{2 r \pi}{n};$$

folglich $$P = \frac{r}{R \,.\, n} Q; \text{ und } Q = \frac{R \,.\, n}{r} \,.\, P.$$

Hätte die Schnecke zwei oder drei Gewinde, so würden bei einer Umdrehung auch zwei oder drei Zähne vorgerückt; die Last macht dann den doppelten oder dreifachen Weg, wird also zweimal oder dreimal geringer ausfallen müssen.



Auf die gewöhnliche Art, nämlich nach den einzelnen Maschinenelementen berechnet, hätte man, wenn P' die Kraft bezeichnet, welche von dem Schraubengewinde auf das Rad E übertragen wird,

$$P \,.\, 2R\pi = P' \,.\, h.$$

Für das Wellrad E, dessen größerer Halbmesser R' sei, aber wäre

$$P' \,.\, R' = Q \,.\, r;$$

folglich durch Multiplikation:

$$P \,.\, 2 \,.\, R \,.\, \pi \,.\, R' = Q \,.\, r \,.\, h;$$

und hieraus

$$P = \frac{rh}{2R\pi R'} \,.\, Q.$$

Es folgt hieraus und dem obigen Ausdruck für P, daß, wie natürlich ist,

$$\frac{h}{2R'\pi} = \frac{1}{n}, \text{ also die Ganghöhe } h = \frac{2R'\pi}{n},$$

d. i. gleich der Schrift oder Theilung des Rades E sein muß.

Mit Berücksichtigung der vorkommenden Zapfenreibung und Reibung zwischen dem Schraubengewinde und den Radzähnen wird die Wirkungsfähigkeit der Maschine ziemlich verringert. Berechnet man die Zapfenreibung auf die schon oft gezeigte Weise und die Reibung im Schraubengewinde nach §. 143 — da hier die nämliche Reibung eintritt, wie dort in der Schraubenmutter — so findet man, daß der wirkliche Nutzeffekt nur $^1/_4$ bis $^1/_3$ der obigen theoretischen Wirkung ist. Will man also die Kraft oder Last mit Einrechnung aller Bewegungshindernisse berechnen, so muß man 3 Q bis 4 Q d. i. etwa $^7/_2$ Q statt Q in obigen Werthausdrücken setzen.

Beispiel. Ist $Q = 1000$ kg, $r = 12$ cm, $R = 45$ cm, und hat das Rad 72 Zähne, so hat man als anzuwendende Kraft:

Ohne Bewegungshindernisse: $P = \frac{12 \,.\, 1000}{45 \,.\, 72} = 3{,}7$ kg.

Mit Bewegungshindernissen: $P = \frac{7}{2} \,.\, 3{,}7 = 13$ kg.

d. i. eine Kraft, welche ein Mann, wenn nicht andauernd gearbeitet werden soll, auszuüben wohl im Stande ist.

Denkt man sich die Welle F vertikal und mit einem Schraubengewinde, das Innere des Rades E aber mit einer entsprechenden Schraubenmutter versehen, so hat man die Schraubenwinde oder s. g. englische Winde, wobei die Spindel F der Schaft der Winde ist und die Stelle der gezahnten Stange bei den gewöhnlichen Winden vertritt.

Bei einer solchen Schraubenwinde bewegt sich der Schaft F der Winde und damit die von demselben aufgenommene Last Q um $\frac{1}{n}$ der Ganghöhe h' der Spindel F, während die Kraft P an der Kurbel A eine Umdrehung macht.

Es ist alsdann $P \,.\, 2 R \pi = Q \,.\, \frac{h'}{n}$

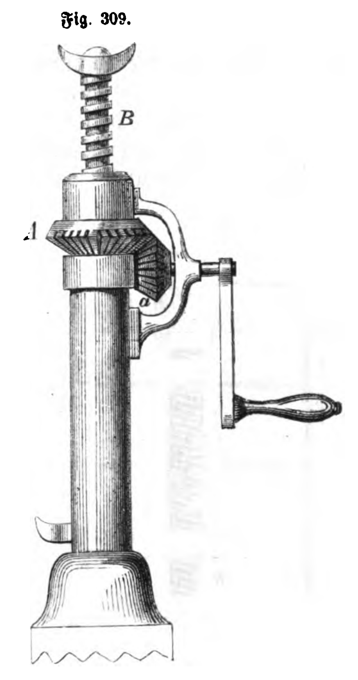
und folglich

$$P = \frac{h'}{2 R \pi \,.\, n} \,.\, Q; \text{ und}$$

$$Q = \frac{2 R \pi \,.\, n}{h'} \,.\, P;$$

woraus man leicht ersieht, wie bedeutend die Wirksamkeit dieser Maschine in Bezug auf die Größe der zu hebenden Last ist, selbst wenn auch, mit Berücksichtigung der Widerstände, der Nutzeffekt nur $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ des genannten Werthes beträgt.

Fig. 309.



Bei einer **Schraubenwinde** nach Fig. 309 wird durch ein konisches Getriebe a das Rad A umgedreht. Die Nabe dieses Rades enthält dann die Mutter für den mit einem Gewinde versehenen Windenschaft B.

Ist hier u die Uebersetzungszahl (§. 163) zwischen dem Rade A und dem Getriebe a und h die Ganghöhe von B, so hebt sich bei einer Kurbelumdrehung die Last um $\frac{1}{u} h$, und es ist somit, wenn R wieder die Kurbellänge bedeutet,

$$P \,.\, 2 R \pi = Q \,.\, \frac{h}{u},$$

folglich $P = \frac{h}{2 R \pi \,.\, u} \,.\, Q$; und $Q = \frac{2 R \pi \,.\, u}{h} \,.\, P$.

Anmerkung. **Marden's Hebezeug**: Die Seil- oder Kettentrommel ist mit einem auf der nämlichen Axe angebrachten Schraubenrad verbunden, dessen Umdrehung durch eine endlose Schraube bewerkstelligt wird. Letztere steht mit einem Seil- (Ketten-) Rad in Verbindung und erhält von diesem die Bewegung.

Die Differentialschraube.

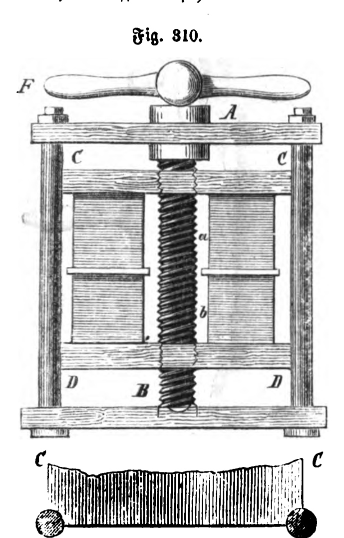
(Differentialschraubenpresse und Differentialschraubenwinde.)

§. 178.

Diese Maschine beruht in ihrer Einrichtung ganz auf demselben Prinzip, wie das im §. 159 beschriebene Wellrad und wie der Differentialflaschenzug §. 174.

Da nämlich nach Früherem der mechanische Vortheil einer Schraube, in Bezug auf die Größe des damit auszuübenden Druckes oder die Kleinheit einer gewünschten Bewegung (§. 139), um so bedeutender ist, je größer der Hebelarm, an welchem die Kraft wirkt, oder je geringer die Ganghöhe der Schraube gemacht wird, so könnte man einer Schraube eine beliebige Wirkungsfähigkeit dadurch geben, daß man die Maße dieser beiden Faktoren (Hebelarm und Ganghöhe) darnach annimmt, wenn nicht diese Annahmen durch nicht zu beseitigende Verhältnisse beschränkt wären. Denn, wie bei genanntem Wellrade, kann man auch hier den Hebelarm der Kraft nicht zu groß, und darf aber auch die Ganghöhe nicht zu gering, d. h. die Schraube nicht zu fein machen, weil sonst die Gewinde bei nur geringem Drucke abbrechen würden.

Fig. 310.



Um nun eine Schraube von großer Wirkungsfähigkeit zu erhalten und dabei doch diesen Uebelständen zu begegnen, construirte man die in Fig. 310 dargestellte Schraube.

Auf einer und derselben Spindel *AB* sind zwei Schraubengewinde *a* und *b* von verschiedener Steigung geschnitten. Die Schraube *a* mit der größern Ganghöhe bewegt sich in der Mutter *CC*, und die mit der geringern Steigung versehene Schraube *b* in der Mutter *DD*. Diese beiden Muttern können sich, wie der Grundriß zeigt, auf- und abwärts, nicht aber um ihre Achse bewegen, und dienen zugleich als Preßplatten. Die Spindel *AB* hingegen kann eine bloß drehende Bewegung annehmen.

Bei einer Umdrehung des Hebels *F* bewegt sich jede Mutter durch einen Weg, welcher so groß ist, als die Ganghöhe des entsprechenden Gewindes. Je nachdem nun die Spindel gedreht wird, werden sich die Schraubenmuttern oder Preßplatten um einen dem Unterschied ihrer Ganghöhen gleichen Weg nähern oder entfernen, und also im ersten Falle die zwischen *CC* und *DD* gebrachten Gegenstände zusammenpressen.

Während also bei einer Umdrehung des Hebels *F* die Kraft einen Weg macht, der dem Umfange des durch ihren Angriffspunkt beschriebenen Kreises gleich ist, bewegt sich der Angriffspunkt der Last oder des ausgeübten Druckes nur durch einen dem Unterschiede der Ganghöhen von *a* und *b* gleichen Raum.

Da nun überhaupt Kraft und Last ihren Wegen umgekehrt pro-

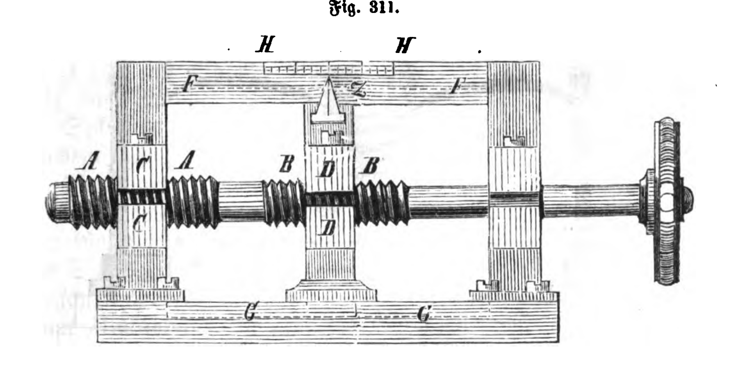
portional sind, oder da überall die Arbeit der Kraft derjenigen der Last gleich sein muß, so muß, ohne Einrechnung von Bewegungshindernissen, wenn P die Kraft, Q den ausgeübten Druck oder den zu überwindenden Widerstand, R die Länge des Krafthebelarmes und d die Differenz der Ganghöhen beider Gewinde bedeutet, fürs Gleichgewicht

$$P \,.\, 2 R \pi = Q \,.\, d,$$

somit $$P = \frac{d}{2 R \pi} \,.\, Q, \text{ und } Q = \frac{2 R \pi}{d} \,.\, P \text{ sein.}$$

Man sieht darum, daß man der Spindel und den beiden Gewinden jede beliebige Stärke geben kann, und daß die Wirkung der Schraube bloß von der Kleinheit der Differenz d abhängt. Da aber die Kleinheit dieses Unterschiedes aufs Aeußerste gebracht werden kann, so ist, in theoretischer Hinsicht, die Wirkung der genannten Maschine auch eine fast unbegrenzte. Doch wird diese Wirkung in Bezug auf die Größe des ausgeübten Druckes durch eintretende Reibungen und Gegenwirkungen bedeutend modifizirt. Hingegen bietet die Maschine bezüglich der Kleinheit einer Bewegung alle gewünschten Vortheile, und wir sehen darum auch dieselbe als Mikrometerschraube (§. 142) in der durch Fig. 311 dargestellten Form angewendet.

Fig. 311.



Hier haben, wie in der letzten Figur, die auf einer Spindel geschnittenen Gewinde AA und BB verschiedene Ganghöhen. AA bewegt sich in der festen Mutter CC, während BB mit geringerer Ganghöhe die bewegliche, in den Falzen FF und GG gleitende Mutter DD um einen Weg fortschiebt, der gleich der Differenz der Ganghöhen von A und B ist.

Während nämlich die Spindel um eine Ganghöhe von A nach der einen Seite sich bewegt, wird DD um die geringere Ganghöhe von BB nach der entgegengesetzten Seite geschoben. Ein mit der Mutter DD verbundener Zeiger Z gibt auf einer Skala HH die

Größe der Bewegung an. Ist diese Skala in Millimeter eingetheilt und sind die Ganghöhen der beiden Gewinde um 0,1 mm verschieden, so gibt der Zeiger bei einer ganzen Umdrehung Wege von $^1/_{10}$ mm, bei einer halben Umdrehung von $^1/_{20}$ mm, und bei $^1/_{10}$ Umdrehung von $^1/_{100}$ mm an, u. s. w.

Die Differentialschraube hat oft die Einrichtung, daß eine Schraubenspindel in einer andern hohlen Schraube, die der erstern als Mutter dient, sich bewegt. Dabei senkt sich der Angriffspunkt des Druckes (der Last) um die Ganghöhe der einen, hebt sich aber zugleich um die Steigung der andern Schraube, so daß wieder der eigentliche Weg der Last gleich der Differenz der beiden Ganghöhen ist.

Fig. 312.

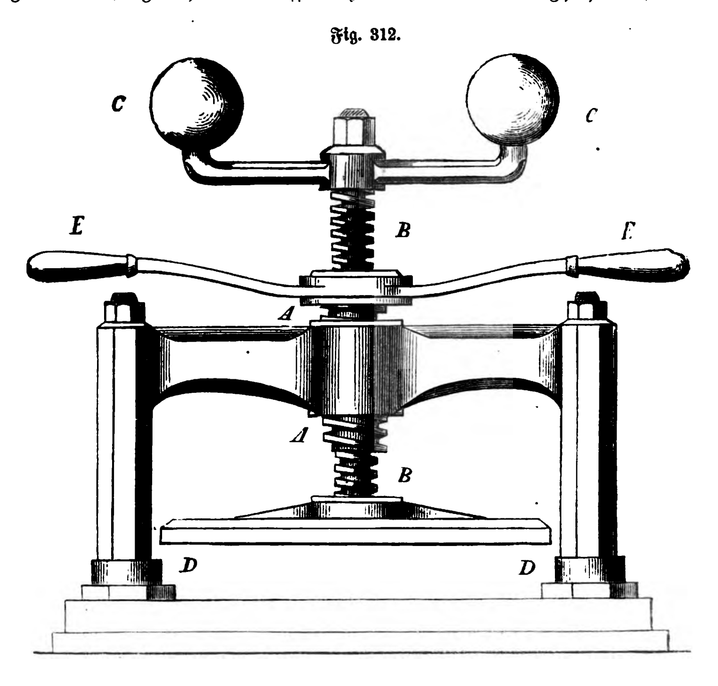


Fig. 312 zeigt eine solche Anordnung, die als Presse dient, und die zugleich die Einrichtung hat, daß die Maschine sowohl als gewöhnliche, einfache Schraubenpresse, und erst gegen das Ende als übersetzte oder Differentialschraubenpresse gebraucht werden kann.

AA ist eine hohle Schraube, die zugleich als Mutter für die massive Schraube *BB* dient; die Ganghöhe von *BB* sei etwas geringer, als die von *AA*. Beim Anfang der Bewegung, sowie beim Zurückziehen der Preßplatte dreht man an den Armen *CC*, während *EE* festgehalten wird; dann wird sich die Preßplatte *DD* um eine Ganghöhe von *BB* senken oder heben. Soll der Druck ein größerer werden

und abwärts gerichtet sein, so dreht man vermittelst der Arme *EE* die Schraube *AA* abwärts, während *CC* an der Drehung verhindert wird; alsdann senkt sich die Platte *DD* um die Differenz der Ganghöhen der beiden Schrauben. Denn bei der Drehung der Schraube *AA*, die für *BB* als Mutter dient, wird letztere herausgeschraubt, hebt sich also um ihre Ganghöhe; die Ganghöhe von *AA* ist aber etwas größer, darum muß sich die Preßplatte *DD*, welche um die Ganghöhe von *BB* gehoben und um die größere Ganghöhe von *AA* abwärts bewegt wird, um soviel senken, als die Differenz der beiden Ganghöhen beträgt.

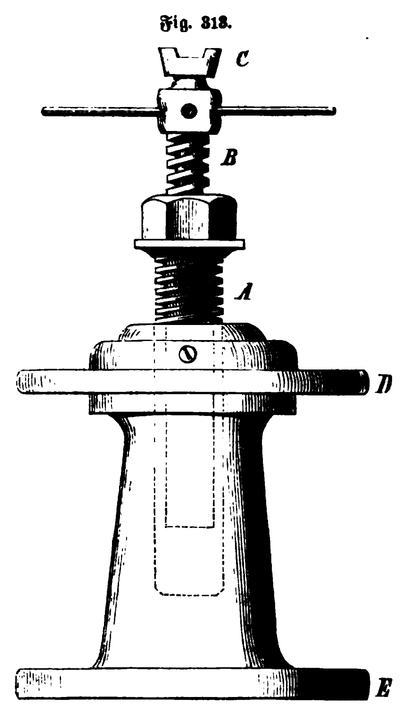


Fig. 313.

Auf ähnliche Weise kann man auch die Differentialschraube als Winde benützen.

So Dunn's sehr sinnreiche s. g. Perspektivwinde, Fig. 313. Bei derselben sind, wie in voriger Figur, zwei Schraubenspindeln *A* und *B* angebracht, wovon *A* hohl ist und als Mutter für die Spindel *B* dient. Beide Spindeln haben wieder verschiedene Ganghöhen. Es habe z. B. die innere Spindel *B*, welche das Horn *C* trägt, eine größere Ganghöhe. Dreht man nun die Spindel *B* vermittelst des angebrachten Hebels, so hat man eine einfache Schraubenwinde, die bei einer Umdrehung sich um die Ganghöhe von *B* hebt. Ebenso ist es, wenn man vermittelst eines Schlüssels den Kopf der Spindel *A* ergreift und diese, nachdem *B* in *A* festgeschraubt ist, dreht; das Horn *C* wird sich nun um die Ganghöhe von *A* heben. — Dreht man aber die Spindel *A* abwärts und verhindert *B*, sich zu drehen, so wirkt die Maschine als Differentialschraubenwinde. Denn in diesem Fall wird *A* mit *B* sich um die Ganghöhe von *A* senken; zugleich aber auch wird die innere Spindel *B* um ihre Ganghöhe aufwärts geschraubt, und da letztere größer ist, als die Ganghöhe von *A*, so hebt sich das Horn *C* um die Differenz der beiden Ganghöhen.

Sehr zweckmäßig ist die angebrachte Vorrichtung, wornach vermittelst des aufgesteckten Rades *D*, das beim Gebrauch der Winde entfernt wird, und der kreisrunden Fußplatte *E*, die Winde an ihren

Bestimmungsort gerollt werden kann. (Auf Eisenbahnen oft verwendet; dann ist die Entfernung von D und E gleich der Spurweite.)

§. 179.

Man könnte noch vielerlei Beispiele von Verbindungen verschiedener Elementarmaschinen anführen, wie z. B. den s. g. Pontonkarren, welcher eine Verbindung des Wellrads mit der schiefen Ebene ist und zum leichtern Aufladen schwerer Lasten dient; oder die von Thieren und Menschen getriebene Tretscheibe, welche ebenfalls eine Verbindung des Wellrads mit der schiefen Ebene ist; oder die Verbindung des Wellrads mit der Schraube bei der archimedischen oder Wasserschraube; oder die erst in der neueren Zeit oft angewendete amerikanische Wurzelstockhebmaschine, welche eine Verbindung eines einarmigen Hebels mit Flaschenzug und Wellrad ist; oder die ebenfalls aus Nordamerika stammende Steinquetschmaschine, wobei ein Kurbelrad auf einen einarmigen Hebel, dieser auf einen Kniehebel und letzterer auf eine geneigte gekerbte Platte wirkt, welche dann die zwischen ihr und einem festen Hinderniß befindlichen Steine zerquetscht u. s. w. — Man könnte auch auf die Beschreibung eigentlicher Arbeitsmaschinen, wie der Mahl- und Sägmühlen 2c. 2c. eingehen. Allein das bisher Angeführte mag genügen, um eine richtige Vorstellung von der Wirkung solcher Maschinenverbindungen und namentlich von der Art ihrer Effektbestimmung zu erhalten.

Bezüglich dieser Bestimmung wurde bisher deutlich, daß bei allen Maschinenverbindungen die Einrichtung getroffen ist, daß der größere Faktor (Hebelarm, Radius 2c.) des einen Maschinenelements immer auf den kleineren Faktor der nächsten mechanischen Potenz einwirkt. Und zwar heißt, wie wir noch einmal wiederholen wollen, die allgemeine Regel für das Gleichgewicht bei allen s. g. Kraftmaschinen, d. i. solchen, mit denen man große Lasten heben will:

„Kraft **mal** alle großen Faktoren = Last **mal** alle kleinen Faktoren."

Soll aber durch eine Maschinenverbindung eine Bewegungsvergrößerung erzielt, d. h. bei einer geringen Umgangszahl der Triebwelle 2c. eine größere Umdrehungszahl der Arbeitswelle 2c. erzeugt werden, so gilt das Gesetz:

„Triebkraft **mal** alle kleinen Faktoren = Letzter Bewegungswiderstand **mal** alle großen Faktoren."

Daß sodann, wie oben §. 112 schon gesagt wurde, die vermittelst einer Maschine verrichtete Arbeit $Q \,.\, s'$ niemals größer ist, als die ihr mitgetheilte $P \,.\, s$, ist durch die vielen besprochenen Beispiele nun völlig klar geworden.

Man sieht überall, daß man bei Anwendung einer Maschine wohl an Kraft, niemals aber an mechanischer Leistung oder eigent-

licher Arbeit gewinnen kann. Es verrichtet z. B. ein Mann ganz die nämliche Arbeit, ob er an einem Krahn arbeitet, mit dem er 50 Centner zu heben im Stande wäre, oder ob er an einem andern (übersetzteren) Krahn thätig ist, vermittelst dessen er 100 Centner heben könnte; denn, wie man sah, würde er im erstern Fall nur die halbe Zeit zum Heben brauchen, also in der Zeit, in welcher er mit dem zweiten Krahn 100 Ctr. hebt, mit dem ersten 2 . 50 Ctr. d. i. ebenfalls 100 Ctr. in die Höhe schaffen können.

Von der Messung des Nutzeffektes einer Maschine durch das Bremsdynamometer.

§. 180.

Zum Schlusse dieses Abschnittes soll noch gezeigt werden, wie man vermittelst des schon oben in §. 19 erwähnten Bremsdynamometers die von einem Wellbaume oder überhaupt von jeder in drehender Bewegung begriffenen Maschine ausgeübte Kraft, sowie den von der Maschine verrichteten nutzbaren Effekt ermittelt *).

Fig. 314.

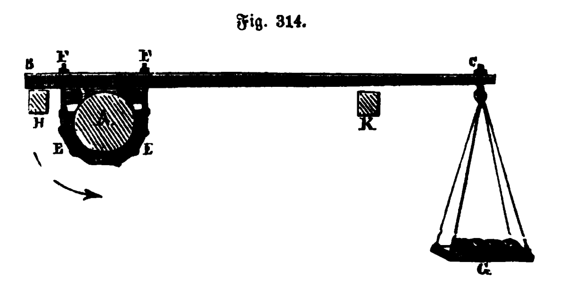


Fig. 314 stellt ein solches Instrument vor, das nach seinem Erfinder auch der Prony'sche Zaum genannt wird.

Es besteht dasselbe aus einem kreisförmig ausgeschnittenen Stücke Holz D, welches auf der Welle A, deren Wirkungsfähigkeit untersucht werden soll, aufsitzt, sowie aus mehreren kleineren, ebenfalls nach der Welle abgerundeten Holzstücken, welche die Welle von unten umfassen. Eine aus Eisenblechstücken gebildete, in Gelenken leicht drehbare Kette EE umfaßt die untern Holzstücke und endigt in Schraubenbolzen, welche einen Hebelarm BC durchdringen und durch Muttern FF mehr oder weniger angezogen werden können.

Der Hebel BC trägt in C eine Wagschale zur Aufnahme von Gewichten.

Werden nun die Holzstücke oder die s. g. Sättel durch den, vermittelst der Schraubenmuttern angezogenen Zaum EE an die Welle angedrückt, so wird der Hebel BC im unbelasteten Zustande mit der

*) Ueber den Gebrauch des Bremsdynamometers und dessen zweckmäßige Einrichtung für verschiedene Zwecke s. Dingler's polyt. Journal Band 172, 178 und 185; auch württemb. Gewerbeblatt Jahrg. 1867 Nr. 13 und Bernoulli, Vademecum des Mechanikers.

Welle A im Kreise herumgehen, woran man ihn übrigens durch angebrachte Hemmnisse H und K hindert.

Belastet man aber die Wagschale so lange, bis der Hebel eine feste horizontale Lage annimmt, so gibt, wie man leicht einsieht, die Größe der zwischen den Sätteln und der Welle stattfindenden Reibung die Kraft an, welche die Welle an ihrem Umfange bei der Umdrehungszahl, welche sie gerade hat, auf andere Maschinen zu übertragen im Stande wäre. Denn die Ueberwindung dieser Reibung erfordert eine ihr gleich große, am Wellenumfange wirksame Kraft. Wäre die Reibung nicht vorhanden, so würde natürlich diese Kraft an angebrachte Maschinen abgegeben werden können.

Weil aber die am Wellenumfange vorhandene Reibung in der Umdrehungsrichtung wirkt, so ist für die freie horizontale Lage des Hebels BC das in der Wagschale bei C befindliche Gewicht mit der Reibung im Gleichgewicht, und es ist die Reibung gleichsam die von dem aufgelegten Gewichte zu überwältigende Last.

Ist nun R die fragliche Reibung, r der Halbmesser der Welle A, G das Gewicht in der Wagschale mit Einschluß des auf den Punkt C reduzirten eigenen Gewichts des Instruments,*) und L die Länge des Hebelarmes AC, so ist also für die horizontale, d. i. Gleichgewichtslage des Hebels $$R \,.\, r = G \,.\, L;$$
folglich $$R = \frac{G \,.\, L}{r},$$
oder die Kraft, welche die Welle übertragen könnte,
$$P = R = \frac{G \,.\, L}{r}.$$

Ist noch v die Umfangsgeschwindigkeit der Welle A, so bezeichnet
$$P \,.\, v = R \,.\, v = \frac{G \,.\, L \,.\, v}{r}$$
die durch Reibung aufgezehrte Arbeit oder den Nutzeffekt per Sekunde, welchen die Welle bei gleicher Umdrehungszahl und ohne Einwirkung der Bremse auf beliebige Arbeitsmaschinen übertragen könnte.

Es ist aber, wenn u die Umdrehungszahl der Welle per Minute bezeichnet, die Umfangsgeschwindigkeit $v = \frac{2 \,.\, r \,.\, \pi \,.\, u}{60}$.

Substituirt man diesen Ausdruck oben für v, so hat man:
$$P \,.\, v = R \,.\, v = \frac{G \,.\, L \,.\, 2 \,.\, r \,.\, \pi \,.\, u}{60 \,.\, r} = \frac{2 \,.\, L \,.\, \pi \,.\, u}{60} \,.\, G.$$

In Pferdestärken ausgedrückt, ist, wenn N die Zahl derselben bezeichnet, $$N = \frac{2 \,.\, L \,.\, \pi \,.\, u \,.\, G}{60 \,.\, 75}.$$

---

*) Man findet dies reduzirte Gewicht, wenn man den Wagbalken BC in dem senkrecht über der Mitte von A gelegenen Punkte auf eine Schneide legt, und in C mittelst einer feinen Schnur an eine Wage aufhängt; — auch findet man dasselbe nach §. 46 durch Berechnung.

Das Produkt $\frac{2 \,.\, L \,.\, \pi \,.\, u}{60}$ gibt aber die Geschwindigkeit an, welche der Angriffspunkt C des Gewichts G annehmen würde, wenn der Hebel BC mit der Welle im Kreise herumginge.

Setzen wir diese Geschwindigkeit $= V$, so ist,

$$P \,.\, v = R \,.\, v = G \,.\, V,$$

wie sich schon aus §. 112 ergibt, da nämlich die Arbeit der Kraft P der durch Bewegung des Gewichtes G verrichteten Arbeit $G \,.\, V$ gleich sein muß.

Man findet also durch das s. g. **Bremsen** den Nutzeffekt, den eine Welle bei irgend einer bestimmten Umdrehungszahl u verrichten kann, wenn man das für den Gleichgewichtszustand bei der genannten Umdrehungszahl erforderliche Gewicht G mit der Geschwindigkeit multiplizirt, welche der Aufhängepunkt C annehmen würde, wenn der Wagebalken sich mit der Welle dreht.

Kennt man aber die von einer Maschine verübte nutzbare Arbeit, so findet man sogleich auch durch Abziehen von deren totaler oder theoretischer Leistung die durch die Bewegungshindernisse verzehrte Wirkungsgröße.

Bei stehenden Wellen hat man nur das Seil mit der Wagschale über eine zweckmäßig angebrachte Leitrolle zu führen. Das eigene Gewicht des Wagbalkens fällt dann außer Rechnung.

Anmerkung 1. Prof. Wellner in Brünn schlägt die Anordnung vor, den Hebel des Dynamometers, anstatt daß derselbe bei der Drehung aufwärts bewegt wird, abwärts drücken zu lassen und zwar auf eine unter den Hebel geschobene Dezimalwage, so daß dieser Druck auf den kurzen Arm des Wagbalkens übertragen wird.

Ist dann G das am (10 mal) größeren Arm des Wagbalkens angebrachte Gewicht, so beträgt der Effekt in Pferdestärken

$$N = \frac{10 \,.\, 2 \,.\, L \,.\, \pi \,.\, u \,.\, G}{60 \,.\, 75}.$$

Anmerkung 2. Meyer's kalorischer Kraftmesser: Die Welle mit dem Prony'schen Zaum befindet sich in einem Wasserbehälter. Die verursachte Reibung erzeugt Wärme, wodurch die Temperatur des Wassers erhöht wird. (Dient hauptsächlich zur Bestimmung des mechanischen Arbeitsäquivalents s. unten §. 256. Anmerkung.)

Beispiel. Es sei $G = 150$ kg, $L = 3$ m, und $u = 15$ per Minute, während ein Wellbaum ganz leer geht, d. h. ohne eine Maschine in Bewegung zu setzen.

Alsdann hat man für den Nutzeffekt, welchen die Welle bei dieser Umdrehungszahl verrichten könnte:

$$P \,.\, s = P \,.\, v = \frac{2 \,.\, 3 \,.\, 3{,}14 \,.\, 15 \,.\, 150}{60} = 706{,}5 \text{ kgm} = 9{,}42 \text{ Pferdekräfte.}$$

Zieht man nun die Sättel stärker oder schwächer an, vermehrt oder vermindert man also die Reibung R, so muß man auch das Gewicht G vermehren oder vermindern, um den Wagbalken in horizontaler Lage zu erhalten. Dabei wird auch die Umdrehungszahl u eine andere, und man kann durch Beobachtung finden, bei welcher Umdrehungszahl die Welle die größte nutzbare Arbeit liefert.

Wäre z. B. bei stärkerem Andrücken $G = 180$ kg, und macht alsdann die Welle per Minute 12 Umgänge, so ist

$$P \cdot v = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3{,}14 \cdot 12 \cdot 180}{60} = 678{,}24 \text{ kgm} = 9{,}04 \text{ Pferdestärken.}$$

Die erste Umdrehungszahl $u = 15$ ist darum die vortheilhaftere.

Werden aber nun auch durch fragliche Welle A diejenigen Arbeitsmaschinen in Bewegung gesetzt, welche von ihr getrieben werden sollen, und ist alsdann, wenn aufs neue gebremst wird, $G = 40$ kg und $u = 10$, so könnte, nebst dem Betriebe dieser Maschinen, bei letzterer Umgangszahl der Wellbaum noch eine mechanische Arbeit von $\frac{2 \cdot 3 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 40}{60} = 125{,}6 \text{ kg} = 1{,}67$ Pferdekräfte auf irgend eine Art abgeben.

Ist nun überhaupt der größte Nutzeffekt der Welle = 9,42 Pferdekräfte, so haben wir:

leer gehend, war der Nutzeffekt . . . . 9,42 Pferdekräfte;
als sämmtliche zu treibende Maschinen im Gang waren,
konnte die Welle noch abgeben . . . . 1,67 Pferdekräfte;
also erfordert der Betrieb der genannten Arbeitsmaschinen 7,75 Pferdekräfte.

Würde fraglicher Wellbaum seine Bewegung durch ein Wasserrad empfangen, dessen theoretische Leistung = 15 Pferdekräften wäre, so würden also, bei einem Nutzeffekt von 9,42 Pferdekräften, Reibung und verlorene, d. h. nicht zum Angriff gelangende Kraft $15 - 9{,}42 = 5{,}58$ Pferdekräfte, d. i. $\frac{5{,}58}{15} = 0{,}37$ des Totaleffektes verzehren.

Der Nutzeffekt wäre dann 0,63 des theoretischen Effektes oder 63 Prozent.

X. Abschnitt.

Von dem Druck und der Bewegung der tropfbaren Flüssigkeiten.

A. Vom Wasserdruck.

§. 181.

Wenn man auf einen festen Körper irgend einen Druck ausübt, so wird — wie man früher gesehen — derselbe nur nach der Richtung, in welcher er erfolgt, fortgepflanzt.

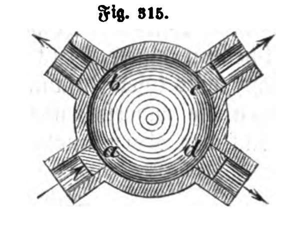
Anders ist es nun bei flüssigen Körpern.

Befindet sich in einem Gefäße Wasser oder eine andere Flüssigkeit*), und man übt auf dasselbe einen Druck aus, so wird dieser Druck nach allen Richtungen gleichmäßig fortgepflanzt.

*) Wir sprechen kürzehalber immer nur vom Wasser; die in der Folge erklärten Druck- und Bewegungsverhältnisse gelten aber natürlich auch für andere Flüssigkeiten.

Ist z. B. ein Gefäß, dessen horizontaler Querschnitt die Fig. 315 ist, mit Wasser gefüllt, und man drückt den Kolben *a* mit irgend einer Kraft einwärts, so werden die Kolben *b*, *c* und *d*, wenn sie gleichen Querschnitt wie *a* haben und in gleicher Höhe sich befinden, alle mit der nämlichen Kraft auswärts gedrückt, und es bedarf bei jedem Kolben, wenn anders er bei dem geringsten stattgefundenen Druck sich bewegt, der nämlichen Kraft, um ihn zurückzuhalten.

Fig. 315.

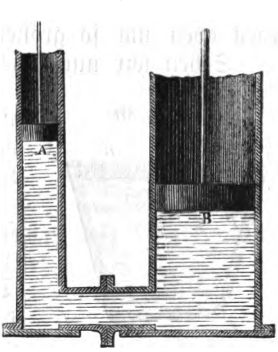


Ueberhaupt hat, wenn man auf das Gewicht des Wassers selber keine Rücksicht nimmt, jeder Theil der Wand- und Bodenfläche, der so groß ist, wie der Querschnitt des Kolbens *a*, den nämlichen Druck auszuhalten, welcher auf *a* ausgeübt wird.

Wären die Kolbenflächen von *b*, *c* und *d* größer, z. B. doppelt so groß, als die von *a*, so würde jeder dieser Kolben dann auch mit der doppelten Kraft auswärts getrieben.

Auf diese Weise kann man einen, auf eine eingeschlossene Wassermasse ausgeübten Druck nach Belieben vervielfachen, indem die drückende Kolbenfläche beliebig vielmal kleiner angenommen wird, als die Grundfläche eines andern Kolbens, auf welchen das gedrückte Wasser wirkt.


Fig. 316.



So wird z. B. in Fig. 316 ein auf den Kolben *A* ausgeübter Druck am Kolben *B* sovielmal wiederholt, als die Grundfläche des ersten Kolbens in der des größern Kolbens enthalten ist. Hat also der Kolben *B* eine 10mal größere Fläche, als der Kolben *A*, so ist die Kraft, welche den letztern Kolben hebt, auch 10mal größer, als der auf *A* ausgeübte Druck. Alsdann wird aber natürlich auch der Weg des Kolbens *B* 10mal kleiner sein, als der Weg von *A*, weil das wegen seiner sehr geringen Elastizität als unzusammendrückbar angenommene Wasser nach wie vor den gleichen Raum ausfüllen muß.

Man erkennt auch hierin die allgemeine Giltigkeit des Satzes über die virtuellen Geschwindigkeiten (§§. 26, 46, 112 xc.) d. h. des Grundgesetzes, daß Kräfte, die einander das Gleichgewicht halten, im umgekehrten Verhältniß zu den von ihren Angriffspunkten bei irgend einer Bewegung durchlaufenen Wegen stehen.

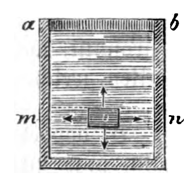
§. 182.

Die im vorhergehenden §. genannte besondere Art der Fortpflanzung des Druckes hat ihren Grund in dem losen Zusammenhang

und der leichten Verschiebbarkeit (überhaupt in dem eigenthümlichen Walten der s. g. Molekularkräfte §. 16) der Flüssigkeitstheilchen.

Aus dieser Ursache erleiden sowohl der **Boden** als auch die **Wände** eines Gefäßes, in welchem sich eine Flüssigkeit befindet, einen Druck. Wäre der Inhalt eines Gefäßes eine feste Masse, so würde solche nur einen Druck auf den Boden ausüben; die Flüssigkeit aber sucht, ihres losen Zusammenhangs wegen, zu zerfließen und drückt darum gegen die widerstehende Wand; zumal auch die untern Schichten den Druck der obern aushalten müssen.

Fig. 317.



Natürlich wird der Druck in der obersten dünnen Schichte *ab*, Fig. 317, eines Gefäßes mit Flüssigkeit sowohl nach unten, als gegen die Wand = Null sein, weil diese Schichte selber keinen Druck empfängt. — (Der Luftdruck hebt sich hier auf, da er allseitig ist.)

Die zweite Schichte hat aber schon die erste zu tragen; ebenso drücken die beiden ersten auf die dritte Schichte u. s. w. — Es folgt daraus, daß der Druck auf den Boden mit der Höhe des Flüssigkeisstandes zunehmen muß; da aber ein Flüssigkeitstheilchen *o* den von oben erlittenen Druck, wie schon gesagt wurde, nach allen Seiten gleichmäßig fortpflanzt, so wird auch der Seitendruck in *m* und *n*, sowie selbst der Gegendruck (Auftrieb) gegen oben um so größer sein, je tiefer das Wassertheilchen *o* liegt.

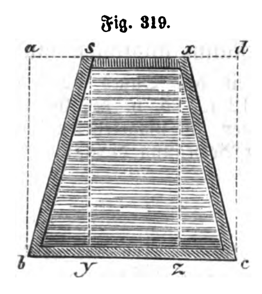
Sehen wir nun, wie die Größe des Bodendrucks zu berechnen ist:

Fig. 318.

Hat ein Gefäß obige Form, Fig. 317, so ist kein Zweifel, daß der Druck auf den Boden des Gefäßes gleich dem Gewichte der Flüssigkeit im Gefäße ist.

Hat aber das Gefäß die Form Fig. 318, so ist klar, daß der Boden *fg* das Gewicht der Wassersäule *cdfg* zu tragen hat. Der Druck der Wassermasse in *hcf* aber wird durch den Gegendruck der Wassersäule *cdfg* in *cf* aufgehoben. Denn zwei Wassertheilchen *p* und *q*, welche in gleicher Höhe sich befinden, erleiden gleiche Drücke von oben und pflanzen darum auch gleiche Drücke nach allen Seiten fort, so daß sich also die von *p* und *q* herrührenden seitlichen Drücke gegenseitig aufheben. So ist es für alle Wassertheilchen, und ebenso verhält es sich mit der Flüssigkeit im Raum *dgi*. — Der Boden *fg* hat darum nur die Wassersäule *cdgf* zu tragen.

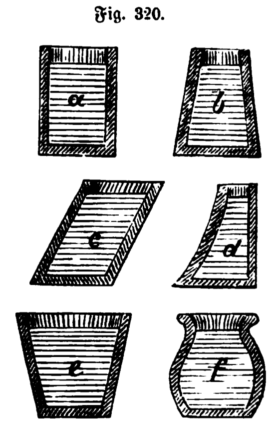
Fig. 319.



In einem Gefäß, Fig. 319, hingegen empfängt die unterste Schichte *bc* einen Druck

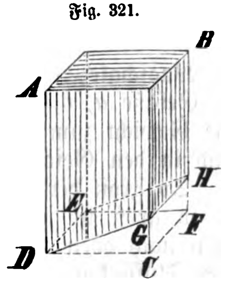
und pflanzt diesen so fort, als wenn das Gefäß die Form *abcd* hätte; denn der Wasserkörper *sxyz* z. B. drückt auf die unterste Schichte *bc*, wie oben in Fig. 316 der Kolben *A* auf die unter ihm befindliche Flüssigkeit. Der in *yz* ausgeübte Druck wiederholt sich in der Schichte *bc* so oft, als *yz* in *bc* enthalten ist; oder es ist gerade, als wenn sich über *bc* eine Wassermasse von überall gleichem Durchmesser *bc* = *ad* befände.

Fig. 320.



Haben darum die Gefäße *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, Fig. 320, alle gleich großen Boden und gleiche Höhe, und sind sie mit Wasser angefüllt, so ist der Druck auf den Boden bei allen sechs Gefäßen der nämliche, und zwar ist überhaupt bei jedem Gefäße dieser Bodendruck gleich dem Gewichte einer Wassersäule, welche den Boden des Gefäßes als Grundfläche und den Abstand desselben von der Oberfläche (dem Wasserspiegel) als Höhe hat.

Fig. 321.



Wäre der Boden *DGHE* eines Behälters, Fig. 321, keine horizontale Ebene, so müßte man den Grundriß oder die Horizontalprojektion *DCFE* des Bodens als Grundfläche der drückenden Wassersäule ansehen. Der Abstand des Mittelpunkts (Schwerpunkts) der geneigten Fläche vom Wasserspiegel ist dann die Druckhöhe.

Hat man das Volumen der drückenden Wassersäule in Cubikmetern ausgedrückt, so darf man, da ein Cubikmeter reines Wasser 1000 kg wiegt, nur den gefundenen Cubikinhalt mit 1000 multipliziren, um den Druck in Kilogrammen zu erhalten.

Wird der Cubikinhalt in Cubikdecimetern ausgedrückt, so gibt die Anzahl auch das Gewicht in kg an, da ein Cubikdecimeter (Liter) Wasser 1 kg wiegt.

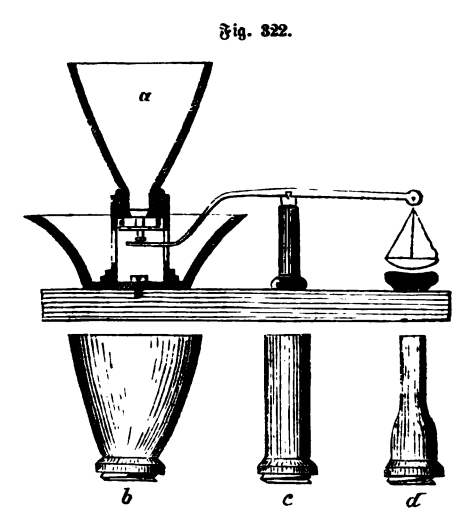
Ist aber der Inhalt in Cubikfußen angegeben, so muß für österreichisches Maß mit 56,4 Pfd., für englisches Maß mit 62,4 Pfd. ꝛc. multiplizirt werden, da dies das Gewicht von je 1 Cubikfuß reinem Wasser ist. (S. unten Anhang.)

Mit dem genannten Bodendruck darf der Druck eines gefüllten Gefäßes auf irgend eine Unterlage nicht verwechselt werden. Dieser Druck ist natürlich immer so groß, als das Gewicht des Gefäßes und dessen Inhalt zusammen.

Von der Richtigkeit des über den Druck des Wassers eben Gesagten kann man sich auch durch folgenden Versuch leicht überzeugen.

Man versehe Gefäße *a*, *b*, *c*, *d*, Fig. 322, die alle gleiche Bodenflächen und gleiche Höhen haben und unten offen sind, mit einem Schraubengewinde. Vermittelst dieses Gewindes werden die Gefäße auf ein mit einer entsprechenden Mutter versehenes Gestelle aufgeschraubt. Ein genau die unten offenen Gefäße abschließendes, leicht bewegliches und sich nach oben öffnendes Ventil berührt mit dem s. g. Ventilschaft an der obern Seite den einen Arm eines Hebels oder Wagbalkens. Am andern Ende trägt der Hebel eine Wagschale. Wird nun ein Gefäß aufgeschraubt und mit Wasser voll gegossen, so erfordert es ein bestimmtes Gewicht in der Wagschale, um das Ventil in die Höhe zu heben. Und welches der Gefäße *a*, *b*, *c*, *d* man auch aufschraubt, jedesmal ist das nämliche Gewicht zum Heben des Ventiles erforderlich, wenn der Wasserstand in den Gefäßen jeweils der gleiche ist.

Fig. 322.



So groß der Druck oder die Wirkung einer Flüssigkeit nach unten ist, so groß ist aber auch die Gegenwirkung oder der Druck von unten nach oben. Man erkennt diesen nach oben gerichteten Druck einer Flüssigkeit, der also auch mit der Tiefe zunehmen muß, leicht daran, daß Körper, welche leichter als Wasser sind, in die Höhe gedrückt werden. — Messen dieses s. g. Auftriebes durch besondere Apparate!

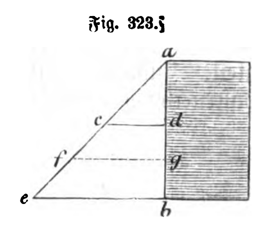
§. 183.

Mit der Bestimmung des Seitendruckes oder des Druckes auf die von der Flüssigkeit benetzten Wandtheile verhält es sich ganz, wie beim Druck auf den Boden. Es ist wieder, wie schon klar gemacht wurde, der Seitendruck von der Druckhöhe, d. h. von dem vertikalen Abstand des Wasserspiegels von der betreffenden Stelle der dem Druck ausgesetzten Fläche abhängig und wächst mit dieser Höhe. Bei einer Druckhöhe $= 0$, d. h. oben im Gefäße, ist darum auch der Druck auf die Flächeneinheit der Seitenwand $= 0$, während bei der Druckbestimmung für das unterste Flächenelement die ganze Druckhöhe in Rechnung genommen werden muß. Will man also den Druck auf sämmtliche Flächenelemente, d. i. auf die ganze Seitenwand bestimmen und

solchen durch eine und dieselbe Druckhöhe messen, so müßte man hiefür die **mittlere** Druckhöhe, d. i. den Abstand des Mittel- oder Schwerpunktes der Seitenwand vom Wasserspiegel in Rechnung bringen; und es ergibt sich hieraus schon unmittelbar, daß **der Seitendruck auf irgend eine vertikale Wandfläche gleich dem Gewichte einer Wassersäule ist, welche die gedrückte Fläche als Basis und den Abstand ihres Mittelpunktes (Schwerpunktes) vom Wasserspiegel als Höhe hat.**

Aus Obigem folgt auch, daß wenn ab, Fig. 323, ein unendlich schmaler senkrechter Streifen einer vertikalen Wand ist, und wenn $cd = ad$ gemacht wird, cd den Seitendruck im Punkte d der Wand vorstellt, während der Druck im untersten Punkt b durch $eb = ab$ dargestellt wird. Der ganze Seitendruck auf den Wandstreifen ab wird darum durch die Summe aller unendlich schmalen Streifen eb, cd, fg u. s. w., folglich, da diese zusammen die Fläche aeb bilden, durch das $\triangle\ aeb$, dessen Inhalt

Fig. 323.

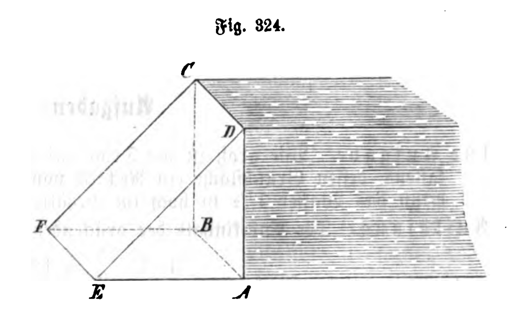


$$= \frac{ab\ .\ eb}{2} = \frac{ab\ .\ ab}{2}$$

ist, vorgestellt.

Der Druck auf eine rechteckige Wand $ABCD$, deren Länge AB, Fig. 324, ist, wird darum AB mal größer sein und folglich durch das dreiseitige Prisma $ABCDEF$, in welchem $\triangle\ AED$ die Grundfläche und AB die Länge oder Höhe ist, gemessen werden.

Fig. 324.



Somit ist der Gesammtdruck auf die Wand $ABCD$ = Inhalt des Prismas $= \frac{AE\ .\ AD}{2}\ .\ AB$; d. i. weil $AE = AD$,

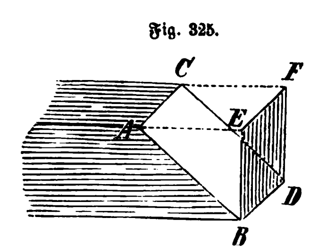
$$\text{Seitendruck} = AD\ .\ AB\ .\ \frac{AD}{2}.$$

Hierdurch ist nicht nur obige Behauptung bewiesen, sondern es ergibt sich hieraus auch die wichtige Thatsache, wo man sich die **Mittlere** der sämmtlichen Seitendrücke, d. i. den Gesammtdruck auf die Wand als eine **einzige Kraft** wirksam denken muß. Da nämlich der Inhalt des Dreiecks AED den Druck auf jeden vertikalen Wandstreifen

vorstellt, so ist klar, daß jener Angriffspunkt — der schon nach einfachen Verstandesschlüssen in die untere Hälfte der Wand, wo der Druck am größten ist, fallen muß — kein anderer sein kann, als der Schwerpunkt des Dreiecks AED und darum um $^1/_3$ der Druckhöhe vom Boden entfernt ist.

Man nennt den um $^1/_3$ der Höhe vom Boden oder der Basis abstehenden Punkt, in welchem man sich den gesammten auf eine Wand ausgeübten Seitendruck einer Flüssigkeit vereinigt denken kann, den **Mittelpunkt des Druckes**, und es ist die Bestimmung dieses Punktes in allen Fällen, wo Flüssigkeiten oder auch andere zusammenhangslose Materien, z. B. Körner, Sand, Erde *rc.* *rc.* einen Seitendruck auf Wände, Mauern, Dämme *rc.* *rc.* ausüben, von großer Wichtigkeit. Zugleich ergibt sich auch, welche Drücke jene architektonischen *rc.* Constructionen, sowie auch senkrechte oder geneigte Wasserleitungsröhren *rc.* auszuhalten haben, und wie sehr diese, bei hohem Wasserstande, nach unten einer bedeutenden Verstärkung bedürfen.

Fig. 325.



Ist die Seitenwand $ABCD$, Fig. 325, keine vertikale Ebene, so ist ihr Aufriß oder die Vertikalprojektion $EFDB$ als gedrückte Fläche anzusehen, und gilt für diese also das oben über den Seitendruck Gesagte.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Wie groß ist der Druck auf den Boden eines viereckigen Wasserkastens, dessen Grundfläche ein Rechteck von 4 m Länge und 2 m Breite ist, wenn das Wasser $1^1/_2$ m hoch im Behälter steht?

Auflösung. Der Cubikinhalt der drückenden Wassersäule ist

$$= 4 . 2 . \frac{3}{2} = 12 \text{ cbm};$$

folglich deren Gewicht oder der Bodendruck

$$= 12 . 1000 = 12000 \text{ kg}.$$

2te Aufgabe. Vor einem 1,8 m breiten, 1,2 m hohen und 7,5 cm dicken Schutzbrett aus Eichenholz steht das Wasser 0,825 m hoch; welche Kraft ist zum Aufziehen des Brettes nöthig?

Auflösung. Der beim Aufziehen des Brettes zu überwindende Widerstand besteht aus dem Gewichte des Brettes und der aus dem Seitendruck des Wassers sich ergebenden Reibung des Brettes in dessen Führung.

Der Cubikinhalt des Brettes ist $= 1{,}8 . 1{,}2 . 0{,}075 = 0{,}162$ cbm.

Nimmt man das spezifische Gewicht des mit Wasser gesättigten Eichenholzes zu 1,11 an, so erhält man das Gewicht des Schutzbrettes

$$G = 0{,}162 . 1000 . 1{,}11 = 179{,}82 \text{ kg}.$$

Der Druck des Wassers gegen das Schutzbrett ist

$$= 1{,}8 . 0{,}825 . 0{,}4125 . 1000 = 612{,}5 \text{ kg}.$$

Dies ist zugleich der Druck des Brettes gegen seine Führung.

Wird der Reibungscoefficient für nasses Holz, das aus dem Ruhezustand in Bewegung versetzt wird, zu 0,68 angenommen, so beträgt die Reibung des Brettes $R = 0{,}68 \,.\, 612{,}5 = 416{,}5$ kg.

Somit ist die nöthige Kraft zum Aufziehen

$$P = G + R = 179{,}82 + 416{,}5 = 596{,}32 \text{ kg}.$$

3te Aufgabe. In einem Schleußenthore befindet sich ein Schieber, dessen Flächeninhalt 0,3 □m ist; wie stark ist der Wasserdruck gegen denselben, wenn der Wasserstand vor dem Thore 3 m hoch ist und wenn der Mittelpunkt des Schiebers 1,26 m vom Boden absteht?

Auflösung. Die in Rechnung zu bringende Druckhöhe ist 3 — 1,26 = 1,74 m, und daher der Druck gegen den Schieber

$$P = 0{,}3 \,.\, 1{,}74 \,.\, 1000 = 522 \text{ kg}.$$

4te Aufgabe. Wie groß muß die Wanddicke einer gußeisernen Wasserleitungsröhre, deren innerer Durchmesser 2 dcm sein soll, bei einer Druckhöhe von 100 m angenommen werden?

Auflösung. Der Druck beträgt im untersten Theil der Röhre auf 1 □m, da der Cubikinhalt der drückenden Wassersäule dann 100 cbm ist, 100 . 1000 = 100000 kg, d. i., da der Luftdruck auf 1 □m 10336 kg beträgt,

$$= \frac{100000}{10336} = \text{nahezu 10 Atmosphären.}$$

Nach Redtenbacher muß nun für gußeiserne Röhren die Wanddicke $= 0{,}00238\, n \,.\, d + 0{,}85$ cm betragen, wenn d den innern Durchmesser in Centimetern und n den in Atmosphären ausgedrückten Druck bezeichnet.

Die fragliche Wanddicke muß somit

$$= 0{,}00238 \,.\, 10 \,.\, 20 + 0{,}85 = 1{,}326 \text{ cm sein.}$$

Für					
Für Eisenblech	müßte	die	Wanddicke	$= 0{,}00086\, n d + 0{,}30$
„ Kupfer	„	„	„	$= 0{,}00148\, n d + 0{,}40$
„ Blei	„	„	„	$= 0{,}00242\, n d + 0{,}50$
„ Zink	„	„	„	$= 0{,}00507\, n d + 0{,}40$
„ Holz	„	„	„	$= 0{,}03230\, n d + 2{,}70$
„ natürliche Steine	„	„	„	$= 0{,}03690\, n d + 3{,}00$
„ künstliche Steine	„	„	„	$= 0{,}05380\, n d + 4{,}00$

Centimeter betragen.

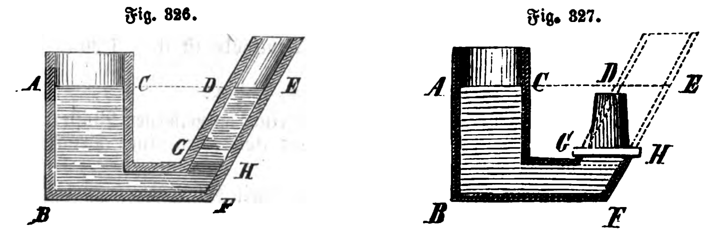
§. 184.

Die leichte Verschiebbarkeit der Wassertheilchen ist ferner auch die Ursache, daß das in einem Behälter befindliche Wasser an seiner Oberfläche im ruhigen Zustande überall gleich hoch steht, oder eine horizontale Fläche bildet. Eigentlich ist, vermöge der allgemeinen Anziehungskraft, die Oberfläche der Flüssigkeiten nach der Kugelgestalt der Erde gebildet, wie auf dem Meer und größern Seen deutlich wahrgenommen werden kann; wegen der geringen Ausdehnung der hier in Rede stehenden Oberflächen im Verhältniß zur Erdoberfläche kann aber der Wasserstand als in einer horizontalen Ebene liegend angenommen werden. In engen Röhren dagegen bildet die Oberfläche einer Flüssigkeitssäule eine an den Wänden oder in der Mitte der Flüssigkeit erhabene Fläche, je nachdem die Anziehungskraft (Adhäsion) der Wandfläche größer oder geringer ist, als die Cohäsionskraft der Flüssigkeitstheilchen.

Ebenso folgt aus der nämlichen Eigenschaft, daß das Wasser in verbundenen oder communizirenden Röhren ABC und DFE,

Fig. 326, im Gleichgewichtszustand gleich hoch steht, so daß die beiden Wasserspiegel *AC* und *DE* in der nämlichen horizontalen Ebene, d. h. in gleichem Niveau liegen.

In solchen verbundenen Gefäßen hat folglich eine Schichte *GH* den gleichen Druck von unten nach oben, wie umgekehrt von oben nach unten zu erleiden; denn wären diese Drücke nicht im Gleichgewicht,



so müßte eine Bewegung der Schichte *GH*, also auch ein Sinken oder Steigen im Schenkel *DF* eintreten und *DE* tiefer oder höher stehen als *AC*.

Wird darum der Röhrenschenkel *DFE* verkürzt, wie in Fig. 327, und durch einen Deckel *GH* abgeschlossen, so hat dieser von dem darunter befindlichen Wasser einen Druck auszuhalten, welcher gerade so groß ist, als das Gewicht einer Wassersäule *DGHE*, deren Basis *GH* ist und welche eine Höhe hat gleich dem senkrechten Abstand von *AE* und *GH*. Denn, wie schon bemerkt, wird eine Wasserschichte *GH*, die man sich statt des Deckels vorhanden denkt, vollkommen in Ruhe bleiben, wenn man den Schenkel *DEF* bis *DE* mit Wasser anfüllt; der Druck, welchen der Deckel erleidet, ist also **gleich dem Gewichte der fehlenden Wassersäule.**

Würde man zwei communizirende Röhren mit verschiedenen Flüssigkeiten, die sich nicht mit einander verbinden, füllen, so würde natürlich die Sache sich anders verhalten, und alsdann die leichtere Flüssigkeit einen höheren Stand annehmen. Bringt man nämlich in die eine Röhre Wasser und in die andere Quecksilber, welches 13,6 mal schwerer ist, als jenes, so wird die Wassersäule eine 13,6 mal größere Höhe haben, als die Quecksilbersäule, und es **verhalten sich überhaupt die Höhen der Flüssigkeitssäulen umgekehrt wie die spezifischen Gewichte der Flüssigkeiten.**

B. Von der Anwendung des Wasserdruckes.

Hydraulische Pressen.

§. 185.

Aus dem letzten §. ergibt sich, daß, wenn man in communizirenden Röhren den einen Schenkel verkürzt und mit irgend einem Körper

abschließt, auf diesen Körper ein bedeutender Druck von der unter ihm befindlichen Flüssigkeit ausgeübt werden kann, welcher um so größer ist, je höher der längere Schenkel und je weiter der kürzere Röhrentheil ist.

Daß man nun diesen Druck zur Ueberwindung der mannigfaltigsten Widerstände anwenden kann, ist leicht einzusehen. Die schönste Anwendung aber hat der Wasserdruck bei den hydraulischen Pressen gefunden, welche gegenwärtig zu den verschiedensten Zwecken, als Wein-, Oel-, Papier-, Tuchpressen, ferner als hydraulische Winde, Krahne, Lochstoßmaschine u. s. w. gebraucht werden.

In ihrer einfachsten und ursprünglichen Gestalt sehen wir die hydraulische Presse in Fig. 328. — Es besteht dieselbe aus zwei ungleich weiten communizirenden Röhren *a* und *A*. Die engere Röhre *a* ist sehr hoch und wird mit Wasser gefüllt, welches unter den, in dem verhältnißmäßig sehr weiten und kurzen Cylinder *A* befindlichen Kolben *B* tritt, und diesen in die Höhe drückt. Der Kolben ist in *bb* vermittelst dort angebrachter Leder- oder Filzstreifen abgedichtet oder abgeliedert und bewegt sich also wasserdicht in dem hohlen Cylinder *A*. Oben trägt der Kolben eine Platte *C*, welcher gegenüber die vermittelst der Säulen *EF* und *GH* festgehaltene Gegenplatte *D* sich befindet.

Fig. 323.

Wird nun ein Gegenstand zwischen die Platten *C* und *D* gebracht, so wird er von dem durch das Wasser in die Höhe gedrückten Kolben gegen die Platte *D* hingepreßt, und zwar um so mehr, je höher der Wasserstand in *a* und je dicker der Kolben *B* ist.

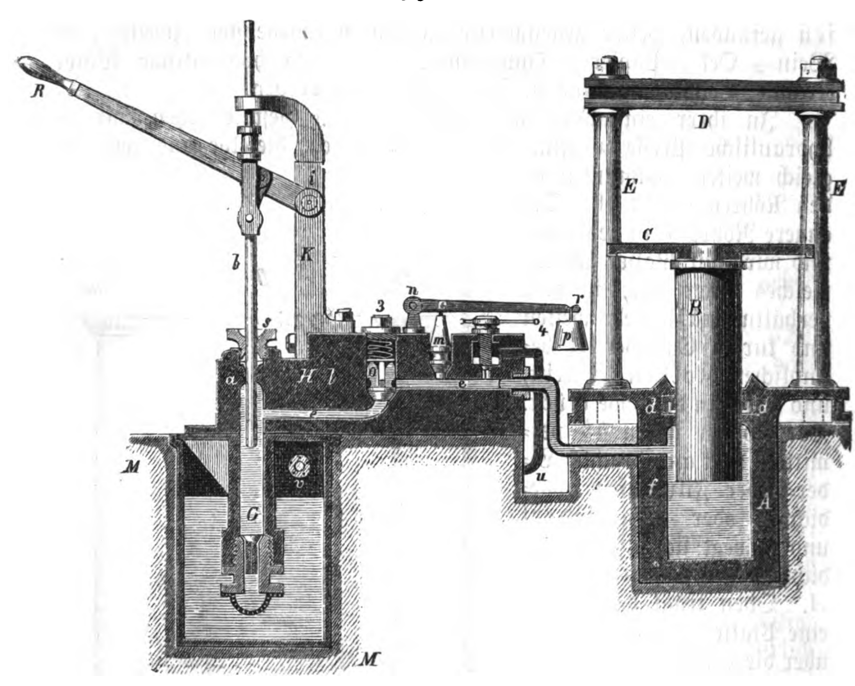
§. 186.

Die hydraulische Presse, wie sie heut zu Tage überall angewendet wird, erhält das Wasser anstatt vermittelst einer hohen Zu-

flußröhre, durch eine Pumpe, welche die Flüssigkeit aus einem Behälter aufsaugt und in den Preßcylinder *A* einspritzt.

Eine solche hydraulische Presse ist durch Fig. 329 dargestellt, und es hat dieselbe ebenso wohl den Vortheil, daß sie wenig Raum einnimmt und überall leicht angebracht werden kann, als auch den noch

Fig. 329.



weit wichtigern, daß man nämlich damit außerordentlich bedeutende Drücke mit wenig Kraftaufwand ausüben kann.

Man sieht, wie beim Heben und Senken des einarmigen um *J* sich drehenden Hebels *RJ* der mit der Hebelstange verbundene Pumpenkolben *b* in dem s. g. Stiefel *aG* ebenfalls auf- und abwärts geht. Auf die unten in §. 232 erklärte Weise wird alsdann aus dem Gefäße *MM* Wasser (statt dessen auch Oel, welches für die Erhaltung der Maschine besser ist) in die Pumpe eingesaugt, welches beim Abwärtsgehen des Kolbens *b* nicht mehr in den Behälter *MM* zurückfließen kann, weil das Ventil *G* sich alsdann schließt. Hingegen wird durch den auf den Kolben *b* beim Niedergehen ausgeübten und durch das Wasser fortgepflanzten Druck ein anderes in *o*3 befindliches Ventil nach oben geöffnet und das im Stiefel befindliche Wasser durch die Röhre *ee* in den Cylinder *Af* gepreßt. Bei wiederholtem Einpumpen

von Wasser wird sich der Cylinder *Af* mehr und mehr füllen, weil ein Zurückgehen des Wassers durch das Ventil *o*3, welches durch die über demselben befindliche, gewundene Stahlfeder, sowie durch das Wasser selbst zugedrückt wird, verhindert ist*). Dadurch wird der Preßkolben *B* in die Höhe gedrückt und es werden dabei die zwischen den Platten *C* und *D* befindlichen Gegenstände zusammengepreßt. Die s. g. Gegenplatte *D* ist vermittelst der Säulen *EE* mit dem Preßcylinder fest verbunden. In *s* und *dd* sind die Kolbenliederungen.

Da bei sehr starker Pressung Gefahr vorhanden ist, daß die Röhre *ee* oder ein anderer Theil der Maschine bersten könnte, so bringt man auch ein s. g. Sicherheitsventil *m***) an, welches durch ein an einem Hebelarm *nr* wirksames Gewicht *p* angedrückt wird, aber sich nach außen öffnet, wenn der Wasserdruck innen zu groß ist.

Ferner dient noch eine vermittelst des Hebels 4 bewegte Schraube dazu, ein Ventil, welches die Verbindung der Röhren *e* und *u* unterbricht, anzudrücken. Wird die Schraube zurückgezogen, so wird durch den Druck des Wassers dies Ventil gehoben, und das Wasser strömt aus dem Cylinder *Af* durch die Röhre *u* bei *v* in das Gefäß *MM* zurück.

Als Sicherheitsventil und Vorrichtung zum Entleeren bedient man sich öfters auch nur eines in der Wand des Preßcylinders befindlichen Pfropfens, welcher durch ein nach der Größe des Druckes berechnetes Gewicht angedrückt wird.

Oft sind zum Einsaugen des Wassers zwei Pumpen, eine engere und eine weitere angebracht, und zwar aus folgendem Grunde: Weil nämlich die Wirkung der Presse um so größer ist, je weiter der Preßcylinder im Verhältniß zur Saugröhre ist, so wird hingegen, wenn erstere sehr enge ist, der Preßkolben eine nur äußerst geringe Geschwindigkeit annehmen. Man arbeitet darum, um das Geschäft zu beschleunigen, am Anfange, während der Widerstand der zu pressenden Gegenstände noch geringer ist, mit der weitern Pumpe oder mit beiden, und erst gegen Ende der Pressung mit der engern. — Man hat nach diesem Prinzip Pressen mit zwei Saugkolben in der sinnreichen Weise construirt, daß der kleinere Kolben im größern steckt. Am Anfang bilden beide Kolben eine compakte Masse. Am Ende der Arbeit wird ein Keil gelöst: dann arbeitet nur der kleinere Kolben in dem größern, der jetzt als Pumpe dienen muß.

Statt zwei Pumpen anzubringen, läßt sich auch die Einrichtung treffen, daß der Stützpunkt des Hebels *RI* an dem Gestelle *K* verändert werden kann, so daß am Ende der Arbeit der Hebelarm der Last, d. i. der Abstand des Aufhängepunktes der Kolbenstange vom Drehpunkt, kürzer wird.

---

*) Gut ist's, bei Beginn der Arbeit, um die Luft zu entfernen, Pumpe und Preßcylinder mit ausgekochtem Wasser anzufüllen und dann erst den Preßkolben einzusetzen.

**) Siehe unten §. 272.



§. 187.

Die Größe des von einer hydraulischen Presse ausgeübten Druckes ist nach dem Bisherigen leicht zu bestimmen. — Ist die Presse eine solche mit einer hohen Zuflußröhre, so ist der Druck, welcher den Preßkolben in die Höhe treibt, nach §. 184 gleich dem Gewichte einer Wassersäule, deren Grundfläche der Querschnitt des Preßkolbens und deren Höhe der Abstand der Wasserspiegel in der Zuflußröhre und im Preßcylinder ist.

Ist d der Durchmesser des Kolbens, und h der Abstand der beiden Wasserspiegel, so ist demnach der vom Preßkolben ausgeübte theoretische Druck $$Q = 1000 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h \text{ in Metermaß,}$$

$$\text{oder } Q = 62{,}4 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot h \text{ in englischem Maß,}$$

$$\text{oder } Q = 56{,}4 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} h \text{ in österreichischem Maß.}$$

Bei den Pressen mit Hebel und Pumpen aber hängt die Wirkung von der an dem Hebel RI, Fig. 329, wirksamen Kraft P, ferner von dem Verhältniß der Kraft- und Lasthebelarme, und endlich vom Verhältniß der Querschnitte des Pumpenkolbens und des Preßkolbens ab.

Ist L der Hebelarm der Kraft P, d. i. die Entfernung des Kraftangriffspunktes vom Drehpunkte des Hebels, und l der Abstand des Aufhängepunktes der Pumpenstange von diesem Drehpunkte, so ist nach Früherm der Druck, welcher in b auf den Pumpenkolben und von diesem dann wieder auf das unter ihm befindliche Wasser ausgeübt wird,

$$= \frac{L}{l} \cdot P.$$

Dieser Druck wird durch das Wasser in den Preßcylinder so fortgepflanzt, daß nach §. 181 jeder Theil des Preßkolben-Querschnitts, der so groß ist als die Grundfläche des Pumpenkolbens, einen Druck $= \frac{L}{l} \cdot P$ erleidet.

So viel mal also der Querschnitt des Preßkolbens größer ist, als der Querschnitt des Pumpenkolbens, so viel mal wird der auf den Preßkolben aufwärts wirkende Druck Q stärker sein, als der vom Pumpenkolben ausgeübte Druck. — Sind aber d und D die Durchmesser des Pumpen- und Preßkolbens, so ist der Querschnitt des letztern so viel mal größer als die Grundfläche des Pumpenkolbens, als d^2 in D^2 enthalten ist.

Somit ist der von der **Presse ausgeübte Druck**

$$Q = \frac{L \cdot D^2}{l \cdot d^2} \cdot P.$$

Man sieht darum, daß man vermittelst des Verhältnisses, das man den Hebelarmen l und L, hauptsächlich aber den Durchmessern d und D gibt, mit einer geringen Kraft einen ungemein großen Druck hervorbringen kann. Dabei macht freilich — wie aus Früherm klar und auch am Schlusse des §. 181 bemerkt ist — der Preßkolben einen sehr geringen Weg; denn immerhin verhalten sich die Kräfte P und Q umgekehrt wie ihre Wege, oder die von denselben vollbrachten Arbeiten müssen einander gleich sein.

Nach den Untersuchungen des Engländers Hick beträgt die Reibung der Ledermanschetten bei hydraulischen Pressen bei ganz geringem Kolbendurchmesser nicht über 2 %, bei einem Durchmesser von 4—5″ engl. nur 1 %, bei 8″ nur ½ %, bei 16″ nur ¼ % und bei 20″ nur ⅕ %.

Allgemein wäre die Reibung $= f \,.\, QD$, wobei Q der Druck per 1 □″ engl., D der Durchmesser in engl. Zollen und f der Reibungscoefficient ist, der für neues, schlecht geschmiertes Leder 0,0471 und für ein im gehörigen Zustande befindliches Leder 0,0314 beträgt.

Es ist somit der wirkliche Druck dem theoretisch berechneten nahezu gleich*).

§. 188.

Die hydraulische Presse**) oder vielmehr der hydraulische Druck hat wegen der Leichtigkeit, denselben ins Außerordentliche zu steigern, eine vielfache Anwendung gefunden.

Nicht nur hat die hydraulische Presse, wie schon oben angeführt, allerwärts Eingang gefunden, wo man eine Presse überhaupt braucht, sondern auch überall dort, wo man einen bedeutenden Druck erzeugen will, und es ist diese Anwendung oft eine im hohen Grad sinnreiche. So sehen wir die hydraulische Presse auch verwendet zur Verpackung von Baumwolle, Heu ꝛc., behufs des leichteren Transports; ferner bei der Rübenzucker-, Stearin- und Gummiwaarenfabrikation, bei der Darstellung von Zinn- und Bleiröhren, zur Prüfung der Festigkeit der Körper, so namentlich auch der Dampfkessel und Wasserleitungsröhren, die einen hohen Druck aushalten müssen ꝛc.; sodann zum Heben sehr bedeutender Lasten (Britanniabrücke und Great-Eastern); überdies wird aber auch der hydraulische Druck vielfach als eigentlicher Motor oder bewegende Kraft bei den verschiedensten Arbeits- und Werkzeugmaschinen angewendet, so z. B. bei Winden, Krahnen, Lochstoßmaschinen, Metallscheeren ꝛc.; sodann bei dem s. g. Preßhammer zum Schmieden oder

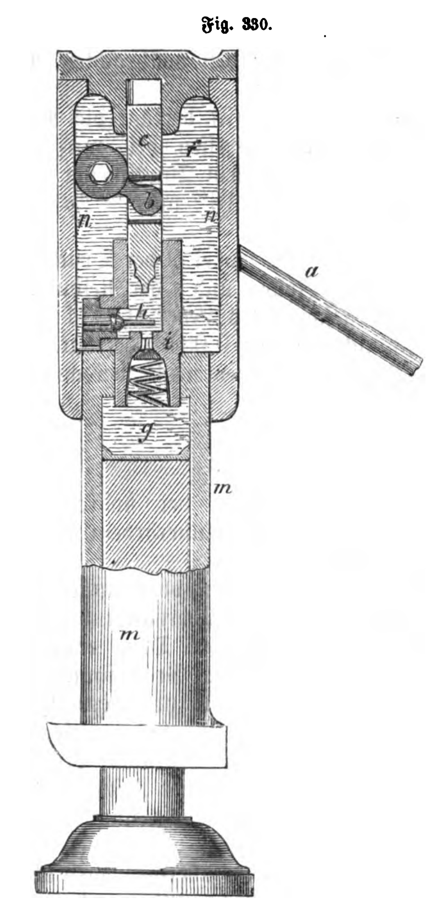
*) Die Herren Gebr. Heim in Offenbach hatten in der Pariser Ausstellung 1867 eine hydraulische Presse ausgestellt, durch welche ein Druck von 400 Atmosphären, oder eine effektive Pression von 150000 kg ausgeübt werden konnte.

**) Der eigentliche Erfinder der hydraulischen Presse ist der Engländer Bramah, welcher zuerst deren praktische Anwendung zeigte und 1795 hierauf ein Patent erhielt; daher auch der Name „Bramahpresse“.

vielmehr Pressen des Eisens; ferner zum Andrücken der Holzklötze bei den Abschleifapparaten in den Holzstoffpapierfabriken ꝛc.

Die hydraulische Winde, welche die gewöhnliche Wagen- oder Fuhrmannswinde bei nicht mehr Rauminhalt in ihrer Wirkung wohl um das Hundertfache übertreffen kann (man hat solche Winden von 1000 und mehr Centner Tragkraft), wird auf verschiedene Weise angefertigt. Die gewöhnliche Construktion ist die, daß, Fig. 330, vermittelst einer Druckpumpe Wasser oder Oel zwischen einen massiven und einen über diesen gestülpten hohlen, oben geschlossenen Cylinder geführt wird. Der obere, gut abgeliederte Cylinder, welcher mit Horn und Haken versehen ist, verschiebt sich dabei perspektivartig über den untern, massiven Cylinder und hebt dabei eine aufgelegte Last. — Der Gang der Maschine ist leicht zu verstehen. Durch den Hebel *a* wird der Daumen *b* auf- und abbewegt; dieser greift in eine Höhlung des Pumpenkolbens *c* und bewegt diesen in gleicher Weise. Dabei wird Wasser aus dem obern Theil *f* in den Raum *g* gepumpt, was durch das Spiel der Ventile *h* und *i* vermittelt wird. Das sich in *g* ansammelnde Wasser hebt alsdann den Cylinder *mm*, mit welchem der Wasserbehälter *nn*, der zugleich das Horn trägt, fest verbunden ist. Die besondere Form des Kolbens *c* an seinem untern Ende gestattet das gleichzeitige Oeffnen der beiden Ventile und damit das Entleeren des untern Wasserraumes.

Fig. 330.



Bei der hydraulischen Lochstoßmaschine und Metallscheere ist mit dem Druck- oder Preßkolben der Lochstempel oder die eine Schneide einer Scheere verbunden und wird durch den Druck der Flüssigkeit von oben nach unten oder auch von unten nach oben ꝛc. bewegt.

Hydraulische Lochpresse ohne Pumpe: Ueber dem, den Stempel (Locheisen) tragenden Preßkolben befindet sich ein mit Flüssigkeit (Oel) gefüllter Raum. Dieser Raum wird durch eine, vermittelst eines Hebels bewegte Preßschraube beim Abwärtsgehen verkleinert und dadurch ein bedeutender Druck auf den Preßkolben ausgeübt, der sich nach dem Verhältniß der Querschnitte, beziehungsweise der Geschwindigkeiten des Kolbens und der Schraubenspindel richtet.

(Dingler, polyt. Journal, Band 200, S. 1.)

Höchst interessante Anwendungen des hydraulischen Druckes sieht man in dem Arsenal in Woolwich bei London, wo u. A. vermittelst desselben Pulverfässer und Wagenräder zusammengesetzt werden. Bei Letzteren wirken drei Bogenstücke, welche mit den horizontalwirkenden Preßkolben verbunden sind, gegen den äußern Umfang der Räder und drücken so das zurechtgelegte Rad zusammen, d. h. sie treiben die Felgen gegen die Speichen und diese dann in die Nabe. Bei Ersteren werden die Reife an das zusammengestellte Faß oder dieses vielmehr in die Reife hineingepreßt: Die Reife sind nämlich in Rinnen eingelegt, welche sich in einer, das Faß aufnehmenden zerlegbaren Form befinden. Durch hydraulischen Druck wird das zusammengestellte Faß mit je einem Ende in die spitzzulaufende Form und also in die Reife eingepreßt.

In neuerer Zeit hat die eigentliche hydraulische Presse mannigfache Vervollkommnung erhalten. Eine solche ist das Anbringen eines s. g. Accumulators oder Kraftsammlers. Dieser besteht aus hohlen Cylindern, in welchen sich Kolben bewegen, welche mit Gewichten beschwert sind. die dem in jedem Cylinder zu erhaltenden Drucke proportional sind. Mittelst Röhren und Hahnen können die Cylinder mit der eigentlichen Presse, die an einem beliebigen Orte sich befinden kann, in Verbindung gesetzt werden. Ein kräftiges Pumpenspiel drückt fortwährend Wasser unter die Kolben des Kraftsammlers und hält jene stets gehoben. Aus dem Verhältniß des Durchmessers dieser Kolben zu dem des Preßkolbens ergibt sich eine gewünschte Vergrößerung des Druckes.

Die neuesten hydraulischen Pressen sind solche ohne Pumpe. Dieselben werden so in Gang gesetzt, daß durch eine besondere Anordnung der Raum, den die pressende Flüssigkeit einnimmt, allmälig vermindert wird, so daß dann die verdrängte Flüssigkeit den Kolben heben muß. Im Preßcylinder, welcher mit der Flüssigkeit ganz angefüllt ist, wickelt sich nämlich auf einer dort befindlichen, vermittelst einer Kurbel in Umdrehung gesetzten Rolle oder Welle ein Draht oder eine Darmsaite auf, die sich von einer außerhalb des Cylinders befindlichen gleichgroßen Rolle abwickelt und wasserdicht in den Cylinder eingeführt ist. Der durch den eingeführten Draht ausgeübte Druck hängt wieder von den Querschnitten des Drahtes und des Kolbens, sowie vom Verhältniß der Kurbellänge und des Rollenhalbmessers ab und ist ganz wie oben zu berechnen. Man sieht, daß es nur an der Dicke des Drahtes ꝛc. liegt, um den Druck beliebig zu ändern. Ein solche Presse ist viel einfacher und wegen der gleichmäßig drehenden Bewegung viel leichter zu handhaben.

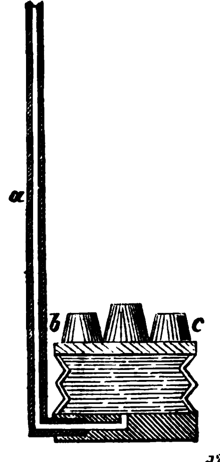
Ganz hübsche und zugleich compendiöse hydraulische Pressen ohne Pumpen, welche namentlich in Apotheken, Laboratorien ꝛc. vielfach angewendet werden, die sich aber auch als Oel-, Wein- ꝛc. Pressen eignen, fertigen die Herren Bassermann & Mondt in Mannheim.

Diese Pressen wirken anfänglich, d. h. bei Beginn der Pressung als gewöhnliche Schraubenpresse, indem die obere Preßplatte am Ende einer Schraubenspindel sich befindet und sich bei Drehung der Spindel abwärts bewegt. Gegen Ende der Pressung kommt dann der hydraulische Druck in der Art zur Wirkung, daß durch eine zweite, in horizontaler Lage angebrachte, vermittelst einer Doppelkurbel gedrehte Schraubenspindel ein Kolben in einem ebenfalls horizontalen Cylinder von geringerem Querschnitt hineingeschraubt wird, welcher auf die in diesem, sowie in dem damit verbundenen weiteren Preßcylinder enthaltene Flüssigkeit (gewöhnlich Oel oder Glycerin) einen Druck ausübt, der an dem in vertikaler Richtung sich bewegenden Preßkolben, entsprechend der größeren Grundfläche desselben, in dem

oben §. 181 genannten Verhältniß vervielfacht wirkt. — Solche Pressen erfordern wenig Reparatur und nehmen bei ausgeübten Drücken bis zu 300 und mehr Atmosphären nur einen sehr mäßigen Raum ein.

Aufgaben.

Fig. 331.



1ste Aufgabe. Wie groß ist der vom Wasser in einem s. g. hydrostatischen Blasebalg, Fig. 331, ausgeübte Druck, wenn die vom Wasser benetzte Fläche *bc* 0,5 m lang und 0,4 m breit ist, und wenn das Wasser in der Zuflußröhre *a* um 10 m höher steht?

Auflösung. Der Flächeninhalt der Platte ist

$$= 0,5 \,.\, 0,4 = 0,2 \ \square\text{m};$$

folglich nach §. 184 der Cubikinhalt der drückenden Wassersäule

$$= 0,2 \,.\, 10 = 2 \text{ cbm};$$

und daher das Gewicht derselben nach §. 182 oder der Druck auf die Platte

$$= 2 \,.\, 1000 = 2000 \text{ kg}.$$

2te Aufgabe. Wenn in Fig. 328 der Preßkolben einen Durchmesser von 0,48 m hat, und wenn der Unterschied des Wasserstandes der beiden Röhren 12 m beträgt, welcher Druck wird von dem Preßkolben *B* ausgeübt?

Auflösung. Cubikinhalt der drückenden Wassersäule

$$= \frac{d^2 \,.\, \pi}{4} \,.\, h = \frac{0,48^2 \,.\, 3,14 \,.\, 12}{4} = 2,17 \text{ cbm};$$

folglich Druck des Kolbens

$$= 1000 \,.\, 2,17 = 2170 \text{ kg}.$$

3te Aufgabe. Welchen Druck kann ein Mann vermittelst einer gewöhnlichen hydraulischen Presse hervorbringen, wenn die Presse folgende Dimensionen hat: $l = 12$ cm, $L = 105$ cm, $d = 1,8$ cm, $D = 30$ cm.

Auflösung. Da man den Druck eines Mannes, weil derselbe ja nicht andauernd arbeitet, wohl zu 25 Pfd. = 12,5 kg annehmen kann, so hat man also

$$Q = \frac{L \,.\, D^2}{l \,.\, d^2} \,.\, P = \frac{105 \,.\, 30^2 \,.\, 12,5}{12 \,.\, 1,8^2};$$

folglich $Q = 30382$ kg.

Rechnet man die Reibung nach Obigem zu $^1/_3$ %, so beträgt dieselbe $\frac{30382}{300} = 101$ kg und es bleibt als wirklich von der Presse ausgeübter Druck $Q = 30281$ kg.

4te Aufgabe. Welche Dimensionen sind einer hydraulischen Presse zu geben, wenn ein Mann vermittelst derselben einen Druck von 100000 Pfd. = 50000 kg hervorbringen soll?

Auflösung. Nimmt man den Druck, den ein Mann hervorbringen kann, wieder zu 25 Pfd. = 12,5 kg an, so ist also der von der Presse auszuübende Druck $\frac{50000}{12,5} = 4000$mal größer. Macht man nun den Krafthebelarm 10mal größer, als den kürzern Hebelarm, also erstern etwa 105 cm, und letztern 10,5 cm, so muß die Kolbenfläche des Preßkolbens noch 400mal größer sein, als die des Pumpenkolbens; oder es muß D^2 400mal größer sein, als d^2.

Ist aber $D^2 = 400\, d^2$, so ist $D = 20 \,.\, d$.

Der Preßkolben muß also einen 20mal größern Durchmesser erhalten, als der Pumpenkolben. Nimmt man jenen = 30 cm, so müßte dieser 1,5 cm betragen.

Rechnet man direkt, so hat man:

$$\frac{D^2 . L . P}{d^2 . l} = 50000;$$

d. i. $$D = \sqrt{\frac{50000 . d^2 . 10{,}5}{105 . 12{,}5}} = \sqrt{400\, d^2} = 20 . d.$$

Da gegen Ende ein Mann, weil er theilweise durch sein Gewicht wirkt, wohl mit einer doppelten Kraft = 25 kg sich anstrengen kann, so kann bei den angenommenen Dimensionen ein Druck bis zu 100000 kg erzeugt werden. Und gäbe man dem Preßkolben den doppelten Durchmesser, z. B. 60 cm statt 30 cm, könnte man mit einer Kraft von 25 kg gar einen Druck von 4 . 100000 = 400000 kg ausüben.

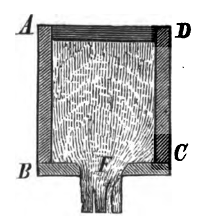
C. Von der Bewegung des Wassers.

1. Vom Ausfluß aus Gefäßen.

§. 189.

Ist ein Gefäß *ABCD*, Fig. 332, mit Wasser oder einer andern Flüssigkeit angefüllt, und es befindet sich im Boden oder in der Wand desselben eine Oeffnung *F*, so ist natürlich die Wassermenge, welche in irgend einer Weise aus genannter Oeffnung fließt, um so größer, je größer die Oeffnung und je größer die Geschwindigkeit ist, welche das ausfließende Wasser hat.

Fig. 332.



Würde das Wasser ungehindert und in geraden parallelen Streifen ausfließen, so ist begreiflich, daß in jeder Sekunde eine Wassersäule ausströmte, welche eine Grundfläche gleich der Oeffnung und eine Höhe (Länge) gleich der Geschwindigkeit hätte.

Bezeichnet man darum die ausfließende Wassermenge per Sekunde mit *M*, den Querdurchschnitt oder Flächeninhalt der Oeffnung mit *F* und die Geschwindigkeit mit *v*, so wäre die sekundliche Wassermenge

$$M = F . v;$$

folglich die Menge per Minute

$$M' = 60 . F . v;$$

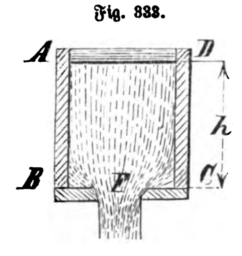
und die in *t* Sekunden ausgeflossene Menge

$$\mathfrak{M} = t . M = t . F . v.$$

§. 190.

Wird das Gefäß *ABCD*, Fig. 333, beständig gleich voll mit Wasser erhalten, so daß die Höhe des Wasserstandes *CD* = *h* unver-

Fig. 333.

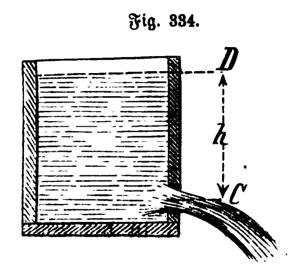


änderlich ist, und die Flüssigkeit hat, wie im vorigen §. schon angenommen wurde, einen ungehinderten Durchgang durch die Oeffnung F; nimmt man ferner an, es finde auch gar keine Adhäsion an den Wänden des Gefäßes statt, daß also jedes Flüssigkeitstheilchen frei der Schwerkraft folgen kann: so ist leicht einzusehen, daß jedes Wassertheilchen, also auch der ganze Inhalt des Gefäßes, als ein freifallender Körper betrachtet werden muß, welcher im Gefäß eine Höhe $DC = h$ durchfällt.

Nun hat aber nach §. 10 und 15 ein Körper, welcher eine Höhe h frei durchfällt, am Ende dieser Höhe eine Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2 \, . \, g \, . \, h}.$$

Fig. 334.



Die Höhe h nennt man die Druckhöhe; und es wäre somit auch die Wassermenge, welche in der Sekunde aus einem Behälter fließt, dessen Druckhöhe unveränderlich erhalten wird, bei den angenommenen Verhältnissen

$$M = F \, . \, \sqrt{2gh}.$$

Ganz das Gleiche gilt, wenn an einem Wasserbehälter, Fig. 334, die Ausflußöffnung in der Wand angebracht ist. Die Druckhöhe ist hier der Abstand DC von dem Wasserspiegel bis zur Mitte der Oeffnung, und es ist wieder

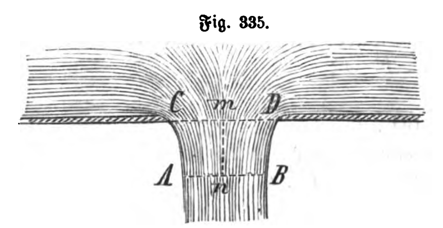
$$M = F \, . \, \sqrt{2gh}.$$

§. 191.

Der in den vorigen §§. angenommene ungehinderte Ausfluß des Wassers durch Oeffnungen findet nun aber in der Wirklichkeit nie statt.

Ist z. B. die Ausflußöffnung in einer s. g. dünnen Wand — wie Fig. 335 zeigt — angebracht, so fließen die einzelnen Wasserstreifen nicht in paralleler Richtung aus, sondern, da das Wasser auch von der Seite her zum Ausflusse kommen will und gegen die Oeffnung hin drängt, so muß der gesammte Wasserstrahl eine Zusammenziehung oder eine Contraction erleiden. Dabei tritt die Erscheinung ein, wie man sie bei einem sich entleerenden Gefäße, dessen Ausflußöffnung am Boden ist, deutlich beobachten kann, daß das Wasser in eine wirbelförmige Bewegung geräth und der Ausflußstrahl gegen die Oeffnung

Fig. 335.



hin eine Art Trichterform annimmt, also nach unten eine Verengung erleidet. — Es ist demnach der Querdurchschnitt AB des Wasserstrahls immer kleiner, als die Oeffnung CD des Behälters. S. Figur.

Nach vielerlei angestellten Beobachtungen ist die Zusammenziehung des Strahls ungefähr in einer Entfernung mn, die gleich der halben Mündungsweite ist, am stärksten. In dieser Entfernung ist der Durchmesser des Wasserstrahls bei gewöhnlichen Druckhöhen und nicht sehr bedeutenden Oeffnungsweiten bloß 0,8 vom Durchmesser der Ausflußöffnung; folglich ist der Querschnitt des Strahls nur $(0,8)^2 = 0,64$ vom Querschnitt der Oeffnung.

Gemäß diesem geben die oben aufgestellten Formeln

$$M = F \,.\, v, \text{ und } M = F \,.\, \sqrt{2gh},$$

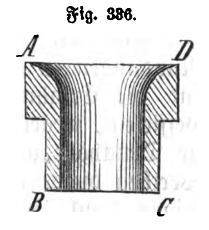
worin F den Querschnitt der Oeffnung bedeutet, nicht die wirkliche Wassermenge an, welche per Sekunde zum Ausflusse kommt. Diese Formeln geben nur die theoretische Wassermenge an, und man muß nach dem Gesagten, um die wirkliche oder effektive Wassermenge für eine dünne Wand zu erhalten, den Querschnitt F mit dem eben gefundenen Bruch 0,64 multipliziren.

Diesen Bruch 0,64, welcher das Verhältniß des Strahlenquerschnitts zum Mündungsquerschnitt angibt, nennt man den Contractionscoefficienten.

Es ist folglich, um die wirkliche Ausflußmenge zu erhalten, für den Strahlenquerschnitt aus einer dünnen Wand $0,64 \,.\, F$ statt des Mündungsquerschnitts F zu setzen.

Wird in der Oeffnung eines Gefäßes ein Mundstück $ABCD$, Fig. 336, angebracht, welches sich nach innen allmälig erweitert und genau, ohne Ecken und Kanten zu bilden, an die innere Boden- oder Seitenfläche des Gefäßes anschließt, und beträgt dessen Länge wenigstens das Doppelte des Durchmessers; oder wäre die Ausflußöffnung in einer dicken Gefäßwand nach dieser Form und in diesem Verhältniß gebildet: so erleidet der zum Ausfluß gelangende Wasserstrahl keine Contraction, sondern sein Querschnitt ist gleich der Mündung. — Dennoch ist, gemäß gemachten Beobachtungen, die wirkliche Wassermenge etwas geringer, als die theoretische; nämlich M nicht vollständig $= F \,.\, \sqrt{2gh}$.

Fig. 336.



Da aber eine Zusammenziehung des Strahles nicht stattgefunden, so muß man annehmen, daß wegen der Adhäsion und Reibung an der Wand und an der Mündung ein Geschwindigkeitsverlust entsteht.

Demnach ist die wirkliche Geschwindigkeit etwas geringer, als die theoretische, also nicht ganz $= \sqrt{2gh}$.

Nach angestellten Versuchen betrug bei Anwendung der genannten Mundstücke und bei einer bedeutenden Druckhöhe die wirklich ausgeflossene Wassermenge 98 Procente von der theoretisch bestimmten Menge.

Bei einer Druckhöhe von 3 m war die thatsächliche Wassermenge . . . . = 97,5 Proc. = 0,975;
bei einer Druckhöhe von 1,5 m . . . . = 0,969;
bei einer Druckhöhe von 0,3 m . . . . = 0,958
der theoretischen Menge.

Nimmt man den mittleren Werth der wirklichen oder effektiven Menge bei obigen Umständen zu 0,97 der theoretischen an, so ist daher die wirkliche Geschwindigkeit nur $v = 0{,}97\ \sqrt{2gh}$.

Diesen Bruch 0,97 nennt man den Geschwindigkeitscoefficienten.

§. 192.

Aus letztem §. ergibt sich, daß man, um die wirkliche oder thatsächliche Wassermenge zu erhalten, welche durch eine s. g. dünne Wand fließt, in der Formel $M = F \,.\, \sqrt{2gh}$ wegen der Contraction $0{,}64\ F$ und wegen des Geschwindigkeitsverlustes für gewöhnliche Fälle $0{,}97\ \sqrt{2gh}$ setzen muß.

Es ist also die wirkliche Wassermenge per Sekunde bei einem zusammengezogenen Strahl

$$M = 0{,}64 \,.\, F \,.\, 0{,}97 \,.\, \sqrt{2gh};$$

oder

$$M = 0{,}64 \,.\, 0{,}97 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh};$$

d. i.

$$M = 0{,}62 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh}.$$

Diesen durch Multiplikation des Contractions- und des Geschwindigkeitscoefficienten entstandenen Bruch 0,62 nennt man den Ausflußcoefficienten, und man muß also, um die thatsächliche Ausflußmenge für eine dünne Wand zu erhalten, die theoretische Menge $F\sqrt{2gh}$ mit diesem Coefficienten multipliziren.

Um den Ausflußcoefficienten für verschiedene Druckhöhen und Mündungen zu erhalten, wurden zahlreiche Untersuchungen angestellt, und die Erfahrung hat gezeigt, daß im Allgemeinen der Ausflußcoefficient, wegen verringerter Contraction, um so größer ist, je kleiner die Druckhöhe und Mündungsweite sind, und daß, bei sehr kleinen Werthen dieser beiden Faktoren, der Ausflußcoefficient bis über 0,7 steigen kann, während er bei sehr großen Verhältnissen kleiner als 0,62 ist und bis auf 0,58 herabgehen kann. Im Allgemeinen kann 0,62 oder auch 0,6 als Mittelwerth in der Berechnung gebraucht werden.

Aus dem Werth $M = 0{,}62 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh}$ findet man für den Querschnitt der Ausflußöffnung

$$F = \frac{M}{0{,}62\,\sqrt{2gh}}.$$

Ebenso ergibt sich für die Druckhöhe

$$h = \frac{M^2}{0{,}62^2 \,.\, F^2 \,.\, 2g};$$

oder aus $v = 0{,}97\ \sqrt{2gh}$

$$h = 1{,}1\ .\ \frac{v^2}{2\ .\ g}.$$

Ist $\mathfrak{M}$ diejenige Wassermenge, welche in einer Zeit t ausfließen soll, so ist die hiezu erforderliche Zeit

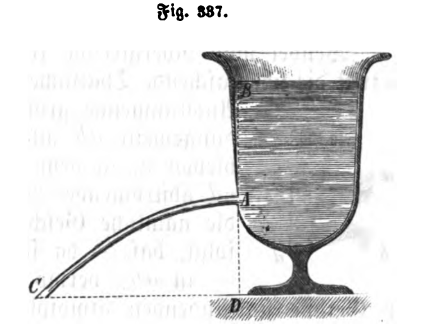
$$t = \frac{\mathfrak{M}}{M}.$$

Wäre aber v nicht die theoretische, sondern eine beobachtete Geschwindigkeit, so wäre die sekundliche Ausflußmenge

$$M = 0{,}64\ F\ .\ v.$$

Wenn der Abfluß aus einem Gefäß in horizontaler Richtung, d. i. durch eine in einer vertikalen Wand angebrachte Oeffnung, wie in Fig. 337 stattfindet, so nimmt der ausströmende Wasserstrahl die Form einer Parabel an, deren Krümmung ganz die nämliche ist, wie die der Bahn eines jeden schweren Körpers, der in horizontaler Richtung mit einer Geschwindigkeit abgeworfen wurde, die der Ausflußgeschwindigkeit der Flüssigkeit gleich ist. (Vergl. §. 50.) Die Form der Parabel kann darum auch dazu dienen, obige Behauptung hinsichtlich der Abhängigkeit der Ausflußgeschwindigkeit von der Druckhöhe zu bestätigen. Zu diesem Zwecke messe man den horizontalen Abstand CD eines Punktes des Strahls von der Vertikalen AD, deren Länge selber ebenfalls bekannt sein muß. Die Zeit, welche ein Flüssigkeitstheilchen braucht, um von A nach C zu gelangen, ist (nach der Lehre von der Zusammensetzung der Bewegungen) ganz dieselbe, welche nöthig ist, die Höhe AD zu durchfallen. Wäre z. B. $AD = {}^1/_2\, g = 4{,}9$ m, so wäre diese Zeit genau eine Sekunde; dieselbe wäre aber $^1/_2$ Sekunde, $^1/_3$ Sekunde ꝛc., wenn $AD = {}^1/_4$ oder $^1/_9$ ꝛc. von 4,9 m wäre.

Fig. 337.



Die Dichtigkeit einer Flüssigkeit hat auf die Ausflußgeschwindigkeit durchaus keinerlei Einfluß, da leichte und schwere Körper gleich schnell fallen. — Auch der Luftdruck übt hier keinen Einfluß aus, da derselbe oben auf den Wasserspiegel und unten auf die Ausflußöffnung gleich wirkt. Freilich wäre es dann anders, wenn über dem Wasserspiegel ein luftleerer Raum wäre, oder wenn die Flüssigkeit in einen leeren Raum ausflöße.

§. 193.

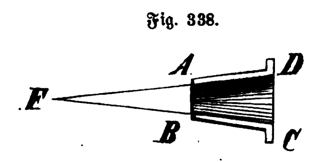
Die im letzten §. genannten Ausflußcoefficienten gelten aber, wie schon gesagt, nur für den Ausfluß aus einer dünnen Wand, oder bei vollständiger Contraction.

Werden aber in den Oeffnungen kurze **Ansatzröhren**, wie schon erwähnt, angebracht, so kann dadurch die Zusammenziehung des Flüssigkeitsstrahls wesentlich vermindert oder ganz aufgehoben werden, wodurch alsdann der Ausflußcoefficient ein viel größerer wird.

Bei cylindrischen Ansatzröhren, deren Länge ungefähr zwei- bis dreimal größer als der Durchmesser ist, hat die Erfahrung bewiesen, daß bei einer Druckhöhe von 1 bis 6 m und 4,5 bis 9 cm weiten Röhren der Ausflußcoefficient im Mittel = 0,815 ist.

Bei Röhren von 1 cm Weite beträgt derselbe 0,843, und ist die Röhre viereckig, so vermindert sich der Ausflußcoefficient auf 0,819.

Fig. 338.

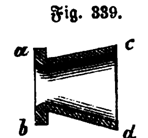


Die größte Wassermenge erhält man durch konische Ansatzröhren *ABCD*, Fig. 338, deren Länge $2\frac{1}{2}$mal größer, als der kleinere Durchmesser *AB*, und deren Convergenzwinkel $DFC = 13\frac{1}{2}°$ ist. In diesem Falle beträgt der Ausflußcoefficient 0,946.

Hiebei ist zu bemerken, daß, da der engere Theil *AB* die eigentliche Mündung ist, auch nur der kleinere Querschnitt des Rohres in Rechnung gebracht werden muß.

Wendet man divergirende konische Ansatzröhren, Fig. 339, an, so tritt die überraschende Thatsache ein, daß die in Wirklichkeit erhaltene Ausflußmenge größer ist, als die theoretische, der Mündungsweite *ab* zukommende Wassermenge. Die Ursache hievon ist in dem Umstande zu suchen, daß das durch *cd* abströmende Wasser dort bei größerem Raum fast die nämliche Geschwindigkeit, wie in *ab* hat. Daraus folgt, daß — da sonst ein leerer Raum entstehen müßte — in *ab*, vermöge des auf den freien Wasserspiegel im Gefäße stattfindenden atmosphärischen Druckes, ein beschleunigter Ausfluß, d. h. eine größere Geschwindigkeit eintritt, als im gewöhnlichen Zustand der Fall wäre. — Doch ist die Ausflußmenge immer kleiner, als die theoretische, für die Mündungsweite *cd* berechnete. Für innen 36 mm, außen 64,5 mm weite und 264 mm lange Röhren war der Ausflußcoefficient für die innere enge Oeffnung = 1,55 und für die äußere weite = 0,48.

Fig. 339.



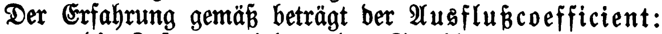
§. 194.

Ist die Mündung in einer ebenen dünnen Wand auf einer oder mehreren Seiten durch andere Wände in der Richtung des Ausflußstrahles begrenzt, d. h. liegt die Oeffnung unmittelbar an einer Wand des Gefäßes, oder bildet eine von den Seiten der Oeffnung gleichsam eine Verlängerung des Behälters, so tritt, da in diesem Fall der Wasserstrahl parallel mit diesen verlängerten Wänden ausfließt, nur eine theilweise oder unvollständige Contraction ein. So z. B., wenn die Sohle einer viereckigen Seitenöffnung mit dem Boden des Gefäßes zusammenfällt, findet nur eine Contraction auf drei Seiten, nämlich oben und an beiden Seiten, statt.

Fig. 340.

Fig. 340, welche den Boden eines Behälters vorstellen soll, veranschaulicht das Eintreten einer nur theilweisen Contraction. Man sieht leicht ein, daß in a eine vollständige Contraction eintritt, während in b die Zusammenziehung des Strahles nur von drei, in c nur von zwei und in d gar nur von einer Seite stattfindet.

Es muß darum dann auch ein größerer Ausflußcoefficient in Rechnung eingeführt werden, da der im §. 192 aufgestellte Coefficient = 0,62 nur für eine vollständige Contraction gilt.

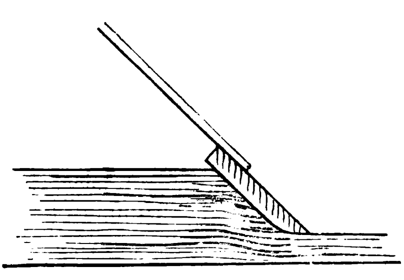


Der Erfahrung gemäß beträgt der Ausflußcoefficient:

1) wenn die Zusammenziehung des Strahles nur auf drei Seiten stattfindet, 1,035 . 0,62 = 0,642;
2) wenn die Contraction nur auf zwei Seiten eintritt, = 1,072 . 0,62 = 0,665;
3) wenn die Contraction nur an einer Seite stattfindet, wie hauptsächlich in Gerinnen, wo die Schutzöffnung bis an den Boden und die Seitenwände reicht, und die Contraction nur oben an der Stellfalle eintritt, und zwar bei senkrechter Schütze = 1,125 . 0,62 = 0,7. Ist die Schütze aber geneigt und zwar unter einem Winkel von 45°, so beträgt der Ausflußcoefficient 0,8, und wenn das Schutzbrett auch unten abgerundet ist, wie in Fig. 341, sogar 0,9.

Fig. 341.





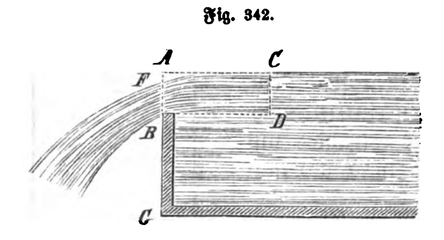
Bei Schutzöffnungen oder Stellfallen, die bis auf den Gerinnboden, aber nicht bis zu den Seiten reichen und bei denen also eine Zusammenziehung auf drei Seiten stattfindet, ist die Contraction sehr stark und bei den dort vorkommenden Größeverhältnissen auch der Geschwindigkeitsverlust bedeutender. Es darf darum auch für gewöhnliche Druckhöhen (bis zur Mitte der Oeffnung gerechnet) und eine Höhe der Oeffnung von mindestens 1 Decimeter nur ein Ausflußcoefficient von 0,6 angenommen werden.

§. 195.

Oft findet der Abfluß des Wassers durch s. g. Ueberfälle oder Einschnitte in eine dünne Wand, welche oben offen sind, Fig. 342, statt.

Da bei solchen Ueberfällen AB — wie wir sie meist in Kanälen sehen — die Höhe der Ausflußöffnung im Verhältniß zur Druckhöhe

Fig. 342.



sehr groß ist, so tritt eine sehr merkliche Verschiedenheit in der Geschwindigkeit der ausfließenden einzelnen Wasserstreifen ein.

Es wird darum auch die Wassermenge, welche per Sekunde durch einen solchen Ueberfall fließt, eine andere und zwar geringere sein, als die Formel $M = 0{,}62 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh}$ angibt.

Bei Berechnung der durch einen Ueberfall gelieferten Wassermenge nimmt man als Druckhöhe h den ganzen Abstand $AB = CD$ und es ist darum auch aus diesem Grund natürlich, daß man mit einem geringern Ausflußcoefficienten, als bisher, rechnen muß.

Gemäß der Erfahrung beträgt bei Ueberfällen in Kanälen, wenn eine Contraction von drei Seiten stattfindet, der Ausflußcoefficient 0,413. Bei sehr schmalen Ueberfällen beträgt der Ausflußcoefficient nur 0,38 bis 0,4, während er bei Ueberfällen, welche die Breite des ganzen Kanales haben, bis auf 0,44 steigt, da hier die Contraction an den Seiten aufhört.

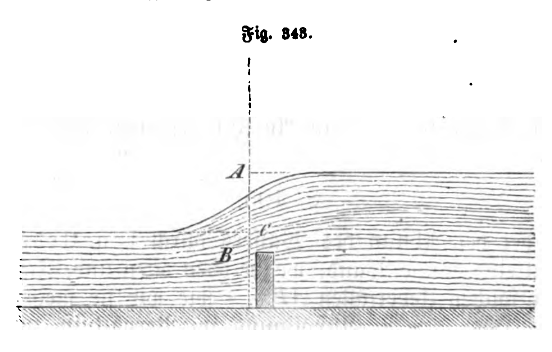
Im Mittel kann 0,42 für den Ausflußcoefficienten angenommen werden, und es beträgt somit die Wassermenge bei Ueberfällen per Sekunde

$$M = 0{,}42 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh}.$$

Dabei muß aber bemerkt werden, daß die in Rechnung zu bringende Druckhöhe $h = CD$ wenigstens 60 cm vor der Wand BG, über welcher der Ueberfall stattfindet, gemessen werden muß, weil der Wasserspiegel vor der Mündung eine Senkung erleidet, so daß die Dicke FB des Strahls nur 0,75 bis 0,9 der eigentlichen Druckhöhe AB ist.

Bei unvollständigen Ueberfällen, Fig. 343, d. i. bei solchen, wo der Unterwasserspiegel höher liegt, als der Scheitel B des Ueberfalls, muß man die Oeffnung für den Durchfluß als aus zwei Theilen

Fig. 343.



bestehend ansehen. Der erste Theil von der Höhe AC bildet einen vollständigen Ueberfall und es wird die durchgeflossene Wassermenge ganz so berechnet, wie eben gesagt wurde. Der untere Theil der Oeffnung von der Höhe CB aber ist anzusehen, als befände er sich in einer vertikalen Wand. Die durch diesen Theil der Oeffnung geflossene Wassermenge berechnet sich darum für eine Oeffnung, deren Höhe CB und die Breite die des Ueberfalls, die Druckhöhe aber $= AC + \frac{1}{2}\, CB$ ist.

Ueberfälle mit scharfen Kanten werden nur angewendet, um die von einem Bach 2c. gelieferte Wassermenge zu bestimmen. Bei s. g. Wehren, überhaupt wo man Ueberfälle für technische Zwecke anbringt, wird der obere Theil abgerundet, so daß das Wasser auch da wenig oder gar keine Contraction erleidet. In diesem Fall ist dann natürlich ein größerer Ausflußcoefficient einzuführen als oben, zumal auch solche Wehre die ganze Breite des Flusses einnehmen.

Nach Eitelwein erhält man die per Sekunde durch ein Wehr geflossene Wassermenge in Kubikmetern nach der Formel

$$M = 0{,}57\, F \,.\, \sqrt{2gh} \,.\, \sqrt{1 + 0{,}115 \,.\, \frac{u^2}{h}},$$

worin u die Geschwindigkeit des Wassers im Flusse bezeichnet.

Kürzer ergibt sich die über ein Ueberfallwehr per Sekunde geflossene Wassermenge in Kubikmetern durch die Formel

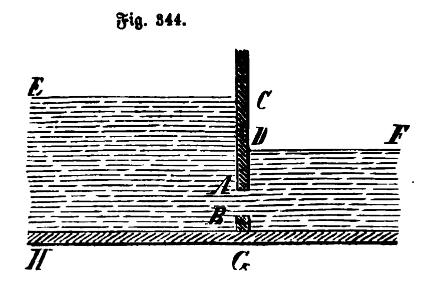
$$M = 1{,}838 \,.\, l \,.\, \sqrt{h^3},$$

worin l die Länge des Wehres oder die Flußbreite und h die Höhe des Wasserspiegels über der Wehrkrone angibt.

§. 196.

Fließt das Wasser durch eine untergetauchte Oeffnung AB, Fig. 344, so ist nur der Abstand CD der beiden Wasserspiegel EC und DF als Druckhöhe h anzunehmen; denn die Drücke auf beiden Seiten des Wandstückes BD sind gleich, heben einander also auf, und es ist anzusehen, als falle das Wasser bei seinem Ausflusse aus dem Behälter $ECGH$ bloß durch eine Höhe $h = CD$.

Fig. 344.



§. 197.

Die bisher aufgestellten Sätze gelten, wie schon im §. 190 bemerkt wurde, nur für den Fall, daß der Behälter, in welchem sich

die Ausflußöffnung befindet, beständig Zufluß erhält, so daß sein Wasserspiegel eine unveränderliche Höhe behält.

Wenn nun aber der Behälter keinen Zufluß bekommt, so gestaltet sich die Sache wesentlich anders.

In diesem Falle vermindert sich nämlich die Druckhöhe immer mehr und mehr, bis sie endlich = 0 wird. Es wird darum das Wasser mit immer geringerer Geschwindigkeit ausfließen, während es, wenn das Gefäß beständig voll erhalten würde, mit immer gleicher Geschwindigkeit austritt.

Beim Ausfluß aus Gefäßen, die keinen Zufluß erhalten, macht darum das austretende Wasser eine gleichförmig verzögerte Bewegung.

Nach §. 14 legt aber ein Körper, der mit einer Geschwindigkeit v sich zu bewegen anfängt, in einer Zeit t, nach welcher er vermöge einer gleichförmigen Verzögerung zur Ruhe gelangt, einen Weg $s = \frac{v \cdot t}{2}$ zurück.

Würde aber der Körper seine Anfangsgeschwindigkeit v behalten, so würde er in der nämlichen Zeit t eine Bahn $s = v \cdot t$, also einen doppelt so großen Weg zurücklegen.

Demnach fließt, wenn die Bewegung eine gleichförmige ist, durch eine Oeffnung in der Zeit t eine Wassersäule, welche eine Länge $= v \cdot t$ hat, während bei der genannten, durch beständige Abnahme der Druckhöhe verursachten verzögerten Bewegung bloß ein Wasserstrahl von der Länge $\frac{v \cdot t}{2}$ in der Zeit t, in welcher der Behälter leer wird, durchfließt.

Hieraus folgt, daß die Wassermenge, welche in dieser Zeit aus einem Behälter fließt, der keinen Zufluß erhält, gerade halb so groß ist, als die Wassermenge, welche in der nämlichen Zeit aus dem Gefäße, wenn es beständig voll erhalten wird, fließen würde.

Es ist dann die durchschnittliche Wassermenge, welche per Sekunde ausströmt, bei vollständiger Contraction

$$M = \frac{0,62 \cdot F \cdot \sqrt{2gh}}{2}, \text{ oder genauer}$$

$$M = \frac{0,63 \cdot F \sqrt{2gh}}{2},$$

weil der Ausflußcoefficient mit der Abnahme der Druckhöhe etwas größer wird und durchschnittlich zu 0,63 angenommen werden kann.

§. 198.

Aus vorigem §. ergibt sich, daß die Zeit, während welcher sich der Behälter leert, doppelt so groß ist, als die Zeit, in welcher das dem Inhalte des Behälters gleiche Wasserquantum aus einem beständig voll erhaltenen Gefäße fließen würde.

Bezeichnet man die gesammte Wassermenge, welche im Gefäße sich befindet, mit $\mathfrak{M}$, so ist somit die Zeit, in welcher das Gefäß sich leert,

$$t = \frac{\mathfrak{M}}{M} = \frac{2 \,.\, \mathfrak{M}}{0{,}63 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh}}.$$

Fig. 345.

Für ein Gefäß, dessen Querschnitt $= F'$, und dessen Ausflußöffnung im Boden oder an der tiefsten Stelle der Wand, also in einer Tiefe $h = mn$, Fig. 345, sich befindet, ist $\mathfrak{M} = F' \,.\, h$; also

$$t = \frac{2 \,.\, F' \,.\, h}{0{,}63\, F \,.\, \sqrt{2gh}}.$$

Will man nun die Zeit t' bestimmen, welche erforderlich ist, bis in dem Gefäße $ABCD$ der Wasserstand um irgend eine Höhe $mo = h'$ sich vermindert, so weiß man, daß für die anfängliche Druckhöhe h die Zeit t für den gesammten Ausfluß wie oben $= \frac{2 \,.\, F' \,.\, h}{0{,}63 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh}}$ ist.

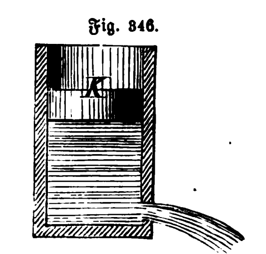
Wäre die Druckhöhe aber nur $= on = h''$, so wäre für diese die Ausflußzeit $t'' = \frac{2 \,.\, F'\, h''}{0{,}63\, F \,.\, \sqrt{2gh''}}$.

Man erhält folglich die Zeit t', in welcher der Wasserstand um $h' = h - h''$, also von m nach o sinkt, wenn man die Zeit t'' von t abzieht.

§. 199.

In allen bisher betrachteten Fällen ist angenommen worden, daß das Wasser nur vermöge seiner eigenen Schwere ausfließt, so daß auf den Wasserspiegel im Gefäß kein anderer Druck stattfindet, als der Luftdruck, der aber auch wieder gegen die Ausflußöffnung wirkt und sich also gegenseitig aufhebt.

Fig. 346.



Wird nun aber auf die Oberfläche des Wassers noch ein Druck ausgeübt, z. B. mittelst eines Kolbens K, Fig. 346, wie bei Druckpumpen, Feuerspritzen ꝛc., so kann dieser Druck durch das Gewicht einer Wassersäule ersetzt werden, welche man sich über der Oberfläche wirksam denkt. Drückt der Kolben nur durch sein eigenes Gewicht und hat derselbe den Durchmesser des Gefäßes, so ist natürlich eine stellvertretende Wassersäule zu denken, welche eine Höhe h' hat, die das so Vielfache der Kolbenhöhe ist, als die Dichtigkeit des Wassers in der Kolbenmaterie enthalten ist, d. h. als sein spezifisches Gewicht beträgt.

Die Höhe h' der so gedachten stellvertretenden Wassersäule wird zu dem Abstande h des Wasserspiegels von der Ausflußmündung addirt; die Summe $h + h'$ gibt dann die ganze in Rechnung zu bringende Druckhöhe.

Ganz das Nämliche gilt, wenn die Ausflußöffnung in den leeren Raum münden würde, während auf den Wasserspiegel im Gefäße der Atmosphärendruck wirkt. Auch dann müßte man den Luftdruck durch eine entsprechende Wassersäule ersetzt denken und der Druckhöhe zuzählen (s. u. §. 225). — Umgekehrt müßte man jene Höhe von der Druckhöhe der Flüssigkeit in Abzug bringen, wenn über der Flüssigkeit ein leerer Raum wäre und gegen die Ausflußöffnung der Atmosphärendruck wirken würde. (Vergl. Abschnitt XII.)

Aufgaben.

1ste Aufgabe. In der dünnen Wand eines beständig voll erhaltenen Behälters befinde sich eine kreisrunde, 1 dm weite Oeffnung, deren Centrum 8 dm unterm Wasserspiegel liegt; wieviel Wasser wird in 1 Stunde durch die Oeffnung fließen?

Auflösung. Nach §. 192 ist die sekundliche Menge

$$M = 0{,}62\, F \,.\, \sqrt{2gh};$$

folglich, da

$$F = \frac{d^2 \,.\, \pi}{4} = \frac{1 \,.\, 3{,}1416}{4} = 0{,}7854 \,\square\text{dm} = 0{,}007854 \,\square\text{m},$$

$$M = 0{,}62 \,.\, 0{,}007854 \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 0{,}8} = 0{,}01928 \text{ cbm}.$$

Somit beträgt die Menge für 1 Stunde

$$\mathfrak{M} = 3600 \,.\, 0{,}01928 = 69{,}408 \text{ cbm} = 69408 \text{ Liter}.$$

2te Aufgabe. Durch eine, in einem Schleußenthore angebrachte rechteckige Oeffnung von 9 dm Breite und 2,4 dm Höhe ströme das Wasser mit einer Geschwindigkeit von 36 dm; wie groß ist die per Sekunde ausfließende Wassermenge?

Auflösung. Da angenommen wird, daß das Wasser vor dem Schleußenthor beständig auf gleicher Höhe erhalten werde, so ist

$$M = 0{,}64 \,.\, F \,.\, v = 0{,}64 \,.\, 9 \,.\, 2{,}4 \,.\, 36 = 497{,}664 \text{ cbdm};$$

also, da 1 cbdm = 1 l (Liter) ist,

$$M = 497{,}664 \text{ l}.$$

3te Aufgabe. Aus einer runden Mündung von 9 cm Durchmesser, die so geformt ist, daß der austretende Wasserstrahl keine Contraction erleidet, sind in 2 Minuten und 40 Sekunden 4 cbm oder 4000 cbdm Wasser ausgeflossen; wie groß war die Ausflußgeschwindigkeit, sowie die zugehörige Druckhöhe?

Auflösung. Hier ist $M = F \,.\, v$; und da 2 Minuten 40 Sekunden = 160 Sekunden sind,

$$M = \frac{\mathfrak{M}}{160} = \frac{4000}{160} = 25 \text{ cbdm};$$

folglich

$$v = \frac{M}{F}; \text{ d. i. weil } F = \frac{3{,}14 \,.\, 0{,}9^2 \,\square\text{dm}}{4},$$

$$v = \frac{25 \,.\, 4}{3{,}14 \,.\, 0{,}81} = 39{,}3 \text{ dm} = 3{,}93 \text{ m}.$$

Hieraus ergibt sich nach §. 192

$$\text{die Druckhöhe } h = \frac{1{,}1 \,.\, 3{,}93^2}{2 \,.\, 9{,}81} = 0{,}886 \text{ m}.$$

4te Aufgabe. Ein Wasserbehälter erhält per Sekunde einen Zufluß von 5 cbdm; wenn nun eine Ausflußöffnung, deren Centrum 4 m unter dem Wasserspiegel liegt, angebracht und mit einem konischen Ansatzrohr nach Fig. 338 versehen ist, wie groß muß der kleinste Durchmesser des Rohres sein, damit die abfließende Wassermenge gleich der zufließenden ist?

Auflösung. Für diesen Fall ist nach §. 193

$$M = 0{,}946\, F \,.\, \sqrt{2gh};$$

folglich

$$F = \frac{0{,}005}{0{,}946 \,.\, \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 4}} = \frac{0{,}005}{0{,}945\,\sqrt{78{,}48}} = 0{,}0006\ \square\text{m},$$

und daher

$$\frac{d^2 \,.\, \pi}{4} = 0{,}0006; \text{ d. i. } d = \sqrt{\frac{4 \,.\, 0{,}0006}{3{,}14}};$$

also $d = 0{,}0276$ m $= 2{,}76$ cm.

5te Aufgabe. Wie groß muß die Druckhöhe vor der Schutzöffnung eines Zuleitungskanales für ein oberschlächtiges Wasserrad sein, wenn die Schutzöffnung eine Breite von 1,08 m hat und das Schutzbrett 12 cm hoch aufgezogen ist und wenn per Sekunde 270 l = 0,27 cbm Wasser ausfließen sollen?

Auflösung. Fällt die Schutzöffnung mit dem Boden des Kanales, nicht aber mit den Seiten des letztern zusammen, so ist nach §. 194 bei derartigen Schutzöffnungen

$$M = 0{,}6 \,.\, F\sqrt{2gh}; \text{ also } h = \frac{M^2}{0{,}6^2 \,.\, F^2 \,.\, 2 \,.\, 9{,}81};$$

folglich, weil $F = 1{,}08 \,.\, 0{,}12 = 0{,}1296\ \square$m ist,

$$h = \frac{0{,}27^2}{0{,}6^2 \,.\, 0{,}1296^2 \,.\, 2 \,.\, 9{,}81} = 0{,}615 \text{ m},$$

und es muß also der Wasserstand im Zuleitungskanal eine Tiefe von $0{,}615 + 0{,}06 = 0{,}675$ m haben.

6te Aufgabe. Wie hoch muß die unter einem Winkel von 45° in dem Kanale eines unterschlächtigen Wasserrades angebrachte Schütze aufgezogen werden, wenn die Tiefe des Kanales 1,2 m beträgt, und wenn die 2,4 m breite Schutzöffnung, welche mit dem Boden und den Seiten des Gerinnes zusammenfällt, per Sekunde 0,675 cbm Wasser liefern soll?

Auflösung. Da hier der Ausflußcoefficient wegen der nur auf einer Seite stattfindenden Zusammenziehung des Strahls nach §. 194 = 0,8 ist, so hat man

$$M = 0{,}8 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh};$$

folglich, wenn man die gesuchte Höhe der Oeffnung mit x bezeichnet, so daß also die bis zur Mitte derselben zu rechnende Druckhöhe $= \left(1{,}2 - \frac{x}{2}\right)$ m ist,

$$25 = 0{,}8 \,.\, 2{,}4 \,.\, x \,.\, \sqrt{2g\left(1{,}2 - \frac{x}{2}\right)}.$$

Dies gibt durch Umformung eine kubische Gleichung. Um dieselbe zu vermeiden, nehme man vorerst, in obiger Gleichung als Druckhöhe h den Abstand des Wasserspiegels vom Boden des Kanales = 1,2 m an. Alsdann ist

$$0{,}675 = 0{,}8 \,.\, 2{,}4 \,.\, x\sqrt{2 \,.\, g \,.\, 1{,}2};$$

folglich

$$x = \frac{0{,}675}{0{,}8 \,.\, 2{,}4 \,.\, \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 1{,}2}} = 0{,}0726 \text{ m}.$$

Diese Höhe ist aber etwas zu klein, da die in dem Ausdrucke

$$x = \frac{0{,}675}{0{,}8 \,.\, 2{,}4 \,.\, \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 1{,}2}}$$

im Nenner vorkommende Druckhöhe h zu 1,2 m, also zu groß angenommen wurde.

Nimmt man nun die Druckhöhe h zu $1{,}2 - x$, und setzt für x den obigen Werth 0,0726 m, so erhält man

$$h = 1{,}2 - 0{,}0726 = 1{,}1274 \text{ m},$$

folglich

$$x = \frac{0{,}675}{0{,}8 \,.\, 2{,}4 \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 1{,}1274}} = 0{,}0747 \text{ m}.$$

Diese Höhe ist aber zu groß, weil die Druckhöhe h, die nicht $1{,}2 - x$, sondern $= 1{,}2 - \frac{x}{2}$ ist, zu klein angenommen wurde.

Das Mittel beider Werthe von x gibt darum einen für die Anwendung mehr als genauen Werth für die Höhe der Schutzöffnung; nämlich

$$x' = \frac{0{,}0726 + 0{,}0747}{2} = 0{,}0736 \text{ m}.$$

Anmerkung. Die Probe gibt:

$$M = 0{,}8 \,.\, 2{,}4 \,.\, 0{,}0736 \,.\, \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \left(1{,}2 - \frac{0{,}0736}{2}\right)},$$

d. i. $M = 0{,}675047$ cbm.

7te Aufgabe. Welche Zeit ist erforderlich, bis ein Ueberfall von 1,2 m Breite bei einem Wasserstand oder einer Druckhöhe von 0,2 m eine Wassermenge von 10 cbm durchläßt?

Auflösung. Nach §. 195 ist die sekundliche Menge, wenn eine Contraction von drei Seiten stattfindet,

$$M = 0{,}42 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh};$$

folglich

$$M = 0{,}42 \,.\, 1{,}2 \,.\, 0{,}2 \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 0{,}2} = 0{,}1996 \text{ cbm}.$$

Somit ist die nöthige Zeit, bis 10 cbm ausfließen,

$$t = \frac{\mathfrak{M}}{M} = \frac{10}{0{,}1996} = 50{,}1 \text{ Sekunden}.$$

8te Aufgabe. Welche Breite muß ein vollständiger Ueberfall erhalten, der bei einer Druckhöhe von 0,3 m per Sekunde eine Wassermenge von 0,216 cbm liefern soll?

Auflösung. Aus der Formel

$$M = 0{,}42 \,.\, F \sqrt{2gh} = 0{,}42 \,.\, b \,.\, h \sqrt{2gh}$$

erhält man die Breite

$$b = \frac{M}{0{,}42 \,.\, h \,.\, \sqrt{2gh}};$$

folglich

$$b = \frac{0{,}216}{0{,}42 \,.\, 0{,}3 \,.\, \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 0{,}3}} = \frac{0{,}216}{0{,}3058} = 0{,}706 \text{ m}.$$

9te Aufgabe. Wie groß ist die in einer Sekunde durch einen unvollständigen Ueberfall fließende Wassermenge, wenn die Höhe AC, Fig. 343, $= 1^1/_2$, $CB = {}^1/_2$ und die Breite des Ueberfalls, welche die Breite des ganzen Zuflußkanals ist, 4 Wiener Fuß beträgt?

Auflösung. Für den obern Theil des Ueberfalls ist die durchgeflossene Wassermenge, wenn nur Contraction auf einer Seite stattfindet, nach §. 195,

$$M = 0{,}44 \,.\, 4 \,.\, {}^3/_2 \,.\, \sqrt{2 \,.\, 31 \,.\, {}^3/_2} = 2{,}64 \sqrt{93} = 25{,}45 \text{ Cubikf.}$$

Für den untern Theil der Oeffnung ist bei Contraction auf nur einer Seite und bei einer Druckhöhe $= 1^1/_2 + {}^1/_4 = \frac{7'}{4}$ die durchgeflossene Wassermenge nach §. 194 und 195

$$M' = 0{,}7 \,.\, 4 \,.\, {}^1/_2 \sqrt{2 \,.\, 31 \,.\, {}^7/_4} = 1{,}4 \sqrt{108{,}5} = 14{,}57 \text{ Cubikf.};$$

und somit die ganze durchgeflossene Wassermenge

$$= 25{,}45 + 14{,}57 = 40{,}02 \text{ Cubikfuß österr.}$$

10te Aufgabe. Wie groß ist die anfängliche Ausflußgeschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus einer in einem cylindrischen Gefäße angebrachten Oeffnung strömt, wenn das Centrum dieser Oeffnung $2^1/_2$ m unter dem Wasserspiegel liegt, und wenn auf die Oberfläche des Wassers ein gußeiserner Kolben drückt, der eine Höhe von 13 cm hat?

Auflösung. Da das spezifische Gewicht des Gußeisens = 7,2 ist, so ist nach §. 199 der Druck, welchen der Kolben vermöge seines Gewichtes ausübt, gleich dem Druck einer Wassersäule, welche eine Höhe $= 7{,}2 \,.\, 13 = 93{,}6$ cm $=$ 0,936 m hat.

Somit ist die gesammte Druckhöhe, welche in Rechnung kommt, $h = 2{,}5 + 0{,}936 = 3{,}436$ m, und daher die theoretische Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 3{,}436} = 8{,}21 \text{ m};$$

folglich nach §. 191 die wirkliche Geschwindigkeit

$$v' = 0{,}97 \,.\, 8{,}21 = 7{,}964 \text{ m}.$$

11te Aufgabe. Welche Wassermenge fließt über ein Wehr von 20 m Länge, wenn die Höhe des Wasserspiegels über der Wehrkrone 0,5 m beträgt?

Auflösung. Nach §. 195 ist die sekundliche Menge

$$M = 1{,}838 \,.\, 20 \,.\, \sqrt{0{,}5^3} = 12{,}995 \text{ cbm}.$$

Rechnet man nach der Formel für einen gewöhnlichen Ueberfall:

$$M = 0{,}42 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh},$$

so erhält man:

$$M = 13{,}15 \text{ cbm}.$$

Die Eitelwein'sche Formel:

$$M = 0{,}57 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh} \,.\, \sqrt{1 + 0{,}115 \,.\, \frac{u^2}{h}},$$

d. i. $$M = 0{,}57 \,.\, 20 \,.\, 0{,}5 \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 0{,}5} \,.\, \sqrt{1 + 0{,}115 \,.\, \frac{1^2}{0{,}5}},$$

also $$M = 5{,}7 \,.\, \sqrt{9{,}81} \,.\, \sqrt{1{,}23} = 19{,}8 \text{ cbm},$$

gibt ein ansehnlich höheres Resultat.

12te Aufgabe. Welche Zeit ist erforderlich, um einen Wasserbehälter von 5 m Länge, $1^1/_2$ m Breite und 2 m Höhe, der keinen Zufluß erhält, zu leeren, wenn die viereckige Ausflußöffnung im Boden angebracht und $1^1/_2$ dm lang und 1 dm breit ist; und wie lange dauert es, bis der Wasserspiegel sich um 1 m gesenkt hat?

Auflösung. Nach §. 198 ist die Zeit, in welcher der Behälter sich leert:

$$t = \frac{2 \,.\, F' \,.\, h}{0{,}63 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh}};$$

folglich, da

$$F' = 5 \,.\, 1{,}5 = 7{,}5;\ h = 2 \text{ und } F = 0{,}15 \,.\, 0{,}1 = 0{,}015$$

ist, so hat man

$$t = \frac{2 \,.\, 7{,}5 \,.\, 2}{0{,}63 \,.\, 0{,}015 \sqrt{.\, 2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 2}} = \frac{30}{0{,}63 \,.\, 0{,}015 \,.\, 6{,}27} = 506 \text{ Sekunden}.$$

Die Zeit, in welcher der Wasserspiegel sich um 1 m, also von 2 m Höhe auf 1 m senkt, wird erhalten, wenn man die Zeit t'' berechnet, welche erforderlich ist, um von letzterer Höhe an den Behälter zu leeren, und dann diese Zeit von jener Zeit t abzieht.

Es ist aber nach §. 198 die Zeit t'', weil $h'' = 1$,

$$t'' = \frac{2 \cdot 7{,}5 \cdot 1}{0{,}63 \cdot 0{,}015 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1}} = 358{,}3 \text{ Sekunden.}$$

Somit ist die zur fraglichen Senkung nöthige Zeit

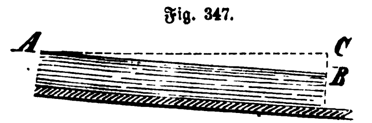
$$t' = t - t'' = 506 - 358{,}3 = 147{,}7 \text{ Sekunden.}$$

2. Von der Bewegung des Wassers in Röhrenleitungen, Flüssen und Kanälen.

§. 200.

Wasser, welches in Röhrenleitungen, Kanälen und Flüssen sich bewegt, hat natürlich eine um so größere Geschwindigkeit, je größer die Neigung oder das Gefälle der Leitung ist.

Fig. 347.



Ist das Gefälle oder der vertikale Abstand der beiden Endpunkte A und B, Fig. 347, im Wasserspiegel irgend einer Leitung für eine bestimmte Strecke $= CB = H$, so müßte die theoretische Geschwindigkeit, die das Wasser von A nach B erlangt,

$$= \sqrt{2gH} \text{ sein.}$$

Die wirkliche Geschwindigkeit, die das Wasser erreicht, ist aber immer kleiner, weil einmal wegen der Adhäsion des Wassers an den Wänden und sodann auch noch wegen der eintretenden Reibung daselbst, sowie der einzelnen Wasserschichten unter sich das Wasser bei seinem Durchflusse gehindert wird. Denn offenbar fließt z. B. in einer Röhre die äußere, die Wand berührende Schichte am langsamsten. Die nächste, ringförmige Schichte fließt schon schneller u. s. f.; der innerste, gleichsam in der Röhrenachse fließende Wasserfaden wird darum die größte Geschwindigkeit haben. Es findet darum ein eigentliches Gleiten der einzelnen Wasserschichten übereinander statt, und die Folge davon ist: Reibung.

Die thatsächliche oder mittlere Geschwindigkeit v des durchfließenden Wassers entspricht darum immer einem geringern Gefälle, und zwar einem Gefälle, das man $H - h$ nennen kann, wenn man unter der s. g. Widerstandshöhe h den Theil des natürlichen Gefälles H versteht, welcher durch Ueberwindung des genannten Widerstands erschöpft wird.

Alsdann ist die wirkliche Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2g(H - h)};$$

woraus sich ergibt:

$$\text{Widerstandshöhe } h = H - \frac{v^2}{2g}.$$

Es ist aber der genannte Widerstand gegen das Durchfließen des Wassers aus Gründen, die man leicht einsehen muß, und auch gemäß gemachten Beobachtungen, um so größer, je länger die Röhre oder der Kanal u. s. w., und je größer der benetzte Umfang in der Wasserleitung ist; denn je größer die Wandfläche ist, desto mehr Wassertheilchen kommen zur Reibung und zur Adhäsion.

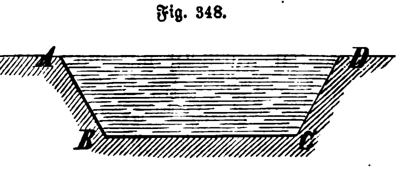
Dagegen ist der Widerstand um so kleiner, je größer der Querschnitt ist; denn da der Widerstand am Anfange am größten ist und im Wasserstrom selbst nach innen mehr und mehr abnimmt, so kommt auf die Einheit des Querschnitts ein um so geringerer Widerstand, je mehr solche Flächeneinheiten da sind. Nebstdem noch nimmt der Widerstand gegen das Durchfließen des Wassers mit dem Quadrat der Geschwindigkeit zu, weil bei doppelter Geschwindigkeit in gleicher Zeit nicht nur doppelt so viele Wassertheilchen mit den Wänden in Berührung, also zur Reibung und Adhäsion gelangen, sondern auch noch mit der doppelten Geschwindigkeit losgerissen werden.

Endlich wächst natürlich auch der Widerstand noch mit der Größe des Reibungsverhältnisses, welches vom Zustande des Wassers sowohl, als der Röhren- und Kanalwände abhängt. Doch muß man füglich in dieser Beziehung eine allgemeine Uebereinstimmung, d. h. überall gleiche Verhältnisse annehmen.

§. 201.

Bezeichnet man nun mit L die Länge einer Röhre, eines Flusses oder Kanales, mit p den benetzten Theil des Umfanges, also bei Röhren den ganzen innern Umfang, bei Kanälen und Flüssen aber nur die Querschnittsseiten $AB + BC + CD$, Fig. 348, mit F den Querschnitt des Wasserstroms, und mit v die Geschwindigkeit, so wächst der Widerstand gegen das Durchfließen, also auch die im vorigen §. genannte Widerstandshöhe h, mit den Größen L, $\frac{p}{F}$ und v^2.

Fig. 348.



Sind darum h', L', p', F', v', und h'', L'', p'', F'', v'' die entsprechenden Größen für eine zweite und dritte Wasserleitung, so verhält sich

$$h : h' = \frac{L \cdot p \cdot v^2}{F} : \frac{L' \cdot p' \cdot v'^2}{F'};$$

und $$h : h'' = \frac{L \,.\, p \,.\, v^2}{F} : \frac{L'' \,.\, p'' \,.\, v''^2}{F''};$$

woraus folgt:

$$\frac{h \,.\, F}{L \,.\, p \,.\, v^2} = \frac{h' \,.\, F'}{L' \,.\, p' \,.\, v'^2} = \frac{h'' \,.\, F''}{L'' \,.\, p'' \,.\, v''^2}.$$

Wie man sieht, hat der Bruch $\frac{h \,.\, F}{L \,.\, p \,.\, v^2}$ in allen Fällen einen gleichen unveränderlichen Werth. Setzt man denselben $= \frac{a}{g}$, so daß also a eine durch Erfahrung zu bestimmende Größe, d. i. das überall gleiche Reibungs- oder Widerstandsverhältniß, und g die Beschleunigung der Schwere bezeichnet, so ist

$$\frac{h F}{L \,.\, p \,.\, v^2} = \frac{a}{g};$$

folglich

$$h = \frac{a \,.\, L \,.\, p \,.\, v^2}{g \,.\, F}.$$

Durch Gleichsetzung dieses und des obigen Werthes von h ergibt sich

$$\frac{a \,.\, L \,.\, p \,.\, v^2}{g \,.\, F} = H - \frac{v^2}{2g},$$

und hieraus

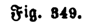
$$v = \sqrt{\frac{2 \,.\, g \,.\, H \,.\, F}{2 \,.\, a \,.\, L \,.\, p + F}}.$$

§. 202.

Durch Vergleichung von vielfachen Erfahrungsresultaten mit den über den Durchfluß des Wassers in Röhren, Flüssen und Kanälen aufgestellten Formeln hat man für a bestimmte Werthe gefunden.

Für Röhren kann beim Gebrauche des am Ende des vorigen §. aufgestellten Werthes für v das Reibungsverhältniß a im Mittel $= 0{,}0034$ angenommen werden.

Alsdann erhält man für die Ausflußgeschwindigkeit aus Röhren bei obiger Bezeichnung, und wenn die Druckhöhe $AB = H$, Fig. 349, bis zur Mitte der Ausflußöffnung gerechnet wird,



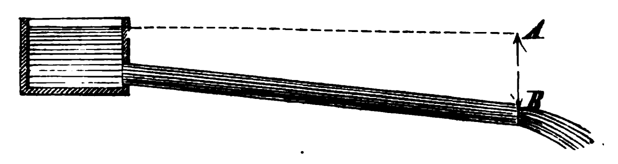


Fig. 349.

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H \cdot F}{2 \cdot 0{,}0034\, L \cdot p + F}},$$

und für kreisrunde Röhren

$$v = \sqrt{\frac{2g \cdot H \cdot \frac{\pi d^2}{4}}{0{,}0068 \cdot L \cdot \pi d + \frac{\pi d^2}{4}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot H \cdot d}{0{,}0272\, L + d}};$$

d. i. $v = 8{,}57 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot H \cdot d}{L + 36d}}$ (I).

Ist die Röhrenleitung sehr lang, so wird $36d$ gegen L gewöhnlich vernachlässigt; alsdann ist

$$v = 8{,}57 \sqrt{\frac{g \cdot H \cdot d}{L}} \text{ (II).}$$

Die Ausflußmenge per Sekunde ist einfach

$$M = F \cdot v = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v; \text{ also}$$

$$M = 6{,}7\, d^2 \sqrt{\frac{g \cdot H \cdot d}{L + 36d}} \text{ (III),}$$

und für eine lange Leitung

$$M = 6{,}7\, d^2 \sqrt{\frac{g \cdot H \cdot d}{L}} \text{ (IV).}$$

Aus letzter Gleichung erhält man als Druckhöhe oder Gefälle

$$H = \frac{M^2 \cdot L}{45 \cdot g \cdot d^5} \text{ (V),}$$

und für den Durchmesser der Leitungsröhren

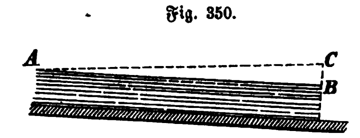
$$d = \sqrt[5]{\frac{M^2 \cdot L}{45 \cdot g \cdot H}} \text{ (VI).}$$

Der obige Ausdruck für v gibt die Geschwindigkeit des Wassers in geraden oder wenig gebogenen Röhren an. Nimmt eine Röhre aber plötzlich eine andere Richtung an, oder tritt eine Verengung oder Erweiterung des Querschnitts ein, so erleidet auch die Geschwindigkeit des Wassers eine Aenderung, und es erwächst überhaupt aus jeder plötzlichen Richtungsveränderung des Wassers ein neuer Widerstand und damit eine Veränderung der Geschwindigkeit, sowie folglich auch eine Abnahme des dem bewegten Wasser innewohnenden Arbeitsvermögens.

§. 203.

In Flüssen und Kanälen ist die Bewegung des Wassers in der Regel eine gleichförmige, d. h. obgleich das Bett auf irgend eine Länge

Fig. 350.



L ein Gefälle $CB = H$, Fig. 350, hat, so ist doch die Geschwindigkeit des Wassers in B im Allgemeinen gleich der in A. Das ganze Gefälle $CB = H$ wird also hier bloß auf Ueberwindung der Reibung und der Adhäsion des Wassers im Bette verwendet und es ist also das Gefälle H gleich der im §. 200 genannten Widerstandshöhe h zu setzen; folglich nach §. 201 $$H = h = \frac{aLp \cdot v^2}{g \cdot F};$$
woraus sich ergibt:

$$v = \sqrt{\frac{g \cdot H \cdot F}{a \cdot L \cdot p}}.$$

Beim Gebrauche dieser Gleichung muß, gemäß vielfachen Beobachtungen, $a = 0{,}0038$ angenommen werden.

Somit ist die Geschwindigkeit in Flüssen und Kanälen, wenn die Bezeichnung die im §. 201 genannte ist,

$$v = \sqrt{\frac{g \cdot H \cdot F}{0{,}0038 \cdot L \cdot p}}; \text{ d. i. } v = 16{,}3 \sqrt{\frac{g \cdot H \cdot F}{L \cdot p}};$$

also die sekundliche Wassermenge

$$M = 16{,}3 \cdot F \sqrt{\frac{gHF}{Lp}}.$$

Für das Gefälle H erhält man aus letzter Gleichung

$$H = \frac{L \cdot p \cdot M^2}{266 \cdot g \cdot F^3}.$$

Ebenso ergibt sich für den Querschnitt des Kanales das Verhältniß

$$\frac{F^3}{p} = \frac{M^2 \cdot L}{266 \cdot g \cdot H};$$

oder aus obigem Werth für v

$$\frac{F}{p} = \frac{v^2 \cdot L}{266 \cdot g \cdot H}.$$

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Welche Wassermenge wird eine cylindrische Röhrenleitung von 16 m Länge und 8 cm Weite liefern, wenn die Druckhöhe 2 m beträgt?

Auflösung. Nach §. 202 ist die sekundliche Menge

$$M = 6{,}7\, d^2 \sqrt{\frac{gHd}{L + 36d}};$$

d. i. $$M = 6{,}7 \cdot 0{,}0064 \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 2 \cdot 0{,}08}{16 + 36 \cdot 0{,}08}} = 0{,}04288 \sqrt{0{,}0831};$$

folglich $M = 0{,}01235$ cbm $= 12{,}35$ l.

2te Aufgabe. Welche Druckhöhe ist einer Röhrenleitung zu geben, wenn diese bei einer Länge von 48 m und einer Weite von 12 cm per Minute 30 Cubikfuß = 0,81 cbm Wasser liefern soll?

Auflösung. Es ist nach §. 202 Gl. III

$$H = \frac{M^2 (L + 36\,d)}{45 \,.\, g \,.\, d^5},$$

folglich, weil M die sekundliche Menge = 0,0135 cbm bedeutet,

$$H = \frac{0{,}00018225\,(2304 + 4{,}32)}{45 \,.\, 9{,}81 \,.\, 0{,}00025} = 0{,}867 \text{ m}.$$

3te Aufgabe. Welchen Durchmesser muß eine cylindrische Röhrenleitung erhalten, welche bei einer Länge von 3000 m und einer Druckhöhe von 200 m in der Sekunde 30 l = 0,03 cbm Wasser liefern soll? *)

Auflösung. Es ist nach §. 202 (VI)

$$d = \sqrt[5]{\frac{0{,}0009 \,.\, 3000}{45 \,.\, 9{,}81 \,.\, 200}} = \sqrt[5]{0{,}0000306},$$

d. i. $d = Num.\ log.\ \sqrt[5]{0{,}0000306} = 0{,}1252$ m.

4te Aufgabe. Welches ist die Geschwindigkeit des Wassers in einem Kanale von 1000 m Länge, 1 m Gefälle, $1^1/_2$ m Tiefe, 2 m unterer und 3 m oberer Breite, und wie groß ist das in der Sekunde gelieferte Wasserquantum?

Auflösung. Nach §. 203 ist $v = 16{,}3 \sqrt{\frac{g \,.\, H \,.\, F}{L \,.\, p}}$;

folglich, da $F = \frac{5 \,.\, 1{,}5}{2} = 3{,}75$ □m, und nach Fig. 351 $p = AB + BC + CD = 2 + 2\,\sqrt{1{,}5^2 + 0{,}5^2} = 5{,}2$ m ist, so ergibt sich

Fig. 351.

A 0,5m 0,5m D B C

$$v = 16{,}3 \sqrt{\frac{9{,}81 \,.\, 1 \,.\, 3{,}75}{1000 \,.\, 5{,}2}} = 16{,}3 \,.\, 0{,}084 = 1{,}369 \text{ m}.$$

Für die sekundliche Wassermenge hat man

$$M = v \,.\, F = 1{,}369 \,.\, 3{,}75 = 5{,}134 \text{ m}.$$

5te Aufgabe. Welches Gefälle erfordert ein Kanal, der bei einer Länge von 1800 m, 1,2 m Tiefe, 1,8 m unterer und 3 m oberer Breite per Sekunde 3240 l = 3,24 cbm Wasser liefern soll?

Auflösung. Aus der Gleichung $H = \frac{L \,.\, p \,.\, M^2}{266 \,.\, g \,.\, F^3}$ ergibt sich, da

$$F = \frac{4{,}8 \,.\, 1{,}2}{2} = 2{,}88 \text{ □m}, \text{ und } p = 1{,}8 + 2 \,.\, \sqrt{0{,}6^2 + 1{,}2^2} = 4{,}483 \text{ m}$$

ist, $$H = \frac{1800 \,.\, 4{,}483 \,.\, 3{,}24^2}{266 \,.\, 9{,}81 \,.\, 2{,}88^3} = 1{,}356 \text{ m}.$$

6te Aufgabe. Welche Wassermenge fließt in einer Minute durch ein Flußbett, welches auf eine Länge von 220 m ein Gefälle von 0,4 m eine durchschnittliche Breite von 12 m und eine mittlere Tiefe von 1,2 m hat, und wenn die Seiten des Bettes als senkrecht angenommen werden können?

Auflösung. Es ist die sekundliche Menge

$$M = 16{,}3\,F \sqrt{\frac{g \,.\, H \,.\, F}{L \,.\, p}} = 16{,}3 \,.\, 14{,}4 \,.\, \sqrt{\frac{9{,}81 \,.\, 0{,}4 \,.\, 14{,}4}{220 \,.\, 14{,}4}},$$

*) Obgleich die eigentliche Lösung dieses Beispiels die Kenntniß des logarithmischen Rechnens voraussetzt, so wollte der Verfasser die Aufgabe, der Vollständigkeit wegen, doch aufnehmen, verweist übrigens den in diesem Rechnen Unbewanderten auf das in der 7ten Aufgabe gezeigte Näherungsverfahren.

weil $F = 12 . 1,2 = 14,4$ □m und $p = 12 + 2 . 1,2 = 14,4$ m ist;
somit $M = 16,3 . 14,4 . 0,134 = 31,45248$ cbm,
und daher die in der Minute durchgeflossene Menge
$$\mathfrak{M} = 60 . 31,45248 = 1887 \text{ cbm}.$$

7te Aufgabe. Welche Dimensionen sind einem ausgemauerten Kanal mit senkrechten Wänden zu geben, wenn derselbe auf 80 m Länge ein Gefälle von 0,1 m hat und in einer Sekunde 1 cbm Wasser liefern, und wenn der Querschnitt ein halbes Quadrat sein soll?

Auflösung. Nennt man die Tiefe des Kanals x, so ist die Breite $= 2x$; folglich der Querschnitt $F = 2x^2$, und der benetzte Umfang $p = 4x$.

Somit ist nach §. 203
$$\frac{F^3}{p} = \frac{(2x^2)^3}{4x} = \frac{8 . x^6}{4x} = 2x^5; \text{ und daher}$$
$$x^5 = {}^1/_2 . \frac{M^2 . L}{266 . g . H}; \text{ d. i. } x^5 = \frac{1 . 80}{2 . 266 . 9,81 . 0,1} = 0,15326,$$
also $$x = \sqrt[5]{0,15326} = 0,687 \text{ m}.$$

Demnach muß der Kanal eine Tiefe von 0,687 m und eine Breite $= 2 . x = 1,374$ m erhalten.

Anmerkung. Die eigentliche Lösung vorstehender Aufgabe setzt die Kenntniß der Logarithmen voraus. Da diese aber einem großen Theile der Leser bekannt sein dürften, so wollte man die Aufgabe nicht vorenthalten. Uebrigens kann auch folgendes Näherungsverfahren, das ein ziemlich genaues Resultat gibt, beobachtet werden:

Man setze $x^5 = x^4 . x = 0,15326$;
also $$x^4 = \frac{0,15326}{x}; \text{ und } x = \frac{\sqrt[4]{0,15326}}{\sqrt[4]{x}}.$$

Zieht man nun aus 0,15326 die Quadratwurzel und nimmt von letzterer wieder die zweite Wurzel, so erhält man als Resultat:
$$\sqrt[4]{0,15326} = 0,6256; \text{ und also } x = \frac{0,6256}{\sqrt[4]{0,6256}}.$$
Sucht man aus 0,6256 die vierte Wurzel auf gleiche Weise, so hat man endlich $$x = \frac{0,6256}{0,889} = 0,7 \text{ m}.$$

Bei derartigen Lösungen mache man immer die Probe, d. h. die umgekehrte Rechnung, indem man den erhaltenen Werth in die Formel substituirt und eine andere der darin enthaltenen Größen sucht. Ist der vorher erhaltene Werth nicht genau genug, so kann man durch Zu- oder Abzählen leicht ein ganz genaues Resultat gewinnen. — Ein einfaches Näherungsverfahren besteht auch darin, daß man für x einen wahrscheinlichen Werth annimmt und durch Einführung in die Rechnung dann sieht, ob derselbe zu klein oder zu groß ist. Das Mittel aus mehreren solchen Werthen, welche abwechselnd zu groß und zu klein sind, gibt alsdann den ungefähren wahren Werth.

§. 204.

In §. 200 wurde schon gesagt, daß die Geschwindigkeit des Wassers in Kanälen und Flußbetten um so größer ist, je kleiner der benetzte Umfang im Verhältniß zum Querschnitte des Wasserstromes ist.

Da nun die regelmäßigen Vielecke und der Kreis die Eigenschaft haben, daß sie — im Vergleiche mit andern Figuren von gleichem

Inhalte — immer den kleinsten Umfang haben, so sind darum für Wasserleitungen diejenigen Querprofile die günstigsten, welche ein halbes Quadrat, ein halbes regelmäßiges Sechseck, Achteck ꝛc. oder einen Halbkreis bilden.

Ueberhaupt ist der Umfang um so kleiner, je größer die Seitenzahl des regelmäßigen Vielecks ist; daher ist auch der Halbkreis das günstigste Profil, da der Kreis als regelmäßiges Vieleck von unendlich vielen Seiten anzusehen ist.

Sind darum für Kanäle, Gerinne und Gräben die Querschnitte zu bestimmen, so sind obige Formen zu wählen; jedoch ist natürlich, daß die Form des Profils durch das Material, das bei der Ausführung benützt wird, bedingt ist.

Bei in Holz, Stein oder Eisen ausgeführten Leitungen wird darum das halbe Quadrat oder der Halbkreis angewendet; ausgegrabene oder gemauerte Kanäle werden nach der Trapezform und zwar am besten nach einem halben regelmäßigen Sechseck gebildet. Gewöhnlich beträgt aber bei gegrabenen Kanälen die Breite am Boden das 4- bis 6fache der Tiefe, wobei noch die Wände geböscht werden.

Was die Größe des Querschnitts eines Zuflußkanales anbetrifft, so ist diese aus der Größe des zuzuführenden Wasserquantums und der Geschwindigkeit des Wassers leicht zu bestimmen. Die durchschnittliche Geschwindigkeit des Wassers in Kanälen soll, um ein großes Gefälle für das Wasserrad übrig zu behalten, und auch damit das Wasser den Boden nicht aufwühlt, 0,2 bis 0,4 Meter, nicht übersteigen, und zwar gibt man letztere Geschwindigkeit nur dem sand- und schlammführenden Wasser, um das Absetzen zu verhüten.

Soll nun ein Kanal per Sekunde 0,9 cbm Wasser liefern, so müßte bei einer Geschwindigkeit von 0,3 m der Querschnitt desselben $\frac{0,9}{0,3} = 3$ □m, und aber bei einer Geschwindigkeit von 0,4 m $= \frac{0,9}{0,4} = 2,25$ □m betragen.

Wählt man als Profil das halbe Quadrat, so hätte man dann bei letzterem Inhalte, wenn man die Tiefe mit x und also die Breite mit $2\,x$ bezeichnet,

$$2x^2 = 2,25,$$

$$x = \sqrt{\frac{2,25}{2}} = \sqrt{1,125} = 1,06 \text{ m},$$

also Kanaltiefe = 1,06 m und Breite = 2,121 m.

§. 205.

Wenn man die Geschwindigkeit des Wassers an verschiedenen Stellen in einem und demselben Querprofile eines Flusses oder Ka-

nals beobachtet, so findet man, daß dieselbe nicht in allen diesen Punkten die gleiche ist. Namentlich findet man, daß die Geschwindigkeit gegen den Boden und gegen die Ufer hin immer kleiner wird.

Die mittlere Geschwindigkeit, d. h. diejenige Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser durch alle Punkte des Querschnitts F fließen müßte, um die gleiche Wassermenge M zu liefern, und welche darum immerhin $v = \frac{M}{F}$ beträgt, ist demnach stets geringer, als die Geschwindigkeit in Mitte der Oberfläche, aber größer, als die Geschwindigkeit am Boden oder am Ufer.

Durch Versuche und vermittelst Berechnung des Werthes $v = \frac{M}{F}$ hat man gefunden, daß diese mittlere Geschwindigkeit meist nur 83 bis 84 Procent der größten Geschwindigkeit in der Mitte der Oberfläche oder im s. g. Stromstriche ist.

Bei geringen Stromstrichsgeschwindigkeiten ist das Verhältniß noch kleiner, und es wird dann die mittlere Geschwindigkeit nur zu 80 Procent angenommen.

Kennt man darum die Geschwindigkeit an der Oberfläche, und nennt man dieselbe V, so ist die mittlere Geschwindigkeit

$$v = 0{,}83 \; . \; V,$$

und folglich die Wassermenge per Sekunde

$$M = v \; . \; F = 0{,}83 \; . \; V \; . \; F.$$

Nach Prony's Versuchen ist die mittlere Geschwindigkeit in Metermaß genauer

$$v = \frac{V\,(V + 2{,}37)}{V + 3{,}15},$$

wenn V wieder die Geschwindigkeit an der Oberfläche ist.

§. 206.

Die Geschwindigkeit, welche das Wasser in Flußbetten und Kanälen hat, kann auf vielfache Weise gemessen werden.

Am einfachsten geschieht dies dadurch, daß man einen s. g. Schwimmer, d. i. einen Stab oder eine Kugel von Eichenholz, eine theilweise gefüllte Flasche 2c. in den Strom wirft, und dann vermittelst einer Sekundenuhr die Zeit genau beobachtet, welche dieser, größtentheils untergetauchte Schwimmer braucht, um eine am Ufer abgemessene Strecke zurückzulegen.

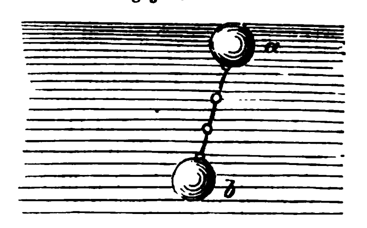
Ist die beobachtete Zeit t und die abgesteckte Strecke $= s$, so ist natürlich die Geschwindigkeit

$$V = \frac{s}{t}$$

Diese Geschwindigkeit findet, nach vorigem §., nur an der Ober-

fläche statt. Will man auch die Geschwindigkeit kennen, die das Wasser in der Tiefe hat, so wendet man zwei durch dünne Drahtketten, Fig. 352, verbundene hohle Kugeln *a* und *b* an, wovon die untere mit Wasser angefüllt ist, damit sie untertaucht. Die Bewegung der beiden verbundenen Kugeln gibt dann die mittlere Geschwindigkeit des Wassers an. Die untere Kugel ist immer etwas voraus, was beweist, daß dort die Geschwindigkeit am größten ist.

Fig. 352.





Bei der Messung der Stromgeschwindigkeit durch den Woltmann-schen Strommesser wird die Umdrehungsanzahl einer Schaufelradwelle und dadurch die Geschwindigkeit des Wassers vermittelst Räderwerk und Zeiger angegeben.

Die Geschwindigkeit der meisten Flüsse ist ½ bis 2 Meter, am gewöhnlichsten ca. 1 Meter. — Geschwindigkeit des Rheins bei Hochwasser oft bis 4 Meter.

§. 207.

Um die von einem Bache, Flusse oder Kanale gelieferte Wassermenge zu messen, hat man — außerdem daß man nach §. 203 zu Werke geht, oder daß man nach dem letzten §. die mittlere Geschwindigkeit und mittelst dieser und dem bekannten mittlern Querschnitt die Wassermenge berechnet — noch andere Methoden. Die eine besteht darin, daß man einen s. g. Ueberfall (§. 195) anwendet, indem man das Flußbett ꝛc. vermittelst einer Bretterwand abschließt, welche oben einen rechteckigen Einschnitt hat, dessen Breite 0,6 bis 0,7 der ganzen Kanalbreite sein muß. Ferner muß die Höhe der Ueberfallskante so hoch angebracht werden, daß das Unterwasser den Abfluß nicht hindert und müssen die Kanten des Ueberfalls scharf gehalten sein. Das durchgeflossene Wasser wird dann nach der Formel

$$M = 0{,}42 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh}$$

berechnet.

Bei geringen Wassermengen bestimmt man diese auch durch den s. g. Wasserzoll. Hiebei wird das Bett des Baches ꝛc. wieder vermittelst einer Bretterwand abgesperrt, welche eine Reihe runder Oeffnungen enthält, die alle in gleicher Höhe angebracht sind. Werden nun so viele Löcher geschlossen, bis das Wasser in gleichem Maße abfließt, wie es zuströmt, und sind dabei die Oeffnungen ganz angefüllt, so kann nach §. 192 die Menge des durchgeflossenen Wassers berechnet werden. — Die durch eine Oeffnung von bestimmtem Durchmesser und bei bestimmter Druckhöhe geflossene Menge ist der s. g. Wasserzoll.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Welche Wassermenge liefert ein Kanal per Sekunde, wenn der Querschnitt des Wasserstromes eine untere Breite von 1,2 m, eine obere Breite von 2,4 m und eine Höhe von 1,05 m hat, und wenn die beobachtete Geschwindigkeit an der Oberfläche = 0,96 m ist?

Auflösung. Nach §. 205 ist

$$M = 0,83 \,.\, 0,96 \,.\, 1,8 \,.\, 1,05 = 1,50595 \text{ cbm.}$$

Nach der Prony'schen Formel ist

$$v = \frac{3,1968}{4,11} = 0,778 \text{ m, und folglich}$$

$$M = 0,778 \,.\, 1,89 = 1,4704 \text{ cbm.}$$

2te Aufgabe. Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in einem senkrecht ausgemauerten Kanal von 3 m Breite und 0,9 m Tiefe, wenn der Kanal in jeder Sekunde 2 cbm Wasser liefert?

Auflösung. Die mittlere Geschwindigkeit ist

$$v = \frac{M}{F} = \frac{2}{2,7} = 0,7444 \text{ m.}$$

3te Aufgabe. Wie groß ist die von einem Kanale per Sekunde gelieferte, durch einen Ueberfall gemessene Wassermenge, wenn die Breite des Ueberfalls, zu 0,6—0,7 der ganzen Breite angenommen, = 1,5 und $h = 0,2$ m ist?

Auflösung. Nach §. 195 und 207 ist

$$M = 0,42 \,.\, 1,5 \,.\, 0,2 \sqrt{2 \,.\, 9,81 \,.\, 0,2} = 0,25 \text{ cbm.}$$

XI. Abschnitt.

Von der Wasserkraft, angewendet bei den Wasserrädern.

Wasserdruckmotoren und Wassersäulenmaschinen.

§. 208.

Wenn das, eine gewisse Höhe durchfallende Wasser auf einen Körper trifft, oder wenn fließendes Wasser auf eine ihm in der Stromrichtung entgegenstehende Fläche wirkt oder aufschlägt, so wird auf diese Fläche eine Druck- oder Stoßwirkung ausgeübt, welche Wirkung, je nach Umständen, entweder durch das Gewicht und die Fallhöhe des auftreffenden Wassers gemessen wird, oder von der, dem in Bewegung begriffenen und zum Angriffe kommenden Wasser innewohnenden lebendigen Kraft (§. 29 und 30), d. h. von dem der bewegten Masse zukommenden Arbeitsvermögen abhängt.

Diese dem Wasser innewohnende Wirkungsgröße oder die s. g. Wasserkraft wird nun vielfältig als Motor (Beweger) angewendet,

wie wir dies hauptsächlich bei den Wasserrädern und andern Wasserdruckmotoren sehen, welche den Zweck haben, durch Uebertragung irgend eine gewünschte Bewegung von Arbeitsmaschinen hervorzubringen.

Die Wasserräder werden eingetheilt:

in vertikale Wasserräder, deren Achse horizontal ist, und

in horizontale Wasserräder, oder solche mit vertikalen Achsen.

Die vertikalen Wasserräder werden wieder, je nach der Art des Wasseraufschlags, unterschieden:

1) in oberschlächtige (oberschlägige),
2) in mittelschlächtige, und
3) in unterschlächtige Wasserräder.

Die oberschlächtigen Wasserräder zerfallen wieder:

a) in eigentliche oberschlächtige Räder, bei welchen das Wasser nahe am höchsten Punkte des Rades aufschlägt,
b) in rückenschlägige Zellenräder, welche das Wasser in einem etwas tiefer gelegenen Punkte empfangen.

Die mittelschlächtigen Räder, bei welchen das Wasser in der halben Radhöhe oder wenig tiefer eintritt, können sein:

a) s. g. Kropfräder,
b) Schaufelräder mit Ueberfall-Einlauf,
c) Schaufelräder mit Coulissen-Einlauf.

Bei dem ersten Rad erhält das wasserzuführende Gerinne gegen die Schütze hin, welche eine s. g. Spannschütze ist, eine Erhöhung, Kropf genannt, über welche das Wasser dem Rade zugeführt wird; bei dem zweiten Rad aber fließt das Wasser über eine Ueberfallschütze (§. 195), und bei dem letztern sind durch Bretter oder gekrümmte Blechtafeln besondere Kanäle — Coulissen — gebildet, welche das Wasser auf die Radschaufeln leiten.

Die unterschlächtigen Räder endlich, bei welchen das Wasser auf die untersten Schaufeln anstoßt, unterscheidet man:

a) in eigentliche unterschlächtige Räder, die sich in einem Gerinne bewegen,
b) in unterschlächtige Räder, die sich frei in einem Flusse bewegen, s. g. Schiffmühlenräder,
c) in Poncelet's unterschlächtige Räder mit krummen Schaufeln.

Die horizontalen Wasserräder nennt man Turbinen, von welchen es wieder verschiedene Arten gibt. Die hauptsächlich in Anwendung kommenden, meistens nach ihren Erfindern benannten, sind:

1) die Fourneyron'sche Turbine,
2) die schottische Turbine,
3) die Jonval'sche oder eigentlich Henschel'sche Turbine,
4) die Zuppinger'sche (Poncelet-) Turbine oder das s. g. Tangentialrad.

Als Abänderungen der genannten Turbinen wären dann noch zu nennen:

die Francis-, Girard-, Fontaine- und aus der allerneuesten Zeit die Knop'sche Turbine.

Es gehört übrigens nicht gerade zum charakteristischen Unterscheidungszeichen der Turbinen, daß man solche nur auf vertikalen Wellen anbringt, da man — wie weiter unten noch gesagt wird — mit Vortheil auch Turbinen mit horizontaler Welle baut. — Turbinen im eigentlichen Sinn sind solche Räder, bei welchen das Wasser auf den ganzen Umfang des Rades oder doch auf mehrere Punkte desselben zugleich wirkt. Das s. g. Tangentialrad wäre daher nach dieser Erklärung den eigentlichen Wasserrädern, aber nicht den Turbinen beizuzählen.

Wenn man nach der Wirkungsweise des Wassers und nach der Art der Wasserzuführung verschiedene Turbinensysteme unterscheiden will, so giebt es sog. Druck- oder Actionsturbinen und Reactionsturbinen; ferner Radial- und Axialturbinen.

Bei den Druckturbinen fließt das Wasser längs der gekrümmten Schaufeln hin, aber ohne die Radkanäle ganz auszufüllen und giebt seine Geschwindigkeit direkt an das Turbinenrad durch den gegen die Schaufeln ausgeübten Druck ab. Das Wasser wirkt dabei durch die, seinem ganzen Gefälle zukommende lebendige Kraft (§. 29). Bei den Reactionsturbinen tritt das Wasser wegen der Art seiner Zuführung nicht mit der vollen, dem Radgefälle zukommenden Geschwindigkeit in die stets vollgefüllten Radkanäle oder Röhren und wirkt sowohl durch lebendige Kraft, als durch s. g. hydrostatischen Druck. Die Räder bewegen sich hier in Folge der Reaction (Rückwirkung) des Wassers.

Radialturbinen sind solche, bei welchen das Wasser von innen nach außen (innere Beaufschlagung) oder von außen nach innen (äußere Beaufschlagung) in und durch das Rad fließt. Axialturbinen dagegen nennt man diejenigen, bei welchen das Wasser von oben nach unten, also parallel zur Axe durch das Rad fließt.

Noch wäre ein Unterschied zu machen, zwischen Voll- und Partialturbinen. Bei Erstern wirkt das Wasser gleichzeitig auf das ganze Rad; bei Letztern nur auf einen Theil, d. h. auf einzelne Schaufeln.

Von den Wasserrädern und Turbinen sind durch ihre Construction und Wirkungsweise ganz verschieden die sog. Wasserdruckmotoren und Wassersäulenmaschinen.

§. 209.

Sämmtliche Wasserräder sind an ihrem Umfange mit Schaufeln, oft mit Zellen oder Kübeln versehen, auf welche das Wasser aufschlägt.

Wirkt das Wasser von oben her auf die Schaufeln, so daß es von diesen getragen werden muß, wie bei ober- und mittelschlächtigen Wasserrädern der Fall ist, so übt dasselbe vermöge seines Gewichtes einen Druck auf das Rad aus. Da das Wasser aber von einer gewissen Höhe auf das Rad herabsinkt und mit diesem noch eine Strecke abwärts fällt, so ist die Wirkung des Wassers natürlich auch um so größer, je größer diese ganze Fallhöhe oder das s. g. Gefälle ist.

Nach Früherm ist aber, wenn G das Gewicht eines fallenden Körpers, also hier des herabsinkenden Wassers, und H das Gefälle oder die senkrechte Höhe bezeichnet, von welcher das Wasser herabfällt, die Arbeitsgröße oder Leistung des Wassers, die es während des Fallens verrichten kann,

$$P \, . \, s = G \, . \, H.$$

Wirkt aber das Wasser gegen eine in horizontaler Richtung ausweichende Schaufel, wie bei unterschlächtigen Wasserrädern, so ist die Wirkungsgröße des Wassers gleich der dem Gewichte und der Geschwindigkeit des Aufschlagewassers zukommenden lebendigen Kraft.

Es ist darum hier, wenn G das Gewicht und V die Geschwindigkeit des Aufschlagewassers angeben, und wenn g die Beschleunigung der Schwere bezeichnet, die vom Aufschlagewasser verrichtete Arbeitsgröße nach §. 29

$$P \, . \, s = \frac{G \, . \, V^2}{2 \, . \, g}.$$

Um aber das Wasser aus der Ruhe in eine Geschwindigkeit V zu versetzen, muß dasselbe eine Höhe oder ein Gefälle $H = \frac{V^2}{2 \, . \, g}$ (§. 10 und 15) durchfallen.

Setzt man darum H statt $\frac{V^2}{2 \, . \, g}$, so hat man auch in letzterm Falle die Leistung oder den Effekt des Wassers

$$P \, . \, s = G \, . \, H.$$

Bezeichnet M die in einer Sekunde auf das Rad treffende Wassermenge in Cubikmetern, so ist das Gewicht G des Wassers $= 1000 \, . \, M$; also ist

die in der Sekunde vom Wasser verrichtete Arbeit

$$= 1000 \, . \, M \, . \, H \text{ kgm} = \frac{1000 \, . \, M \, . \, H}{75} \text{ Pferdestärken.}$$

Man erhält darum stets das Arbeitsvermögen einer Wasserkraft für die Sekunde, wenn man das Gewicht des auf das Rad, sowie auf jeden andern Wassermotor in einer Sekunde wirkenden Wassers mit der Höhe, von welcher es bei der Wirkung herabsinkt, multiplizirt.

Oder es ist die Leistungsfähigkeit gleich der dem Ge-

wichte und der Geschwindigkeit des auftreffenden Wasserstroms entsprechenden lebendigen Kraft.

Ferner ersieht man hieraus, daß die Leistung einer Wasserkraft im gleichen Verhältniß mit dem zum Angriffe kommenden Wasserquantum wie mit dem Gefälle zunimmt, d. h. ein doppelt so großes Gefälle verdoppelt die Leistung ebensowohl, als ein doppeltes Wasserquantum.

§. 210.

Aus leicht begreiflichen Gründen ist der Effekt oder die Arbeit, welche eine Wasserradwelle auf Arbeitsmaschinen überzutragen im Stande ist, immer geringer als die totale Leistung $G \cdot H$ der Wasserkraft; denn oft kommt nicht alles Wasser am Rade zur Wirkung; oder es geht an Gefälle verloren, weil das Aufschlagewasser nicht auf der ganzen Höhe H auf das Rad einwirken kann; oder aber das Wasser gibt nicht seine ganze lebendige Kraft an das Rad ab, indem es immer noch mit einer gewissen Geschwindigkeit das Rad verläßt und auch theilweise die im umschwingenden Wasser wirksam gewordene Centrifugalkraft den Wasserdruck schwächt; sodann wird die Leistungsfähigkeit des Wassers auch dadurch gemindert, daß die Geschwindigkeit des auftreffenden Wassers nicht vollständig $= \sqrt{2 g H}$ ist, und daß zudem bei der Richtungsveränderung des Aufschlagewassers und bei der Umsetzung der Geschwindigkeit in die geringere Radgeschwindigkeit eine stoßweise Wirkung, welche nach Früherem immer mit Effektverlusten begleitet wird, nicht ganz zu vermeiden ist; endlich verzehren noch vorhandene Bewegungshindernisse, so namentlich die Zapfenreibung und der Luftwiderstand, einen Theil der Wirkung des Wassers.

Die genaue und strenge Berechnung der nutzbaren Leistung eines Wasserrades erfordert darum, daß man alle diese, die Wirkung der Maschine schwächenden Einflüsse kennt, um sie von dem Arbeitsvermögen des aufschlagenden Wassers in Abzug zu bringen. Die Berechnung dieser verschiedenen Einflüsse, sowie auch die getrennten Rechnungen der bei manchen Radarten stattfindenden Stoß- und Druckwirkung des zum Angriffe gelangenden Wassers sind aber sehr weitläufig und stützen sich auf Kenntnisse, welche dem hier vorausgesetzten Leserkreis nicht zur Bedingung gemacht sind.

Um diese Berechnungen zu umgehen, nehmen wir darum wieder die Erfahrung zu Hülfe, welche uns hier auf tausende an sie gestellte Fragen solche übereinstimmende Antworten gegeben hat, daß man für die meisten Fälle der Anwendung wohl ein so genaues Resultat, als nur gefordert werden kann, durch diese Erfahrungssätze bestimmen kann.

Ist G das Gewicht des in der Sekunde aufschlagenden Wassers und H das wirksame Gefälle,*) und bezeichnet Pv die eigentliche,

*) Die Größe des jedesmal in Rechnung zu bringenden Gefälles ist in den späteren §§. bei jeder Radgattung besonders angegeben.

in der Sekunde verrichtete nutzbare Arbeit (§. 27), welche die Wasserradwelle abgeben kann, so ist Pv natürlicherweise immer nur ein gewisser Theil vom Totaleffekt GH des Wassers. — Vielfache und sorgfältige von Sachverständigen vermittelst des Bremsdynamometers (§. 180) gemachte Beobachtungen und Untersuchungen haben dargethan, daß der Nutzeffekt Pv oder die Radleistung bei guter Construktion der Räder beträgt:*)

1) Bei oberschlächtigen Wasserrädern, und zwar
   für größere Gefälle $= 0{,}6\, G\,.\,H$ bis $0{,}75\, G\,.\,H$;
   für kleinere Gefälle von 3 bis 5 Meter $= 0{,}5$ bis $0{,}6\, G\,.\,H$; und
   beim rückenschlächtigen Zellenrad mit Coulissen-Einlauf $0{,}6$ bis $0{,}7\, G\,.\,H$;
2) bei mittelschlächtigen Wasserrädern, und zwar
   beim Kropfrad ist der nutzbare Effekt $= 0{,}4$ bis $0{,}5\,.\,G\,.\,H$;
   beim Schaufelrad mit Ueberfall-Einlauf $= 0{,}6$ bis $0{,}65\, GH$;
   beim Schaufelrad mit Coulissen-Einlauf $= 0{,}65$ bis $0{,}7\, G\,.\,H$;
3) bei unterschlächtigen Rädern, die sich in geraden Gerinnen bewegen, ist die Radwirkung $= 0{,}3$ bis $0{,}35\, GH$, wofür man in der Regel $1/3\, G\,.\,H = 0{,}33\, GH$ annimmt; bewegt sich das Rad in einem Kropfgerinne, so kann die Wirkung bis zu $0{,}5 \cdot GH$ gesteigert werden;
4) bei unterschlächtigen Rädern, die sich frei, ohne Gerinne bewegen, bei s. g. Schiffsmühlenrädern, ist die Wirkung gewöhnlich nur $0{,}25$ bis $0{,}3\, GH$;
5) bei Poncelet's unterschlächtigem Rade bei großer Schutzöffnung und kleiner Fallhöhe, bis $0{,}7\, GH$, und umgekehrt bei kleiner Schutzöffnung und großer Fallhöhe $= 0{,}6$ bis $0{,}65\, GH$;
6) bei der Fourneyron'schen Turbine ist der Radeffekt $= 0{,}6$ bis $0{,}75\, GH$;
7) bei der schottischen Turbine $= 0{,}5$ bis $0{,}6\, GH$;
8) bei der Henschel-Jonval'schen Turbine $= 0{,}6$ bis $0{,}8\, GH$; und
9) bei dem Tangentialrad bis zu $0{,}75\, G\,.\,H$.

Diese dem Ausdrucke $G\,.\,H$ vorgesetzten Zahlencoefficienten nennt man den Wirkungsgrad der betreffenden Wasserräder.

---

*) Auch Redtenbacher in seinen „Resultaten für den Maschinenbau" sagt, daß die genannte Bestimmung des Effektes der Wasserräder für viele Zwecke ganz genügend sei. Die hier für den s. g. Wirkungsgrad der Wasserräder aufgeführten Werthe sind auch die von Hrn. Prof. Redtenbacher angegebenen.



§. 211.

Da die Wasserradwelle immer den Zweck hat, eine gewisse Kraft auf die durch diese Welle in Gang gesetzten Arbeitsmaschinen überzutragen, so ist natürlich, daß das Wasserrad immer eine kleinere Umfangsgeschwindigkeit haben muß, als die Geschwindigkeit des Wassers ist; denn soll sich das Rad mit der gleichen Geschwindigkeit drehen, die das Wasser hat, so könnte es begreiflicherweise auch nicht den geringsten Widerstand überwinden. So wenig aber das Rad eine Umfangsgeschwindigkeit annehmen kann, welche der Geschwindigkeit des Wassers gleich ist, ebensowenig kann der am Umfang des Rades überwundene (d. h. der dorthin reduzirte) Widerstand so groß sein, als die Pression, welche das Wasser auf einen ruhenden Körper ausüben könnte, denn in diesem Falle müßte das Rad stille stehen. — Es folgt hieraus, daß von den Faktoren P und v des sekundlichen Radeffektes Pv nie einer jenen größten Werth annehmen kann, da in diesem Falle der andere Faktor $= 0$ und damit auch das Produkt oder die Radleistung zu Null werden müßte.

Schon hieraus ergibt sich, daß die Größe von P und v gewisse Mittelwerthe annehmen muß, für welche dann das Produkt Pv den größten Werth hat. Die Erfahrung bestätigt auch, daß die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit im Allgemeinen die Hälfte der Geschwindigkeit V betragen soll, welche das Wasser in dem Momente hat, in welchem es das Rad trifft; jedoch soll diese Umfangsgeschwindigkeit nicht für alle Räder genau $= 0{,}5\,V$ sein, sondern es soll diese betragen:

Bei ober- und mittelschlächtigen Wasserrädern $v = 0{,}5\,V$,
bei gewöhnlichen unterschlächtigen Rädern aber $v = 0{,}4\,V$,
bei unterschlächtigen Rädern ohne Gerinne . $v = 0{,}33$ bis $0{,}4\,V$,
bei dem Ponceletrad . . . . $v = 0{,}55\,V$,
und bei den Turbinen . . . . $v = 0{,}5$ bis $0{,}7\,V$.

Bei den ober- und mittelschlächtigen Rädern soll aber, um den größten Effekt zu erhalten, eine bestimmte Geschwindigkeit nicht überschritten werden, und es soll diese nach Redtenbacher ungefähr sein:

Bei dem ober- und rückschlächtigen Rade . . $v = 1{,}5$ Meter,
bei dem mittelschlächtigen Kropfrad . . . . $v = 2$ „
bei dem mittelschlächtigen Rade mit Ueberfalleinlauf $v = 1{,}4$ „
„ „ „ „ „ Coulisseneinlauf $v = 1{,}6$ „

Die Turbinen aber sollen die Maximalleistung geben, wenn ihre Umdrehungsanzahl halb so groß ist, als die Umdrehungsanzahl des leer gehenden Rades.

I. Beschreibung und Berechnung der Wasserräder.

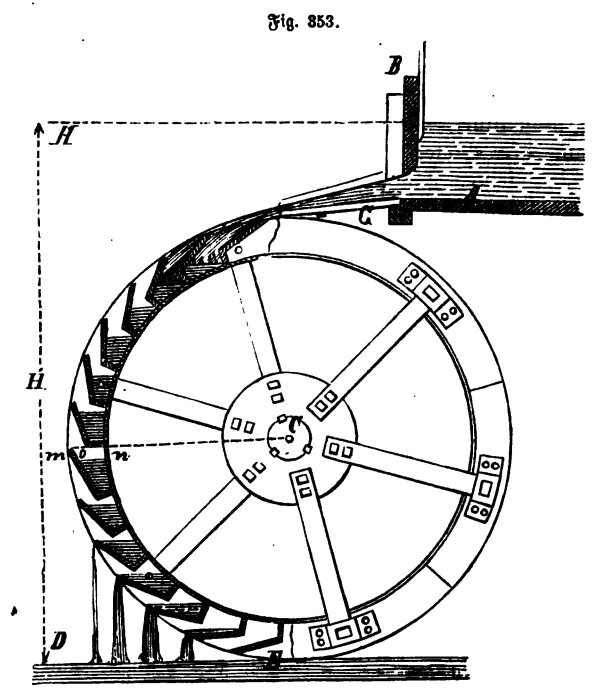
Von den oberschlächtigen Wasserrädern.

§. 212.

Das oberschlächtige Wasserrad, Fig. 353, empfängt das Wasser meistens durch einen Kanal *A* so, daß das Aufschlagewasser etwas unter dem Scheitel in das Rad eintritt. Der Ausfluß des Wassers aus dem Kanal wird gewöhnlich durch eine Schütze oder Stellfalle *B* regulirt.

Dem Zuleitungskanal soll keine zu große Neigung gegeben werden,*) um möglichst viel Gefälle für das Rad übrig zu haben, da nur

Fig. 353.



die Höhe, welche das Wasser unmittelbar beim Ausflusse aus dem Kanal *A* bis zum Unterwasserspiegel *DE* durchfällt, Einfluß auf die Wirkungsgröße hat.

In Betreff der hier vorkommenden Größenverhältnisse ist zu bemerken, daß man den mittlern Wasserstand im Kanal über der Aus-

*) Dies gilt auch für die übrigen Wasserräder.

flußschwelle zwischen 0,2 und 0,3 Meter annimmt; für große Räder und große Geschwindigkeiten kann aber diese Höhe bis über 1 Meter steigen. Der Grund, warum man keine höheren Wasserstände annimmt, ist der, daß bei großen Druckhöhen die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers sehr groß wird, in welchem Falle aber die Räder einen verhältnißmäßig geringern Nutzeffekt geben, weil das Wasser dann theilweise durch Stoß wirkt, was stets soviel als möglich vermieden werden soll.

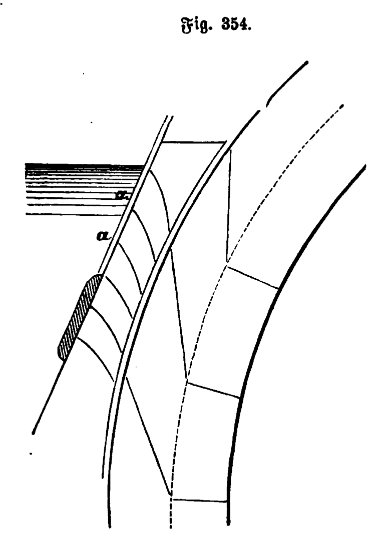
Die Stellfalle oder Schütze soll 4 bis 7 Centimeter hoch aufgezogen werden. Bei großen Wassermassen kann jedoch die Höhe der Schützenöffnung auch 10—11 Centimeter betragen.

Statt daß der Wasserzufluß durch eine Schütze regulirt wird, fließt es oft auch, ohne Anwendung einer solchen, vermittelst eines s. g. Schutzgerinnes, auf das Rad. Wendet man aber Schutzbretter an, so sind diese verschieden, und zwar können es vertikale, schiefe oder im Kanalboden angebrachte horizontale Schützen sein.

Von der Schutzöffnung selber kann dann das Wasser frei einfallen, oder aber, man führt, wie die Abbildung zeigt, das Wasser noch durch ein ungefähr $1\frac{1}{2}$ Meter langes Gerinne G, dem man eine Neigung von $\frac{1}{10}$—$\frac{1}{15}$ seiner Länge gibt, dem Rade zu.

Die Radschaufeln bilden Zellen oder Kübel, welche das aufschlagende Wasser aufnehmen und beim Abwärtsgehen des Rades in den Ableitungskanal DE ausgießen.

Fig. 354.



Die rückenschlächtigen Zellenräder, die auch hieher gehören, und bei welchen das Wasser nicht im höchsten Radpunkte eintritt, erhalten dieses durch eine s. g. Coulissenschütze, Fig. 354. Es sind dort nämlich gekrümmte Kanäle oder Leitschaufeln aa (Coulissen) angebracht, die das Wasser dem Rade genau in der Richtung der äußern Zellenwände zuführen. — Man wendet diese Räder an, wo der Wasserstand im Abschlagsgraben sehr veränderlich ist, weil dann das s. g. Waten des Rades, das sich in der Richtung des abfließenden Wassers dreht, nicht hinderlich wirkt.

Bei der Effektberechnung der ober- und rückenschlächtigen Wasserräder wird als s. g. disponibles Gefälle der Abstand $DH = H$, Fig. 353, des obern Wasserspiegels (im Zuflußkanal) vom untern Wasserspiegel (im Ableitungskanal) in Rechnung genommen.

Aus der Druckhöhe h' vor der Schutzöffnung ergibt sich nach §. 191 die Ausflußgeschwindigkeit des Wassers in der Schutzöffnung

$$c = 0,96 \sqrt{2gh'}.$$

Fällt nun von der Mündung der Schütze das Wasser frei auf das Rad, und ist noch h'' die Fallhöhe von der Mitte der genannten Mündung bis zum Zellenmittel, wo das Wasser auftrifft, so ist die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers nach §. 11

$$V = \sqrt{c^2 + 2gh''}.$$

Bei Anwendung eines Gerinnes G, Fig. 353, kann aber auch, da im Gerinne selbst eine Geschwindigkeitsverminderung erfolgt, für die Eintrittsgeschwindigkeit füglich

$$V = 0,96 \sqrt{2g\,(h' + h'')}$$

gesetzt werden.

Da das Wasser in ober- und rückenschlächtigen Rädern nur durch sein Gewicht d. h. durch den ausgeübten Druck wirkt, so soll es beim Abwärtsgehen der Zellen oder Kübel so lange als möglich in denselben verbleiben. Es ist darum nöthig, daß sich diese nicht einmal bis zur Hälfte mit Wasser füllen.

Bezeichnet nun a die Radtiefe, d. h. den Unterschied zwischen dem äußern und innern Halbmesser des Rades und b die Radbreite, d. i. die mit der Radachse parallele Abmessung der Zellen, und ist v die Umfangsgeschwindigkeit des Rades, so ist der Inhalt des Zellenkranzes, welcher in jeder Sekunde dem Wasserzufluß sich darbietet $= a\,.\,b\,.\,v$.

Da nun, außer dem obigen Umstande auch noch zu berücksichtigen ist, daß der kubische Inhalt der Zellenwände von dem gesammten Zellenraum abv abgerechnet werden muß, so nimmt man nur $^1/_5$, $^1/_4$ bis $^1/_3$ von abv als eigentlichen Füllungsraum an; und es muß also die sekundliche Wassermenge

$$M \text{ nur} = {}^1/_5,\ {}^1/_4 \text{ bis } {}^1/_3\ abv;$$

also

$$abv = 3\ M \text{ bis } 5\ M$$

betragen.

Hieraus erhält man im Mittel

$$\text{für die Radtiefe } a = \frac{4M}{b\,.\,v}$$

$$\text{und für die Radbreite } b = \frac{4M}{a\,.\,v}.$$

Die Radtiefe oder Schaufelhöhe kann bei geringer Wassermenge nur 0,2 Meter, und bei großer Menge über 0,3 Meter betragen, sollte aber 0,4 Meter niemals übersteigen.

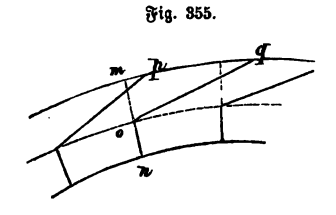
Die Radbreite ergibt sich auch aus der Breite der Stellfallöffnung, da erstere nämlich immer 10 bis 25 Centimeter, d. i. ca. 3—8 Zoll größer, als die letztere sein soll.

Die Schaufeln setzt man um $^1/_4$ oder $^1/_5$ mehr, als ihre Höhe beträgt, auseinander. Gewöhnlich wird ihr Abstand zu 30—45 Centimeter = 1—1 $^1/_2$ Fuß angenommen. Oder auch, man macht die Schaufelzahl $n = 1{,}5 \cdot r$ bis $1{,}8 \cdot r$, wobei der Radhalbmesser r in Metern auszudrücken ist.

Die Construktion der Schaufeln oder Zellen ergibt sich aus Fig. 353; es müssen nämlich die Punkte C, n, m in einem und demselben Halbmesser Cm liegen und $no = {}^1/_2\, mn$ sein.

Nach Redtenbacher soll das Zellenende p, Fig. 355, um $^1/_4$ der Zellentheilung pq vorgerückt werden, so daß $mp = {}^1/_4\, pq$ ist.

Fig. 355.



Die oberschlächtigen Wasserräder geben um so besseren Effekt, je langsamer das Rad sich dreht, und je geringer also auch die Geschwindigkeit ist, die das auftreffende Wasser hat. Dreht sich nämlich das Rad nur langsam, so gibt das Wasser alle seine Geschwindigkeit, also auch seine ganze lebendige Kraft an das Rad ab. Sodann auch ist die durch die Rotation wirksam gewordene, den Wasserdruck vermindernde Centrifugalkraft nur gering. Das langsame Auftreffen des Wassers verhütet auch die hier immer zu vermeidenden Stöße. Eine beliebige Geschwindigkeit der Arbeitsmaschine kann deßhalb doch erzeugt werden, da mit dem Wasserrad ein großes Zahnrad meist unmittelbar verbunden ist, welches in ein ziemlich kleines Rad eingreift und der Welle desselben eine große Umdrehungszahl mittheilt.

Aufgabe.

Es soll bei einem vorhandenen Gefälle von 9 m ein oberschlächtiges Wasserrad, das einen Nutzeffekt von 20 Pferdekräften abgeben kann, construirt werden; welche Wasserkraft ist nöthig, und wie groß müssen die verschiedenen Dimensionen angenommen werden?

Auflösung. Da der Nutzeffekt des Rades

$$P \cdot v = 20 \text{ Pferdekräften} = 20 \cdot 75 \text{ kgm}$$

sein soll, und nach §. 210 im Mittel $P \cdot v = 0{,}7\ G \cdot H$ ist, so ergibt sich als nöthige Arbeit des Wassers

$$G \cdot H = \frac{20 \cdot 75}{0{,}7} = 2143 \text{ kgm per Sekunde.}$$

Da das Gefälle $H = 9$ m ist, so hat man

$$G \cdot 9 = 2143 \text{ kgm; also}$$

$$G = \frac{2143}{9} = 238 \text{ kg; und}$$

folglich beträgt die per Sekunde nöthige Wassermenge, da 1 cbm Wasser 1000 kg wiegt,

$$M = \frac{238}{1000} = 0{,}238 \text{ cbm.}$$

Nimmt man an, das Wasser im Zuleitungskanal habe eine Tiefe von

0,72 m und es werde vermittelst eines Gerinnes von 1,44 m Länge, dem man eine Neigung von $^1/_{12}$ dieser Länge gibt, auf das Rad geleitet, so bleibt, wenn der Gerinnboden 3 cm dick ist, für den Raddurchmesser

$$d = H - (0,72 + 0,12 + 0,03) = 9 - 0,87 = 8,13 \text{ m},$$

wofür man $d = 8,1$ m annimmt, damit das Rad im Unterwasser nicht eintaucht und am Scheitel noch ein kleiner Spielraum vorhanden ist.

Beträgt der Abstand des Gerinnendes vom Zellenmittel, wo das Wasser aufschlägt, 0,18 m, so ist die ganze Druckhöhe

$$h' + h'' = 0,72 + 0,12 + 0,03 + 0,18 = 1,05 \text{ m},$$

und folglich die Geschwindigkeit, welche das aufschlagende Wasser hat,

$$V = 0,96 \,.\, \sqrt{2 \,.\, 9,81 \,.\, 1,05} = 4,357 \text{ m}.$$

Da für oberschlächtige Wasserräder nach §. 211 eine Geschwindigkeit v, welche halb so groß als V die vortheilhafteste ist, so gibt man dem hier genannten Rade eine Umfangsgeschwindigkeit v von 2,18 oder auch 2,2 m.

Bei letzterer Umfangsgeschwindigkeit macht das Rad alsdann per Minute

$$\frac{60 \,.\, 2,2}{3,14 \,.\, 8,1} = 5,2 \text{ Umgänge.}$$

Aus $P \,.\, v = 20 \,.\, 75 = 1500$ kgm ergibt sich, wenn $v = 2,2$ m ist am Umfange des Rades wirksame Kraft

$$P = \frac{1500}{2,2} = 682 \text{ kg}.$$

Für die per Sekunde aus der Schutzöffnung fließende Wassermenge hat man, wenn das Schutzbrett 9 cm aufgezogen wird, und nur Contraction auf einer Seite (oben am Schutzbrett) stattfindet,

$$M = 0,7 \,.\, F \,.\, \sqrt{2gh};$$

d. i., wenn man die Breite der Schutzöffnung mit x bezeichnet, und weil $M = 0,238$ cbm ist,

$$0,238 = 0,7 \,.\, 0,09 \,.\, x \,.\, \sqrt{2 \,.\, 9,81 \,.\, \left(0,72 - \frac{0,09}{2}\right)}.$$

Somit ist die fragliche Breite

$$x = \frac{0,23}{0,7 \,.\, 0,09 \,.\, \sqrt{2 \,.\, 9,81 \,.\, 0,675}} = 1,04 \text{ m}.$$

Als Radbreite kann darum nach Obigem

$$b = 1,04 + 0,16 = 1,2 \text{ m}$$

angenommen werden.

Die Radtiefe beträgt alsdann, wenn $a \,.\, b \,.\, v = 3\, M$ angenommen wird,

$$a = \frac{3 \,.\, M}{b \,.\, v} = \frac{3 \,.\, 0,238}{1,2 \,.\, 2,2} = 0,31 \text{ m},$$

wofür auch etwas mehr genommen werden darf, da $a \,.\, b \,.\, v$ bis 5 M betragen kann.

Für die Schaufelzahl erhält man, wenn man denselben eine Entfernung von 36 cm gibt,

$$n = \frac{8,1 \,.\, 3,14}{0,36} = 70.$$

Gewöhnlich nimmt man der leichtern Eintheilung wegen eine Schaufelanzahl, welche durch die Zahl der Radarme theilbar ist, z. B. hier 68 oder 72.

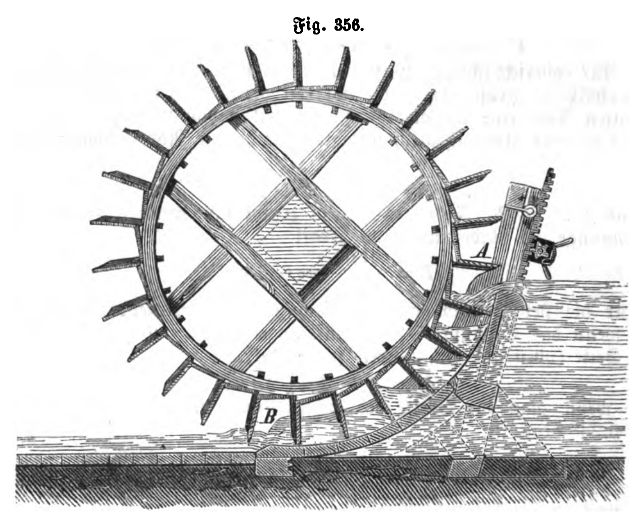
Von den mittelschlächtigen Wasserrädern.

§. 213.

Mittelschlächtige Wasserräder sind solche, bei welchen das Wasser nahe unter der Mitte der Radhöhe auf das Rad trifft.

Man unterscheidet gemeine mittelschlächtige Zellenräder, und Räder mit s. g. Kropfgerinne. Erstere sind wie die oberschlächtigen Räder construirt und werden auch wie diese berechnet. Letztere, siehe Fig. 356, sind mit einem ganz nahe von vorn und auch seitlich an das Rad anschließenden kreisförmigen Gerinne, dem Mantel oder Kropfgerinne AB, umgeben, um das Wasser so lange als möglich im Rade zurückzubehalten und nicht unbenützt entweichen zu lassen.

Fig. 356.



Der Zwischenraum zwischen dem Kropfgerinne und dem Rad darf darum nicht größer sein, als der ungehinderte Gang des Rades erfordert. Am Ende B des Kropfgerinnes, etwas hinter dem Radtiefsten, bringt man in der Regel einen kleinen Absprung an, um das Entweichen des Wassers nach vollbrachter Wirkung zu erleichtern. Dieser Absprung soll aber selten größer als 4 Centimeter gemacht werden, um ein möglichst großes Gefälle zu behalten.

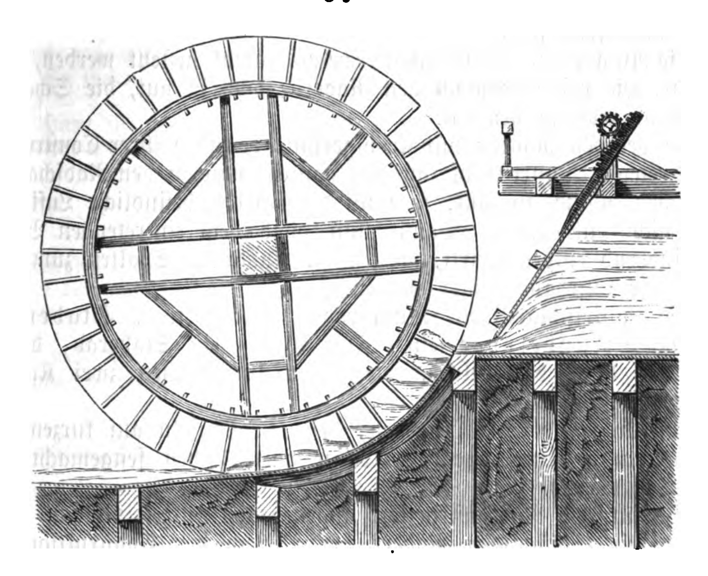
In der Regel baut man die eigentlichen mittelschlächtigen Schaufelräder nur mit dem genannten Kreis- oder Kropfgerinne und unterscheidet die verschiedenen Radgattungen dann nach der Art der Wasserzuführung.

Wird nämlich (vergl. §. 208) das Wasser unter einer Spannschütze wie in Fig. 357 und dabei aber noch über eine kropfartige (parabolische) Erhöhung AB, Fig. 358, des Zuflußkanales dem Rade zugeführt, so nennt man das Rad das eigentliche Kropfrad.

Leitet man aber das Wasser über den verdickten und abgerundeten Theil des Schutzbrettes, so ist dies das Rad mit dem Ueberfall-Einlauf, s. Fig. 356.

Wird aber, wie in Fig. 354 beim rückenschlächtigen Rade, das

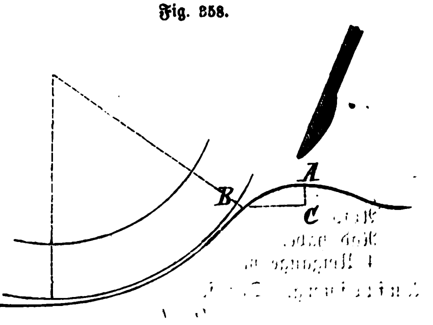
Fig. 357.



Wasser vermittelst Coulissen oder Leitschaufeln zugeführt, so nennt man dies das Rad mit Coulisseneinlauf.

Das bei den mittelschlächtigen Wasserrädern in Rechnung kommende Gefälle H wird vom obern bis zum untern Wasserspiegel oder bis zum Absprung B, Fig. 356, gemessen, wie bei oberschlächtigen Rädern, und es ist die Berechnung der Leistungsfähigkeit wie bei diesen.

Fig. 358.



In Betreff der Größe des Raddurchmessers ist zu bemerken, daß man den Wasseraufschlag gewöhnlich etwas tiefer als im Radmittel bewerkstelligt.

Die Radtiefe a wird in der Regel zu 0,3 m angenommen. Sollen die Schaufeln stark zur Hälfte gefüllt sein, wie gewöhnlich der Fall ist, so ist — da der per Sekunde wasserfassende Raum mit Einrechnung der Schaufeldicken wohl $= a \,.\, b \,.\, v$ angenommen werden kann — die nöthige Radbreite

$$b = \frac{2 \,.\, M}{a \,.\, v}.$$

Die Breite der Schutzöffnung muß 6 bis 10 Centimeter geringer als die Radbreite sein.

Die Anzahl der Radschaufeln, welche radial gestellt werden, wird bestimmt, wie bei oberschlächtigen Rädern; doch ist gut, die Schaufelzahl etwas groß zu nehmen.

Da bei den Rädern mit Kropfgerinne vermöge ihrer Construktion der eintretende Wasserstrahl fast den ganzen zwischen den Radschaufeln befindlichen Raum ausfüllt, so kann die daselbst befindliche Luft nach außen nicht entweichen. Damit nun diese dem eintretenden Wasser nicht hindernd entgegenwirkt, müssen im Radboden Spalten zum Entweichen der Luft ausgespart werden.

Die mittelschlächtigen Wasserräder können s. g. Staberäder oder auch Strauberäder sein. Fig. 357 ist ein Staberad, das ist ein solches Rad, bei welchem die Schaufeln zwischen zwei Kränzen befestigt sind.

Das Rad Fig. 356 hingegen, dessen Schaufeln auf kurzen, aus dem Radkranze hervorragenden Armen oder Kolben festgemacht sind, ist ein Strauberad.

Die für die Radconstruction angegebenen kurzen Notizen gelten für alle mittelschlächtigen Räder. Hinsichtlich der Construktion des parabolischen Kropfes, Fig. 358, ist noch zu bemerken, daß man die Kropfbreite $BC = \frac{V^2}{2g}$ und die Kropfhöhe $= 0{,}4 \cdot \frac{V^2}{2g}$ macht.

Die mittelschlächtigen Räder stehen, wie in der Art des Wasserempfanges, so auch in Bezug auf ihre Leistungen zwischen den ober- und unterschlächtigen Rädern. Die Wirkung ist hier zugleich eine Stoß- und Druckwirkung. Damit das Wasser hauptsächlich nur im letztern, vortheilhaftern Sinne wirke, befolgt man die angedeuteten besondern Arten der Wasserzuführung.

Aufgabe.

Das sekundliche Aufschlagwasserquantum für ein mittelschlächtiges Kropfrad, Fig. 357 und 358, sei $^1/_2$ cbm, und das Totalgefälle bis zum Anfange des Absprungs B (Fig. 356) $= 3$ m; welchen Effekt wird das zu construirende Rad haben, und welche Dimensionen sind zu geben, wenn das Rad per Minute 4 Umgänge machen soll?

Auflösung. Das sekundliche Arbeitsvermögen des Aufschlagewassers ist

$$G \cdot H = 0{,}5 \cdot 1000 \cdot 3 = 1500 \text{ kgm};$$

folglich beträgt die Radleistung nach §. 210

$$P \cdot v = 0{,}5 \cdot G \cdot H = 0{,}5 \cdot 1500 \text{ kgm},$$

also

$$P \cdot v = 750 \text{ kgm} = 10 \text{ Pferdestärken}.$$

Da der Wasseraufschlag tiefer als im Radmittel bewerkstelligt werden soll, so muß in gegenwärtigem Fall das Rad einen Durchmesser erhalten, der etwa 7 m beträgt.

Für einen Durchmesser von 7 m ergibt sich dann die Umfangsgeschwindigkeit des Rades, da dieses in der Minute 4 Umläufe machen soll,

$$v = \frac{4 \,.\, d \,.\, \pi}{60} = \frac{4 \,.\, 7 \,.\, 3{,}14}{60} = 1{,}465 \text{ m},$$

wofür v auch $= 1{,}5$ m gesetzt werden kann.

Die Geschwindigkeit des auffallenden Wassers soll nach §. 211 $V = 2 \,.\, v$, also $= 3$ m sein.

Hiezu ist eine Druckhöhe h' im Kanal, bis zur Mitte der Mündungsöffnung gerechnet, erforderlich, welche nach §. 191 und 192

$$h' = \frac{1{,}1 \,.\, V^2}{2 \,.\, g} = \frac{1{,}1 \,.\, 9}{2 \,.\, 9{,}81} = 0{,}5 \text{ m ist.}$$

Findet die Regulirung des Aufschlages durch eine Spannschütze wie in Fig. 357 und 358 statt, so erleidet, wenn nämlich die Schutzöffnung die ganze Breite des Zuflußgerinnes hat, und das sehr dicke Schutzbrett, sowie das Ende des fraglichen Gerinnes gut abgerundet ist, der Wasserstrahl keine Zusammenziehung; alsdann ist die Wassermenge per Sekunde

$$M = F \,.\, V;$$

und weil $M = 0{,}5$ cbm und $V = 3$ m, so ergibt sich als nöthiger Querschnitt der Schutzöffnung

$$F = \frac{0{,}5}{3} = 0{,}1666 \,\square\text{m}.$$

Bei einer Contraction auf drei Seiten hat man nach §. 194 den Ausflußcoefficient $= 0{,}6$ zu setzen, und erhält dann $F = \frac{M}{0{,}6 \,.\, V}$; bei Contraction auf nur einer Seite aber ist $F = \frac{M}{0{,}7 \,.\, V}$ oder $= \frac{M}{0{,}8 \,.\, V}$.

Bei angebrachter Ueberfallschütze ist nach §. 195 der Ausflußcoefficient zu 0,44 anzunehmen, und dabei aber die Druckhöhe bis zum Ueberfall zu rechnen.

Die Radtiefe a werde zu 0,3 m angenommen.

Die Radbreite erhält man dann

$$b = \frac{2 \,.\, M}{v \,.\, a} = \frac{1}{1{,}5 \,.\, 0{,}3} = 2{,}22 \text{ m}.$$

Macht man die Breite der Schutzöffnung 8 cm geringer als die Radbreite b, also $= 2{,}14$ m, so muß bei den gegebenen Verhältnissen die Schutzmündung eine Höhe

$$h_1 = \frac{F}{2{,}14} = \frac{0{,}166}{2{,}14} = 0{,}078 \text{ m}.$$

haben.

Die Schaufelzahl kann betragen

$$n = \frac{d \,.\, \pi}{0{,}35} = \frac{7 \,.\, 3{,}14}{0{,}35} = 63,$$

d. i. in runder Zahl

$$n = 60 \text{ oder } 64.$$

Von den unterschlächtigen Wasserrädern mit Gerinnen.

§. 214.

Die unterschlächtigen Wasserräder werden meist bloß durch den Stoß des Wassers in Bewegung gesetzt und finden nur bei geringen Gefällen Anwendung. Doch findet bei einzelnen unterschlächtigen Rädern theilweise auch eine Druckwirkung statt, was dann der Fall ist, wenn vermöge der Construktion des angewendeten Gerinnes oder der

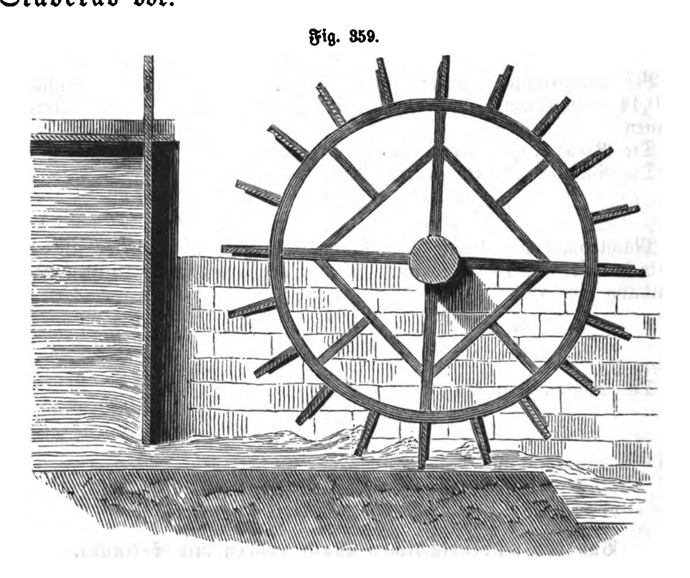
Radschaufeln das Wasser noch eine Zeitlang innerhalb der Schaufeln zurückgehalten wird und während dem eine gewisse Höhe durchfällt, wie z. B. bei dem unterschlächtigen Kropfrade und bei dem Ponceletrade.

Damit so viel möglich der ganze Wasserstrom seine Wirkung auf das Rad ausübe, soll das Gerinne, in welchem das Rad hängt, mit seinem Boden und mit seinen Seitenwänden das Rad so nahe als thunlich umschließen. Das Gerinne ist dann entweder, wie bereits bemerkt, ein Kropfgerinne, wie wir es bei den mittelschlächtigen Rädern schon kennen gelernt haben, oder ein s. g. Schnurgerinne, dessen Boden bloß aus einem horizontalen oder wenig schrägen, das Rad beinahe tangirenden Brette besteht.

Die Construktion und Berechnung der unterschlächtigen Kropfräder ist ganz wie die der mittelschlächtigen Räder, von dem Ponceletrade ist in einem besondern §. die Rede, und es bleibt darum nur noch übrig, über die Räder im Schnurgerinne hier das Nöthigste zu sagen.

Fig. 359 und 360 stellen unterschlächtige Wasserräder im Schnurgerinne, und zwar wieder Fig. 359 ein Straube- und Fig. 360 ein Staberad vor.

Fig. 359.

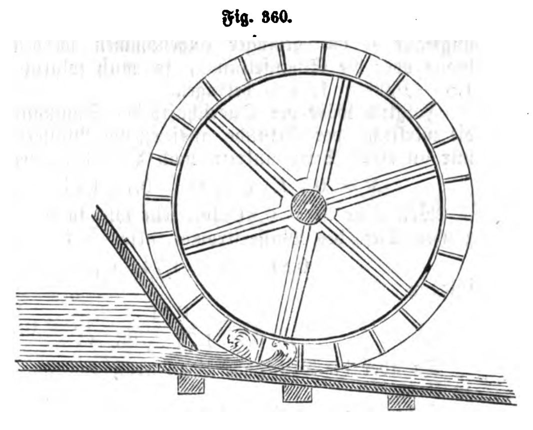


Die den Wasseraufschlag regulirende, meistens geneigte Schütze ist in vielen Fällen so angebracht, daß die Contraction des Wassers nur auf einer Seite, nämlich oben, stattfindet.

Die gewöhnliche Höhe dieser Räder beträgt 4 bis 8 Meter.

Die Schaufeln werden entweder radial, gewöhnlich aber etwas gegen die Schütze geneigt angebracht. Ihre Höhe, d. i. die Radtiefe, beträgt meistens zwischen 30—50 Centimeter und soll $2^1/_2$- bis 3mal

Fig. 360.



größer sein, als die Dicke des auftreffenden Wasserstromes, weil nach §. 211 die Radgeschwindigkeit v nur 0,4 V betragen soll.

Die Anzahl der Schaufeln ist meistentheils 24—48, oder auch $n = 6 \,.\, d$, wenn d den mittlern Durchmesser, d. h. bis zur Mitte des eingetauchten Schaufeltheiles, in Metern gerechnet, bedeutet.

Die Breite der Schutzöffnung wird 4—6 Centimeter geringer als die innere Radbreite angenommen. Die Höhe derselben muß nach obiger Regel für die Schaufelhöhe zwischen 12 und 20 Centimeter betragen, und zwar ist bei geringer Druckhöhe eine größere Höhe der Schutzöffnung nöthig.

Als Radgefälle wird bei Rädern im Schnurgerinne der Abstand des Wasserspiegels vor der Schutzöffnung bis zur Mitte dieser gerechnet.

Die Leistungsfähigkeit der gemeinen unterschlächtigen Wasserräder ist nach §. 210 eine nur geringe. Dies kommt hauptsächlich von der plötzlichen Richtungs- und Geschwindigkeitsänderung her, die das eintretende Wasser erleidet. Sodann verzehrt auch die Reibung an den Gerinnwänden einen Theil des Wirkungsvermögens des Wassers; und endlich verläßt dieses das Rad noch mit einer ansehnlichen Geschwindigkeit, wodurch die dem abströmenden Wasser zukommende lebendige Kraft verloren geht.

Aufgabe.

Wie groß ist die Leistung eines unterschlächtigen Wasserrades im Schnurgerinne von 4,5 m Höhe und 1,8 m innerer Breite, wenn der Wasserstrom im Zuleitungskanal bei einer Tiefe von 1,2 m einen Querschnitt von 2,16 □m und eine mittlere Geschwindigkeit von 0,375 m hat, und welche übrigen Verhältnisse müssen stattfinden?

Auflösung. Ist die mittlere Geschwindigkeit des Wassers im Kanal = 0,375 m und der Querschnitt des Stromes = 2,16 □m, so ist die Wassermenge, welche der Kanal per Sekunde liefert, $M = 2{,}16 \,.\, 0{,}375 = 0{,}81$ cbm; folglich deren Gewicht $G = 0{,}81 \,.\, 1000 = 810$ kg, und somit das sekundliche Arbeitsvermögen $G \,.\, H = 810 \,.\, H$.

Um nun das hier in Rechnung zu bringende, bis zur Mitte der Schutzöffnung zu rechnende Gefälle H zu erhalten, muß zuerst, wie in dem Beispiele Nr. 6 S. 343 berechnet werden, um welche Höhe x die Schütze aufgezogen werden soll.

Da die Breite der Schutzöffnung bei unterschlächtigen Rädern nach Obigem ungefähr 6 cm geringer angenommen werden soll, als die innere Radbreite oder die Schaufellänge, so muß folglich die Breite der Schutzöffnung $1,8 - 0,06 = 1,74$ m betragen.

Folglich wäre der Querschnitt der Schutzöffnung $F = 1,74\,x$, und somit die wirkliche per Sekunde ausfließende Wassermenge, wenn die Contraction nur an einer Seite eintritt, nach §. 194 bei senkrechter Schütze

$$M = 0,7\,F\,.\,\sqrt{2gH} = 0,7\,.\,1,74\,.\,x\sqrt{2\,.\,9,81\,.\,H}.$$

Weil aber $M = 0,81$ cbm sein soll, so hat man, wenn man H gleich der ganzen Tiefe des Wasserstromes, also $= 1,2$ m setzt,

$$0,81 = 0,7\,.\,1,74\,.\,x\sqrt{2\,.\,981\,.\,1,2};$$

folglich

$$x = \frac{0,81}{0,7\,.\,1,74\,.\,\sqrt{23,544}} = 0,137 \text{ m}.$$

Da aber die Druckhöhe H zu groß angenommen wurde, so ist die Höhe x zu klein.

Setzt man nun $H = 1,2 - x = 1,2 - 0,137 = 1,063$ m, so ergibt sich als Höhe der Schutzöffnung

$$x = \frac{0,81}{0,7\,.\,1,74\,.\,\sqrt{2\,.\,9,81\,.\,1,063}} = 0,146 \text{ m}.$$

Dieser Werth für x ist aber zu groß, weil H zu gering angenommen wurde.

Das Mittel der beiden für x gefundenen Werthe $= \frac{0,137 + 0,146}{2} = 0,141$ m gibt ziemlich genau die richtige Höhe, um welche die Schutzöffnung aufgezogen werden muß *).

Es ist darum das nutzbare Gefälle oder dasjenige, welches hier in Rechnung gebracht werden muß,

$$H = 1,2 - \frac{0,141}{2} = 1,1295 \text{ m},$$

und demnach das Arbeitsvermögen der Wasserkraft

$$G\,.\,H = 810\,.\,1,1295 = 915 \text{ kgm};$$

folglich der Nutzeffekt des Rades nach §. 210

$$P\,.\,v = 0,33\,.\,915 = 301,95 \text{ kgm} = 4,03 \text{ Pferdestärken}.$$

Aus der Druckhöhe $H = 1,1295$ m ergibt sich die Geschwindigkeit, die das Wasser beim Ausflusse aus der Schutzöffnung hat,

$$V = 0,97\sqrt{2\,.\,9,81\,.\,1,1295} = 4,566 \text{ m}.$$

Die vortheilhafteste Umfangsgeschwindigkeit v des Rades ist nach §. 211 $= 0,4\,V$; also in abgerundeter Zahl $v = 1,8$ m.

Als Schaufelhöhe oder Radtiefe muß man, da diese $2^1/_2$ bis 3mal größer sein soll, als die Höhe der Schutzöffnung, welche wegen der höchst unbedeutenden Contraction auch die Dicke des auf das Rad stürzenden Wasserstromes ist, etwa 0,4 m annehmen.

Für eine Umfangsgeschwindigkeit von 1,8 m ergibt sich die Anzahl Radumdrehungen per Minute

$$= \frac{60\,.\,1,8}{4,5\,.\,3,14}, \text{ d. i. ca. 8 Umdrehungen.}$$

*) Das eingehaltene Näherungsverfahren gibt für die Praxis vollkommen sichere Resultate; denn die Probe gibt, für $x = 0,141$ m, eine sekundliche Wassermenge

$$M = 0,7\,.\,1,74\,.\,0,141\,.\,\sqrt{19,62\,.\left(1,2 - \frac{0,141}{2}\right)} = 0,8085 \text{ cbm}.$$

Ist die Schaufelhöhe oder Radtiefe, d. i. die Breite des eingetauchten Schaufeltheils = 0,4 m, so ist der oben genannte mittlere Durchmesser

$$d = 4{,}5 - \frac{2 \cdot 0{,}4}{2} = 4{,}1 \text{ m};$$

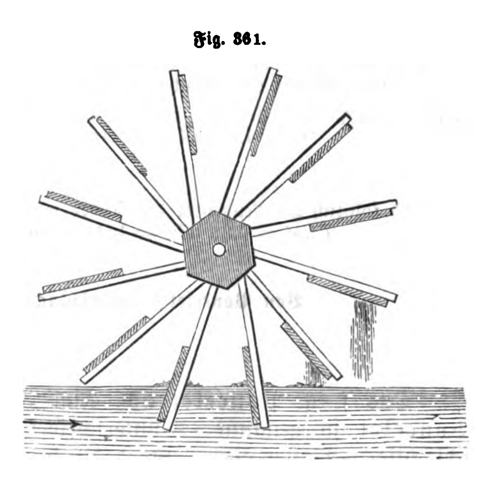
folglich die nöthige Schaufelzahl $n = 6 \cdot d = 25$, wofür aber der Eintheilung wegen 24, 28 oder 30 Schaufeln genommen werden können.

Von den unterschlächtigen Wasserrädern ohne Gerinne, oder von den s. g. Schiffmühlenrädern.

§. 215.

Die unterschlächtigen Räder ohne Gerinne oder die s. g. Schiffmühlenräder, Fig. 361, hängen frei in Kanälen und Flüssen, und nehmen nur einen Theil der Strombreite ein.

Fig. 361.



Bei solchen Rädern wirkt das Wasser, wie bei den vorhergehenden, bloß durch Stoß, also bloß durch die dem Gewichte und der Geschwindigkeit des auftreffenden Wassers entsprechende lebendige Kraft.

Die Wirkungsgröße derselben hängt deßhalb, weil das Zuflußwasser nicht durch eine Schütze gespannt ist und darum vor der Wirkung nicht von einer bestimmten Höhe auf das Rad herabsinkt, sondern frei auf letzteres strömt, nur von der Geschwindigkeit V des Wassers und der Größe der eingetauchten Schaufelfläche F ab.

Nach §. 209 ist aber das Arbeitsvermögen oder die lebendige Kraft des Aufschlagewassers

$$= \frac{GV^2}{2 \cdot g}.$$

Ist nun G das Gewicht des per Sekunde aufschlagenden Wasserquantums, so ist, da die sekundliche Wassermenge $M = F \cdot V$ ist,

in Metermaß $G = 1000 \cdot F \cdot V$ Kilogr.;

folglich der Effekt der Wasserkraft

$$= \frac{1000 \cdot F \cdot V \cdot V^2}{2g} = \frac{1000 \cdot F \cdot V^3}{2 \cdot 9{,}81} \text{ kgm}.$$

Der Durchmesser des Rades kann, wie bei den übrigen unterschlächtigen Rädern, willkürlich angenommen werden; doch sollte man

ihn nicht kleiner annehmen, als die fünffache Höhe der Schaufeln beträgt, damit nicht zu wenig Schaufeln ins Wasser eintauchen.

Der gewöhnliche Durchmesser beträgt 3 bis 5 Meter, die Schaufelhöhe 0,5 bis 0,8 Meter und die Schaufellänge oder Radbreite zwischen 2 und 6 Meter.

Die Schaufeln bringt man entweder in radialer, besser aber in einer gegen den Strom so geneigten Richtung an, daß sie mit dem Radius einen Winkel von 10 bis 20° bilden. Der gegenseitige Abstand der Schaufeln, welche man etwa zur Hälfte eintauchen läßt, soll wenigstens der Höhe dieses eingetauchten Theils gleich gemacht werden; doch haben diese Räder oft nur eine geringe Anzahl (6 bis 12) Schaufeln.

Aufgabe.

Wie groß ist das Arbeitsvermögen eines Schiffmühlenrades, dessen Schaufeln 4,8 m lang sind und 0,45 m tief ins Wasser eintauchen, wenn das auf das Rad stoßende Wasser eine Geschwindigkeit von 1,5 m hat?

Auflösung. Die Leistung der zur Wirkung gelangenden Wassermasse ist, da $F = 4{,}8 \,.\, 0{,}45 = 2{,}16$ □m und $V = 1{,}5$ m ist,

$$\frac{G \,.\, V^2}{2 \,.\, g} = \frac{1000 \,.\, 2{,}16 \,.\, 1{,}5^3}{2 \,.\, 9{,}81} = 372 \text{ kgm};$$

und folglich der Nutzeffekt des Rades nach §. 210

$$P \,.\, v = 0{,}3 \,.\, 372 = 111{,}6 \text{ kgm} = 1^1/_2 \text{ Pferdestärken.}$$

Von Poncelet's unterschlächtigem Wasserrade.

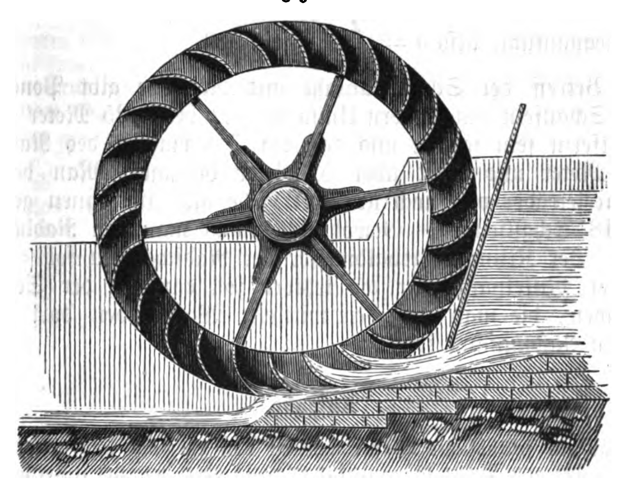
§. 216.

Das s. g. Ponceletrad, Fig. 362, — nach seinem Erfinder Poncelet so genannt — unterscheidet sich von den übrigen unterschlächtigen Wasserrädern nur dadurch, daß dasselbe gekrümmte, meist von Blech verfertigte Schaufeln hat, so daß das Wasser, an deren hohlen Seite hinströmend, drückend gegen die Schaufeln wirkt, und daß das Gerinne, welches das Rad stets auch von der Seite umschließt, eine solche Verlängerung der Schutzöffnung bildet, daß der ausströmende Wasserstrahl nur an einer einzigen Stelle eine Contraction erleidet.

Da die krummen Schaufeln — deren äußeres Ende tangential mit dem ankommenden Wasserstrahl sein soll — verursachen, daß das Wasser nicht stoßweise, sondern nur durch seinen Druck wirkt, und an der hohlen Seite der Schaufel aufsteigend, seine ursprüngliche Geschwindigkeit fast ganz verliert, also die dieser entsprechende lebendige Kraft nahezu ganz an das Rad abgibt, so wird hierdurch die Radleistung bedeutend vergrößert.

Dieser Umstand, sowie der, daß diese Räder eine größere Umfassungsgeschwindigkeit als mittelschlächtige Räder haben, bilden die

Fig. 362.



Vorzüge, die das Ponceletrad sowohl vor jenen, als auch vor den gewöhnlichen unterschlächtigen Wasserrädern hat. Doch wendet man dasselbe bei Gefällen über 2 Meter nicht mehr an, da dann ein mittelschlächtiges Rad, sowohl der Leistung als der Construction wegen, vorzuziehen ist.

Das so dicht als möglich anschließende und an seinem untern Ende mit Vortheil nach dem Rade gekrümmte Gerinne gestattet, daß beinahe der ganze Wasserstrom auf das Rad wirkt; ein hinter diesem Gerinne angebrachter kleiner Abfall bewirkt, daß das Rad durch das Unterwasser in seinem Umgange nicht gehindert wird.

Gewöhnlich ist die Schütze geneigt, und zwar am zweckmäßigsten unter einem Winkel von 45°, wodurch die Mündung des Kanales dem Rade recht nahe gerückt wird.

Die Schutzöffnung wird höchstens 15—20 Centimeter, bei größern Gefällen (von ca. 2 Meter) nur 12—15 Centimeter hoch gemacht.

Die Berechnung eines solchen Rades ist ganz die nämliche, wie die obige Berechnung eines gewöhnlichen unterschlächtigen Wasserrades.

Es ist hiebei nur zu merken, daß nach §. 210 die Radleistung $= 0{,}6\ G\,.\,H$ bis $0{,}7\ G\,.\,H$ angenommen werden kann, und daß die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit $v = 0{,}55\ V$ ist; ferner ist nach §. 194 der Ausflußcoefficient $= 0{,}8$ zu setzen.

Die Radbreite b ergibt sich aus der Breite der Schutzöffnung, für welch letztere die Höhe oben angegeben wurde.

Die Höhe der Schaufeln oder die Radtiefe soll bei größern Gefällen $^1/_4$ und bei kleinern $^1/_3$—$^1/_2$ des Gefälles betragen. Man findet aber die Radtiefe a auch, wenn man berücksichtigt, daß der sekundliche

Fassungsraum $a \cdot b \cdot v$ des Rades ungefähr gleich dem doppelten Aufschlagequantum, also $a = \frac{2 \cdot M}{b \cdot v}$ sein soll.

In Betreff der Schaufelanzahl und Radhöhe gibt Poncelet an, daß die Schaufeln am äußern Umfange 0,2 bis 0,25 Meter von einander entfernt sein sollen, und daß der Durchmesser des Rades nicht unter 2 Meter und nicht über 5 Meter betrage. Man baut aber auch Ponceleträder von noch größerer Höhe und gibt ihnen gewöhnlich 32 bis 48 Schaufeln. — Gewöhnlich macht man den Radhalbmesser $= 2H$. Der Krümmungshalbmesser der Radschaufeln soll $= 0{,}7\,H$ sein. Der Mittelpunkt für die letztern soll dann in der Senkrechten sich befinden, die man auf den mittlern Wasserfaden dort errichtet, wo er den Radumfang trifft.

Aufgabe.

Es soll für ein sekundliches Wasserquantum von 1,2 cbm und ein Gefälle von $1^1/_2$ m, bis zum Boden des Zuleitungskanals oder bis zum Unterwasserspiegel gerechnet, die Anordnung eines Ponceletrades getroffen werden.

Auflösung. Als Raddurchmesser können 5 bis 6 m angenommen werden. Gibt man der Schutzöffnung eine Höhe von 0,2 m, so bleibt eine Druckhöhe für den Ausfluß $= 1{,}5 - 0{,}1 = 1{,}4$ m übrig; folglich beträgt die Ausflußgeschwindigkeit des Wassers

$$V = 0{,}96 \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}4} = 0{,}96 \cdot 5{,}24 \text{ m} = 5 \text{ m},$$

und daher die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit

$$v = 0{,}55 \cdot 5 = 2{,}8 \text{ m}.$$

Da nun die Schutzöffnung eine Höhe von 0,2 m hat, so ist, wenn die Breite derselben $= x$ gesetzt wird, die Ausflußmenge per Sekunde

$$M = 0{,}8\, F \sqrt{2gh} = 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot x \cdot 5{,}24;$$

folglich, da $M = 1{,}2$ cbm betragen soll, ist

$$x = \frac{1{,}2}{0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 5{,}24} = 1{,}431 \text{ m}.$$

Die Radbreite b, im Lichten 6 cm größer als die Schützenbreite angenommen, gibt

$$b = 1{,}431 + 0{,}06 = 1{,}5 \text{ m}.$$

Als Radtiefe (Schaufelhöhe) erhält man

$$a = \frac{2 \cdot M}{b \cdot v} = \frac{2 \cdot 1{,}2}{1{,}5 \cdot 2{,}8} = 0{,}571 \text{ m}.$$

Bei einem Durchmesser von 5 m ist der Radumfang 15,7 m, also die Anzahl Umdrehungen per Minute

$$n = \frac{60 \cdot 2{,}8}{15{,}7} = 11 \text{ beinahe}.$$

Sollte das Rad per Minute 12 Umdrehungen machen, so würde man für den Raddurchmesser erhalten:

$$12 = \frac{60 \cdot 2{,}8}{d \cdot 3{,}14}; \text{ also } d = \frac{60 \cdot 2{,}8}{12 \cdot 3{,}14} = 4{,}46 \text{ m}.$$

Anmerkung. Gewöhnlich ist, wie schon bemerkt wurde, das Gerinne des Ponceletrades zum Theil ein Kreis- oder Kropfgerinne; dieses muß sich dann wenigstens auf zwei Schaufeltheilungen erstrecken. — Redtenbacher rechnet das Gefälle H nur bis zum obern Rand der Schutzöffnung; dabei ist aber angenommen, daß das Unterwasser eine Höhe bis zu diesem Punkte hat.

In neuerer Zeit gab der französische Ingenieur Sagebien eine neue Construction eines unterschlächtigen Rades an, womit Effekte von 70 — 75 % erreicht werden sollen. Dasselbe hat gerade hölzerne Schaufeln, die aber nicht ganz radial stehen, sondern mit dem Radhalbmesser auf der dem Aufschlagwasser zugekehrten Seite einen etwas überstumpfen Winkel bilden, also von der Schutzöffnung etwas abgekehrt sind. (Dingler's polyt. Journ. 181. Band S. 337.)

Roman's neues Ketten-Wasserrad besteht aus zwei Trommeln, deren Umfang ein Vieleck bildet, und die auf unter sich parallelen, horizontalen Achsen befestigt sind. Ueber beide Trommeln sind Ketten ohne Ende geschlungen, mit welchen Schaufeln verbunden sind. Der Nutzeffekt des Rades soll sehr bedeutend sein, weil dabei eine größere Anzahl von Schaufeln gleichzeitig in das Wasser eintaucht und den Druck des Wassers aufnimmt. Nach den Versuchen des Erfinders beträgt der Druck, den das Wasser auf die folgenden Schaufeln ausübt, 25 % des Druckes, den die erste Radschaufel erleidet. Die Maschine zeichnet sich überdies durch ihre einfache Construction aus.

Die Fourneyron'sche Turbine.

§. 217.

Von den erst in neuerer Zeit bekannter gewordenen horizontalen Wasserrädern oder Turbinen hatte ursprünglich namentlich die von dem Franzosen Fourneyron construirte und nach ihm benannte Turbine wegen ihrer vortheilhaften Leistungen eine große Verbreitung gefunden.

Dieselbe ist eine Reactionsturbine und sie, sowie auch die übrigen Turbinen zeichnen sich von den bisher beschriebenen Wasserrädern hauptsächlich dadurch aus, daß sie sowohl bei niederm als hohem Gefälle anwendbar sind und eine Geschwindigkeit annehmen, welche, bei gleichem Gefälle, durch kein anderes Wasserrad erreicht wird. Auch kommt die Leistung dieser Turbine in der von Francis u. A. erhaltenen Ausbildung dem wirklichen Arbeitsvermögen der disponibeln Wasserkraft in dem Grade nahe, wie es nur bei oberschlächtigen Wasserrädern und bei noch einigen andern Turbinenarten (s. u.) der Fall ist, und kann im günstigsten Falle bis über $0{,}8 \,.\, G \,.\, H$ betragen.

Die bedeutende Leistung dieser Räder hat ihren Grund insbesondere darin, daß bei den hier eingehaltenen Schaufelconstruktionen das Wasser ganz ohne Stoß eintritt und fast ohne Geschwindigkeit das Rad verläßt, so daß es die durch seinen Fall erhaltene lebendige Kraft beinahe ganz auf das Rad überträgt.

Ein anderer wesentlicher Vorzug der Fourneyron'schen Turbine, sowie auch fast aller andern horizontalen Wasserräder ist ferner der, daß das Wasser hier nicht auf einen einzigen Punkt des Rades, sondern auf den ganzen Umfang zugleich wirkt; daher die Dimensionen der Turbinen verhältnißmäßig nur klein ausfallen und das Rad viele Umgänge macht.

Ein besonders beachtenswerther Vorzug der Fourneyron'schen Turbine ist sodann noch der, daß sie auch bei verschiedenen Geschwindig-

keiten Effekte gibt, welche dem der vortheilhaftesten Radgeschwindigkeit entsprechenden Nutzeffekte sehr nahe kommen; was insbesondere wichtig ist, wenn der Wasserstand namhaft variirt.

Die Construktion dieser Wasserräder ist aber schwieriger als die jeder andern Gattung, und obgleich die Turbine so zu sagen fast die ganze Wasserkraft in sich aufnimmt, so ist doch ihr Nutzeffekt noch nicht viel über 75 % desjenigen Arbeitsvermögens gebracht worden, welches das Aufschlagewasserquantum in sich vereinigt.

Eine Fourneyron'sche Turbine ist durch Fig. 363 und 364 nachstehend im Vertikaldurchschnitt und Grundriß dargestellt.

Fig. 363.

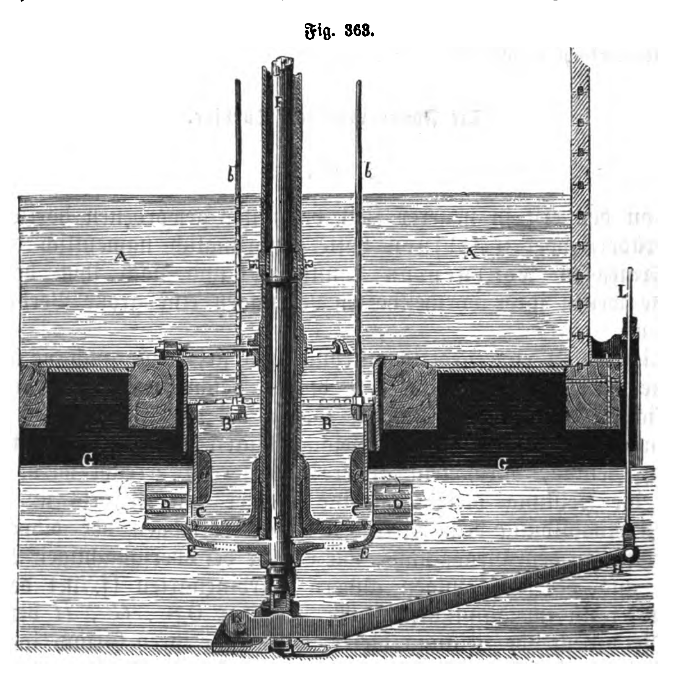
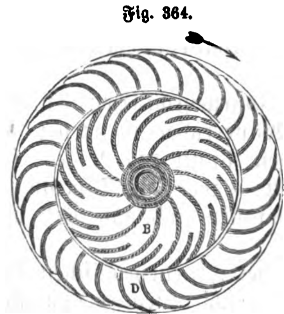


Fig. 364.



Wie man aus der Zeichnung sieht, tritt das bei *AA* zufließende Wasser oben in das cylindrische Reservoir *BB*, und gelangt von da in die s. g. Leitschaufeln *B*, Fig. 364, welche von Blech sind und auf einem s. g. Bodenteller *CC*, Fig. 363, festsitzen, welcher Teller selber wieder an einem unbeweglichen, die Radwelle *FF* umschließenden Rohre befestigt ist.

Durch die genannten Leitschaufeln

wird das Wasser in das eigentliche Turbinenrad DD geleitet. Dieses besteht aus zwei horizontalen Kränzen, zwischen welchen die Radschaufeln D, Fig. 364, die eine den Leitschaufeln entgegengesetzte Krümmung haben, angebracht sind. Das um den unbeweglichen Leitschaufelapparat sich frei drehende Turbinenrad ist durch den Bodenteller EE mit der vertikalen Welle FF fest verbunden und theilt dieser die erhaltene Bewegung mit. Die Radbewegung selber erfolgt nach der Druckrichtung des Wassers in der durch den Pfeil in Fig. 364 angedeuteten Weise.

Das Wasser strömt hiebei nicht, wie es nach der Zeichnung scheinen sollte, rechtwinkelig auf die Radschaufeln, sondern — da diese in Bewegung sind — so fließt bei der richtigen Radgeschwindigkeit jedes Wassertheilchen tangential in die Schaufeln. Die Wirkung ist darum ähnlich, wie bei dem Ponceletrad, nur mit dem Unterschied, daß dort das Wasser wieder zurückfließt, und da die einzelnen Wassertheilchen verschiedene Geschwindigkeiten haben, sich sowohl beim Ein- als Ausströmen hindern, während bei der Fourneyron'schen Turbine das Wasser ungehindert seine Wirkung vollendet und nach der entgegengesetzten Seite abfließt.

Durch eine am obern Theil des Reservoirs genau anschließende und abgeliederte, ringförmige Schütze $BBaa$, welche durch Stangen bB höher oder tiefer gestellt werden kann, wird der Ausfluß des Wassers regulirt. An dem Schützenring sind unten abgerundete Holzstücke aa angebracht, welche sich zwischen den Leitschaufeln bewegen und vermitteln, daß das Wasser eine sanfte horizontale Richtung annimmt. LHK ist eine Hebelvorrichtung zum Heben und Senken des untern Zapfenlagers; auch ist unten noch das Oelzuflußrohr zum Schmieren des Zapfens theilweise angegeben.

Die beschriebene Turbine ist eine s. g. Niederdruckturbine, da solche vorzugsweise nur bei geringerem Gefälle angewendet wird. Dieselbe kann auch unter Wasser gehen, wie die Zeichnung darstellt, ohne daß sie in ihrer Leistungsfähigkeit Abbruch leidet.

Bei hohen Gefällen wendet man Turbinen mit oben geschlossenem Reservoir an. Das Aufschlagewasser wird dann durch eine s. g. Einfallröhre von der Seite dem Reservoir zugeführt.

Eine solche Turbine heißt Hochdruckturbine, und ihre Construktion ist ganz die nämliche, wie die einer Niederdruckturbine.

Die für die Fourneyron'sche Turbine nöthigen Dimensionen und andere Verhältnisse ergeben sich in Folgendem:

Da nach §. 210 der Nutzeffekt dieses Wasserrades $P \,.\, v = 0{,}6 \,.\, G \,.\, H$ bis $0{,}75\, GH$ ist, so ist für irgend einen zu erzielenden Nutzeffekt Pv, wenn das ungünstigste Verhältniß angenommen wird,

$$G = \frac{P \,.\, v}{0{,}6 \,.\, H};$$

und folglich ergibt sich als sekundliche Wassermenge für metrisches Maß, weil $G = 1000 . M$,

$$M = \frac{P . v}{0{,}6 . 1000 . H} = \frac{P . v}{600 . H} \text{ Cubikmeter.}$$

Für den gewöhnlichen mittlern Effekt $= 0{,}7 . G . H$ wäre die erforderliche sekundliche Wassermenge

$$M = \frac{P . v}{700 . H} \text{ Cubikmeter.}$$

Nimmt man eine Zuflußgeschwindigkeit des Wassers von 1 Meter an, so muß nothwendig, wenn r der äußere Halbmesser des Leitschaufelapparats oder der innere Halbmesser des Turbinenrades ist, und wenn der Querschnitt der Wellenröhre und des Schützenrings nicht berücksichtigt werden,

$$\pi . r^2 . v = M,$$

also, da $v = 1$ m ist,

$$\pi . r^2 = M \text{ sein,}$$

woraus sich für metrisches Maß ergibt:

$$r = \sqrt{\frac{M}{\pi}} = 0{,}56 \sqrt{M}.$$

Redtenbacher gibt den innern Radhalbmesser $r = 0{,}54 \sqrt{M}$ an, wovon man $^1/_{20}$ als Dicke des Schützenmantels und des zwischen Rad und Leitschaufelapparat nöthigen Spielraums annehmen soll, so daß dann der Halbmesser des Leitschaufelapparats $^{19}/_{20}\, r$ wird.

Den äußern Radhalbmesser mache man bei kleineren Rädern $= 1{,}4 . r$ und bei größeren Rädern $= 1{,}2 . r$.

Die Zahl der Leitschaufeln soll 24 bis 30 betragen, und diese sollen nach einem Halbmesser $= \frac{r}{2}$ gekrümmt sein.

Dem Turbinenrad selber gebe man am besten 1,2mal so viele Schaufeln, als Leitkurven vorhanden sind. Bei ausgeführten Turbinen trifft man übrigens oft die gleiche, oder größere oder auch geringere Zahl Radschaufeln.

Die Leitschaufeln sollen je nach der Größe der Turbine mit dem innern Radumfange einen Winkel von 15 bis 24° bilden, wogegen die Radschaufeln diesen Umfang unter rechten Winkeln schneiden und so gekrümmt sein sollen, daß gegen den äußern Umfang hin, wegen der durch Wirkung der Centrifugalkraft erzeugten Geschwindigkeitszunahme des Wassers in den Schaufeln, ihre Entfernung eine stetig geringere wird.

Redtenbacher*) schlägt vor, den Winkel, unter welchem die Radschaufeln den innern Radumfang schneiden, kleiner als 90° und

*) Redtenbacher, Theorie und Bau der Turbinen.

zwar nur zu 60° anzunehmen; nach J. Largner soll derselbe 45 bis 50° nicht überschreiten.

Für die Krümmung der Radschaufeln nimmt man als Halbmesser an:

für den innern Theil $a = 0{,}36 \,.\, r$;
für den äußern Theil $a' = 0{,}5 \,.\, r$.

Die Entfernung des Punktes, in welchem der äußere Theil der Krümmung, d. h. die mit dem größern Halbmesser beschriebene, beginnt, soll vom Mittelpunkt des Rades aus $1{,}3 \,.\, r$ betragen.

Wird der obengenannte Winkel geringer als zu 90°, also nur = 50° oder 60° angenommen, so kann die Radschaufel auch nach einem einzigen Kreisbogen gebildet sein. Der Halbmesser hiefür, wie überhaupt auch im vorigen Fall für den äußern Theil der Radkurve ist so anzunehmen und (wie selbst Redtenbacher sagt) durch Probiren so zu suchen, daß die Radschaufel mit dem äußern Radumfange einen Winkel von weniger als 15° bildet.

Ist F der Querschnitt aller durch die Leitschaufeln gebildeten Ausflußöffnungen, folglich, wenn n die Zahl der Leitkanäle und s die aus der Zeichnung zu entnehmende Entfernung der Leitschaufeln an ihrem äußern Ende, und h' die Höhe des Turbinenrades bezeichnet, $F = n \,.\, s \,.\, h'$, so muß für einen Ausflußcoefficienten = 0,6

$$M = 0{,}6 \,.\, F \sqrt{2 \,.\, g \,.\, H} = 0{,}6 \,.\, n \,.\, s \,.\, h' \sqrt{2 g H},$$

folglich

$$h' = \frac{M}{0{,}6 \,.\, n \,.\, s \sqrt{2 g H}} = \frac{1{,}18 \,.\, M}{n s \sqrt{g H}}$$

sein, in welchem Ausdrucke, wie leicht verstanden werden wird, H das Gefälle bezeichnet.

Den Ausflußcoefficienten 0,6 soll man nach Morin für den Fall annehmen, daß die Leitkurven unter einem Winkel von 15° das Turbinenrad treffen; für einen Winkel von 24°, bei größern Turbinen, ist dieser Coefficient auch größer, so daß dann die Radhöhe nur

$$h' = \frac{1{,}04 \, M}{n s \,.\, \sqrt{g h}}$$

anzunehmen ist.

Diese Höhe h' des Turbinenrades soll immer so groß sein, daß das Wasser den ganzen durch die Radschaufeln gebildeten Raum ausfüllt und nicht unwirksam verspritzen kann. Deßwegen theilt man wohl auch das Rad in zwei oder drei übereinanderliegende Räume (Etagen) s. oben Fig. 363 ein, so daß bei geringerem Wasserquantum und tieferem Schützenstande eine oder zwei Etagen geschlossen sind, und der unterste Mündungsraum vom Ausflußwasser ganz ausgefüllt wird.

Was das in Rechnung zu nehmende Gefälle H betrifft, so ist zu bemerken, daß man bei Turbinen, die in freier Luft gehen, die Höhe von der Mitte der Radmündung bis zum obern Wasserspiegel, bei

Turbinen aber, die unter Wasser gehen, den Abstand des Oberwasser- vom Unterwasserspiegel annehmen muß*).

Den größten Nutzeffekt soll das belastete Rad geben, wenn seine Geschwindigkeit am innern Umfange 0,5 V bis 0,7 V oder $\frac{1}{2}\sqrt{2gH}$ ist; oder wenn seine Umdrehungsanzahl halb so groß ist, als beim Leergange.

Aufgabe.

Es soll bei einem Gefälle von 24 m eine Fourneyron'sche Turbine von 20 Pferdestärken Nutzeffekt construirt werden; wie groß ist die erforderliche Wassermenge per Sekunde, und welche Größenverhältnisse sind der Turbine zu geben?

Auflösung. Das erforderliche Wasserquantum muß für das Minimum des Effektes, zu nur 0,6 . GH, betragen:

$$M = \frac{P \, . \, v}{600 \, . \, H} = \frac{20 \, . \, 75}{600 \, . \, 24} = 0{,}105 \text{ cbm}.$$

Der innere Radhalbmesser muß

$$r = 0{,}54 \, . \, \sqrt{M} = 0{,}54 \, . \, \sqrt{0{,}105} = 0{,}175 \text{ m sein.}$$

Als Halbmesser für den Leitschaufelapparat ergibt sich

$$r' = \frac{19}{20} \, . \, 0{,}175 = 0{,}166 \text{ m}.$$

Der äußere Radhalbmesser $= 1{,}4 \, . \, r$ wird $= 1{,}4 \, . \, 0{,}175 = 0{,}245$ m.

Nimmt man 24 Leitschaufeln an, so kann nach obiger Regel das Rad 30 Schaufeln erhalten. Läßt man erstere unter einem Winkel von 15° den innern Radumfang treffen, und sind solche nach einem Halbmesser $= \frac{0{,}175}{2} = 0{,}088$ m gekrümmt, so findet man aus der Zeichnung**) die Entfernung der Leitschaufeln an ihrem äußern Ende = 0,016 m, und es beträgt somit die Radhöhe

$$h' = \frac{M}{0{,}6 \, . \, n \, . \, s \, . \, \sqrt{\, . \, 2 \, . \, g \, . \, H}} = \frac{1{,}18 \, . \, M}{n \, . \, s \sqrt{g \, . \, H}};$$

d. i. $$h' = \frac{1{,}18 \, . \, 0{,}105}{24 \, . \, 0{,}016 \, . \sqrt{9{,}81 \, . \, 24}} = 0{,}021 \text{ m}.$$

Die Krümmungshalbmesser für die Radschaufeln sind = 0,063 m für den innern und = 0,088 m für den äußern Theil.

Als vortheilhafteste Radgeschwindigkeit am innern Umfange

$$v = \tfrac{1}{2}\sqrt{2gH} = \tfrac{1}{2}\sqrt{2 \, . \, 9{,}81 \, . \, 24} = \frac{21{,}7}{2} = 10{,}85 \text{ m}$$

angenommen, gibt als Umdrehungsanzahl per Minute

$$n = \frac{60 \, . \, 10{,}85}{3{,}14 \, . \, 0{,}35} = 592.$$

Anmerkung. Eine Fourneyron'sche Hochdruckturbine, die früher in einem Etablissement in St. Blasien auf dem badischen Schwarzwald sich befand und ein

*) Anwendung von s. g. Radstuben mit comprimirter Luft, um das Unterwasser vom Rad zurückzudrängen! Dabei ungehinderter Gang und Vergrößerung des Gefälls. (Vergl. unten.)

**) Diese Zeichnung ist schnell entworfen, indem man, wo möglich in natürlicher Größe, den innern Radumfang zeichnet, die Zahl der Leitschaufeln darauf abträgt und drei bis vier solcher Schaufeln nach den angegebenen Verhältnissen einzeichnet. Dies geschieht so, daß man in den durch die genannte Theilung bestimmten Punkten Tangenten an den Kreisumfang zieht und an diese einen ∢ = 15° abträgt. Dadurch erhält man die Richtung des äußern Theils der Leitschaufeln. In den Theilpunkten (Winkelscheitel) errichte man auf das so bestimmte Schaufelende eine Senkrechte $= \frac{r}{2}$, so ist der Mittelpunkt der Schaufelcurve gefunden.

sekundliches Wasserquantum von 1,27 Cubikfuß durch eine 360 Fuß hohe Röhrenleitung erhielt, machte bei einem innern Durchmesser von nur $6^1/_2$ Zoll 2300 Umdrehungen per Minute und gab einen Nutzeffekt von 28 Pferdekräften.

Die schottische oder Whitelaw'sche Turbine.

§. 218.

Die schottische oder auch Whitelaw'sche Turbine ist ein s. g. Reactionsrad; denn ihre Bewegung beruht auf der bekannten in der Physik gelehrten Wirkung der flüssigen Körper, daß wenn man diesen in der Seite eines sie einschließenden Behälters den Abfluß gestattet, auf der, der Ausflußöffnung entgegengesetzten Seite nach rückwärts eine Ueberwucht des Druckes eintritt, wodurch dann eine, der Ausflußrichtung entgegengesetzte Bewegung erzeugt wird.

Dies Rad ist schon länger unter dem Namen Segner'sches Wasserrad bekannt, hat aber erst in neuerer Zeit, insbesondere durch den Engländer Whitelaw die Vervollkommnung erhalten, die es als ein für sehr geringe Aufschlagewasserquanta und bedeutende Gefälle vortheilhaftes Wasserrad empfehlenswerth machen.

Fig. 365 und 366 stellen eine schottische Turbine im Grund- und Aufrisse und theilweisem Durchschnitte dar.

Aus dem Zuleitungskanal wird das Wasser vermittelst einer s. g. Einfallröhre *ABC* von einer gewissen Höhe dem Rade *FG* so zugeführt, daß in letzteres das Wasser von unten zutritt. Durch zwei, drei oder höchstens vier — nach gegenwärtiger Darstellung durch drei spiralförmig gekrümmte hohle Radarme *aaa* strömt das Wasser dann aus dem Rade und treibt dieses durch Reaction in der angegebenen umgekehrten Richtung um.

Um die durch eine große Druckhöhe verursachte bedeutende Zapfenreibung zu verhüten, wird das Rad *GF* in *HL* mit der Zuleitungsröhre gewöhnlich so verbunden, daß sich ersteres vermittelst eines Halses frei in der gut anschließenden Röhre drehen kann. Eine in *HL* angebrachte Liederung verhütet das nutzlose Entweichen des Wassers.

Mit dem Rade ist sodann die stehende Welle *M* verbunden, welche die empfangene Bewegung weiter fortpflanzt.

Durch drehbare, am Ende der hohlen Radarme befindliche Klappen *a* endlich können die Ausflußmündungen verengt oder erweitert und dadurch der Gang der Maschine regulirt werden.

Was die Maßverhältnisse dieses, wie man sieht, einfachen Wasserrades anbetrifft, so ist zu bemerken, daß man höchstens eine Zuflußgeschwindigkeit des Wassers von 2 Metern zulassen soll.

Es ist dann, wenn *r* den Halbmesser des Zuflußrohres oder den

Fig. 365.

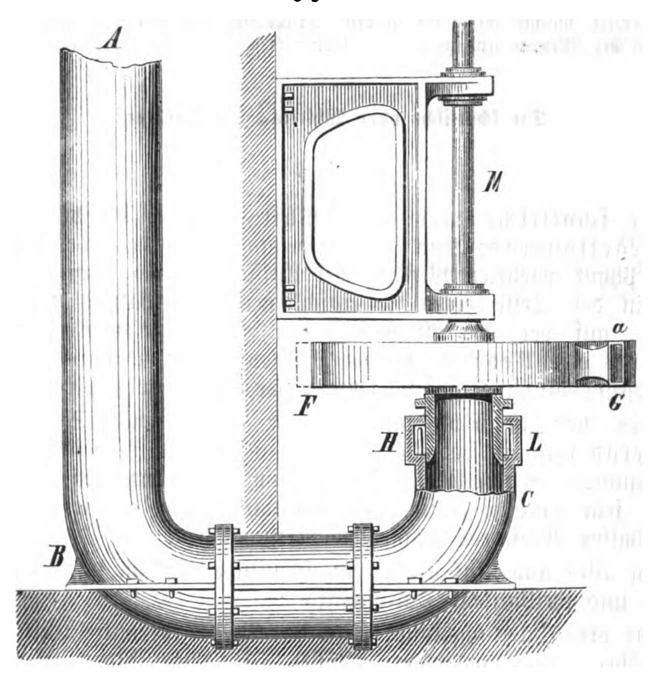
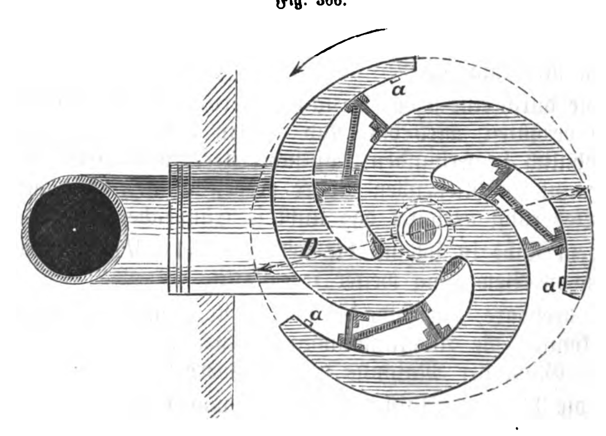


Fig. 366.



inneren Radhalbmesser und M die per Sekunde zufließende Wassermenge bezeichnet, $r^2 \cdot \pi \cdot 2 = M$, woraus man erhält, für metrisches Maß,

$$r = \sqrt{\frac{M}{2 \cdot \pi}}; \text{ d. i. } r = 0{,}4 \sqrt{M}.$$

Doch nimmt man die Weite der Einfallröhre immer etwas größer, als den innern Raddurchmesser, und zwar ungefähr bis 1½mal so groß an.

Den äußern Durchmesser des Rades, s. Fig. 366, macht man, wenn d den innern Durchmesser bezeichnet,

für zweiarmige Räder $D = 4 \cdot d$,
„ dreiarmige „ $D = 3 \cdot d$,
„ vierarmige „ $D = 2 \cdot d$.

Ist H das disponible Gefälle, welches vom Oberwasserspiegel bis zur Mitte der Radmündung gerechnet ist, so ist die Summe der Querschnitte sämmtlicher Ausflußöffnungen

$$F = \frac{M}{V} = \frac{M}{0{,}97 \sqrt{2gH}} = \frac{1{,}1\, M}{\sqrt{2gH}}.$$

Bei kleinen Werthen für F werden nur zwei, bei größern drei oder vier Ausflußarme am Rade angebracht.

Diese Ausflußkanäle sind nach Spirallinien geformt. Die Höhe derselben im Lichten ist überall gleich und beträgt ½ r; allein in horizontaler oder in ihrer Breiterichtung verengen sich die Kanäle gegen ihre Ausmündung.

Ueber nutzbare Leistung und vortheilhafteste Radgeschwindigkeit siehe oben §. 210 und §. 211.

Aufgabe.

Es sollen die Dimensionen einer schottischen Turbine für eine sekundliche Wassermenge von 0,05 cbm und ein Gefälle von 50 m berechnet werden.

Auflösung. Nach Vorigem ist der innere Radhalbmesser

$$r = 0{,}4 \sqrt{0{,}05} = 0{,}0895 \text{ m}.$$

Die Summe der Querschnitte sämmtlicher Ausflußmündungen beträgt

$$F = \frac{1{,}1 \cdot 0{,}05}{\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 50}} = \frac{0{,}055}{31{,}32} = 0{,}001756 \,\square\text{m}.$$

Da hier F nur einen geringen Werth hat, so kann man zwei Ausflußarme annehmen, folglich hat jeder an seiner Ausmündung einen Querschnitt

$$F' = \frac{0{,}001756}{2} = 0{,}000878 \text{ m}$$

zu erhalten.

Die Höhe der Ausflußkanäle ist $= \frac{r}{2} = \frac{0{,}0895}{2} = 0{,}045$ m, und folglich die Breite derselben am äußersten Ende $= \frac{F'}{0{,}045} = \frac{0{,}000878}{0{,}045} = 0{,}0195$ m.

Bei zwei Ausflußarmen ist der äußere Raddurchmesser

$$D = 4 \cdot d = 4 \cdot 0{,}179 = 0{,}716 \text{ m}.$$

Die Weite der Einfallröhre ergibt sich

$$= 1{,}5 \cdot 0{,}179 = 0{,}2685 \text{ m}.$$

Die Henschel-Jonval-Köchlin'sche Turbine.

§. 219.

Diese von dem Oberbergrath Henschel in Cassel ursprünglich construirte, später von Köchlin in Mühlhausen im Elsaß und dessen Ingenieur Jonval verbesserte und von Letzterm zum ersten Mal beschriebene Reactionsturbine hat namentlich in neuester Zeit allgemeine Verbreitung gefunden *). Denn nicht nur kommt diese Turbine der Fourneyron'schen in ihrer Leistungsfähigkeit und in ihrem Geschwindigkeitsverhältniß gleich oder zeigt sich wohl noch günstiger als diese, sondern dieselbe hat auch noch den nicht geringen Vorzug, daß man sie, — wie aus der folgenden Beschreibung erhellen wird, bei einem und demselben Wasserstande beliebig höher über dem Unterwasser stellen kann, ohne am Effekt des Rades besondern Verlust zu erleiden, was insofern von großer Wichtigkeit ist, als man das Rad leicht aufstellen und leicht zu demselben gelangen und allenfallsige Reparaturen gut vornehmen kann. Auch findet bei dieser Turbine nicht die Ablenkung des Wassers in seiner Bewegung so statt, wie bei der Fourneyron'schen; bei dem Henschel-Jonval'schen Rade behält das Wasser während seiner Wirkung mehr seine ursprüngliche Bewegungsrichtung, da es unten und nicht seitlich aus dem Rade tritt; es findet hier also eine größere Eintrittsgeschwindigkeit statt, und es kann also dieses Wasserrad kleiner gemacht werden, als jenes.

Eine Darstellung der Henschel-Jonval'schen Turbine ist durch Fig. 367 und 368 in Grund- und Aufriß mit theilweisem Durchschnitte, und durch Fig. 369 in größerem Maßstabe gegeben.

AA ist der Zuflußkanal, aus welchem das Wasser in den konisch geformten Leitschaufelapparat, der in *BB* fest aufsitzt, eintritt.

CC ist das unter dem Leitrade *BB* angebrachte, von einem gußeisernen Rohr oder von einem aus Stein aufgemauerten Reservoir umschlossene cylindrische Turbinenrad, welches mit der Welle *EF* verbunden ist und sich mit dieser umdreht.

Durch die Träger *tt* wird das untere Zapfenlager der Welle *EF* gestützt.

H ist die in *J* vermittelst der oben mit einem Schraubengewinde versehenen Stange *K* verstellbare Regulirungsschütze. — Statt einer solchen wendet man aber auch ein s. g. Drosselventil an, ähnlich wie bei Dampfmaschinen.

Sowohl die Leit- als auch die Radschaufeln bilden windschiefe Flächen, und zwar sind deren Krümmungen einander entgegengesetzt, so daß das Wasser, gleichsam auf einer Schraubenfläche gleitend, ohne

---

*) Vergl. Rühlmann, Beitrag zur Geschichte der horizontalen Wasserräder, Dingler's polyt. Journ. Bd. 141.

Fig. 367.

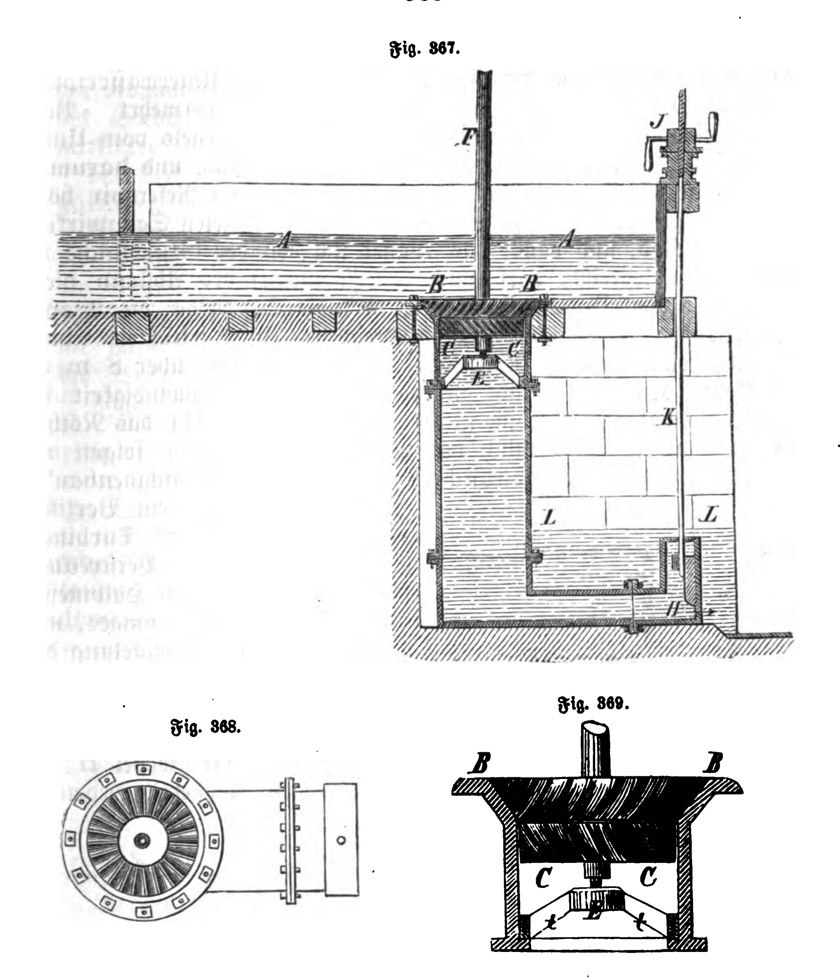


Fig. 368.

Fig. 369.

Stoß in das Rad tritt. Wegen dieser entgegengesetzten Lage der Leit- und Radschaufeln giebt das Wasser fast seine ganze lebendige Kraft an das Rad ab, so daß es mit nur geringer Geschwindigkeit in nahezu vertikaler Richtung in den Abzugskanal fällt.

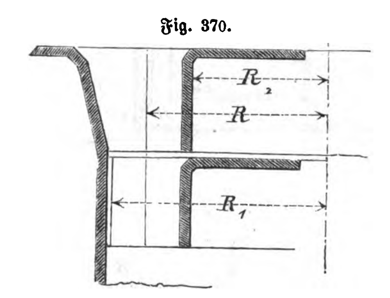
Die Henschel'sche Turbine wird auch eine doppelt wirkende genannt, da das Wasser sowohl durch Druck von oben auf das Rad, als auch durch Zug oder Saugen im Reservoir unter dem Rade wirkt. Es taucht nämlich das luftdichte Rohr, in welchem das Rad sitzt, in das Unterwasser ein, woraus folgt, daß in der Wassersäule überall ein gleicher Zug nach unten stattfindet, also in allen Punkten des genannten Rohres die Wirkung des Wassers die nämliche ist.

Die Wirkung dieses Wasserrades wird also nicht bloß durch eine

größere Druckhöhe über dem Rad, sondern auch durch einen größern Abstand des Rades von dem immer tiefer liegenden Unterwasserspiegel *LL*, Fig. 367, d. i. durch eine größere Saughöhe vermehrt. Beide Höhen zusammen, oder der Abstand des Oberwasserspiegels vom Unterwasserspiegel, machen das Gefälle H der Turbine aus, und darum ist es im Allgemeinen ziemlich gleich, ob die Turbine im Reservoir höher oder tiefer gestellt wird. Jedoch, wegen der angedeuteten Saugwirkung unter dem Rad, und damit das Wasser sich von der Grundfläche des letztern nicht losreißt, darf (nach §. 225 unten) der Abstand dieser Grundfläche vom Unterwasserspiegel, oder die Saughöhe, die Wasserbarometerhöhe = 10,336 m nicht erreichen. In Wirklichkeit nimmt man aber diese Höhe bei Aufstellung der Turbine nicht über 8 m an.

Ueber den Effekt und die vortheilhafteste Geschwindigkeit der Henschel-Jonval'schen Turbine ist oben in §. 210 und 211 das Nöthige bemerkt worden. Hinsichtlich der Construction derselben folgen wir hier den Angaben Redtenbachers (Resultate des Maschinenbau's).

Fig. 370.



Es sei Fig. 370 ein Vertikaldurchschnitt des Leit- und Turbinenrades, Fig. 371 eine Verstreckung des mittlern, d. h. dem Halbmesser R entsprechenden Radumfanges, und Fig. 372 eine solche Abwickelung des innern Umfanges.

Die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Leitrade austritt, ist $V = 0{,}7\sqrt{2gH}$, wobei H das schon bezeichnete Radgefälle bedeutet.

Fig. 371.

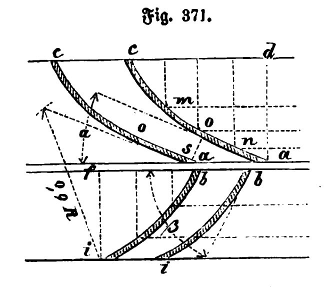
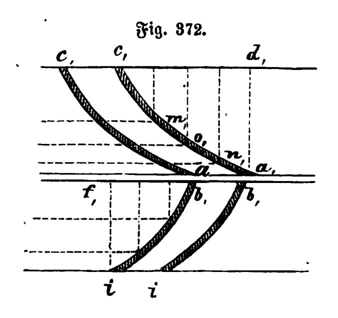


Fig. 372.



Ist M das sekundliche Wasserquantum, so mache man den äußern Halbmesser des Turbinenrades $R_1 = 1{,}38\sqrt{\frac{M}{V}}$.

Der innere Radhalbmesser soll sein	R_2	$= \frac{2}{3} R_1$;
der mittlere " " "	R	$= \frac{5}{6} R_1$;
die Höhe des Turbinenrades "		$= \frac{1}{2} R$;

die Höhe des Leitrades . . . . $= 0{,}6\ R$;
der Abstand zwischen dem Leit- und Turbinenrad $= {}^1/_{40}\ R$;
der Halbmesser des cylind. Reservoirs . . . $= 1{,}225\ R$;
mittlerer Neigungswinkel, den das untere Ende der Leitschaufeln bildet . . . . $\alpha = 24^0$;
mittlerer Winkel, unter welchem die Radschaufeln beginnen . . . . $\beta = 66^0$;
die Anzahl der Leitschaufeln . . . . . . $n = 16$;
die Anzahl der Radschaufeln . . . . . . $n_1 = 24$;
die Metalldicke der Schaufeln . . . . . . $= {}^1/_{40}\ R$;
die mittlere untere Weite der Leitkanäle . . $s = 0{,}1372\ R$;
die Weite der Radkanäle . . . . $s = 0{,}0811\ R$.

Was die Verzeichnung der Radabwickelungen, Fig. 371 und 372, betrifft, so ist zu bemerken, daß man in Fig. 371 $aa = \frac{2R\pi}{n}$ und $bb = \frac{2R\pi}{n_1}$ macht. Sodann soll $cd = 0{,}8\ R$, $bf = 0{,}55\ R$, ao gerade und unter einem $\measuredangle$ von 24^0 geneigt und co eine krumme in o tangirende Linie sein, wofür man, wie für die Krümmung bi einen Halbmesser $= 0{,}9\ R$ annehmen kann.

Für die innere Verstreckung, Fig. 372, erhält man die Weite $a_1 a_1 = c_1 c_1 = \frac{2R_2\pi}{n}$, und $b_1 b_1 = i_1 i_1 = \frac{2R_2\pi}{n_1}$; $c_1 d_1 = \frac{R_2}{R} cd$ und ebenso $b_1 f_1 = \frac{R_2}{R} bf$.

Die Punkte m_1, o_1, n_1 erhält man aus m, n, o, wenn man cd und $c_1 d_1$ in gleichviele Theile theilt und die in den Figuren sichtbaren Hilfslinien zieht. Ebenso macht man es mit bf und $b_1 f_1$.

Largner nimmt den $\measuredangle\ \beta$, welchen das untere Ende der Leitschaufeln bildet, zu nur 14 bis 15^0 an, höhlt also am Ende die Schaufeln schwach aus, statt sie gerade auslaufen zu lassen. Desgleichen verändert er auch den $\measuredangle$, welchen das untere Ende der Radschaufel mit der Horizontalen bildet.

Für bedeutende Gefälle und geringe Wassermengen baut man auch s. g. Partialturbinen, bei welchen ein Theil des Rades überdeckt ist und das Wasser nur auf den unbedeckten Theil wirken kann. Für die Construction derselben nehme man die Wassermenge M soviel mal größer an, als der Theil, an welchem die Einströmung stattfindet, im ganzen Umfange enthalten ist.

Anmerkung. Die Henschel-Jonval'sche Turbine findet wegen ihres bedeutenden Nutzeffektes, welcher bei vollkommener Construction noch größer ist, als der oben angegebene, immer mehr Verbreitung, und durch kein anderes Wasserrad wird die disponible Wasserkraft so gut verwendet, wie durch dieses.

Ueber sehr zweckmäßige Aufstellung Henschel-Jonval'scher Turbinen mit hori-

zontaler Welle berichtet auch Prof. Rühlmann im 150sten Band von Dingler's polyt. Journal.

Oft auch wohl ist eine umgekehrte Aufstellung der Turbine mit vertikaler Welle zweckmäßig, wobei die Einfallröhre sich aufwärts krümmt und das Leitrad dann unter das Turbinenrad zu liegen kommt.

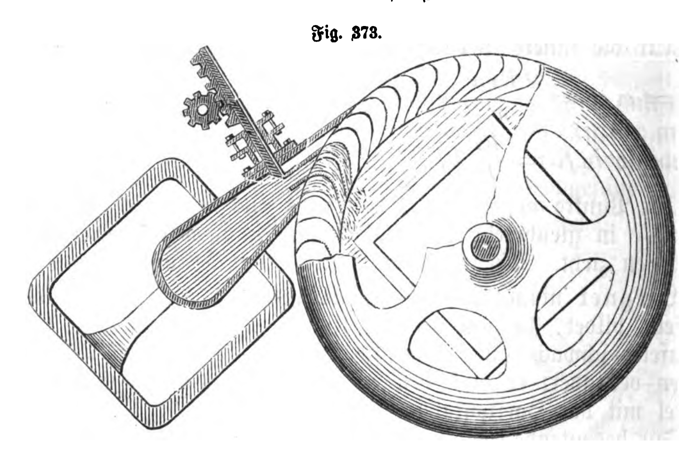
Die Zuppinger'sche Turbine oder das Tangentialrad von Poncelet.

§. 220.

Die Zuppinger'sche oder auch Escher'sche, namentlich für sehr hohe Gefälle geeignete Turbine, wurde ursprünglich von Poncelet vorgeschlagen und ist dem unterschlächtigen Wasserrad desselben ganz nachgebildet. Nach §. 208 ist dieses Rad im eigentlichen Sinne keine Turbine und ist darum auch die Bezeichnung als Tangentialrad zutreffender.

Fig. 373 stellt dasselbe dar. Das Wasser wird durch eine besondere Einfallröhre von außen auf die gekrümmten Schaufeln des horizontalen Rades so hingeleitet, daß es in tangentialer Richtung auf das Rad trifft, an den krummen Schaufelflächen drückend hingleitet, und dann in den innern Radraum abfließt.

Fig. 373.



Aus der Einfallröhre selber wird das Wasser durch Leitschaufeln in einem oder mehreren Kanälen dem Rade zugeführt. Diese Kanäle können durch eine Schieberschütze nach Belieben offen oder geschlossen gehalten werden. In der Abbildung ist von drei Zuflußkanälen einer geschlossen.

Man richtet die Tangentialräder auch so ein, daß das Wasser an zwei diametral entgegengesetzten Seiten je auf ein längeres Bogenstück d. h. einen größern Theil des Umfanges aufschlägt. In diesem Fall ist das Rad dann auch eine s. g. Partialturbine.

Nach Versuchen, welche mit dem Tangentialrad gemacht wurden, beträgt der Nutzeffekt dieser Räder 60—70 % bei ganz geöffneter Schütze, geht aber bei nur theilweiser Oeffnung derselben ziemlich zurück. Weisbach führt an, daß solche Räder mit einem äußern Durchmesser = 24 engl. Zoll, einer Kranzbreite = 4 Zoll, einer Radweite = 3 Zoll und mit 48 Schaufeln, bei einem sekundlichen Aufschlagequantum von 7 Cubikfuß und einem Gefälle von 76 Fuß in der Minute 270 Umdrehungen gemacht und bei ganz geöffneter Schütze einen Nutzeffekt $= 0{,}75\ G\ .\ H$ gegeben; während zwei andere Tangentialräder von 5 Fuß Durchmesser, 5 Zoll Kranzbreite, 11½ Zoll Radweite, und mit 75 Schaufeln, bei einem Gefälle von 20¼ Fuß, und einer Umdrehungszahl = 61 den größten Nutzeffekt mit $0{,}7\ G\ .\ H$ gaben.

Das Tangentialrad, welches bis jetzt namentlich in großer Vollkommenheit aus der Maschinenfabrik von Escher, Wyß und Comp. in Zürich hervorging, hat insbesondere in der neuesten Zeit für hohe Gefälle und geringe Wassermengen Aufnahme gefunden. Für solche Gefälle fällt nämlich das oberschlächtige Wasserrad, das sonst den besten Effekt gibt, zu groß und seine Umdrehungszahl darum zu gering aus, so daß man dann mit Zahnräderübersetzungen helfen muß. Aber auch die eigentlichen Vollturbinen geben für sehr hohe Gefälle geringern Nutzeffekt und werden zu klein, ihre Umdrehungszahl aber zu groß, was hinsichtlich der Erhitzung und Abnutzung der Zapfen viele Unzuträglichkeiten im Gefolge hat. Dort ist dann das Tangentialrad am Platze und ist dafür zum mindesten ein Nutzeffekt von 0,6 anzunehmen.

Für die Construktion solcher Räder nimmt man den innern Radhalbmesser in Metern $r = 0{,}0296\ N$, und für kleinere Räder $r = 0{,}0248\ N$; wobei N die Anzahl Pferdekräfte des Nutzeffektes bezeichnet.

Nach Redtenbacher sind folgende Maßverhältnisse die günstigsten:

Verhältniß der beiden Radhalbmesser d. h. des innern zum äußern = 3 : 4 bis 4 : 5;

Winkel, unter welchem die Radkurven den innern Radumfang schneiden, = 15—20°;

Winkel, unter welchem die Schaufeln den äußern Umfang schneiden, = etwa 13°;

Winkel, den die Einlaufflächen mit dem äußern Radumfang bilden, = ½ des vorigen, also ca. 6½°;

Radhöhe = $\frac{1}{4} R$ und

Anzahl der Schaufeln $= 35 + 50\ .\ R$, wenn R der äußere Halbmesser ist.

§. 221.

Die im Vorausgehenden beschriebenen Arten von Turbinen haben in neuerer Zeit verschiedene Abänderungen und Vervollkommnungen erfahren, von denen die wichtigeren hier angeführt werden sollen. Als

solche sind zu nennen die Francis- (Fink'sche, Fischer'sche, Nagel'sche, Zeidler'sche) Turbine und die Girard'sche (Fontaine'sche) Turbine.

Die Francis-Turbine (von dem Amerikaner Francis ausgeführt) ist eine Fourneyron'sche Vollturbine, also wie diese eine s. g. Reactions- und Radialturbine (§. 208), und unterscheidet sich nur dadurch von derselben, daß sie von außen beaufschlagt wird, und also das Wasser, wie beim Zuppinger'schen (Poncelets-) Tangentialrad nach innen abfließt. Das Leitrad umgibt folglich bei der Francisturbine das Laufrad. Die ringförmige Schütze bewegt sich in einem zwischen dem Rad und dem Leitschaufelapparat frei gelassenen Spielraum und schließt oben mittelst einer Liederung an den Umfang eines s. g, das Wasser auf der Oberseite abhaltenden Schutztellers an.

Der Vortheil dieser Turbine vor der eigentlichen Fourneyron'schen besteht darin, daß weil die Geschwindigkeit des Wassers im Innern der Radzellen und die des Ausflusses, sowie die Geschwindigkeit des innern Radumfanges geringer sind, als bei der Fourneyron'schen Turbine, auch der hydraulische Widerstand geringer und der Nutzeffekt also größer ausfällt.

Das im letzten §. beschriebene Tangentialrad ist demnach eine Francis-Partialturbine, ist aber früheren Ursprungs.

Die Francisturbine hat, was namentlich die Regulirung des Wasserzulaufs bei veränderlichem Wasserstand betrifft, wieder verschiedene Ausbildungen erfahren. Prof. Fink in Berlin construirte Turbinen mit verstellbaren Leitschaufeln; Prof. Fischer in Wien und Nagel und Kaemp in Hamburg reguliren die Beaufschlagung d. h. den Zellenquerschnitt durch verstellbare s. g. Zwischenkronen. Es sind dies horizontale Scheiben, an welchen Platten oder nach der Zahl der Radschaufeln getheilte Holzkränze angebracht sind, welche genau in die Zellen passen und in diesen vertikal verschoben werden können. Solche Kronen sind sowohl am Leit- als am Laufrad angebracht und lassen sich auf- und abwärts bewegen; auch dreht sich die Krone des Laufrads mit demselben. G. Zeidler endlich bringt an der Francis-Turbine einen selbstthätigen Schwimmerregulirungsschützen an, wobei die Hebung und Senkung der Zwischenkronen im Leit- wie im Laufrad durch einen auf dem Oberwasser befindlichen Schwimmer bewirkt wird. — (Vergl. Deutsche Industrieztg. 1875 Nr. 19 und 1876 Nr. 19).

Die Fontaine'sche Turbine ist der Henschel-Jonval'schen nachgebildet und unterscheidet sich von dieser hauptsächlich durch die Aufstellung, sowie dadurch, daß dieselbe sich nicht innerhalb eines abgeschlossenen Reservoirs befindet, sondern daß das Unterwasser bis an das Rad oder selbst über dasselbe reichen kann. Es tritt also bei der Fontaine'schen Turbine keine Saugwirkung ein und ist deßhalb auch die Regulirung des Ganges des Rades oder der Beaufschlagung eine andere.

Die Girard'sche Turbine, von welcher Fig. 374 eine Dar-

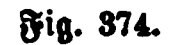


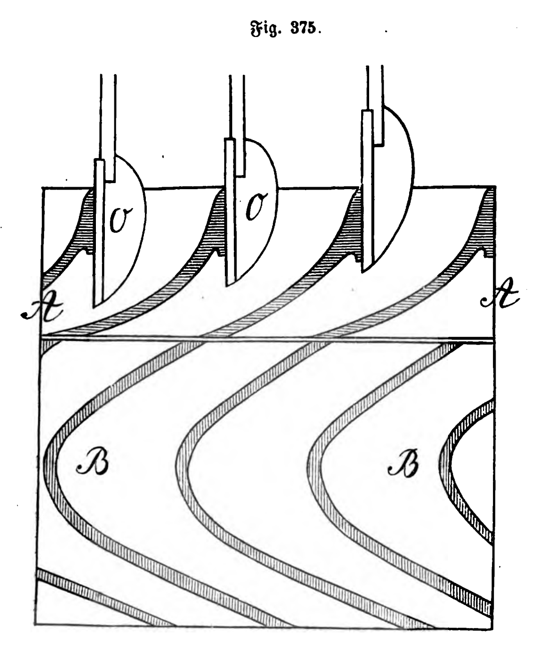
Fig. 374.

stellung gibt, stimmt, was die Aufstellung betrifft, mit der Fontaine'schen im Wesentlichen überein; sie ist aber von derselben sowie von dem Jonval'schen Rade insofern unterschieden, daß sie eine Druck- oder Actionsturbine ist, bei welcher das Wasser, welches die Radkanäle nicht ganz ausfüllen darf, an den Schaufeln hinfließend, gegen diese einen Druck ausübt und dabei seine, nahezu dem ganzen Gefälle entsprechende lebendige Kraft an das Rad abgiebt. Diese Turbine ist auch, wie aus der Schaufelverstreckung oder Abwickelung Fig. 375 zu ersehen ist, von der Jonval'schen und Fontaine'schen durch eine etwas veränderte Form der Radschaufeln verschieden, bezüglich deren namentlich hervorzuheben ist, daß sich die Radkanäle nach unten erweitern. Auch befindet sich die eigentliche Girardturbine immer **über** dem Unterwasser.

Da der Nutzeffekt der Girard'schen Turbine bei voller Beaufschlagung bis nahezu 80% erreicht, so hat dieselbe in den letzten Jahren viele Verbreitung gefunden. — Ihre Einrichtung ist folgende:

Es ist *AA* das Leit- und *BB* das Turbinen- oder Laufrad. Dieses ist durch den Teller *CC* mit der hohlen Radwelle *DD* fest verbunden. Innerhalb dieser hohlen Welle befindet sich eine an ihrem untern Ende festgekeilte Säule *EF*, um welche sich die hohle Radwelle *DD* dreht. Die Welle *DD* endigt nämlich oben in einem Auge *HI*, in dessen oberen Theil der Zapfen *G* befestigt ist, welcher sich auf eine am Kopfe der Säule *EF* angebrachte stählerne Pfanne stützt. Um die Turbine höher oder tiefer stellen zu können, hat der Zapfen *G* am obern Ende ein Schraubengewinde. Durch eine über dem Auge *HI* eingesetzte Welle *L* wird die Umdrehung der Turbine fortgeleitet. *MM* ist ein Mantel, welcher das Wasser vom innern Theil des Rades abhält. Der Leitschaufelapparat *AA* ist auf die Balken *NN* aufgeschraubt.

Fig. 375.



Zwischen den einzelnen Leitschaufeln befinden sich die in Fig. 375 dargestellten Schützen *O*, welche unten mit abgerundeten Holzstücken bekleidet sind. Die Schützenstangen sind oben an einem eisernen Ring befestigt, der durch die Zugstangen *S* (Fig. 374) auf- und abbewegt werden kann.

Im Uebrigen kann die Regulirung auch durch horizontal bewegte Schieber 2c. bewerkstelligt werden.

Bezüglich der bei der Girardturbine einzuhaltenden Constructionsverhältnisse verfährt man im Allgemeinen nach folgenden Regeln:

Der mittlere Radhalbmesser ist: $R = \sqrt{0{,}325 \cdot \frac{M}{\sqrt{H}}}$, wobei *M* wieder die sekundliche Wassermenge und *H* das Gefälle vom Oberwasserspiegel bis zur oberen Laufradebene bezeichnet.

Die Höhe des Laufrades soll $^1/_4$ *R* und die Höhe des Leitrades $^3/_4$ bis $^3/_5$ von der Höhe des Laufrades sein. Die Leitschaufeln sollen mit der untern Ebene des Leitrades einen Winkel von 15 bis 25°,

die Radschaufeln mit der obern Laufradebene einen Winkel von 30 bis 50° und mit der untern Radebene einen solchen von 18 bis 30° bilden.

Die Breite der Radkanäle oder die Schaufellänge macht man oben 0,25 bis 0,3 R und unten doppelt so groß, also 0,5 bis 0,6 R.

Die Anzahl der Leitkanäle soll ca. 20 und die der Radkanäle ca. 30 betragen; den Schaufeln giebt man eine Dicke von 6—12 mm.

Der Querschnitt sämmtlicher Leitkanäle ist $= \frac{M}{v}$, und der aller Radkanäle $= \frac{M}{v'}$, wobei die Geschwindigkeit des Wassers im Leitrad $v = 0{,}95 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot H}$, und die Geschwindigkeit im Laufrad $v' = \frac{v}{2}$ beträgt.

Anmerkung. Girard's Hydropneumatisation. Bei der Constructionsweise der Girard'schen Turbine wird die Wirkung derselben, für den Fall, daß sie sich im Unterwasser bewegt, sehr geschwächt. Um nun das Eintauchen des Rades zu verhindern, umschließt Girard bei ganz geringen Gefällen die Radstube der Turbine von oben mit einem Mantel und füllt den dadurch abgesperrten Raum mit comprimirter Luft, welche das Unterwasser vom Rad wegdrängt.

Von weitern Ausbildungen der Henschel-Jonval'schen Turbine wäre noch zu nennen, die von dem Russen Raschkoff construirte Doppelturbine. Hiebei sind zwei entgegengesetzt gewundene Jonval'sche Turbinen an einer horizontalen, gekuppelten Welle, links und rechts von der vertikalen Wassereinfallsröhre angebracht.

In allerneuester Zeit macht die von Hrn. Ingenieur G. Knop in Gotha construirte, von den HH. Briegleb, Hansen und Comp. daselbst gelieferte Turbine, über welche H. Prof. Dr. Rühlmann in Hannover berichtet hat, durch ihr bedeutendes Leistungsvermögen, Aufsehen.

Es sind dies s. g. Druck- oder Actions- und zugleich Axialturbinen, und es stimmen solche also in der Art der Beaufschlagung mit der Jonval'schen und Girard'schen Turbine überein. Nach vorgenommenen Bremsungen gaben ausgeführte Knop'sche Vollturbinen einen Nutzeffekt von über 80 % und Partialturbinen bei einer Beaufschlagung von 1/4 des Umfanges einen solchen von nicht unter 75 %.

Näheres über die Construction dieser Turbine kann nicht angegeben werden, da hierüber noch nichts veröffentlicht worden ist. Das Charakteristische der besondern Constructionsweise liegt aber, wie der Erfinder selbst sagt, in der Wirkung, beziehungsweise Form der Radschaufelcurven zwischen dem ersten und letzten Element derselben.

Die Knop-Turbine, bei welcher, wie bei der Henschel-Jonval-Turbine, das Laufrad unter dem Leitschaufelapparat sich befindet und das sich ähnlich der Girard-Turbine nach unten erweitert, vereinigt, wie die Anfertiger derselben, die HH. Briegleb, Hansen und Comp. sagen, in erhöhtem Maße die Vorzüge der beiden genannten Turbinen,

ohne die Nachtheile dieser Systeme zu besitzen. Die Genannten garantiren bei voller Beaufschlagung, einerlei ob das Laufrad über oder unter dem Unterwasserspiegel arbeitet, 80 % und bei partieller Beaufschlagung bis herab zu 1/4 des Umfanges und frei über dem Unterwasserspiegel arbeitendem Laufrade 75—80 % Nutzeffekt.

Anmerkung. Ueber amerikanische Turbinen von eigenthümlicher Constructionsweise berichtet Dingler's polyt. Journal, 225. Band (1877), Seite 113 u. ff. Davon sei hier erwähnt: Leffel's Doppelturbine. Diese besteht aus einem Obertheile, dessen Schaufeln das Wasser in horizontaler, also radialer Richtung durchführen, und einem Untertheile, dessen Schaufeln das Wasser in vorwiegend vertikaler, also achsialer Richtung nach abwärts führen.

Gwinne's (London) in der jüngsten Pariser Ausstellung zur Ansicht gebrachte Turbine unterscheidet sich von andern dadurch, daß das Turbinenrad von einem spiralförmigen Gehäuse umgeben ist, welches den Leitapparat enthält. Das Wasser tritt also seitlich in die Turbine ein und fließt nach innen ab.

§. 222.

Die Anwendung der in den vorangehenden §§. beschriebenen verschiedenen Arten von Wasserrädern wird hauptsächlich durch das zu Gebote stehende Gefälle bedingt. Sodann aber auch ist die Menge und die Veränderlichkeit des Aufschlagewassers zu berücksichtigen; oft aber auch ist es die mehr oder weniger einfache Construction der Maschine oder die leichter zu bewerkstelligende Reparatur, welche hier maßgebend sind.

Bei Gefällen über 3 Meter baut man rücken- und oberschlächtige Räder oder Turbinen; bei sehr bedeutenden Gefällen ausschließlich nur letztere, da die oberschlächtigen Räder zu colossal ausfallen würden, während die Turbinen bei großen Gefällen und kleinem Wasserquantum nur geringe Dimensionen erfordern und dennoch großen Nutzeffekt geben. Auch ist hier das Tangentialrad mit Vortheil anzuwenden.

Beträgt das Gefälle 4—9 m, so sind rücken- oder oberschlächtige Wasserräder der Turbine vorzuziehen.

Bei Gefällen bis 3m baut man mittel- oder rückenschlächtige, bei ganz geringen Gefällen aber nur unterschlächtige Räder. Man zieht oft, bei Gefällen bis nahezu 2 m, die unterschlächtigen Räder den mittelschlächtigen vor, weil erstere sich mit größerer Geschwindigkeit drehen als letztere, bei welchen, wie bei den oberschlächtigen Rädern, das Wasser im Zuleitungskanal nur geringe Geschwindigkeit hat. Insbesondere leistet bei diesem Gefälle das Ponceletrad gute Dienste, da es nicht nur gleiche Leistungsfähigkeit wie ein mittelschlächtiges oder oberschlächtiges Rad, sondern auch eine größere Umfangsgeschwindigkeit hat.

Uebrigens können statt aller dieser letztgenannten Räder wieder die Turbinen, welche — wie man gesehen — bei jedem Gefälle benutzt werden können, angewendet werden. Insbesondere ist bei sehr geringen Gefällen die Turbine, die ja auch, ohne Einbüßung an ihrer Wirkungs-

fähigkeit, unter Wasser gehen kann, wieder zu empfehlen, und namentlich dort, wo durch häufig eintretendes Hinterwasser der Gang eines unterschlächtigen Rades gehemmt würde.

Die Turbinen bieten überhaupt auch den Vortheil, daß sie bedeutend mehr Umgänge machen, als die vertikalen Räder; daher man sie auch dann verwendet, wenn man eine große Umdrehungsgeschwindigkeit will, und wenn man eine Bewegungsübersetzung von der Welle eines vertikalen Wasserrades, wobei man oft weniger am Totaleffekt der Maschine einbüßt, nicht vorzieht. Sodann ist ferner noch sehr zu beachten, daß das Anbringen der Turbinen unter dem Wasser sie vor dem Einfrieren schützt.

Das größte Hinderniß, das der allgemeinern Verbreitung der Turbinen im Wege steht, ist ihre schwierigere Construction und also das erschwerte Ausführen allenfallsiger Reparaturen.

Was die Vorzüge der verschiedenen Turbinen anbelangt, so wird auf das in den betreffenden §§. Gesagte verwiesen.

II. Beschreibung der Wasserdruckmotoren und Wassersäulenmaschinen.

Die Wasserdruckmotoren.

§. 223.

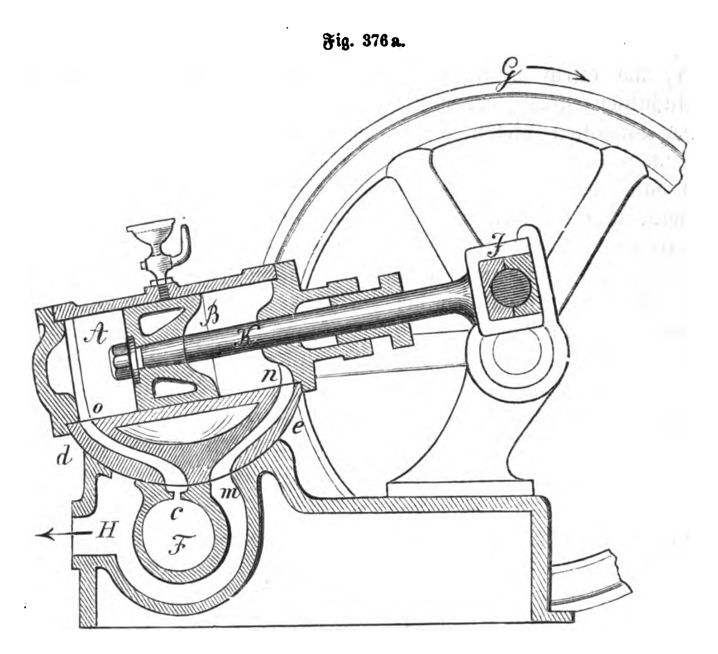
Die von dem Wasser, das von einer gewissen Höhe herabsinkt, ausgeübte Wirkung findet ihre ausgiebigste d. h. nutzbringendste Verwendung bei den erst in neuerer Zeit construirten sog. Wasserdruckmotoren, wie solche bisher namentlich von Ingenieur A. Schmid in Zürich, J. Haag in Augsburg und von Wyß und Studer in Zürich geliefert wurden.

Fig. 376a stellt den von A. Schmid erfundenen Wasserdruckmotor oder die sog. Patentpumpe dar. Das Eigenthümliche dabei ist, daß das Wasser in einem, um zwei Seitenzapfen schwingenden Cylinder und zwar abwechselnd an dem einen und dann an dem andern Ende eintritt und einen Kolben hin- und herbewegt, wie dies bei den Dampfmaschinen der Fall ist. Diese Bewegung des Kolbens wird dann vermittelst Schubstange und Kurbel einer Trieb- oder Schwungradwelle mitgetheilt.

In der Figur ist A der Cylinder und B der Kolben. Der Cylinder liegt auf der untern Seite in einer schalenartigen Vertiefung dce auf und schwingt um zwei seitlich angebrachte Zapfen. Diese Zapfen werden von an beiden Längsseiten des Cylinders vorhandenen Vorrichtungen getragen.

Das Betriebswasser tritt durch ein Zuflußrohr in die Aushöhlung F und bei den verschiedenen Lagen des Cylinders A durch die

Fig. 376 a.



Kanäle *co* und *mn* abwechselnd in den Cylinder. Bei der durch die Figur dargestellten Lage des Cylinders tritt das Triebwasser durch den Kanal *co* in den Cylinder und drückt den Kolben nach rechts, wobei das zugleich als Riemenscheibe dienende Schwungrad *G* die durch den Pfeil angedeutete Drehung macht.

Das rechts vom Kolben vorher zugeleitete Triebwasser fließt alsdann durch *mn* und den Kanal *H* ab. Bewegt sich der Kolben *B* aber gegen das rechte Cylinderende, so nimmt der Cylinder vermöge der veränderten Lage der Kurbel *J* und der Schubstange *JK* eine andere Neigung an, so daß dann das Zuflußwasser aus *F* durch den Kanal *mn* auf die rechte Seite des Kolbens gelangt. Das vorher durch *co* unter den Kolben zugeströmte Wasser fließt dann durch den Kanal *co* und *H* ab.

Mit dem Zuflußrohr ist in der Regel noch ein s. g. Windkessel (s. unten: Druckpumpe) verbunden, um allenfalls vorkommende Stöße abzuschwächen.

Die Maschine ist, wie man sieht, sehr einfach in ihrer Einrichtung, arbeitet schon bei einer Druckhöhe von 1 Meter und giebt hiebei 60 Umdrehungen des Schwungrads per Minute und noch mehr. Bei größeren Druckhöhen erzielt man 200 bis 300 Umdrehungen. Der Nutzeffekt soll im günstigen Fall bis 90%, also 0,9 *GH* betragen.

Die Maschine kann auch zum Ansaugen von Wasser 2c. verwendet werden; daher der Name „Patentpumpe“. (S. unten „Pumpwerke“.)

Dieselbe ist in neuester Zeit auch dahin ausgebildet worden, daß sie eine doppeltwirkende ist. Die beiden Cylinder liegen dann einander so gegenüber, daß ihre Axen in eine Vertikalebene fallen. Die beiden Schub- oder Kolbenstangen wirken auf die gekröpfte Triebwelle.

Außer dieser Doppelwirkung als Motor dient die so vervollkommnete Maschine auch als Dampfpumpe, wobei der eine Cylinder als Dampfmotor und der andere als Förderpumpe wirkt; ferner dient dieselbe auch als doppeltwirkende Pumpe und als Luftpumpe mit Wasser- oder Dampfbetrieb.

Die Maschine von J. Haag, sowie von Wyß und Studer weichen von der beschriebenen in ihrer Einrichtung etwas ab, sollen dieser in ihrer Leistungsfähigkeit aber gleich kommen.

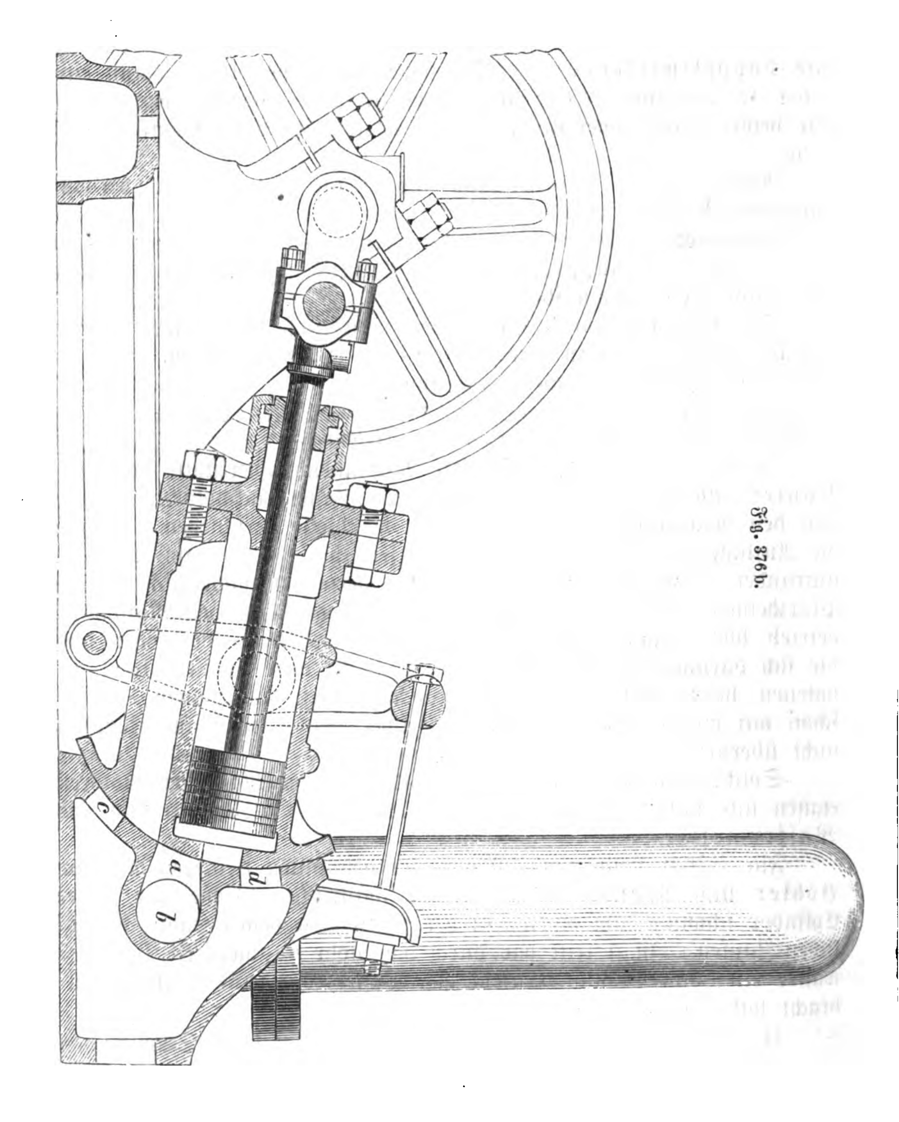
Vergl. Dingler's „Polyt. Journal" Bd. 203 und 211 (Schmid). Bd. 215 (Haag) und Bd. 218 (Wyß und Studer'sche Maschine).

In neuester Zeit verfertigt die Maschinenbauwerkstätte der Hrn. Böhler und Großmann in Pforzheim Wasserdruckmotoren, welche von den beschriebenen hauptsächlich in der Weise verschieden sind, daß die Auflagerung des Cylinders nicht seitlich, sondern am Kopfende stattfindet. Das genannte Etablissement verfertigt namentlich für die Pforzheimer Goldwaaren-Industrie Motoren, welche, soweit Maschinenbetrieb hiebei zulässig ist, nur geringe Betriebskräfte verlangen und die sich darum, bei Benützung des durch die neue Wasserleitung gebotenen hohen Gefälles, durch ihre Niedlichkeit auszeichnen, da sie schon mit einem Effekte beginnen, welcher den einer Mannesleistung nicht übersteigt.

Solche, wenigen Raum in Anspruch nehmende Wasserdruckmotoren eignen sich auch, wenn sie mit einem Tourenzähler verbunden sind, als Wassermesser.

Fig. 376b stellt einen Motor der genannten kleineren Art von Böhler und Großmann in $1/4$ der natürlichen Größe dar. Der Cylinder schwingt um einen, in der Mitte von dessen Länge befindlichen Zapfen. In *a* tritt das durch das Rohr *b* zugeleitete Betriebswasser ein; durch *c* und *d* fließt das Wasser, das seine Wirkung vollbracht hat, ab.

W ist ein Windkessel, wie ein solcher auch beim Schmid'schen und andern Wassermotoren angebracht und dessen Bestimmung es ist, die beim Wechsel der Kolbenhübe eintretenden Stöße unschädlich zu machen. Der Windkessel steht darum mit dem Schieberkasten in Verbindung und es ist also die Luft im Windkessel mit dem Betriebswasser in Berührung, nimmt also durch ihre Elasticität die erfolgenden Stöße auf. Oft sind zwei Windkessel angebracht. Wenn nämlich die Zuleitung von größerer Länge ist, so ist zweckmäßig, auch mit dieser einen Windkessel zu verbinden.



Die Wassersäulenmaschinen.

§. 224.

Bei den Wassersäulenmaschinen wirkt das Wasser ebenfalls durch seine der disponiblen Druckhöhe entsprechende motorische Kraft. Diese Maschinen werden oft als Motor bei geringen Wassermengen

und sehr hohem Gefälle und zwar namentlich zum Heben der Grubenwasser in Bergwerken, der Salzsoole 2c. angewendet.

Fig. 377 zeigt eine solche und zwar eine doppeltwirkende Wassersäulenmaschine. Ihre Einrichtung ist folgende:

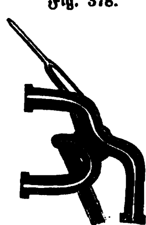


Fig. 377.

Aus der Einfallröhre E tritt das Betriebswasser durch die Röhren G und F und die Oeffnungen D und C abwechselnd unter und über den Treibkolben A. In der durch die Figur angedeuteten Stellung tritt das Wasser durch G und D unter den Kolben A und drückt ihn in die Höhe, während das über dem Kolben befindliche Wasser durch C und L ins Freie strömt. Gehen die beiden mit einander verbundenen Kolben H und K aber abwärts, so kann das Triebwasser nur durch F und C, und zwar über den Kolben A gelangen, da die Zuflußröhre G durch den Kolben K abgeschlossen ist;

der Treibkolben A geht dann abwärts, während das unter ihm befindliche Wasser jetzt durch D und L abfließt. Der Wechsel im Stande der Kolben H und K, welcher jedesmal beim höchsten und tiefsten Stande des Kolbens A eintritt, wird aber durch die Maschine selbst regulirt, und zwar durch einen s. g. Vierwegehahn O, welcher einerseits durch zwei gekrümmte Röhren P und Q mit einem Röhrenstücke in Verbindung steht, in welchem sich der Kolben N befindet, der durch eine und dieselbe Stange mit den Kolben H und K verbunden ist, während dabei aber das genannte Röhrenstück von dem unter ihm befindlichen Theil durch eine die Stange dicht umschließende Scheidewand getrennt ist. Anderseits steht der Vierwegehahn durch die Röhre R mit dem Triebwasser in beständiger Communikation. Das Triebwasser tritt nun bei gegenwärtiger Stellung des Hahnes durch die Röhren R und Q unter den Kolben N, während das über demselben befindliche Wasser durch die Röhren P und S sich ausgießt. Hat der Kolben A aber seinen höchsten Stand erreicht, so wirkt die Stange U auf den mit dem Hahn O verbundenen Hebelarm T so, daß der Hahn eine Viertelswendung macht, wie Fig. 378 zeigt. Dadurch kommen die Röhren R und P, und Q mit S in Verbindung; das Wasser wirkt also nun von oben auf den Kolben N, drückt diesen mit den Kolben H und K abwärts, so daß dann das Triebwasser durch F und C über den Kolben A gelangt und denselben nach unten bewegt. Damit die Stange U nur beim höchsten und tiefsten Stand des Kolbens A auf den Arm T des Hahnes wirkt, endigt jene in einen Schlitz oder eine Oehre, in welchem ein mit dem Arm T verbundener, in den Schlitz eingreifender Stift frei gleiten kann und erst bei den äußersten Standpunkten des Kolbens A ergriffen wird.

Fig. 378.



Die vom untern Theil des Kolbens A ausgehende Stange endlich trägt die Bewegung auf irgend eine Maschine, z. B. ein Pumpwerk rc., über. Es ergibt sich aus der Natur der Sache, daß die Maschine, ohne weiteres Zuthun, in Thätigkeit verbleibt, so lange die bewegende Kraft des Triebwassers die dem Kolben A entgegenwirkenden Widerstände überwiegt. — Der Nutzeffekt der Wassersäulenmaschinen beträgt 50 bis 75 %, d. i. 0,5 bis 0,75 $G \cdot H$. (Vergl. §. 210.)

XII. Abschnitt.

Von dem Druck und der Bewegung der elastischen Flüssigkeiten.

A. Vom Luftdruck.

§. 225.

Wie die Physik lehrt, umgibt die gemeine oder atmosphärische Luft die Erde ringsum bis zu einer gewissen Höhe, und übt vermöge ihres Gewichtes einen Druck auf alle Körper aus.

Da der auf und durch Flüssigkeiten ausgeübte Druck, wie schon oben im §. 181 vom Wasserdruck gelehrt wurde, sich nach allen Richtungen gleichmäßig fortpflanzt, so wird der von der Luft verursachte Druck meistentheils nicht wahrgenommen, weil er von allen Seiten auf die Körper einwirkt, sich also selbst wieder aufhebt. Die Größe des Luftdrucks kann aber dann leicht erkannt und gemessen werden, wenn man die Einrichtung trifft, daß die Luft nur von einer einzigen Seite auf einen Körper wirken und also nur in einer Richtung auf ihn drücken kann, wie man dies bei dem Barometer, Fig. 379, sieht.

Fig. 379.

Dies Messen des Luftdruckes durch das Barometer geschieht nämlich so, daß man eine nahezu 1 m lange, an einem Ende geschlossene Röhre durch Auskochen luftleer macht und dann mit Quecksilber anfüllt. Wird nun die Röhre umgestürzt, so daß ihr offenes Ende nach unten gekehrt ist*), so fließt etwas Quecksilber heraus; eine Quecksilbersäule von ungefähr 28 pariser Zoll oder 76 cm Länge aber bleibt bei nicht zu bedeutenden Erhebungen über der Meeresfläche in der Röhre zurück, ohne auszufließen. Das einzige Hinderniß, welches dem Ausfluß des Quecksilbers entgegenwirkt, ist der Druck, welchen die umgebende Luft auf das offene Ende der Röhre ausübt**); und da der obere, über dem Quecksilber befindliche Röhrenraum luftleer ist, so ist also der Luftdruck, welcher am untern Ende der Röhre auf das Quecksilber wirkt, gerade so groß, wie das Gewicht der in der Röhre befindlichen Quecksilbersäule.

---

*) Bei den gewöhnlichen Barometern ist das untere offene Röhrenende umgebogen und in eine Kugel erweitert oder in ein Schälchen mit Quecksilber eingetaucht, damit ein durch die verschiedenen Zustände der Atmosphäre verursachtes Steigen und Fallen der Quecksilbersäule möglich ist, und dabei kein Quecksilber verloren geht.

**) Beweis hievon ist, daß im luftleeren Raum das Quecksilber ausfließt.

Wird die Röhre mit ihrem offenen Ende in ein Schälchen mit Quecksilber eingetaucht, wie in der Figur, so wird *ab* obige Länge von 28 par. Zoll oder 76 cm haben müssen, da der im Punkte *c* von oben und unten stattfindende Druck eines Säulchens *bc* gegenseitig sich aufhebt.

Bekanntlich steigt und fällt das Barometer bei eintretendem Wechsel der atmosphärischen Zustände, und namentlich auch bei Besteigen von Höhen; somit ist der Luftdruck ein wandelbarer.

Der genannte Barometerstand von 76 cm oder 28 par. Zoll = 336 par. Linien ist der gewöhnliche oder mittlere Stand an der Meeresfläche. An der Nordsee beträgt derselbe 336—337‴, an der Ostsee 337‴, am Aequator 338—339‴.

Man sagt darum: Der mittlere Luftdruck, welcher auf irgend eine Fläche ausgeübt wird, ist gleich dem Gewichte einer Quecksilbersäule, welche die gedrückte Fläche als Basis und eine Höhe von 28 par. Zoll oder 76 Centimeter hat.

Oder, da das Quecksilber 13,6mal schwerer als Wasser ist, so ist der Luftdruck auch gleich dem Gewichte einer 13,6 . 0,76 = 10,336 Meter = 31,73 paris. Fuß hohen Wassersäule.

Weil aber ein Cubikmeter destillirtes Wasser 1000 kg wiegt, so ist der Luftdruck auf eine Fläche von
1 □m = 10,336 . 1000 = 10336 kg; also auf 1 □cm = 1,0336 kg; d. i. = 1 kg ungefähr.

Diesen mittlern Druck, welcher von der die Erde umgebenden Atmosphäre ausgeübt wird, nennt man den Atmosphärendruck, und man versteht darum unter der in der Mechanik oft vorkommenden Bezeichnung: „Druck von einer Atmosphäre" einen Druck von 1,0336 kg auf 1 □cm, = 103,36 kg auf 1 □dcm = 10336 kg auf 1 □m; oder einen Druck, welcher gleich ist dem Gewichte einer 76 cm = 28 par. Zoll rc. hohen Quecksilbersäule.

Ein Druck von zwei Atmosphären ist demnach ein solcher, welcher von einer 152 cm hohen Quecksilbersäule ausgeübt wird, oder ein Druck von 2 . 1,0336 = 2,0672 kg auf 1 □cm = 2 . 10336 kg auf 1 □m u. s. w.*)

§. 226.

Die gemeine Luft, sowie auch alle übrigen Gasarten und Dämpfe, sind in einem so ausgezeichneten Grade elastisch, daß sie, wenn die Schwere oder sonst ein Hinderniß nicht entgegenwirkt, jeden ihnen dargebotenen Raum ausfüllen. In einem abgeschlossenen Behälter üben darum die Gase, kraft dieses Ausdehnungsvermögens, einen Druck auf die umschließenden Wände aus, welcher Druck um so größer ist, je

*) Den Werth des mittlern Atmosphärendruckes in verschiedenen bisherigen Landesmaßen siehe Tabelle am Ende des Werkes.

größer die Elasticität oder die ausdehnende Kraft, d. i. die Spann- oder **Expansivkraft** des Gases ist.

Vermöge dieser Elasticität lassen sich auch alle gasförmigen Körper auf einen kleineren Raum zusammenpressen. Dabei wächst nach **Mariotte's** Versuchen die Dichtigkeit der Luft (oder Gases)*) in gleichem Verhältnisse mit dem Drucke, welcher auf die eingeschlossene Luft ausgeübt wird; d. h. wenn dieser Druck 2-, 3- oder 4mal größer wird, so nimmt die Luft auch einen 2-, 3- oder 4mal kleinern Raum ein.

Hieraus folgt nun ebenso umgekehrt, daß die auf die $1/2$, $1/3$ oder $1/4$ des ursprünglichen Raumes zusammengepreßte Luft einen doppelten, dreifachen oder vierfachen Atmosphärendruck ausübt.

Wäre z. B. in einem Cylinder $ABKJ$, Fig. 380, unter dem vollkommen dichtanschließenden Kolben AB gewöhnliche Luft, so würde diese auf jeden □cm mit ungefähr 1 kg drücken. Drückt man nun den Kolben bis CD, d. i. um $1/4$ der ganzen Höhe AJ abwärts, so daß die Luft nur noch $3/4$ ihres ursprünglichen Raumes einnimmt, so ist der Druck derselben auf 1 □cm = $4/3$. 1 kg. Kommt der Kolben in EF an, so daß die Luft in einen nur halb so großen Raum zusammengepreßt ist, so ist der Druck per 1 □cm = 2 . 1 kg. Oder wenn die Luft nur noch den Raum $GHKJ$, also $1/4$ des ursprünglichen Raumes einnimmt, so beträgt ihr Druck auf den □cm 4 . 1 kg u. s. w.

Fig. 380.

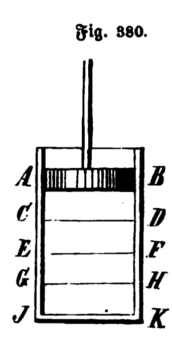


Fig. 381.

Im umgekehrten Fall, wenn Gase oder auch Dämpfe sich in einen größern Raum ausdehnen, als sie bei gewöhnlicher Dichtigkeit einnehmen, so nimmt ihre Spannung oder ihr Druck ab und zwar in dem nämlichen Verhältniß, wie der Raum zunimmt.

Die Spann- oder Expansivkräfte einer und derselben Luft- oder Dampfmenge stehen daher im umgekehrten Verhältniß zu deren Volumina.

Man nennt diesen Satz das **Mariotte'sche Gesetz.**

Die Richtigkeit desselben kann leicht durch einen Versuch nachgewiesen werden. Man bedient sich dazu einer gebogenen Glasröhre ***abd***, Fig. 381, welche am kürzern Ende a geschlossen ist. Durch eine kleine Menge eingegossenen Quecksilbers wird die Luft im kurzen Schenkel ac abgesperrt. Wird nun bei d Quecksilber nachgegossen,

*) Die Verdichtung des Dampfes durch Zusammendrücken ist eine beschränkte (s. unten). Dies gilt auch bezüglich einiger Gase, z. B. Kohlensäure u. a., weil solche bei hohem Druck tropfbar flüssig werden.



so wird die Luft in ac zusammengepreßt. Nimmt endlich die Luft nur noch den halben Raum von ac ein, wenn nämlich das Quecksilber im kürzern Schenkel in g steht, so ist der Abstand fg der Quecksilberspiegel in beiden Schenkeln 76 cm. Es steht alsdann die in ag eingeschlossene, auf den halben Raum zusammengepreßte Luft unter einem doppelten Atmosphärendrucke, weil in dem längern Schenkel sowohl der Luftdruck von oben, als auch noch der Druck der 76 cm langen Quecksilbersäule fh wirksam sind.

Nach neuern Untersuchungen erleidet das Mariotte'sche Gesetz bei sehr hohen Pressungen eine Störung, indem alsdann die Dichtigkeit in einem geringern Grade zunimmt. Doch gilt dasselbe für gewöhnliche Fälle und alle hier vorkommenden Berechnungen vollkommen.

§. 227.

Das Bestreben, sich auszudehnen, oder das Expansionsvermögen wird bei allen gasförmigen Körpern noch mehr erhöht, wenn diese erwärmt werden.

Wird nämlich die in einem Gefäße vermittelst eines Kolbens abgeschlossene Luft oder Dampf auf eine höhere Temperatur gebracht, so wird das Gas sich ausdehnen und den Kolben auswärts schieben. Dabei verliert also das eingeschlossene Gas an seiner Dichtigkeit, da die gleiche Masse sich nach und nach in einen größern Raum verbreitet, und es übt darum die Temperatur einen wesentlichen Einfluß auf die Expansivkraft und die Dichtigkeit der Gase aus.

Nach Versuchen, die hauptsächlich von Gay-Lussac gemacht wurden, **wächst bei gleicher Dichtigkeit die Expansivkraft der Gase mit der Temperatur, und ebenso wächst bei gleicher Expansivkraft das Volumen mit der Temperatur**; d. h. von zwei eingeschlossenen Luftmengen einer Gattung, die gleiches Volumen und also auch gleiche Dichtigkeit haben und behalten, nimmt diejenige die größere Spannung an, welche erwärmt wird; und von zwei gleichen Luftmengen, deren Spannung immer die nämliche bleibt, wird die erwärmte ein größeres Volumen annehmen und zwar in dem Grade, als sie erhitzt wird.

§. 228.

Nach den im letzten §. genannten, von Gay-Lussac u. A. gemachten Versuchen nimmt die Ausdehnung und also auch die Expansivkraft der atmosphärischen Luft und, mit wenig Abweichung, auch die aller andern Gase und Dämpfe bei einer Temperaturerhöhung von je 1° C. um 0,00367 ihrer ursprünglichen Größe zu. Für eine Erwärmung um 1° R. beträgt diese Zunahme 0,00459.*)

*) 1° C. bezeichnet 1 Grad nach dem Celsius'schen oder 100theiligen (Centesimal-) Thermometer, bei welchem der Raum zwischen Frost- und Siedepunkt in 100 Theile eingetheilt ist, und ebenso bedeutet 1° R. 1 Grad nach dem Reaumur'schen oder 80theiligen Thermometer.

Hat darum eine Luftmasse bei einer Temperatur von 0° ein Volumen von V^0, so ist, wenn die Spannung immer die gleiche bleibt, ihr Volumen bei einer Temperatur

von 1° C. $= V^0 + 0{,}00367 \,.\, V^0 = V^0 (1 + 0{,}00367 \,.\, 1)$;
bei 2° C. ist dies Volumen $= V^0 (1 + 0{,}00367 \,.\, 2)$;
bei 3° C. „ „ „ $= V^0 (1 + 0{,}00367 \,.\, 3)$.

Bezeichnen V' und V'' die Volumina für die Temperaturen t' und t'', so ist also

$$V' = V^0 (1 + 0{,}00367 \,.\, t') \text{ (I)};$$
$$V'' = V^0 (1 + 0{,}00367 \,.\, t'') \text{ (II)};$$

oder auch, da die Temperaturerhöhung von t' auf $t'' = t'' - t'$ ist, beträgt

$$V'' = V' (1 + 0{,}00367 (t'' - t')) \text{ (III)}.$$

Aus den obigen Werthen für V' und V'' erhält man also das Volumenverhältniß

$$V' : V'' = V^0 (1 + 0{,}00367 \,.\, t') : V^0 (1 + 0{,}00367 \,.\, t'');$$

d. i. $\quad V' : V'' = 1 + 0{,}00367 \,.\, t' : 1 + 0{,}00367 \,.\, t''$;

folglich

$$V'' = \frac{V' (1 + 0{,}00367 \,.\, t'')}{1 + 0{,}00367 \,.\, t'} \text{ (IV)}.$$

Da aber die Dichtigkeiten der gleichen Massen im umgekehrten Verhältnisse zu ihrem Volumen stehen, so hat man das gegenseitige Dichtigkeitsverhältniß, wenn d^0 die Dichte, d. h. das Gewicht der Cubikeinheit bei 0°, d' die Dichte bei t' und d'' die Dichte bei t'' angibt:

$$d^0 : d' = V' : V^0 = V^0 (1 + 0{,}00367 \,.\, t') : V^0;$$

folglich

$$d' = \frac{d^0}{1 + 0{,}00367 \,.\, t'} \text{ (V)}.$$

Ebenso ist

$$d' : d'' = V'' : V' = 1 + 0{,}00367 \,.\, t'' : 1 + 0{,}00367 \,.\, t';$$

daher

$$d'' = \frac{d' (1 + 0{,}00367 \,.\, t')}{1 + 0{,}00367 \,.\, t''} \text{ (VI)}.$$

Bleibt aber die Spannung des Gases nicht die gleiche, sondern ist selbige bei $o^0 = p^0$, bei $t'^0 = p'$ und bei $t''^0 = p''$, so ist V' nicht mehr $= V^0 (1 + 0{,}00367 \,.\, t')$, sondern

$$V' = V^0 (1 + 0{,}00367 \,.\, t') \frac{p^0}{p'} \text{ (VII)},$$

weil ebenfalls die Volumina der gleichen Gasmassen bei der nämlichen Temperatur sich umgekehrt verhalten, wie ihre Spannungen; d. h. soll die Spannung von p^0 auf p' zunehmen, so muß, bei gleicher Temperatur, das Volumen in dem Verhältniß $\frac{p^0}{p'}$ abnehmen; man muß also,

um das Volumen für die Temperatur t'' und die Spannung p'' zu erhalten, den der Spannung p^0 für die Temperatur t' entsprechenden obigen Volumenausdruck (I) mit dem Bruch $\frac{p^0}{p'}$ multipliziren.

Auf gleiche Weise erhält man:

$$V'' = V^0 (1 + 0{,}00367 \,.\, t'') \frac{p^0}{p'} \text{ (VIII)};$$

folglich

$$V' : V'' = (1 + 0{,}00367\, t')\, p'' : (1 + 0{,}00367 \,.\, t'')\, p';$$

und somit

$$d' : d'' = (1 + 0{,}00367 \,.\, t'')\, p' : (1 + 0{,}00367 \,.\, t')\, p''.$$

Aus beiden Proportionen erhält man:

$$V'' = \frac{V' (1 + 0{,}00367 \,.\, t'')\, p'}{(1 + 0{,}00367 \,.\, t')\, p''} \text{ (IX)};$$

$$d'' = \frac{d' (1 + 0{,}00367 \,.\, t')\, p''}{(1 + 0{,}00367 \,.\, t'')\, p'} \text{ (X)}.$$

§. 229.

Ist das Volumen oder die Dichtigkeit einer Gasmasse bei irgend einer Temperatur und Spannung bekannt, so läßt sich durch die Formeln des vorigen §. leicht das Volumen und die Dichtigkeit berechnen, welche die gleiche Gasmasse bei einer andern Temperatur annimmt.

Durch genaue Messungen und Wägungen hat man nun gefunden, daß bei einem mittlern Barometerstand von 0,76 m oder bei einem Druck von 1,0336 kg auf 1 □cm und bei einer Temperatur von 0° ein Kilogramm atmosphärische Luft ein Volumen = 0,76953 cbm hat; oder daß das Gewicht eines Kubikmeters = 1,2995 kg ist.

Es ist somit das Volumen bei t'^0 und bei gleicher Spannung nach Gl. I des vorigen §.

$$V' = 0{,}76953 (1 + 0{,}00367 \,.\, t') \text{ cbm (I)},$$

und die Dichtigkeit nach Gl. V

$$d' = \frac{1{,}2995}{1 + 0{,}00367 \,.\, t'} \text{ kg (II)}.$$

Hat aber die Luft bei t'^0 eine Spannung p', welche verschieden von der mittlern Spannung = 0,76 m ist, so ist nach Gl. VII

$$V' = 0{,}76953 (1 + 0{,}00367\, t') \frac{0{,}76}{p'} \text{ (III)},$$

und
$$d' = \frac{1{,}2995}{1 + 0{,}00367 \,.\, t'} \cdot \frac{p'}{0{,}76} \text{ (IV)};$$

wobei bemerkt wird, daß p' der Barometerstand und ebenfalls in Metern anzugeben ist.

Man kann aber auch die Spannung durch den auf eine Fläche

von 1 □cm 2c. ausgeübten Druck in Kilogrammen 2c. angeben; alsdann ist

$$V' = 0{,}76953\,(1 + 0{,}00367\,.\,t')\,\frac{1{,}0336}{p'}\ \text{(V)};$$

und
$$d' = \frac{1{,}2995}{1 + 0{,}00367\,.\,t'}\,.\,\frac{p'}{1{,}0336}\ \text{(VI)}.$$

Durch ähnliche Untersuchungen hat man gefunden, daß, bei gleicher Spannung und der nämlichen Temperatur, die Dichtigkeit des Wasserdampfes nur ⅝ von der Dichtigkeit der atmosphärischen Luft beträgt. Es ist darum die Dichtigkeit des Dampfes für die Temperatur t'^0

$$d' = \frac{{}^5/_8\,.\,1{,}2995\,.\,p'}{(1 + 0{,}00367\,.\,t')\,.\,0{,}76} = \frac{1{,}0686\,.\,p'}{1 + 0{,}00367\,.\,t'}\ \text{kg (VII)},$$

wenn die Spannung p' durch den Barometerstand in Metern ausgedrückt ist.

Gewöhnlich geht man bei der Berechnung der Expansivkraft des Dampfes von einem Dampfe von 100° C. Wärme aus, dessen Spannung gleich dem Atmosphärendrucke, also = 0,76 m = 760 mm ist, und von welchen 1 kg ein Volumen von 1,7 cbm oder genauer 1 cbm ein Gewicht 0,5895 hat.

Man erhält dann für das Volumen für irgend eine Temperatur t'' und eine Spannung p'' nach Gl. IX des vorigen §.

$$V'' = \frac{1{,}7\,(1 + 0{,}00367\,t'')\,760}{(1 + 0{,}00367\,.\,100)\,p''} = \frac{1292\,(1 + 0{,}00367\,.\,t'')}{1{,}367\,.\,p''};$$

d. i.
$$V'' = \frac{945{,}135\,(1 + 0{,}00367\,.\,t'')}{p''}\ \text{(VIII)};$$

worin, da diese zwei Formeln für eine in Millimetern angegebene Barometerhöhe aufgestellt sind, wie schon bemerkt, p'' in Millimetern auszudrücken ist.

Ebenso ergibt sich für die genannten Temperatur- und Spannungsverhältnisse nach Gl. X

$$d'' = \frac{0{,}5895\,(1 + 0{,}00367\,.\,100)\,.\,p''}{(1 + 0{,}00367\,.\,t'')\,.\,760} = \frac{0{,}00106\,.\,p''}{1 + 0{,}00367\,.\,t''}\ \text{(IX)}.$$

Obgleich in Behältern, ähnlich wie in der Atmosphäre, die untern Schichten des elastischen Mediums von den obern zusammengepreßt werden, also dichter sein müssen, so ist in gewöhnlichen Gefäßen diese Zunahme der Dichtigkeit doch so gering, daß letztere überall als die nämliche angenommen werden muß.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Welches Volumen nimmt ein Kilogramm atmosphärische Luft ein, wenn sie eine Temperatur von 50° C. hat und einen doppelten Atmosphärendruck ausübt?

Auflösung. Einem Druck von 2 Atmosphären entspricht ein Barometerstand = 2 . 0,76 = 1,52 m; es ist also nach §. 229 Gleichung III

$$V' = 0{,}76953\,(1 + 0{,}00367\,.\,50)\,\frac{0{,}76}{1{,}52} = 0{,}45536\ \text{cbm}.$$

2te Aufgabe. Wenn eine Luftmenge von 2,7 cbm, 12° C. Wärme und 1,111 kg Spannkraft per 1 □cm in eine Temperatur von 100° C. und in eine Spannung von 1,389 kg versetzt werden soll; welches Volumen muß selbige einnehmen?

Auflösung. Nach Gleichung IX des §. 228 ist zu setzen:

$$V'' = \frac{2{,}7\,(1 + 0{,}00367 \,.\, 100)\, 1{,}111}{(1 + 0{,}00367 \,.\, 12) \,.\, 1{,}389} = \frac{2{,}7 \,.\, 1{,}367 \,.\, 1{,}111}{1{,}04404 \,.\, 1{,}389},$$

d. i. $V'' = 2{,}828$ cbm.

3te Aufgabe. Wie groß ist das Gewicht der in einem Cylinder von 10 m Länge und 2 m Weite enthaltenen Luft bei 20° Wärme und $1^1/_2$ Atmosphären Spannung?

Auflösung. Der Cylinder enthält $r^2 \,.\, \pi \,.\, h = 1 \,.\, 3{,}14 \,.\, 10 = 31{,}4$ cbm Luft. Die Dichtigkeit derselben oder das Gewicht eines Cubikmeters ist nach §. 229 Gleichung IV

$$d' = \frac{1{,}2995}{1 + 0{,}00367 \,.\, 20} \,.\, \frac{1{,}5 \,.\, 0{,}76}{0{,}76} = 1{,}816 \text{ kg};$$

folglich beträgt das Gewicht der gesammten Luftmenge

$$= 31{,}4 \,.\, 1{,}816 = 57{,}0224 \text{ kg}.$$

4te Aufgabe. Welches Volumen hat 1 kg Dampf, dessen Spannung 6mal größer als der Atmosphärendruck ist?

Auflösung. Vorerst muß man wissen, bei welcher Temperatur der Dampf die genannte Spannung annimmt. — Nach §. 251 beträgt diese Temperatur 160° C.

Somit ist nach §. 229 Gleichung VIII

$$V'' = \frac{945{,}135\,(1 + 0{,}00367 \,.\, 160)}{6 \,.\, 760} = \frac{1500}{4560} = 0{,}3289 \text{ cbm}.$$

5te Aufgabe. Wie viele Kilogramme Speisewasser bedarf eine Dampfmaschine, welche per Minute 18 cbm Dampf braucht, dessen Expansivkraft = $1^1/_2$ Atmosphärendruck ist?

Auflösung. Nach §. 251 hat ein Dampf von $1^1/_2$ Atmosphären eine Temperatur von 112,4° C.; somit ist seine Dichte nach §. 229 Gleichung VII

$$d' = \frac{1{,}0686 \,.\, 1^1/_2 \,.\, 0{,}76}{1 + 0{,}00367 \,.\, 112{,}4} = \frac{1{,}218204}{1{,}412508} = 0{,}862 \text{ kg}.$$

Nach §. 229 Gleichung IX beträgt die Dichte

$$d'' = \frac{0{,}00106 \,.\, 1^1/_2 \,.\, 760}{1 + 0{,}00367 \,.\, 112{,}4} = \frac{1{,}2084}{1{,}412508} = 0{,}855 \text{ kg}.$$

Somit ist das Gewicht von 18 cbm Dampf, oder das Gewicht der per Minute erforderlichen Wassermenge = 18 . 0,862 = 15,516 kg; oder nach der zweiten Lösung = 18 . 0,855 = 15,39 kg.

§. 230.

Zur Messung der Spannung, welche die in einem Behälter eingeschlossene Luft oder auch Dampf besitzt, bedient man sich der **Manometer**, wovon es verschiedene Arten gibt, welche aber alle dem gewöhnlichen Barometer mehr oder weniger ähnlich sind.

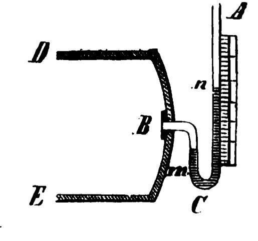
Das Manometer, Fig. 382, ist von dem Barometer gar nicht verschieden. Die Manometerröhre AB ist oben bei A geschlossen und luftleer. Die Luft, deren Spannung untersucht werden soll, gelangt durch die Röhre CD in den Quecksilberbehälter FG und drückt nun vermöge ihrer Elasticität das Quecksilber in der Röhre AB in die Höhe.

Fig. 382.

Aus der Höhe des Quecksilberstandes über mn ergibt sich die Spannkraft der Luft. Würde z. B. diese durch den verschiebbaren Zeiger Z angezeigte Standhöhe DJ 76 cm betragen, so wäre die zu untersuchende Luft eine von gewöhnlichem Druck; würde aber der Quecksilberstand $DJ = 114$ cm sein, so hätte die durch CD zuströmende Luft eine Spannung von $\frac{114}{76} = 1\frac{1}{2}$ Atmosphären u. s. w.

Ein anderes einfaches Manometer ist das **Hebermanometer**, Fig. 383, welches oben bei A offen ist. Bei B strömt das Gas, dessen Expansivkraft gemessen werden soll, in die Röhre BCA und drückt auf das Quecksilber, welches sich darin befindet. Ist wieder gemeine Luft im Behälter DE, so wird in beiden Schenkeln das Quecksilber gleich hoch stehen, weil alsdann der Druck in beiden gleich, und zwar **ein** Atmosphärendruck ist. Ist aber die Luft in DE in einem gespannten Zustande, so wird der Druck in m stärker sein, als in n, das Quecksilber in AC wird also in die Höhe steigen, und der Abstand mn der beiden Quecksilberspiegel gibt an, um wie viel der Druck der in DE eingeschlossenen Luft größer als ein Atmosphärendruck ist.

Fig. 383.



Angenommen, in dem Schenkel AC stehe das Quecksilber 19 cm höher als in dem Schenkel BC; alsdann ist der zu messende Druck so groß als der gewöhnliche Luftdruck und als der Druck einer Quecksilbersäule von 19 cm Höhe zusammen. Weil aber der Druck einer 19 cm hohen Quecksilbersäule $= {}^{19}/_{76} = {}^{1}/_{4}$ des Atmosphärendruckes ist, so drückt also die Luft in DE mit $1 + {}^{1}/_{4} = {}^{5}/_{4}$ Atmosphären.

Würde der Abstand mn 1 cm betragen, so wäre der Druck in B um ${}^{1}/_{76}$ größer, als der Atmosphärendruck; also bei einem Abstand

von 2 cm ist dieser Druck um ${}^{2}/_{76}$ . . größer als 1 Atmosphärendruck,
bei 3 „ „ „ „ „ ${}^{3}/_{76}$ . . „ „ 1 „
„ 24 „ „ „ „ „ ${}^{24}/_{76}$ . . „ „ 1 „
„ 1 mm „ „ „ „ $\frac{1}{76 . 10} = \frac{1}{760}$ „ „ 1 „

u. s. w. u. s. w.

Wäre aber der Stand eines an einer Gasleitung (für Beleuchtung) angebrachten und wie dort der Fall ist, mit **Wasser** gefüllten Manometers von der genannten Art = 45 mm, so würde dies, da

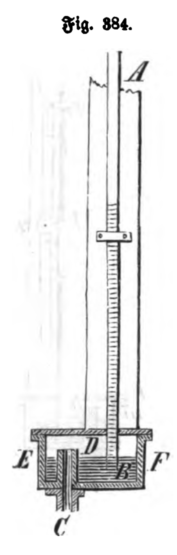


Fig. 384.

das Wasser 13,6 mal leichter als Quecksilber ist, einen Ueberdruck von $\frac{45}{760 \cdot 13,6} = \frac{1}{230}$ Atmosphären anzeigen.

Das Gefäßmanometer, Fig. 384, welches oben bei A offen ist, gibt die Spannung des durch CD zuströmenden Gases gerade so an, wie das vorhergehende Hebermanometer. Weil aber hier das Gas auf eine größere Quecksilbermasse in EF wirken muß, so werden die Schwingungen desselben langsamer auf die Quecksilbersäule AB übertragen, wodurch das Beobachten und Messen der Spannungsverhältnisse sicherer wird.

§. 231.

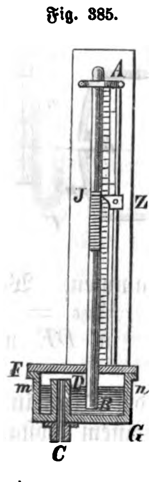


Fig. 385.

Um höhere Spannungen eines Gases anzugeben, gebraucht man vorzugsweise das Luftmanometer, Fig. 385. Dasselbe ist ganz wie das Manometer, Fig. 382, eingerichtet, mit dem einzigen, aber wesentlichen Unterschiede, daß im obern Raum der in A geschlossenen Röhre sich gewöhnliche Luft befindet. Ferner ist die Einrichtung getroffen, daß, wenn die in AJ eingeschlossene Luft eine mittlere Temperatur von 10° hat, und wenn das durch CD zuströmende Gas einen Druck von einer Atmosphäre ausübt, das Quecksilber in der Röhre AB und im Gefäße FG gleich hoch steht. Nimmt nun aber die Spannung des aus CD zuströmenden Gases zu, so wird die Luft in der Röhre durch das eindringende Quecksilber zusammengepreßt, und es wird sich nach dem Mariotte'schen Gesetz (§. 226) die Länge der übrigbleibenden Luftsäule AJ in dem Grade verkürzen, wie der Druck des Gases in D zunimmt. Da der Querschnitt der Röhre AB im Verhältniß zur Weite des Gefäßes FG sehr klein ist, so kann angenommen werden, daß der Quecksilberspiegel mn immer gleiche Höhe habe. Ist z. B. das Röhrenstück AD = 64 cm, die Luftsäule AJ aber nur ¼ von AD = 16 cm lang, so hat bei unveränderter Temperatur die in AJ eingeschlossene Luft eine 4mal größere Spannung als im gewöhnlichen Zustande. Es übt alsdann das durch die Röhre CD zuströmende Gas einen Druck aus, der im Stande ist, der Spannung der in AJ eingeschlossenen Luftsäule, sowie dem Drucke der Quecksilbersäule JD das Gleichgewicht zu halten. Da aber $JD = 64 - 16 = 48$ cm ist, so ist der von der Quecksilbersäule DJ ausgeübte Druck = $^{48}/_{76}$

Atmosphärendruck, und folglich die gesammte Spannung des zu untersuchenden Gases = 4 + $^{48}/_{76}$ = $4^{12}/_{19}$ = 4,63 Atmosphären.

Wäre aber eine Temperaturveränderung eingetreten, ist z. B. im genannten Falle die Temperatur von 10° auf 20° gestiegen, so ist nach §. 228 die Spannung der Luftsäule $AJ = \left(\frac{1 + 0,00367 \,.\, 20}{1 + 0,00367 \,.\, 10}\right) .\, 4$ Atmosphären; folglich der Druck des Gases oder Dampfes = $\left(\frac{1 + 0,00367 \,.\, 20}{1 + 0,00367 \,.\, 10}\right) .\, 4$ Atmosphären + $^{48}/_{76}$ Atmosphären = 4,14 + $^{12}/_{19}$ = 4,14 + 0,63 = 4,77 Atmosphären.

Ueber besondere Manometerconstructionen für Dämpfe siehe im nächsten Abschnitt.

B. Von der Anwendung des Luftdruckes.

I. Die Pumpwerke.

a. Die Druckpumpe.

§. 232.

Die Pumpwerke dienen dazu, um Wasser oder andere Flüssigkeiten durch Ansaugen und Weiterfördern von einem Ort zum andern — gewöhnlich aus der Tiefe (z. B. bei Brunnen, Salzsoole 2c.) in die Höhe — zu schaffen.

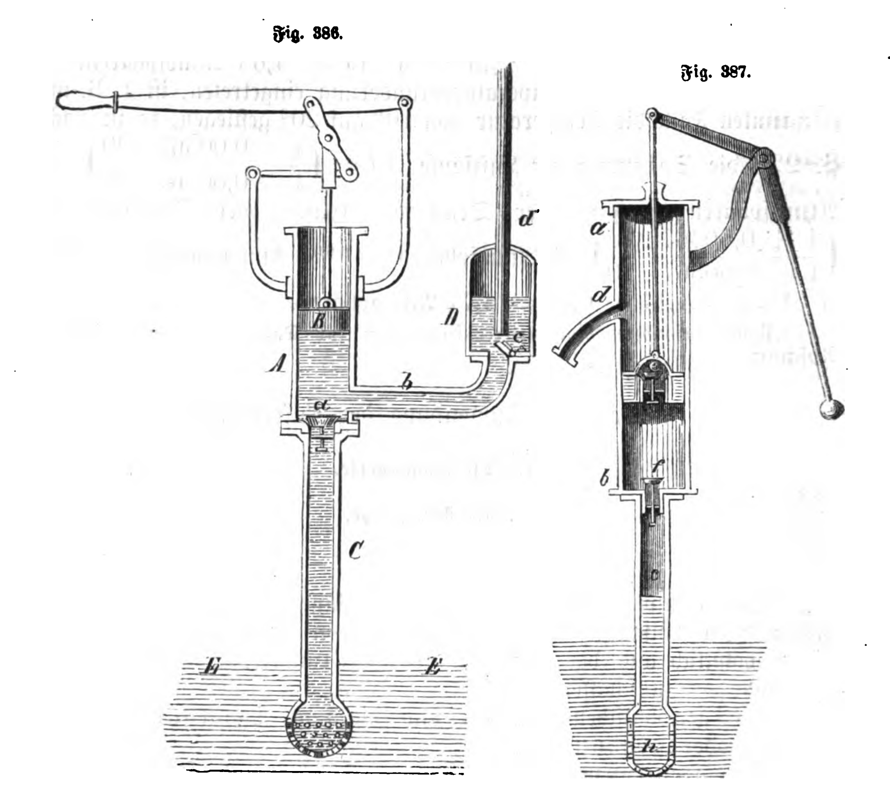
Die gewöhnlichen Pumpen sind die s. g. Druckpumpen und Saug- oder Hebepumpen.

Die Druckpumpe oder richtiger Saug- und Druckpumpe, Fig. 386, besteht aus dem hohlen Cylinder oder Stiefel *A*, in welchem der dicht anliegende Kolben *B* auf- und abbewegt wird. Unten befindet sich die Saugröhre *C*, eine Seitenröhre *b* verbindet den Stiefel mit dem s. g. Windkessel *D*, von welchem die Fortleitungs- oder Steigröhre *d*, welche beinahe bis auf den Grund des Windkessels reicht, ausgeht.

a und *c* sind Ventile, welche das Zurückfließen der Flüssigkeit verhindern sollen, und zwar nennt man *a* das Saug- und *c* das Druckventil. Der Form nach ist hier *a* ein s. g. konisches oder Kegel- und *c* ein Klappenventil.

Wenn nun der Kolben in die Höhe gezogen wird, so entsteht unter ihm ein luftverdünnter Raum, da die wenige Luft unter dem Kolben ein weit größeres Volumen annimmt. Das Saugventil *a*, welches die Saugröhre *C* schließt, wird sodann von der in dieser befindlichen dichtern Luft gehoben, und es strömt letztere aus der Saugröhre in den über dem Ventil *a* befindlichen luftverdünnten Raum.

Geht der Kolben wieder abwärts, so wird auf die unter ihm befindliche Luft ein Druck ausgeübt, welcher sich auf das Ventil *a* fort-



pflanzt und dieses schließt. Alle durch das vorhin offene Saugventil eingesaugte Luft wird dann seitwärts durch die Röhre *b* verdrängt, das Druckventil *c* wird dabei gehoben und die Luft entweicht durch die Röhre *d*.

Bei wiederholtem Aufwärtsziehen des Kolbens *B* wird endlich die Saugröhre *C* fast völlig luftleer. Alsdann wird der von außen in *EE* stattfindende Luftdruck das Wasser in der Saugröhre, wo kein Gegendruck mehr stattfindet, in die Höhe bis in den Stiefel *A* pressen. Bei sofortigem Abwärtsgehen des Kolbens wird das Ventil *a* die Saugröhre wieder abschließen, und wie vorhin die eingesaugte Luft, so wird jetzt das aus der Saugröhre zugeströmte Wasser durch die Röhre *b* in den Windkessel *d* gedrückt.

Die in dem Windkessel durch das eindringende Wasser abgesperrte und zusammengepreßte Luft wirkt dann vermöge ihrer Elasticität auf das Wasser zurück, und treibt es in ununterbrochenem Strahle durch das Steigrohr *d* fort. Das über der Röhre *b* angebrachte Ventil *c*, welches beim Aufziehen des Kolbens sowohl durch das Gewicht des im

Windkessel befindlichen Wassers, als auch durch die Expansion der eingeschlossenen Luft zugedrückt wird, verhindert das Rückwärtsfließen des Wassers.

Der Windkessel *D* ist kein nothwendiger Bestandtheil der Pumpe. Ohne denselben würde aber das Wasser nur stoßweise durch die Röhre *d* und zwar jeweils nur beim Abwärtsgehen des Kolbens *B* abfließen.

b. Die Saug- oder Hebepumpe.

§. 233.

Die Saug- und Hebepumpe *abh*, Fig. 387, auch kurz Saugpumpe genannt, welche bei s. g. Zieh- oder Pumpbrunnen gewöhnlich in Anwendung ist, unterscheidet sich von voriger bloß dadurch, daß beim wiederholten Abwärtsgehen des Kolbens das unter diesem befindliche aufgesaugte Wasser durch den durchbohrten Kolben und das geöffnete Ventil *e* über den Kolben tritt. Bei sofortigem Aufwärtsgehen wird das über dem Kolben befindliche Wasser das Ventil *e* schließen, und jenes wird gehoben, bis es durch die oberhalb des Kolbens angebrachte Röhre *d* abfließen kann.

Eine solche Pumpe, wie die dargestellte, liefert das Wasser natürlich nur stoßweise, indem nur beim Aufsteigen des Kolbens Wasser durch *d* abfließen wird.

c. Doppeltwirkende Pumpen.

§. 234.

Ist eine Pumpe so eingerichtet, daß sie sowohl beim Hin- als Hergange des Kolbens Wasser ꝛc. ansaugt und weiter fördert, so nennt man dieselbe eine doppeltwirkende Pumpe. Dies erfordert, daß im Pumpenstiefel abwechselnd auf der einen und dann auf der andern Seite des Kolbens ein luftleerer Raum hergestellt wird. Der Stiefel muß darum auch an dem Ende, an welchem die Kolbenstange heraustritt, dicht abgeschlossen sein, was man dadurch erreicht, daß dort eine s. g. Stopfbüchse (s. Fig. 389) mit einer Liederung*) angebracht ist, die sich an die Kolbenstange anschließt und in welcher diese sich bewegt. Auch bedarf es nun ebensowohl zweier Saug- als auch zweier Druckventile.

Solche doppeltwirkende Pumpen zeigen die Figuren 388, 389 und 390.

In Fig. 388 ist *BB CC* der Pumpenstiefel und *A* der Kolben,

*) Liederung (Lederung), auch Packung, Abdichtung (vergl. §. 185), nennt man die in der Stopfbüchse angebrachte, aus Leder, Filz, Werg ꝛc. bestehende Umhüllung der Kolbenstange, die durch eine Stahlfeder oder auch in anderer Weise an die Stange angepreßt wird.

B,B sind die Saug- und *C,C* die Druckventile; *D* ist das Saug- und *E* das Steigerohr.

Geht der Kolben *A* aufwärts, so entsteht unter ihm ein luftverdünnter Raum, somit öffnet sich das untere Saugventil *B* und es dringt das Wasser durch das Saugrohr *D* unter den Kolben, während das über demselben befindliche Wasser oder anfänglich die dort vorhandene Luft durch das sich gleichzeitig öffnende obere Druckventil *C* in das Steigerohr *E* gedrückt wird. Umgekehrt tritt beim Abwärtsgehen des Kolbens das Wasser, da jetzt über demselben eine Leere statt hat, aus dem Saugrohr durch das obere Saugventil *B* in den Stiefel, während die unter dem Kolben befindliche Flüssigkeit durch das untere Druckventil *C* in das Steigerohr verdrängt wird.

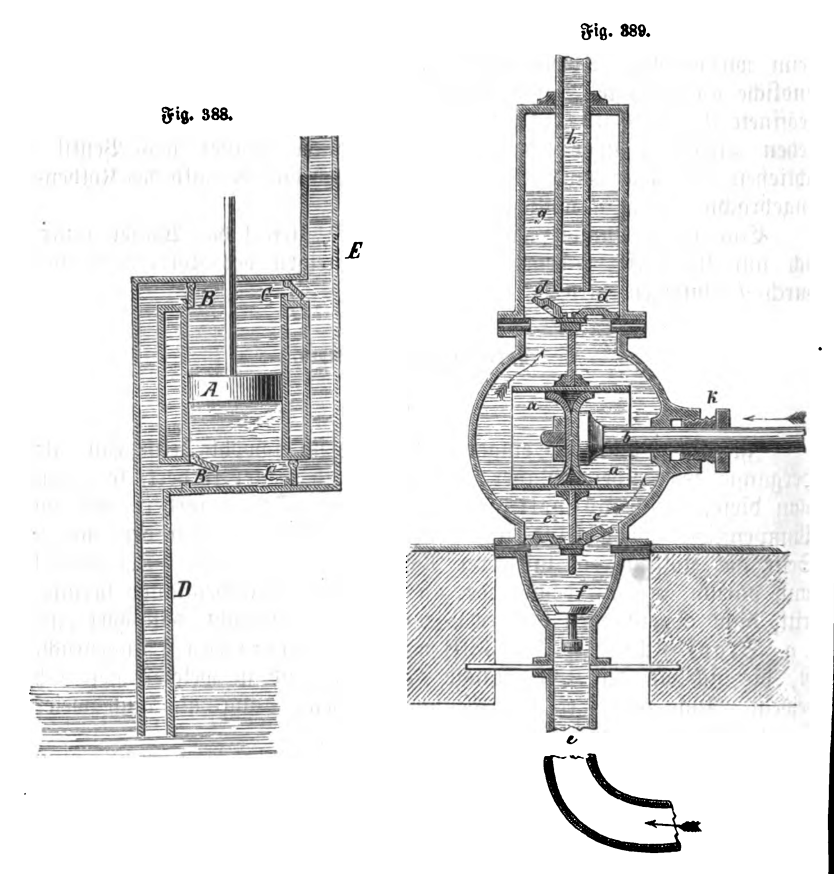
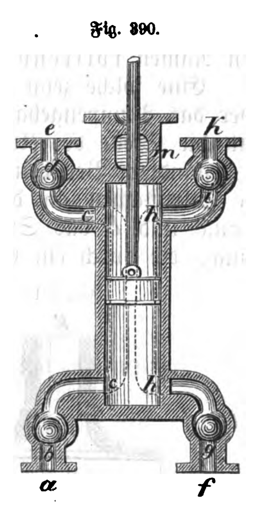


Fig. 388. Fig. 389.

In Fig. 389 ist *a* der Stiefel, *b* der Kolben, *c,c* sind die Saug- und *d,d* die Druckventile; *e* ist das Saugrohr mit einem besonderen

Abschluß- oder Absperrventil *f*, um das Entleeren des Stiefels beim Stillstand der Pumpe zu verhindern; *g* ist der Windkessel und *h* die Steigröhre; *k* ist die Stopfbüchse, in welcher sich die Kolbenstange luft- und wasserdicht bewegt. Das Spiel der Pumpe, deren Wasserraum zwischen den Saug- und Druckventilen durch eine senkrechte Wand in zwei getrennte Theile geschieden wird, ist aus der Figur deutlich. Bewegt sich nämlich, wie der Pfeil anzeigt, der Kolben von rechts nach links, so tritt die Verdünnung auf der rechten Seite des Kolbens ein und es wird dort das Wasser rc. durch das auf dieser Seite befindliche geöffnete Saugventil *c* angesaugt. Auf der linken Seite des Kolbens wird aber das bereits dort befindliche Wasser durch das offene Druckventil *d* in den Windkessel und in das Steigrohr *h* getrieben.

Fig. 390.



In Fig. 390 sind *b* und *g* die Saug- und *d* und *i* die Druckventile und zwar sind dies s. g. Kugelventile, welche in passenden Höhlungen oder Ventilsitzen aufliegen.

Der Gang dieser Pumpe ist der folgende:

Geht der Kolben in die Höhe, so entsteht unter ihm ein luftleerer Raum, das Wasser steigt durch die in *a* anschließende Saugröhre, hebt das Ventil *b* und gelangt unter den Kolben. Geht der Kolben abwärts, so wird das unter ihm befindliche Wasser durch den Seitenkanal *cc*, welcher in der Wand des Stiefels sich befindet und durch punktirte Linien angezeigt ist, in die Höhe gedrückt, gelangt in die Röhre *ce*, hebt das Ventil *d*, und wird endlich durch eine in *e* angebrachte Steigröhre weiter geleitet. Zugleich aber auch, wenn der Kolben abwärts geht, entsteht über ihm ein luftleerer Raum. Das Saugventil *g* hebt sich und durch den oben mit dem Innern des Stiefels correspondirenden zweiten Kanal *hh* gelangt dann das in *f* eingesaugte Wasser über den Kolben und wird, wenn dieser wieder steigt, durch *hk* in die mit *k* verbundene Steigröhre getrieben. Die in *e* und *k* angebrachten Steigröhren vereinigen sich dann zu einer einzigen. *m* ist hier die Stopfbüchse.

Eine Art doppeltwirkender Pumpen erhält man auch dadurch, daß man mit dem Kolben einer Saug- und Hebepumpe (Fig. 387) und zwar oberhalb desselben einen zweiten, kleinern Kolben verbindet, welcher als eigentlicher Druckkolben wirkt. Dadurch, daß man diesem nämlich nur einen halb so großen Querschnitt, wie dem Saugkolben gibt, erreicht man, daß auch beim Abwärtsgehen der beiden, mit einander verbundenen Kolben sich Wasser oben durch die Abflußröhre (*d* Fig. 387) ausgießt, da es durch den obern Kolben verdrängt wird.

Diese Pumpe gibt zwar nicht mehr Wasser, als eine gewöhnliche einfachwirkende, allein dasselbe vertheilt sich beim Ausfließen auf die ganze Zeit des Hebens und Abwärtsgehens des Kolbens; es wird also dadurch die zum Betriebe nöthige Arbeit erleichtert.

d. Die Rotations- oder Circularpumpe.

§. 235.

Macht der Pumpenkolben statt einer hin- und hergehenden Bewegung eine drehende oder Kreisbewegung, so gibt man der Maschine den Namen **rotirende** oder **Circularpumpe**.

Eine solche zeigt Fig. 391. Es ist hier A die cylindrische Pumpe oder das Pumpengehäuse; das Excentricum oder der Daumen B vertritt die Stelle des Kolbens, ist mit der Achse C fest verbunden und in beständiger Berührung mit dem Umfange des Gehäuses A, während die Stirnflächen an den Cylinderdeckeln genau anliegen. D ist das Saug- und E das Steigrohr; F ist ein Schieber und G dessen Führung, die durch ein Gehäuse wasserdicht bedeckt ist. Dieser Schieber

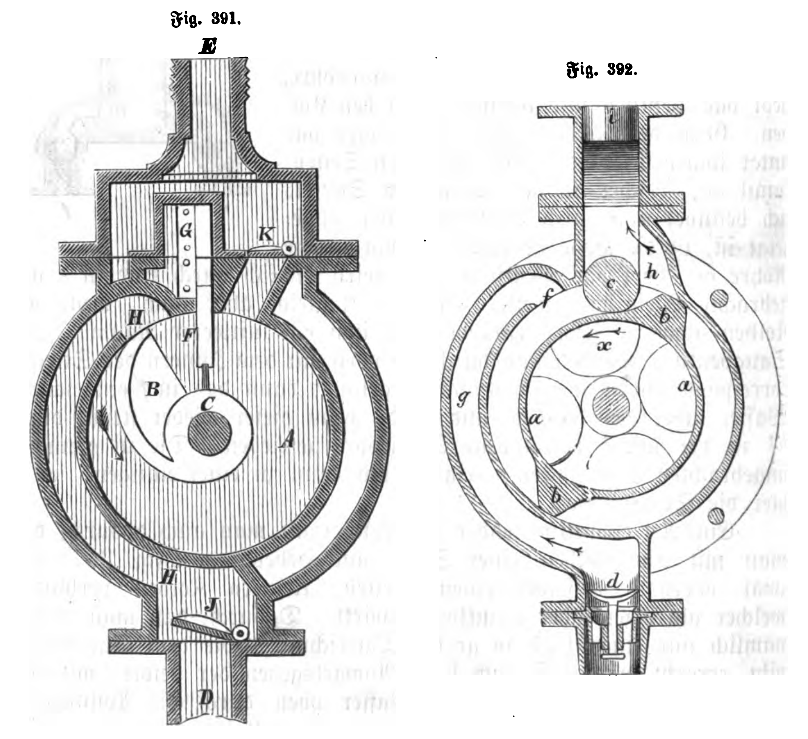


Fig. 391.

Fig. 392.

wird durch das Excentricum oder den Kolben *B* gehoben, und fällt durch sein eigenes Gewicht wieder zurück, wenn der äußerste Punkt des Excentricums außer Berührung mit demselben getreten ist. Bewegt sich dann der Kolben *B* noch mehr in der angedeuteten Richtung, so entsteht hinter ihm und in dem Kanal *HH* ein leerer Raum, das Ventil *J* muß sich heben und es wird Wasser durch *D* und *HH* aufgesaugt. Das vorher schon eingesaugte und im Gehäuse *A* befindliche Wasser aber tritt durch das Ventil *K* in die Steigröhre *E*, weil dasselbe durch den sich drehenden Kolben *B* aus dem Raume *A* verdrängt wird. — Man begreift, daß bei andauernder Drehung des Kolbens die Pumpe einen ununterbrochenen Wasserstrahl liefert.

Eine andere Einrichtung hat die durch Fig. 392 dargestellte rotirende Pumpe. Der rotirende (drehende) Kolben *aa* hat hier zwei Knaggen oder Daumen *b,b*. Diese heben bei der Drehung das Druckventil *c*, das aus einem einfachen, liegenden, gutabgedrehten Cylinder besteht, dessen beide Grundflächen am Pumpengehäuse dicht anliegen; *d* ist das Saugventil.

Es ist leicht zu verstehen, daß bei der durch die Richtung des Pfeiles *x* angedeuteten Drehung des Kolbens *aa* bei *f* durch den Kanal *g* Wasser in das Innere der Pumpe eingesaugt wird, da, wenn der Knaggen *b* das Druckventil passirt hat und dieses wieder zurückgefallen ist, hinter dem Knaggen ein leerer Raum entsteht. Die Daumen oder Vorsprünge *bb* gleiten bei der Drehung des Kolbens so an der cylindrischen Wand des Druckventils hin, daß während gegen den Saugkanal *fg* hin der Steigkanal *hi* abgeschlossen ist, derselbe rechts bei *h* für den Abfluß des hier hinausgedrückten Wassers offen bleibt.

Die Rotationspumpe von Allweiler, welche durch Fig. 393 und

Fig. 393.

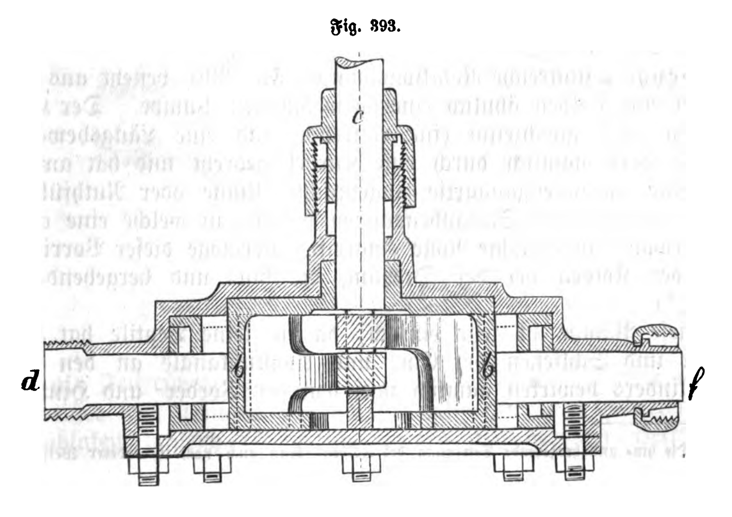
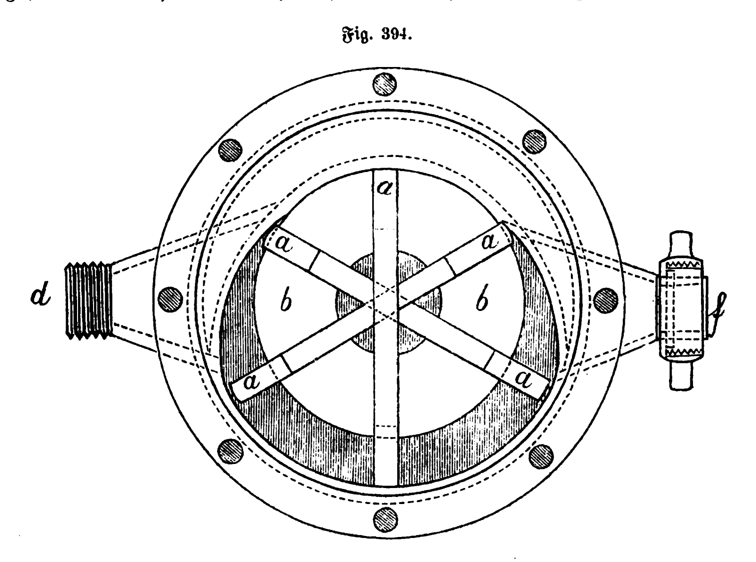


Fig. 394 dargestellt ist, hat drei Doppelschieber *aaa*, welche an den äußern Enden die lichte Gehäusebreite (=Höhe) haben, in der Mitte aber bis auf ein Drittel dieser Breite oder Höhe so ausgespart sind, daß sie über einander in radialer Richtung verschoben werden können: Die drei Schieber sind durch drei diametrale Schlitze des Mitnehmers *b* gesteckt und erhalten durch diesen die drehende Bewegung der Welle c.

Fig. 394.



Das Spiel ist leicht zu verstehen. Die Drehungsrichtung ist gleichgültig und je nach derselben sind das Saug= und das Druckrohr mit den Rohransätzen *d* oder *f* verbunden. (Vergl. Dingler's pol. Journal 223. Band.)

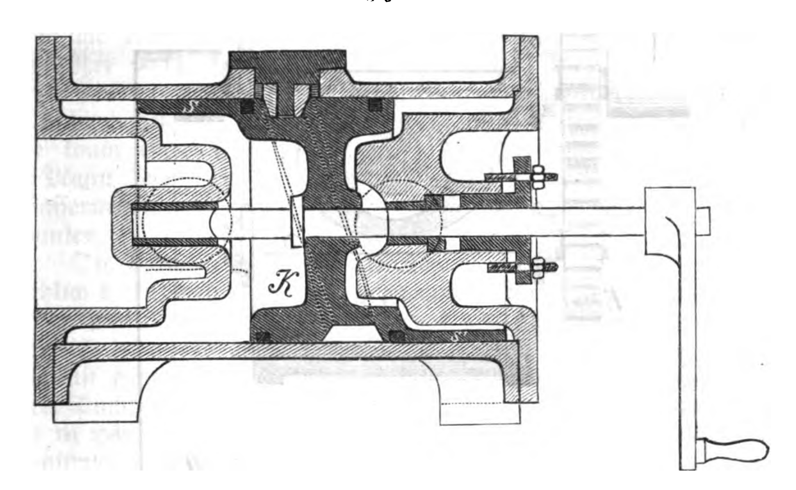
Weyhe's sinnreiche Rotationspumpe, Fig. 395, besteht aus einem Cylinder mit Kolben ähnlich einer gewöhnlichen Pumpe. Der Kolben *K* macht aber gleichzeitig eine rotirende und eine Längsbewegung. Derselbe wird nämlich durch eine Kurbel gedreht und hat am Umfange eine schraubengangartig angebrachte Rinne oder Nuthführung, die aus zwei halben Schraubengängen besteht, in welche eine an der Cylinderwand angebrachte Rolle eingreift. Vermöge dieser Vorrichtung erhält der Kolben bei der Drehung die hin= und hergehende Bewegung*).

Diese Pumpe ist sehr einfach, da sie keine Ventile hat. Das Oeffnen und Schließen der Ein= und Ausflußkanäle an den Enden des Cylinders bewirken nämlich zwei von der Vorder= und Hinterseite

*) Die hin= und hergehende Bewegung des Kolbens kann auch noch in anderer Weise bewirkt werden.

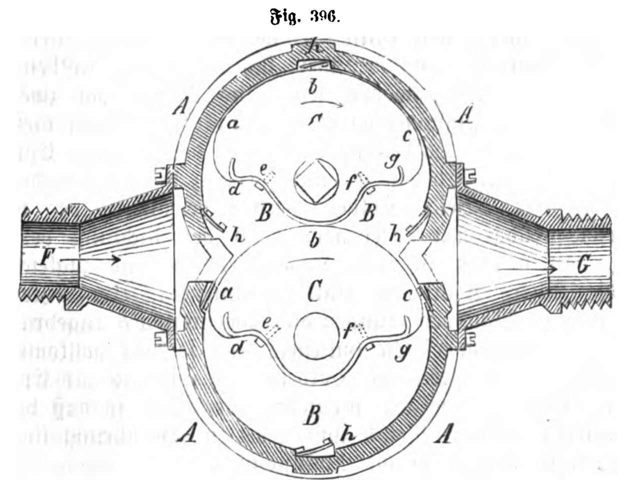
des Kolbens ausgehende, an die Wand des Pumpencylinders enge anschließende Schilde SS, welche Stücke eines hohlen Cylinders sind.

Fig. 395.



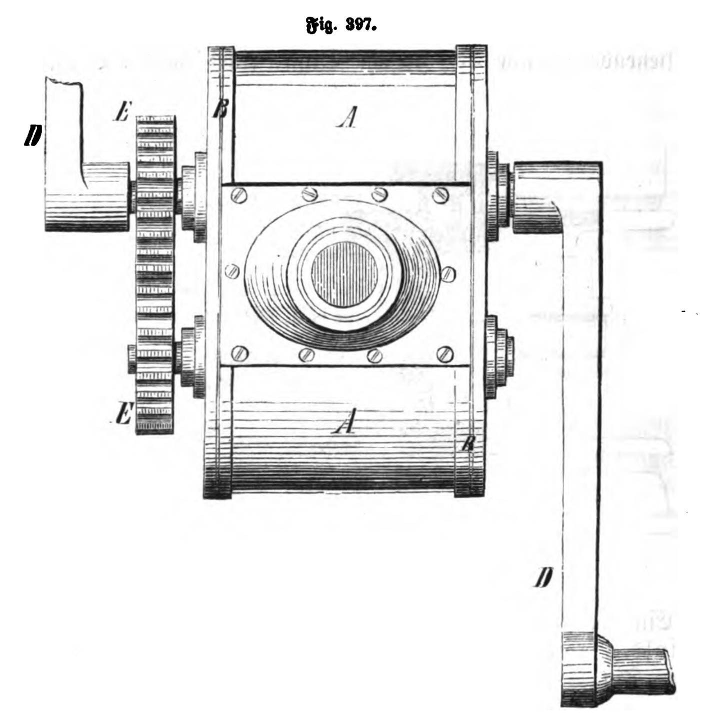
Ein weiteres Beispiel von Pumpen dieser Art ist endlich noch Repsold's rotirende Pumpe, welche in Fig. 396 im Durchschnitte und in Fig. 397 in der Vorderansicht dargestellt ist. Dieselbe dient

Fig. 396.



auch als Feuerspritze und hat vor der gewöhnlichen Spritze den Vortheil eines sehr geringen Rauminhalts, also einer viel leichteren Transportfähigkeit; zugleich erfordert sie eine bedeutend geringere Betriebskraft.

Fig. 397.



In einer metallenen Hülse A, welche an den Seiten durch die Platten B geschlossen ist, befinden sich zwei, als Kolben dienende, walzenartige Körper C, wovon jeder aus Theilen von zwei ungleichgroßen Cylindern zusammengesetzt ist. Die Begrenzung dieser Kolben zwischen dem kleinen Halbcylinder ef und der größern Cylinderfläche abc wird durch die Ebenen de und fg und die Epicycloidenstücke da und gc gebildet. Beide Kolben werden vermittelst der Kurbeln D und zweier gleichgroßen Triebräder E in der Richtung der Pfeile so gedreht, daß sie sich in jeder Lage berühren und zugleich luftdicht gegen die innere Wand der Hülse anschließen. Um Letzteres zu bewirken, sind in Wandvertiefungen die Lederstreifen h angebracht, welche an der großen Cylinderfläche anliegen, und so eine vollkommene Dichtung herstellen. Die kleineren Halbcylinder sind bis zur Epicycloidenfläche der Abdichtung wegen mit Leder überzogen, so daß beim Uebereinandergleiten immer Metall und Leder in Berührung sind. In F ist die Zufluß- und in G die Abflußöffnung.

Werden nun die Kolben CC vermittelst der Kurbeln und Triebräder gedreht, so wird durch eine in F angebrachte Röhre Wasser aufgesaugt und füllt den leeren Raum zwischen Kolben und Hülse. Es wird nämlich, wie man deutlich sieht, wenn man die auf einander

folgenden Kolbenstellungen verzeichnet, bei der angegebenen Drehung der Kolben zunächst der hohle Raum links neben dem obern Kolben Fig. 396 größer, also luftverdünnt, so daß ein Saugen von F her eintreten muß. Beim weitern Umdrehen der Kolben wird das aufgesaugte Wasser auf die entgegengesetzte Seite geschafft und zur Abflußröhre G hinausgepreßt.

Proben, welche mit der beschriebenen, als Feuerspritze dienenden Maschine gemacht wurden, haben ergeben, daß mit einer solchen, die kaum einen Cubikinhalt von 0,03 cbm hatte, und welche von 2 Mann leicht getragen werden konnte, 4 Mann per Minute eine Wassermenge von nahezu ½ cbm auf eine Höhe von 18 m bringen konnten.

Die Vortheile dieser Rotationspumpen haben ihren Grund hauptsächlich darin, daß durch das angenommene Verhältniß zwischen Kurbellänge und Triebradhalbmesser der auf den Kolben übertragene Druck ziemlich bedeutend wird, und daß bei guter Construction in der Hülse ein fast gänzlich luftleerer Raum erzeugt werden kann, weßhalb auch diese Pumpen bei gewöhnlichem Luftdruck eine Wassersäule von nahezu 10 m Höhe aufsaugen können. Immerhin mag aber die vollkommene Construction der Pumpenkolben ihre Schwierigkeit haben.

Eine der Repsold'schen Rotationspumpe ähnliche Pumpe ist die von Behrens in Newyork gelieferte. (S. unten rotirende Dampfmaschinen.)

Reuleaux nennt Vorrichtungen, wie die Repsold'sche 2c. 2c. Pumpe, bei welchen zwei in einem Gehäuse sich drehende in gegenseitiger Berührung stehende Kolben oder auch gezahnte, in inniger Berührung stehende und am Gehäuseumfange abgedichtete Zahnräder als Saugwerke dienen, nach einer alten Bezeichnung Kapselräder. Dieselben dienen ebensowohl als Luft-, Gas- und Wasserpumpen, als auch als Windräder und Wassermesser.

e. Die Centrifugalpumpe oder der Ventilator.

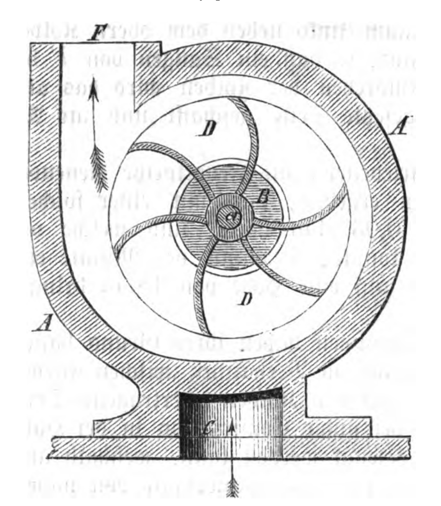
§. 236.

Zu den neuesten Pumpenconstructionen gehört die Centrifugalpumpe, welche, wenn sie zur Einsaugung von Luft, also als Gebläse benutzt wird, Ventilator genannt wird. Die Eigenthümlichkeit derselben beruht auf der Wirkung der bei einer jeden Drehung thätig werdenden Centrifugalkraft. (Vergl. oben §. 53.)

Fig. 398 stellt eine solche Pumpe im Durchschnitte und Fig. 399 eine solche in ganzer Ausrüstung dar. Wie der Ventilator besteht die Pumpe aus einem festen Gehäuse AA; in der Mitte der einen Seitenwand desselben, oft auch, und namentlich beim Ventilator, in Mitte der beiden Seitenwände ist rings um die Axe bei B eine Oeffnung angebracht, durch welche bei der Pumpe das Wasser, bei dem Venti-

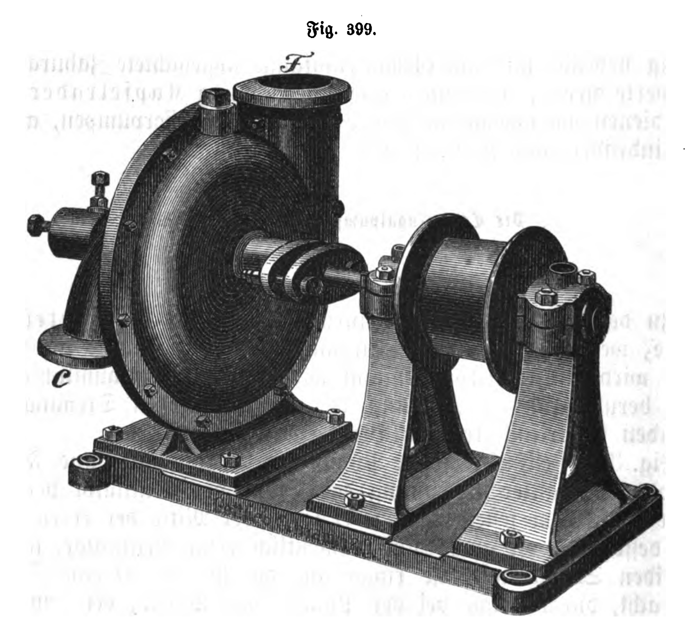


Fig. 398.



lator aber Luft eingesaugt wird. Beim Ventilator sind die Oeffnungen B um die Welle a frei, so daß die Luft eindringen kann. Bei der Centrifugalpumpe ist C die Saugröhre, welche sich an die seitliche Wandöffnung des Pumpengehäuses anschließt. Oft theilt sich das Saugrohr C oben so in zwei halbcylindrische, sanftgebogene, an die Oeffnungen B anschließende Schenkel, daß das Wasser von vorn und hinten in den Raum B, d. i. in die Mitte der Pumpe und des Flügel- oder Schaufelrades DD geführt wird. Durch Anbringen zweier Zuflußkanäle bewirkt man, daß das zugeführte Wasser keinen seitlichen Druck ausübt, da sich dieser aufhebt. Anstatt eines Kolbens ist hier nur das rotirende Flügelrad DD angebracht, das mit der Welle a fest verbunden ist und aus einer Anzahl radial gestellter, außen rückwärts gebogener Blechschaufeln besteht. Ist nun der von

Fig. 399.



der Seite offene Raum *B* mit Wasser umgeben, so wird dieses durch Wirkung der bei der Rotation des Flügelrades thätig gewordenen Centrifugalkraft eingesaugt und nach dem Umfange der Trommel oder des Gehäuses *AA*, sowie durch die Steigröhre *F* in die Höhe getrieben. Die Höhe, die das Wasser dabei erreicht, richtet sich nach der Größe der Centrifugalkraft, welche selber wieder, wie man früher schon gesehen, von der Größe der Rotationsgeschwindigkeit abhängt. Natürlich aber kann das Wasser nicht höher gesaugt werden, als es durch den Atmosphärendruck im leeren Raum gehoben wird.

Die Centrifugalpumpe besteht oft bloß aus einem, um eine senkrechte Achse sich drehenden, nach oben sich erweiternden Gefäß, in dessen tiefstem offenen Theil bei der Rotation die Flüssigkeit eingesaugt, durch die Wirkung der Centrifugalkraft nach der Außenwand getrieben wird, dort in die Höhe steigt und über den Rand des Gefäßes oder eine angebrachte Oeffnung ausfließt. Bei den gewöhnlichen Centrifugalpumpen soll man vor dem Betriebe das Saugrohr stets mit Wasser füllen.

Der Ventilator hat vielfache Anwendung. So namentlich auch als Gasexhaustor (Gasaussauger); zur Ventilation in Bergwerken und bei Tunnelbauten, bei der atmosphärischen Brief- oder s. g. Röhrenpost ꝛc. ꝛc. Um die eingesaugte Luft (Gas) fortzuschaffen, bedient man sich mit Vortheil der Einrichtung, daß die Ableitungsröhre durch die Oeffnung am Centrum des Ventilators einmündet und so gebogen ist, daß sie sich tangential an dem innern Umfang des Ventilatorgehäuses anschmiegt und dort die fliehende, comprimirte Luft aufnimmt.

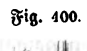
Als eigentliche Pumpe eignet sich die Centrifugalpumpe hauptsächlich zum Ansaugen von großen Wassermengen auf geringe Höhen. Die Vortheile dieser Pumpe bestehen, da Ventile nicht nothwendig sind, in ihrer Einfachheit und in dem Umstande, daß das den Kolben vertretende Flügelrad nicht so der Abnutzung ausgesetzt ist, wie ein dicht anschließender Kolben. Die Centrifugalpumpe eignet sich namentlich auch zum Ansaugen unreiner Flüssigkeiten, mit Sand ꝛc. vermengten Wassers ꝛc. ꝛc.

Bei dem Centrifugal-Ventilator von Reichenbach und Golay wird das Ventilatorgehäuse an dessen Umfang von einer ringförmigen Kammer umgeben, in welche die in Folge der Rotation vom Centrum fliehende Luft durch eine enge Spalte, welche die Verbindung zwischen dem Ventilatorraum und der genannten Kammer herstellt, eingetrieben wird. Das Flügelrad ist durch eine kreisförmige Bürste aus Fischbein, Draht ꝛc. ersetzt, welches Material in mehreren Reihen büschelförmig auf der Radwelle derart befestigt ist, daß im Centrum genügender Raum für den Eintritt der Luft bleibt. Diese Einrichtung hat zur Folge, daß das bekannte unangenehme Geräusch schnell rotirender Ventilatoren unterdrückt wird. (Dingler, polytechn. Journal 194. Band).

f. Verschiedene Pumpenconstructionen. Die Dampf- und Wasserstrahlpumpen. Die Luft- und Compressionspumpe und ihre Anwendungen. Die Gebläse.

§. 237.

Die bisher erklärten Pumpensysteme haben nach verschiedener Richtung hin noch weitere Ausbildungen erhalten. Wir fügen den bereits beschriebenen Pumpeneinrichtungen noch einige andere interessante Constructionen bei. Ingleichen soll auch, als hieher gehörig, noch von der vielfachen Anwendung der Pumpwerke im Allgemeinen, so namentlich der Luft- und Compressionspumpe die Rede sein und schließlich auch noch anderer Wasserförderungsmaschinen, sowie noch der Gebläse gedacht werden.



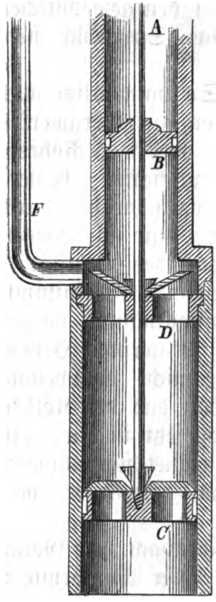


Fig. 400.

Eine hübsche und dabei einfache und sehr dienliche Einrichtung zeigt Selfridge's Pumpe, Fig. 400, welche Druck- und Hebepumpe zugleich ist.

An der gemeinschaftlichen Kolbenstange *A* sind hiebei zwei Kolben *B* und *C* angebracht, von denen *B* massiv, *C* aber mit nach oben sich öffnenden Ventilen versehen ist. *D* ist eine feststehende Ventilbüchse, durch deren Mitte sich die Kolbenstange luft- und wasserdicht bewegt. *F* ist das Steige- oder Druckrohr. Beim Aufziehen der Stange tritt sowohl unter dem untern Kolben *C*, als auch unter dem obern Kolben *B* wegen der dort stattgefundenen Raumvergrößerung ein Saugen ein, während zugleich das über dem Kolben *C* befindliche Wasser von diesem gehoben wird.

Beim Abwärtsgehen der beiden Kolben wirkt dann der massive Kolben *B* wie bei einer Druckpumpe, durch den untern dringt aber das vorher aufgesaugte am Boden des Stiefels eintretende Wasser wie bei der Hebepumpe. Gleichzeitig wird aber wegen der eingetretenen Raumvergrößerung zwischen *C* und *D* wieder Wasser bei *C* angesaugt.

Gewöhnlich wird diese Pumpe vermittelst einer Kurbel in Betrieb gesetzt.

Nicht minder hübsch, wie die vorige, ist Griffith's als Feuer- und Gartenspritze dienende Pumpe, Fig. 401, welche, wie jene, einen beständigen Wasserstrahl liefert.

Es besteht dieselbe aus zwei Pumpenstiefeln, *A* und *B*, die an einem und zwar in vorliegendem Fall an ihrem oberen Ende miteinander in Verbindung stehen. *a* und *b* sind die Kolben, die im Innern

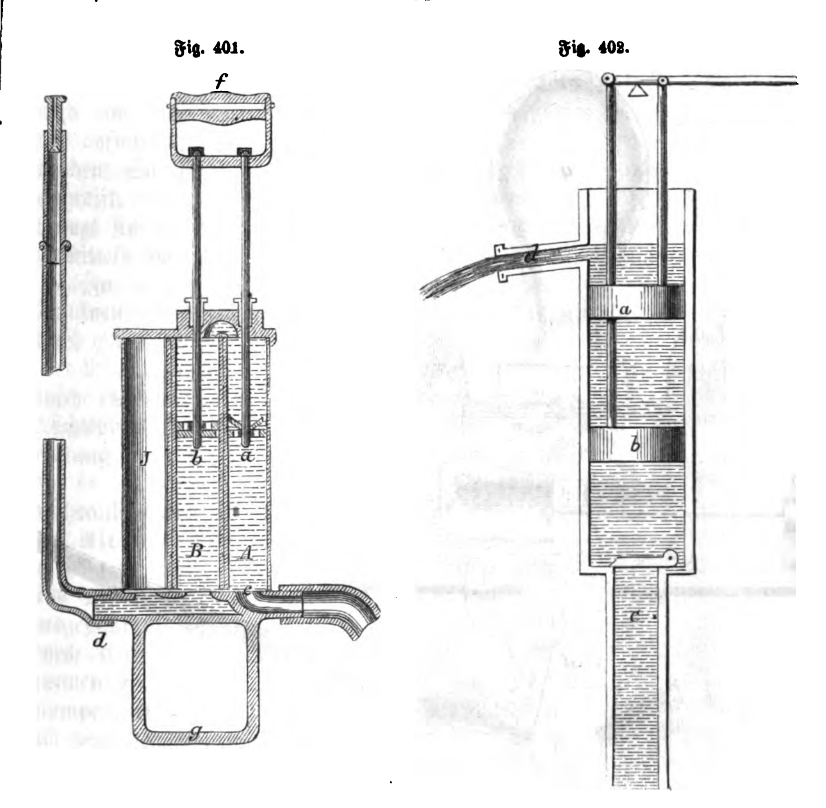


Fig. 401. Fig. 402.

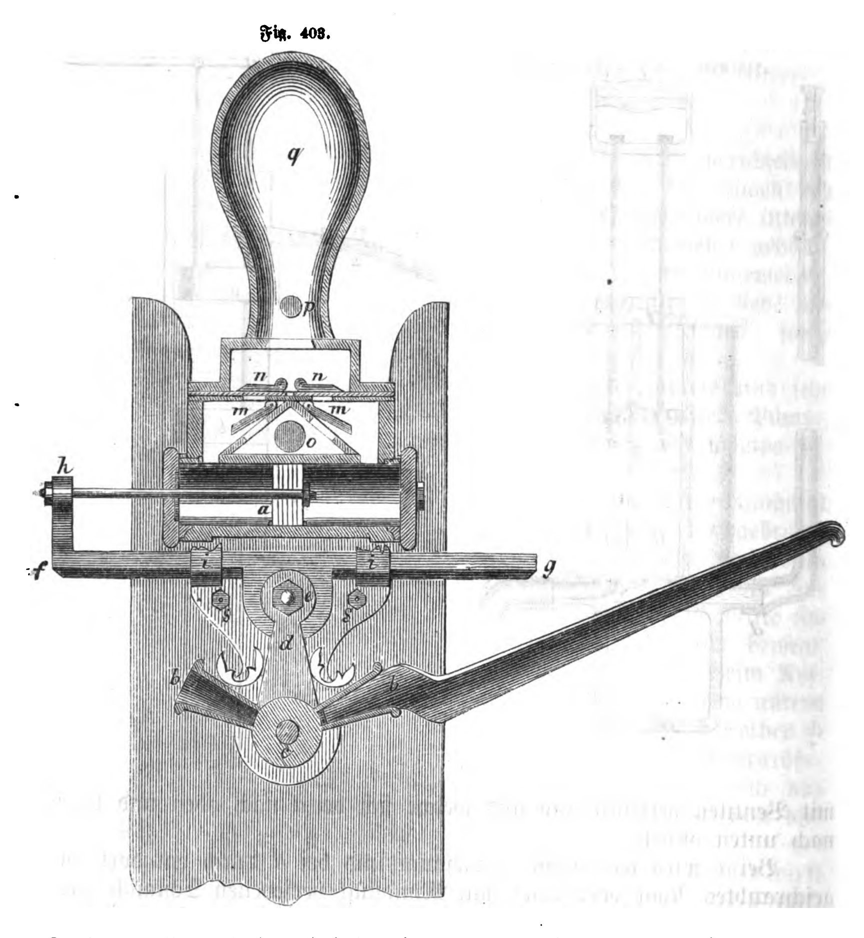
mit Ventilen versehen sind und welche sich bei *a* nach oben und bei *b* nach unten öffnen.

Bei *c* wird das Wasser eingesaugt und bei *d* durch ein dort angeschraubtes Rohr oder einen mit Mundstück versehenen Schlauch ausgetrieben. *J* ist der Windkessel. — Beim Gebrauch faßt man den Handgriff *f*, während man mit dem auf dem Bügel *g* stehenden Fuß die Maschine am Boden festhält.

Das Spiel der Pumpe ist leicht einzusehen. Münden die Ein- und Austrittskanäle oben in die Pumpe, so müssen die Kolbenventile in *a* und *b* sich in umgekehrter Weise öffnen, wie oben. Man sieht leicht ein, daß auch bei dieser Pumpe beim Abwärtsgehen, wie beim Aufwärtsgehen Wasser eingesaugt wird, weil im ersteren Falle der in Verbindung stehende Raum über den Kolben *a* und *b* zunimmt.

Ebenfalls doppelt wirkend ist Jeep's Pumpe mit einem Stiefel und zwei Kolben *a* und *b*, welche, wie Fig. 402 zeigt, durch dieselbe Hebelstange in umgekehrter Richtung bewegt werden und mit sich nach oben öffnenden Ventilen versehen sind. Die Stange des untern Kolbens bewegt sich luftdicht durch den obern Kolben. Drückt man den

Fig. 403.



Kraftangriffspunkt des Hebels abwärts, so geht auch der obere Kolben *a* abwärts, der untere dagegen aufwärts. Es wird also Wasser aus der Saugröhre *c* angesaugt und gleichzeitig aber auch das zwischen beiden Kolben befindliche Wasser in die Höhe bis zum Ausflußrohr *d* gedrückt.

Umgekehrt, wenn der Hebel aufwärts bewegt wird, so geht der obere Kolben auch aufwärts, der untere Kolben aber abwärts. Dabei wird nicht nur das unter dem Kolben *b* befindliche Wasser in die Höhe gedrückt und das über dem obern Kolben *a* angesammelte gehoben, sondern es findet wegen der eintretenden Raumvergrößerung zwischen *a* und *b* eine erneute Saugwirkung statt.

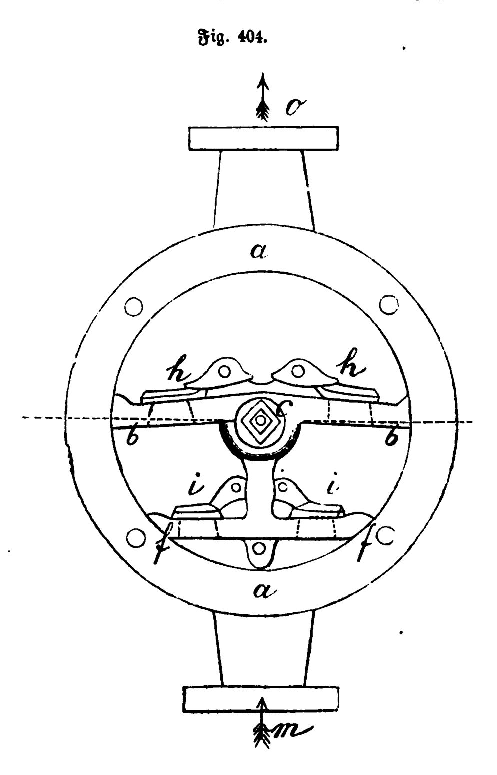
Die californische Pumpe, Fig. 403, ist ebenfalls ein sehr schönes Beispiel einer Pumpe mit continuirlichem Wasserstrahl und bequemem Betriebe.

Bei derselben wird der Kolben *a* in folgender Weise bewegt: Ein doppelter Winkelhebel *bbd*, in welchen bei *b* Schwengel eingesteckt sind, wird um den Punkt *c* so gedreht oder vielmehr auf- und abbewegt, daß vermittelst eines am Hebelarme *cd* befindlichen Bolzens *e*, welcher in den Schlitz eines mit der Schubstange *fg* verbundenen Ansatzes eingreift, diese Stange hin- und hergeschoben wird. Die Schubstange bewegt sich in den Führungsknaggen *ii* und überträgt ihre Bewegung vermittelst des Verbindungsgliedes *fh* auf die Kolbenstange *ha*.

In *o* mündet das Saugrohr, *mm* sind die Saug-, *nn* die Druckventile, und in *p* schließt sich das Ausgußrohr an den Windkessel *q* an.

Wie abwechselnd durch *mm* Wasser eingesaugt und gleichzeitig durch die Ventile *nn* in den Windkessel gelangt, ist aus der Figur ersichtlich. Die ganze Vorrichtung kann durch Schrauben *ss* an eine Wand angeschraubt werden.

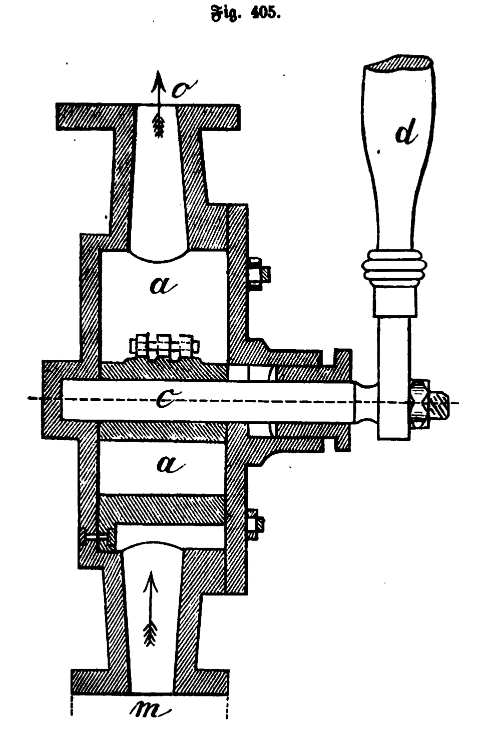
Fig. 404.



Allweiler's neue Flügelpumpe, welche durch Fig. 404 und 405 (Durchschnitt) dargestellt ist, zeichnet sich durch Einfachheit und bequemen Betrieb aus. Das Pumpengehäuse *aa* ist ähnlich dem der Rotationspumpen. Statt eines sich continuirlich drehenden Kolbens ist aber der Doppelflügel *bb* angebracht, welcher auf der Axe *c* befestiget und am Umfange dicht in das Gehäuse eingeschliffen ist. Vermittelst der Axe c und des Griffes *d* erhält der Flügel eine auf- und abwärtsgehende, schwingende Bewegung. Dabei öffnen sich sowohl die über der festen Platte *ff* angebrachten Saugventile *ii*, als auch die am Flügel *bb* befindlichen Druckventile *hh*, wobei in *m* Wasser eingesaugt und in *o* weiter gefördert wird. Wie dies geschieht, ist leicht einzusehen. — (Geliefert von Gotth. Allweiler & Comp. in Radolphzell am Bodensee.)

Von noch andern Pumpenconstructionen sei noch erwähnt:

Fig. 405.



Silbermann's Pumpe ohne Kolben und Ventile. Dieselbe besteht aus einem bloßen luftdichten Schlauch, der mit seinem untern Ende in Wasser ꝛc. eintaucht. Durch eine besondere Vorrichtung, z. B. durch Walzen oder Rollen wird der Schlauch seiner Länge nach zusammengepreßt und dadurch die Luft (später das eingesaugte Wasser) verdrängt, in Folge dessen ein Saugen stattfindet.

Bei Walker's Diaphragma-Druckpumpe ist der hohle Raum des Stiefels durch ein elastisches Diaphragma (Scheidewand) abgeschlossen, welches verhindert, daß die aufgesaugte Flüssigkeit mit dem Kolben in Berührung kommt und dieser durch mitgerissene feste Körper beschädigt wird. Eignet sich hauptsächlich für Jauche, Cloakeninhalt ꝛc. ꝛc.

Paget's Gartenspritze: Statt des Pumpencylinders oder Gehäuses ist ein, aus einem wasserdichten Stoff (Segeltuch oder Kautschuk) angefertigter Sack vorhanden, der mit Ventilen versehen ist. Vermittelst eines Trittes und angebrachter spiralförmig gewundener Stahlfedern wird der Sack auf- und abbewegt und dabei der Raum erweitert und verengt.

In neuerer Zeit machen die s. g. amerikanischen Röhren- oder Abessynierbrunnen viel von sich reden. Mit denselben läßt sich in wasserführenden Bodenschichten in ganz kurzer Zeit, oft in weniger als einer Stunde, ein eigentlicher Brunnen herstellen. Diese Brunnen bestehen aus einer bloßen eisernen Röhre, die unten eine stählerne Spitze und darüber am Umfange siebartige Oeffnungen hat. Durch einen Rammkloz, der auf einen, die Röhre etwas über dem Boden umfassenden Klemmring fällt, wird die Röhre in den Boden getrieben und dann, wenn sich in derselben Wasser sammelt, ein Kolben eingesetzt. — Von solchen Brunnen machten die Engländer 1868 bei ihrer Expedition nach Abessynien mit vielem Erfolge Anwendung.

Diese einfache Pumpe ist eine deutsche Erfindung. Pumpenmacher W. Nigge von Recklinghausen in Westphalen construirte eine solche schon 1815 und nannte sie Rammpumpe. 1831 nahm H. Melm, Stud. des kgl. Gewerbe-Instituts in Berlin, der später nach Amerika (!) auswanderte, ein Patent auf die angeblich von ihm erfundene Pumpe.

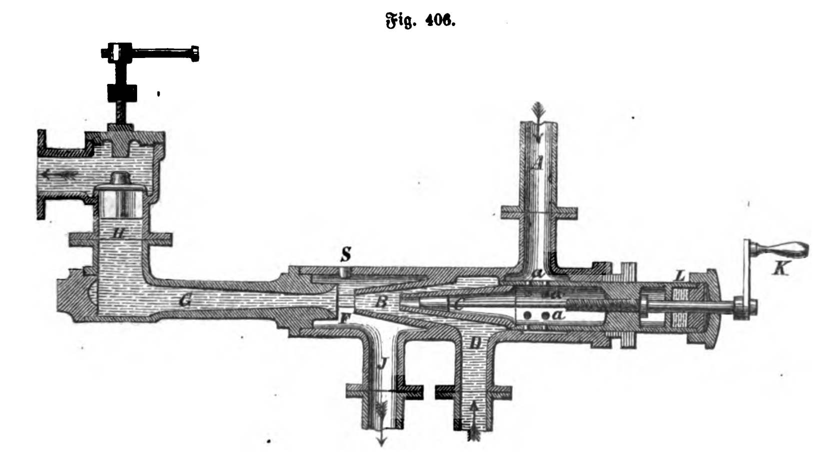
Hall's Pulsometer zeichnet sich durch seine Einfachheit aus. Mit demselben können namentlich auch unreine Flüssigkeiten angesaugt und in die Höhe gefördert werden und zwar ohne Vermittelung eines Kolbens, durch direkten Druck des einströmenden Dampfes, beziehungsweise durch den äußeren Luftdruck bei der nachherigen Condensation des Dampfes, welche Wirkung abwechselnd in zwei Kammern stattfindet. (Dingler's polyt. Journ. 225. Bd. S. 126.)

Hambruch's Siphonoid. Dieses dient gleich dem Pulsometer Hall's zum Ansaugen und Weiterdrücken von Wasser 2c. durch direkte Wirkung des Dampfes, ohne Verwendung maschineller Zwischenglieder.
(Dingler's polyt. Journ. 228. Bd. S. 102.)

Sigl's Kreiselpumpe. Statt des Cylinders und Kolbens ist ein Schneckenrad und eine darin eingreifende Schnecke angebracht, deren Gänge mit abnehmender Ganghöhe auf einem Rotationskörper geschnitten sind.
(Dingler's polyt. Journ. 227. Bd. S. 333.)

In ganz anderer Weise, als bisher beschrieben wurde, tritt eine Luftverdünnung und damit eine Saugwirkung ein bei der Giffard'schen Dampfstrahlpumpe oder dem Injecteur, Fig. 406, welcher zur Speisung der Dampfkessel angewendet wird.

Fig. 406.



Bei der Dampfstrahlpumpe wird durch eine verengte Mündung Dampf in eine Art Kammer geführt, der in Folge seiner heftigen Bewegung die dort ursprünglich vorhandene Luft mitreißt und dadurch die Verdünnung hervorbringt. In den leer gewordenen Raum wird dann mittelst eines dort einmündenden Rohres Wasser aufgesaugt, das durch ein anderes Rohr dann mit dem condensirten (verdichteten) Dampf in den Kessel geführt wird.

Die Einrichtung der Dampfstrahlpumpe ist folgende:

In A tritt der aus dem Kessel kommende Dampf ein und strömt durch aaa in ein Rohr LB, das sich an seinem Ende B konisch verengt. Ueberdies kann noch durch einen vermittelst eines Schraubengewindes verstellbaren Konus C der Querschnitt der ringförmigen Dampf=

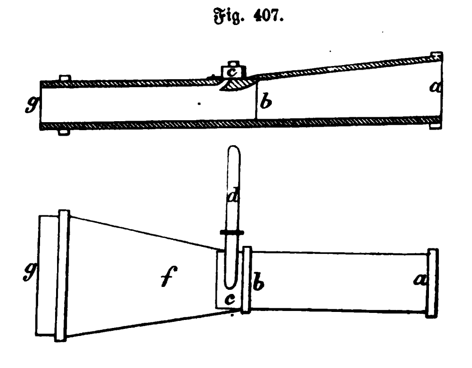
ausströmungsöffnung bei *B* regulirt werden. Durch das Rohr *D* wird kaltes Wasser aufgesaugt, welches bei *F* mit dem condensirten Dampf austritt und in ein sich konisch erweiterndes Rohr *G* und von da durch das Ventil *H* in den Kessel gelangt. *J* ist ein Abflußrohr für das in der Kammer *F* sich am Anfange des Pumpenspiels angesammelte Wasser; *S* ist ein Sehloch, durch welches der Wasserstrahl beobachtet werden kann. Wie vermittelst der Kurbel *K* die Dampfausströmung regulirt wird, ebenso kann durch eine zweite Kurbel und Schraube, die in der Zeichnung weggelassen wurden, das Rohr *BL* verschoben und dadurch der Wasserausfluß bei *BF* geregelt werden.

In der neuesten Zeit ist die Dampfstrahlpumpe von Schäffer-Budenberg, Kraus u. A. wesentlich vereinfacht worden.

Die Dampfstrahlpumpe wird auch als Luftexhaustor (Aussauger) zum Zweck der pneumatischen Briefbeförderung — Röhrenpost — angewendet.

In ganz gleicher Weise, wie der Giffard'sche Injecteur wirkt Nagel's (Thomson's) Wasserstrahlpumpe, welche namentlich zum Entleeren von Baugruben von Ingenieur Nagel zweckmäßig eingerichtet wurde.

Fig. 407.



Dieselbe ist in Fig. 407 im Grund- und Aufrisse gezeichnet und hat die Einrichtung, daß ein zum Betriebe nöthiger Wasserstrahl durch einen hölzernen Kanal *ab* in einen Kasten *c* strömt, in welchen die in die Grube eintauchende Saugröhre *d* einmündet. Der Kanal *ab* verengt sich bei *b* in der Weise, daß er dort niederer ist, als bei *a*. An den luftdichten eisernen Kasten *c* schließt sich dann der Abflußkanal *fg* an, welcher sich nach *g* hin seiner Breite nach erweitert. Wegen dieser Einrichtung, d. h. wegen der Verengung des Querschnitts bei *b* strömt das Wasser mit großer Geschwindigkeit in den Kasten *c* und den dort anschließenden Abflußkanal *fg*, wo dem Wasser wieder ein größerer Raum geboten ist; die Folge ist, daß im Kasten *c* eine Luftverdünnung eintritt und dann das Grubenwasser durch die Röhre *d* aufgesaugt wird. Der Eintritt des Betriebswassers in *a* wird durch eine Schütze regulirt. (Näheres siehe Mittheilungen des hannover'schen Gewerbevereins 1865 S. 78).

Noch eine andere Art der Luftverdünnung ist die vermittelst Condensation leicht verdichtbarer Gase, z. B. von Ammoniakgas, oder auch Wasserdampf 2c., welche Art hin und wieder schon ebenfalls zum Entleeren der Senkgruben angewendet wurde.

Hiebei wird eine Blechtonne mit Ammoniakdämpfen ꝛc. gefüllt, die aus einem Kessel kommen und die Tonne durchströmen. Das durchgeführte Gas reißt die dort befindliche Luft mit sich und wird sodann in kaltes Wasser geleitet, wo es verdichtet. Die Tonne wird alsdann geschlossen und das abgesperrte Gas durch Abkühlung ebenfalls verdichtet, in Folge dessen dann ein luftverdünnter Raum entstehen muß.

Die Dampfpumpen sind in der Regel gewöhnliche doppeltwirkende Pumpen, bei welchen Dampfdruck zum Betriebe angewendet wird. Dieselben sind so eingerichtet, daß an der verlängerten Stange des Kolbens einer Dampfmaschine der Pumpenkolben angebracht ist, welcher somit durch jenen seine Bewegung erhält.

Eine hübsche Dampfpumpe (Hardicks Niagarapumpe) ist im 224. Band des polytechn. Journals von Dingler beschrieben, welche eigenthümliche Ventile hat. Dieselben bestehen aus Würfeln, welche des leichtern Spiels wegen, hohl sind und zwischen, im Ventilgehäuse angebrachten Querwänden geführt und oben durch einen Anschlag im Hube arretirt werden.

Shaw's Dampfpumpe ist wesentlich anderer Art. Ein Gehäuse ist durch eine Cautschucmembrane (Diaphragma) in zwei Hälften getheilt. In die eine Hälfte des Gehäuses tritt Dampf ein und dehnt die Membrane aus. Nachher wird durch eingespritztes Wasser der Dampf verdichtet und Luftleere erzeugt, wobei Wasser in den andern Theil des Gehäuses eingesaugt wird. Durch in die erstere Gehäusehälfte neu hinzutretenden Dampf wird das Wasser dann aus der andern Hälfte durch das Steigrohr ausgetrieben.

Um endlich von der Anwendung der Luftpumpe zu reden, sei zuerst bemerkt, daß, wie die Physik lehrt, diese zur Luftleermachung eines Raumes dienende Pumpe mit einer gewöhnlichen Druckpumpe ganz übereinstimmt.

Verwendet man die Pumpe dazu, um umgekehrt einen Raum mit verdichteter Luft zu füllen, d. h. ihm mehr und mehr Luft zuzuführen, so nennt man dieselbe Compressionspumpe.

Für diesen Zweck braucht man nur den Ventilen oder dem hier gewöhnlich angebrachten doppelt durchbohrten (Senguerd'schen) Hahn die umgekehrte Stellung zu geben.

Die Luftpumpe hat nicht nur für bloße wissenschaftliche Zwecke eine große Bedeutung, sondern dieselbe hat auch in der Industrie bereits vielfache Anwendung gefunden und zwar in Zuckersiedereien, bei der künstlichen Eisbereitung, bei der Papierbereitung, in Färbereien und Gerbereien ꝛc. ꝛc.; ferner zum Imprägniren der Hölzer, zur Conservirung des Fleisches und der Gemüse, zur Grubenreinigung ꝛc.; sodann bei Pressen, Rammen und Krahnen, sowie endlich bei der atmosphärischen Eisenbahn und atmosphärischen Briefpost (Rohrpost) ꝛc. ꝛc.

Bei der erstern Anwendung wird durch ein Entfernen der Luft

ein rascheres Verdampfen und in Folge dessen auch eine Wärmebindung (Erkältung), oder ein innigeres und rascheres Eindringen der Farb- und Gerbstoffe bewirkt; in gleicher Weise wird beim Imprägniren der Hölzer, des Fleisches ꝛc. die Luft aus dem die Gegenstände enthaltenden Behälter, sowie aus den Substanzen selbst weggeschafft, damit das Holz oder das Fleisch von einer der Verwesung widerstehenden Flüssigkeit (vergl. oben S. 189) besser durchdrungen werden kann.

Für die Conservirung des Fleisches wendet man Kochsalzlösung, die etwas Salpeter enthält, an. Das Fleisch soll nachher an einem luftigen Orte getrocknet werden. Behufs Reinigung der Senkgruben ꝛc. wird aus einem dicht verschlossenen Faß die Luft ausgepumpt; durch einen vom Faß ausgehenden, in die Grube versenkten Schlauch füllt sich dann jenes mit dem Grubeninhalt.

Bei Pressen, Rammen, Krahnen, Hämmern ꝛc. findet die Luftpumpe insofern Anwendung, daß durch den einseitig wirkenden atmosphärischen Druck, wenn vorher auf der Gegenseite eine Luftleere erzeugt wurde, eine bedeutende Pression auf einen Kolben und damit ein Druck auf eine Preßplatte ꝛc. oder das Heben des Rammklotzes, eines Hammers ꝛc. bewirkt wird.

Bei der atmosphärischen Eisenbahn und in neuester Zeit bei der atmosphärischen Briefbeförderung, wie solche in London, Berlin ꝛc. eingerichtet ist, wird durch eine Luftpumpe, oder bei der letzteren Anwendung auch durch einen Ventilator oder durch eine Dampfstrahlpumpe an einem Ende einer Röhrenleitung eine Luftverdünnung erzeugt, während auf der andern Seite die Luft eintreten kann. Bei der atmosphärischen Eisenbahn (in England, auch bei St. Germain in Frankreich bestund früher eine solche Bahnstrecke) wird durch den einseitig wirkenden Luftdruck ein Kolben bewegt, der durch einen aus der Röhre hervorragenden, in einem Schlitze gleitenden Arm die erhaltene Bewegung der Achse eines Wagens mittheilt*). — Bei der atmosphärischen Briefpost dagegen wirkt der Luftdruck auf einen runden Blechkasten, der die Stelle des Kolbens einnimmt und die Briefe ꝛc. enthält. Behufs der leichtern Bewegung wird der Kolben (Briefkasten) auch mit Rollen versehen, die auf Schienen laufen. Ein geringer Grad von Luftverdünnung genügt schon. — Wendet man einen Ventilator an, so kann damit sowohl Luft ausgesaugt, als auch bei veränderter Stellung desselben, Luft in die Röhre eingeblasen und folglich dem Briefkasten Bewegung nach beiden Richtungen ertheilt werden.

Die Compressionspumpe hat für industrielle Zwecke hauptsächlich Anwendung gefunden bei größern Brückenbauten, wo durch Einführung von verdichteter Luft in eiserne Cylinder oder Senkkästen (sog. Caissons), die ohne Boden sind, und welche auf den Grund des

*) Die atmosph. Eisenbahnen haben sich gegenüber den durch die Locomotive betriebenen nicht bewährt und sind darum überall durch diese ersetzt worden.

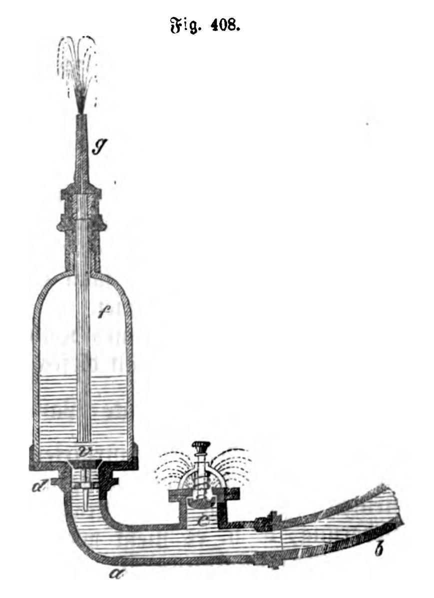


Flußbettes versenkt werden, daselbst das Wasser zurückgedrängt wird, so daß Arbeiter dort sich aufhalten und den Boden noch weiter ausgraben, dann das Innere des Cylinders ausmauern und auf diese Weise die Tragepfeiler aufbauen können.

Die Wirkung der verschiedenen Gebläse, bei welchen ja überall auch der Luftdruck thätig ist, ist an sich klar und ist zum Theil schon erklärt worden. Beim gewöhnlichen Blasebalg wird bei dessen Auseinanderziehen Luft durch ein Ventil eingesaugt, welche beim Zusammendrücken dann durch eine andere enge Mündung mit großer Geschwindigkeit ausströmt; das Cylindergebläse ist in der Hauptsache gerade so eingerichtet, wie die doppeltwirkende Pumpe, Fig. 388; vom Ventilator endlich war schon oben §. 236 die Rede.

Als zu den verschiedenen, zur Hebung von Wasser 2c. 2c. dienlichen Mechanismen gehörig, könnte man hier noch die Schöpfräder (Kettenpumpen) Paternosterwerke, die archimedische und holländische Schraube 2c. anführen. Da die Einrichtung dieser Maschinen aber nicht auf besondern, von den bisher kennen gelernten, verschiedenen mechanischen, bezw. physikalischen Prinzipien beruht und das Verständniß ihrer Wirksamkeit sehr leicht ist, so mag füglich die bloße Erwähnung genügen. — Bei den Kettenschöpfwerken geht eine endlose Kette über sich drehende Scheiben. Mit dieser Kette sind Schöpfgefäße verbunden, welche sich in der Tiefe füllen und wenn solche die in der Höhe befindliche Scheibe passirt haben, den Inhalt ausgießen. (Werden auch in Mühlen 2c. angewendet, um Getreide 2c. in die Höhe zu schaffen).

Fig. 408.



Zur Förderung von Wasser, das von einer geringen Höhe fällt, auf eine viel bedeutendere Höhe dient auch der sog. hydraulische Widder oder Stoßheber (erfunden von Montgolfier) Fig. 408.

Die Wirkung desselben ist folgender Art: Durch die Röhre ab, deren unterer Theil bei a horizontal ist, fließt das Wasser einer Quelle oder aus einem höher gelegenen Behälter. c ist ein sich nach innen öffnendes, durch sein eigenes Gewicht oder auch durch eine Stahlfeder abwärts gedrücktes Ventil. Erlangt nun das Wasser in der Zuflußröhre ab seine volle, dem Gefälle entsprechende Geschwindigkeit und lebendige Kraft (§. 29), so wird das Ventil c durch das Wasser auf-

wärts gestoßen und also geschlossen, und es öffnet sich dann das unten im Windkessel f angebrachte Ventil v, durch welches das Wasser in den Windkessel eintritt. Das Wasser gelangt nun allmälig zur Ruhe, das Ventil v schließt sich und die vorher durch den Stoß des Wassers etwas erweiterte Röhre zieht sich vermöge ihrer Elasticität wieder zusammen und drängt das Wasser etwas zurück. Die Folge dieses Vorgangs ist, daß das Ventil c sich von neuem öffnet und dann bei wieder erlangter voller Geschwindigkeit des Wassers sich wieder schließt und dafür v wieder in die Höhe gestoßen wird. So wiederholt sich das Spiel und es tritt immer aufs Neue Wasser in den Windkessel, die Luft wird daselbst noch mehr comprimirt und das Wasser steigt in der Röhre g auf eine viel bedeutendere Höhe, als das Gefälle des zufließenden Wassers beträgt. Dagegen ist natürlich die in die Höhe geförderte Wassermenge nur ein geringer Theil des Zuflußwassers.

Nach einer Mittheilung im „Hannover'schen Wochenblatt" beträgt nach zuverlässigen Versuchen bei einer Gefällhöhe von 2,3 m, einer Förderhöhe von 10,9 m und einem verbrauchten Wasserquantum von 13 bis 22 Liter per Minute das Förderquantum 1,8 bis 2,5 Liter und der Wirkungsgrad (§. 210), d. h. das Güteverhältniß der der ganzen Wassermenge und dem Gefälle des Zuflußwassers zukommenden Wirkungsgröße 0,67 bis 0,54.

Bei einer Gefällhöhe von 4 m, einer Förderhöhe von 9,5 m und einer verbrauchten Wassermenge von 25,4 bis 25,7 Liter war die geförderte Menge 7,4 bis 7,7 Liter und der Wirkungsgrad 0,69 bis 0,71.

§. 238.

Ist eine Pumpe einmal im Gange, so wird bei jedem Kolbenhube der vom Kolben durchlaufene Raum mit Wasser angefüllt.

Man erhält darum die Wassermenge, welche eine Pumpe bei jedem Hub liefert, wenn man den Cubikinhalt des vom Kolben zurückgelegten Raumes berechnet.

Ist l die Länge eines Kolbenhubes und d der Durchmesser des Kolbens, so ist der Inhalt dieses Raumes, oder die von einer gewöhnlichen Pumpe aufgesaugte Wassermenge per Hub $= \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot l$.

Auch bei den bestconstruirten Pumpen entweicht aber immer etwas Wasser — nach Beobachtungen ungefähr $1/10$, bei weniger gut construirten Pumpen sogar $2/10$ — durch die Ventile und die Kolbenliederung, d. h. es fließt wieder zurück; man kann darum als wirkliche Wassermenge M', welche bei einem Hub geliefert wird, nur annehmen

$$M' = 0{,}9 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot l.$$

Macht die Pumpe in der Minute n Hübe, so ist die in dieser Zeit aufgesaugte Wassermenge

$$\mathfrak{M} = 0{,}9 \,.\, \frac{\pi \,.\, d^2}{4} \,.\, l \,.\, n;$$

und folglich die Wassermenge per Sekunde:

$$M = \frac{0{,}9 \,.\, \pi \,.\, d^2 \,.\, l \,.\, n}{4 \,.\, 60}.$$

Für den Kolben- oder Stiefeldurchmesser erhält man aus diesen Formeln:

$$d = \sqrt{\frac{4 \,.\, \mathfrak{M}}{0{,}9 \,.\, \pi \,.\, l \,.\, n}};\ \text{d. i. } d = 1{,}2 \sqrt{\frac{\mathfrak{M}}{l \,.\, n}};$$

oder

$$d = \sqrt{\frac{4 \,.\, 60 \,.\, M}{0{,}9 \,.\, \pi \,.\, l \,.\, n}};\ \text{d. i. } d = 9{,}3 \sqrt{\frac{M}{l \,.\, n}}.$$

Ist die Pumpe eine doppeltwirkende, vermittelst welcher zu gleicher Zeit Wasser eingesaugt und in die Höhe gedrückt oder sonst weiter gefördert wird, so ist natürlich die gelieferte Wassermenge auch eine doppelte, und es ist alsdann per Hub

$$M' = 2 \,.\, 0{,}9 \,.\, \frac{\pi d^2}{4} \,.\, l;$$

also für n Hübe oder die Minute

$$\mathfrak{M} = 2 \,.\, 0{,}9 \,.\, \frac{\pi \,.\, d^2}{4} \,.\, l \,.\, n;$$

und für die Sekunde

$$M = \frac{2 \,.\, 0{,}9 \,.\, \pi \,.\, d^2 \,.\, l \,.\, n}{4 \,.\, 60};$$

und folglich

$$d = \sqrt{\frac{4 \,.\, \mathfrak{M}}{2 \,.\, 0{,}9 \,.\, \pi \,.\, l \,.\, n}} = 0{,}84 \sqrt{\frac{\mathfrak{M}}{l \,.\, n}};$$

oder

$$d = \sqrt{\frac{4 \,.\, 60 \,.\, M}{2 \,.\, 0{,}9 \,.\, \pi \,.\, l \,.\, n}} = 6{,}57 \sqrt{\frac{M}{l \,.\, n}}.$$

Der Durchmesser der Ventilöffnung soll etwa 0,8 des Cylinderdurchmessers betragen.

Der Rauminhalt des Windkessels soll etwa 4 bis 6mal größer sein, als der des Pumpenstiefels.

Um die Wassermenge zu bestimmen, die von Pumpen anderer Construction, z. B. von Rotations- und Centrifugalpumpen, geliefert wird, muß man den Raum kennen, der sich bei einer Umdrehung durch Ansaugen mit Wasser füllt. Daraus ergibt sich dann die in n Umdrehungen oder per Minute und ebenso die per Sekunde geförderte Wassermenge.

§. 239.

Wie schon oben bemerkt, steigt das Wasser in der Saugröhre bis unter den Kolben im Stiefel bloß vermöge des Atmosphärendruckes, der von außen auf das Wasser im Reservoir ausgeübt wird. Nach §. 225 kann aber der mittlere Luftdruck bloß eine Wassersäule von 10,336 m Höhe heben.

Hieraus folgt, daß im günstigsten Falle der Kolben bei seinem höchsten Stande nicht mehr als 10 m über dem Spiegel des zu hebenden Wassers stehen dürfte. Da aber der Raum unter dem Kolben und in der Saugröhre, hauptsächlich wegen des nie ganz luftdicht anschließenden Kolbens, niemals ganz luftleer, weil ferner der Atmosphärendruck nach dem Zustande der Luft und der Höhe des Ortes oft auch geringer ist, und da endlich der atmosphärische Druck auch noch das Saugventil zu heben, und die am Röhrenumfange stattfindenden Widerstände gegen den Durchfluß zu überwinden hat, so darf dem Kolben nie eine Entfernung von 10 m vom Unterwasserspiegel, sondern nach Erfahrung höchstens eine solche von 7 bis 8 m, bei weniger genau gearbeiteten Pumpen sogar nur von 5 bis 6 m gegeben werden. Dagegen kann durch die Steigröhre *d*, Fig. 386, das im Windkessel sich angesammelte, sowie auch das nach Fig. 387 über dem Kolben befindliche Wasser auf jede beliebige Höhe gehoben werden, wenn nur die angewendete Triebkraft groß genug ist.

Die Geschwindigkeit, welche das aufsteigende Wasser besitzt, muß immer größer sein, als die Geschwindigkeit des Kolbens, damit das Wasser nachfolgen kann. Die Geschwindigkeit des aufgesaugten Wassers ergibt sich aber aus der Höhe, auf welche der Luftdruck das Wasser zu heben vermag, und wird natürlich immer geringer, je höher das Wasser steigt. Die gewöhnliche Kolbengeschwindigkeit soll 0,2 bis 0,3, bei weniger guter Ausführung aber 0,3 bis 0,4 m betragen. — Eine raschere Bewegung ist im letztern Fall deßwegen nöthig, damit weniger Wasser entweicht.

Der Kolbenhub soll möglichst groß angenommen werden, weil bei dem Bewegungswechsel immer Kraft verloren geht. — Bei Handpumpen beträgt die Hubhöhe 0,15 bis 0,30 m, bei großen Pumpen aber, welche durch Wasser, Dampf u. s. w. getrieben werden, macht man die Hublänge größer*).

Um nun die Größe der **Kraft** zu finden, welche beim Aufwärtsziehen des Kolbens angewendet werden muß, bedenke man, daß bei jeder Pumpe auf den Kolben von oben her die Atmosphäre drückt. Dieser Druck ist, wie schon bemerkt, gleich dem Gewichte einer 10,336 m hohen Wassersäule. Auf das zu hebende Wasser drückt aber die Atmosphäre ebenfalls und sucht dasselbe auf eine Höhe von 10,336 m zu heben, wenn angenommen wird, daß unter dem Kolben ein vollkommen luftleerer Raum ist.

*) Bei den Pumpbrunnen beträgt die Hublänge gewöhnlich etwa 0,15 bis 0,2 m.

Beträgt nun der Abstand des Kolbens einer Druckpumpe vom Unterwasser z. B. 6 m, und hat das Wasser einmal diese Höhe erreicht, so hat die Atmosphäre noch das Bestreben, das Wasser auf eine weitere Höhe von 10,336 — 6 = 4,336 m zu heben. Es wird somit von unten nach oben auf den Kolben ein Druck ausgeübt, welcher dem Gewichte einer 4,336 m hohen Wassersäule gleich ist. Weil aber der Druck von oben auf den Kolben gleich dem Gewichte einer 10,336 m hohen Wassersäule ist, so muß also beim Aufwärtsziehen des Kolbens ein Widerstand gleich dem Gewichte einer 10,336 — 4,336 = 6 m hohen Wassersäule überwunden werden.

Demnach muß man, abgesehen von der Reibung ꝛc., den Kolben mit einer Kraft in die Höhe ziehen, als hinge eine Wassersäule von seinem Querschnitte und der Tiefe bis zum Unterwasser an ihm.

Da bei der Saug- und Hebepumpe überdies noch das über dem Kolben befindliche Wasser gehoben wird, so ist der beim Aufziehen des Kolbens zu überwindende Druck gleich dem Gewichte einer Wassersäule, deren Höhe dem Abstande des Unter- vom Oberwasser gleich ist.

Beim Abwärtsgehen hat bei der Druckpumpe der Kolben den Druck einer Wassersäule zu überwinden, welche den Querschnitt des Kolbens und eine Höhe hat, welche gleich ist dem Abstand des Kolbens vom obern Wasserspiegel. Bei der Saug- und Hebepumpe aber hat der Kolben beim Niedergehen bloß die Bewegungswiderstände zu überwinden. Die Druckpumpe gewährt darum den Vortheil, daß sich der zu überwindende Widerstand auf den Auf- und Niedergang gleichmäßig vertheilt, wenn Saug- und Druckhöhe gleich gemacht werden. Hiebei ist zu berücksichtigen, daß das Gewicht des Kolbens und Gestänges beim Aufwärtsgehen des Kolbens dem Widerstande zu-, beim Abwärtsgehen aber abzuzählen ist.

Bezeichnet also h die Höhe der Wassersäule vom Unterwasser bis zum Kolben, und h' die Höhe der Wassersäule über dem Kolben, ist ferner d der Kolbendurchmesser und p das Gewicht der Cubikeinheit Wasser, so ist nach Vorigem die zum Aufziehen des Kolbens anzuwendende theoretische Kraft

bei der Druckpumpe $P = \frac{\pi d^2}{4} . h . p$;

also für metrisches Maß

$$P = \frac{\pi d^2}{4} . h . 1000 \text{ kg},$$

und wenn d in Decimetern ausgedrückt wird, da ein Cubikdecimeter (Liter) Wasser 1 kg wiegt,

$$P = \frac{\pi d^2}{4} . h . \text{kg}.$$

Bei der Hebepumpe ist $P = \frac{\pi d^2}{4} . (h + h') p.$

Gemäß der Erfahrung verzehren aber die Reibung und andere, namentlich aus den verschiedenen Richtungs- und Querschnittsänderungen des Wassers entspringenden Bewegungshindernisse etwa $^1/_3$ der theoretisch anzuwendenden Kraft. Die wirklich nöthige Kraft zum Aufziehen des Kolbens muß also um $^1/_3$ mehr betragen, als ohne diese Hindernisse der Fall wäre. Bei gewöhnlichen hölzernen Pumpen muß man sogar eine Betriebskraft annehmen, welche die theoretisch anzuwendende Kraft um $^2/_3$ übersteigt.

Die wirkliche, an dem Kolben selbst wirksame Kraft muß darum sein:

bei der Druckpumpe: $P = \frac{4}{3} . \frac{\pi d^2}{4} . h . p;$

bei der Hebepumpe: $P = \frac{4}{3} . \frac{\pi d^2}{4} . (h + h') p,$

und folglich die an dem Triebhebel wirksame Kraft, wenn L und l die Hebelarme sind:

bei der Druckpumpe: $P' = \frac{4 . l . \pi d^2 . h . p}{3 . L . 4}$; und

bei der Hebepumpe: $P' = \frac{4 . l . \pi d^2 . (h + h') p}{3 . L . 4}.$

Wäre bei einer Druckpumpe h'' die Höhe des obern Wasserspiegels über der Grundfläche des Pumpenkolbens, so ist der auf den Niedergang des Kolbens zu verwendende Druck, mit Berücksichtigung der Bewegungswiderstände

$$P = \frac{4}{3} . \frac{\pi d^2}{4} h'' . p,$$

und folglich die am Hebel anzubringende Kraft

$$P' = \frac{4}{3} . \frac{l}{L} . \frac{\pi d^2}{4} . h'' . p.$$

Um die zum Betriebe einer Pumpe in der Sekunde nöthige Arbeitsgröße zu berechnen, geht man am einfachsten vom Gewicht des in der Sekunde in die Höhe zu hebenden Wassers aus, das sich aus der im vorigen §. berechneten Wassermenge ergibt.

Ist G dieses Gewicht und h die Höhe, auf welche das Wasser gehoben werden soll, so ist die theoretische Arbeit per Sekunde im günstigsten Fall

$$P . v = \frac{4}{3} . G . h,$$

und in minder günstigen Fällen

$$P . v = \frac{5}{3} . G . h.$$

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Welche Wassermenge liefert in der Minute eine einfach wirkende Pumpe, deren Kolben einen Durchmesser von 12 cm und eine Hubhöhe von 30 cm hat, wenn per Minute 30 Hübe gemacht werden?

Auflösung. Nach §. 238 ist die fragliche Wassermenge

$$M = 0{,}9 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot l \cdot n,$$

folglich

$$M = \frac{0{,}9 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}12^2 \cdot 0{,}30 \cdot 30}{4} = 0{,}09156 \text{ cbm}.$$

2te Aufgabe. Welchen Durchmesser soll eine doppelt wirkende Pumpe erhalten, wenn der Kolben per Minute 40 Hübe von 0,7 m Höhe macht, und wenn die Pumpe in dieser Zeit einen Cubikmeter Wasser liefern soll?

Auflösung. Nach §. 238 ergibt sich aus der Formel

$$d = 0{,}84 \sqrt{\frac{M}{l \cdot n}}$$

$$d = 0{,}84 \sqrt{\frac{1}{0{,}7 \cdot 40}} = 0{,}159 \text{ m}.$$

3te Aufgabe. Wie groß ist die anzuwendende Arbeit, welche der Betrieb einer Saug- und Druckpumpe erfordert, wenn vermittelst derselben in einer Stunde ein Wasserbehälter von 6 m Länge, 4,8 m Breite und 1,8 m Tiefe gefüllt werden soll, und wenn die Ausflußröhre der Pumpe 12 m über dem Unterwasserspiegel sich befindet?

Welchen Durchmesser muß ferner die Pumpe erhalten, wenn per Minute 12 Hübe von 1,2 m Länge gemacht werden?

Auflösung. Da der Cubikinhalt des Behälters = 6 . 4,8 . 1,8 = 51,84 cbm beträgt, so ist also in 60 Minuten eine Last von 51,84 . 1000 = 51840 kg auf eine Höhe von 12 m zu heben. Somit erfordert das Heben der besagten Wassermasse in der genannten Zeit einen Nutzeffekt von 51840 . 12 kgm.

Da aber nach §. 239 der Totaleffekt der angewendeten Kraft wegen der Bewegungshindernisse ungefähr um 1/3 größer angenommen werden muß, so ist die nöthige Kraftleistung per Stunde oder 60 Minuten

$$P \cdot s = \tfrac{4}{3} \cdot 51840 \cdot 12 \text{ kgm};$$

folglich per Sekunde

$$Pv = \frac{4 \cdot 51840 \cdot 12}{3 \cdot 60 \cdot 60} = 230 \text{ kgm} = 3{,}07 \text{ Pferdestärken}.$$

Weil in 60 Minuten 51,84 cbm Wasser gehoben werden sollen, so ist die per Minute zu liefernde Wassermenge $= \frac{51{,}84}{60} = 0{,}864$ cbm.

Es ergibt sich folglich nach §. 238 für den Durchmesser der Pumpe, wenn dieselbe einfach wirkend ist,

$$d = 1{,}2 \cdot \sqrt{\frac{M}{l \cdot n}} = 1{,}2 \sqrt{\frac{0{,}864}{1{,}2 \cdot 12}} = 0{,}294 \text{ m}.$$

Ist der Pumpenkolben ziemlich in der Mitte der Hubhöhe angebracht, so ist der sowohl beim Auf- als Niedergange anzuwendende Druck oder die Kraft am Kolben nach §. 239

$$P = \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot h \cdot p = \frac{4}{3} \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}294^2}{4} \cdot 6 \cdot 1000 = 542 \text{ kg}.$$

Die Geschwindigkeit des Kolbens ist, da 12 Hin- und 12 Hergänge von je 1,2 m gemacht werden,

$$v = \frac{2 \cdot 12 \cdot 1{,}2}{60} = 0{,}48 \text{ m}.$$

Diese Geschwindigkeit mit obigem Kraftaufwande multiplizirt, gibt als per Sekunde nöthige Arbeitsgröße

$$Pv = 542 \,.\, 0{,}48 = 260 \text{ kgm} = 3{,}4 \text{ Pferdestärken},$$

was von dem obigen Resultate nicht besonders abweicht.

Eine Betriebsmaschine (Dampfmaschine oder Wasserrad) von etwa $3^1/_2$ Pferdekräften Nutzeffekt würde also zum Ingangsetzen der Pumpe genügen.

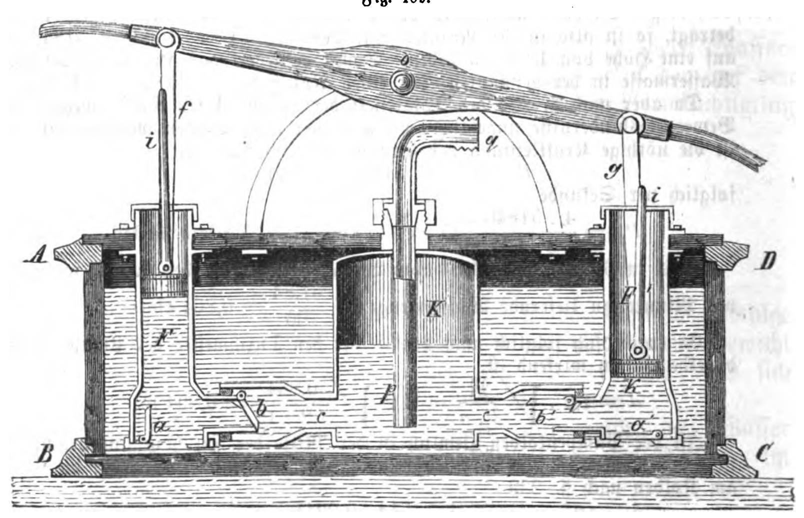
II. Die Feuerspritze.

§. 240.

Die **Feuerspritzen** haben den Zweck, einen Wasserstrahl, womöglich ununterbrochen, auf eine gewisse Höhe zu bringen. Zu dem Ende wird das nöthige Wasser in der Regel durch gewöhnliche Druckpumpen in einen mit Luft angefüllten Kessel (Windkessel) geführt, und von da, vermöge der Elasticität der hier zusammengepreßten Luft, mit großer Kraft durch eine Abflußröhre fortgetrieben.

Man unterscheidet **einfache** oder **Handspritzen**, welche das erforderliche Wasser nur durch eine einzige Pumpe erhalten, und s. g. **Wagenspritzen**, bei welchen zwei Pumpen so wirken, daß während die eine Pumpe Wasser ansaugt, die andere solches in den Windkessel drückt. Letzterem wird darum beständig Wasser zugeführt, das dann in einem ununterbrochenen Strahl durch das Steigrohr ausströmt.

Fig. 409.



Die Handspritzen werden in verschiedener Größe und Form gebaut; immerhin aber stimmen sie in ihrer Construction mit der Druckpumpe Fig. 386 oder einer der beschriebenen Pumpen überein.

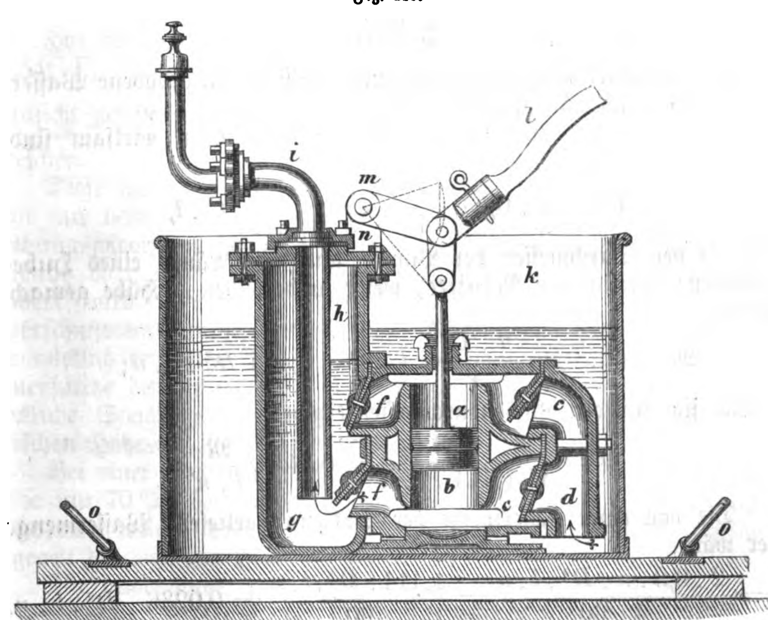
Eine gewöhnliche Wagenspritze stellt Fig. 409 dar.

ABCD ist ein mit Wasser angefüllter Kasten. Vermittelst der beiden Druckpumpen *F* und *F'* wird das Wasser aus dem Kasten *ABCD* aufgesaugt und mit Hilfe der Ventile *a*, *b* und *a'*, *b'* auf leicht einzusehende Weise durch die Röhren *c*, *c* in den Windkessel *K* gepreßt.

So wird nach dem gegenwärtigen Kolbenstande durch die Pumpe *F*, bei geöffnetem Ventile *a*, Wasser aus dem Kasten *ABCD* eingesaugt, während durch die Pumpe *F'*, bei abwärtsgehendem Kolben *k*, das beim vorangegangenen Kolbenzuge durch *a'* eingesogene Wasser, bei nun geöffnetem Ventil *b'*, in den Windkessel gedrückt wird.

Da der eine Pumpenkolben aufwärts geht, während der andere niedersinkt, so wird natürlich dem Windkessel *K* fortwährend Wasser zugeführt. Die beiden Kolbenstangen *f* und *g* sind an einem um *o* drehbaren Hebel befestiget; an den beiden Enden des Hebels sind an Querarmen, den s. g. Druckbäumen, Leute thätig, um diesen in Bewegung, also die Spritze in Gang zu setzen. — Noch sind in der Zeichnung sichtbare Stangen oder Stäbe *ii* angebracht, welche den Kolben eine senkrechte Führung geben. Das Abflußrohr *pq* reicht bis beinahe auf den Boden des Windkessels. Da nun nach einigen Kolbenhüben die im Kessel *K* eingeschlossene Luft durch das eindringende Wasser immer mehr verdichtet wird, so übt sie rückwärts auf das Wasser, nach §. 226, einen bedeutenden Druck aus und treibt es durch

Fig. 410.



die Röhre pq fort. An diese Röhre wird ein biegsamer Schlauch angeschraubt, um dem Wasserstrahl jede beliebige Richtung zu geben.

Als, zwischen den Wagen- und gewöhnlichen Handspritzen die Mitte einnehmend, sei hier Passier's (in Paris) transportable Pumpe angeführt.

Dieselbe, Fig. 410 (S. 445), stimmt ihrem Wesentlichen nach mit der durch Fig. 388 dargestellten doppeltwirkenden Pumpe überein, kann von einem Mann vermittelst Tragriemen auf dem Rücken getragen und von demselben auch ohne besonders große Mühe bedient werden.

Es ist hier a der Pumpenstiefel mit dem Kolben b; cc sind die Saugventile, durch welche und die Röhre d, welche an den Stiefel angeschraubt ist, das Wasser in den Letzteren gelangt. ff sind die Druckventile, welche in den Windkessel g münden. Das Steigrohr hi ist an seinem obern Theile aus verschiedenen Kniestücken zusammengesetzt, um, wenn die Pumpe als Spritze dienen soll, dem Wasserstrahl eine beliebige Richtung zu geben. Auch kann daselbst ein Schlauch angeschraubt werden. k ist der Wasserkasten und l der um m drehbare Handhebel. Letzterer Punkt befindet sich an zwei, mit dem Pumpenstiefel verbundenen Ansätzen n, zwischen welchen das Hebelende links gleitet. oo sind Handgriffe zum Transportiren; daselbst werden auch die Tragriemen befestiget, vermittelst welchen die ganze Maschine auf dem Rücken fortgeschafft wird.

§. 241.

Die von einer Feuerspritze in einer gewissen Zeit gehobene Wassermenge ergibt sich nach §. 238 leicht.

Es ist dieselbe nämlich, da hier zwei Pumpen wirksam sind, per Hub

$$M' = 2 \,.\, 0{,}9 \,.\, \frac{\pi D^2}{4} \,.\, l = 1{,}414\, D^2 \,.\, l,$$

wenn D den Durchmesser der Pumpe und l die Länge eines Hubes bezeichnen; folglich per Minute, wenn in derselben n Hübe gemacht werden,

$$\mathfrak{M} = 2 \,.\, 0{,}9 \,.\, \frac{\pi \,.\, D^2}{4} \,.\, l \,.\, n = 1{,}414\, D^2 \,.\, l \,.\, n;$$

woraus sich für den Kolbendurchmesser ergibt:

$$D = \sqrt{\frac{\mathfrak{M}}{1{,}414 \,.\, l \,.\, n}} = 0{,}84 \sqrt{\frac{\mathfrak{M}}{l \,.\, n}}.$$

Die von einer Feuerspritze per Sekunde gelieferte Wassermenge aber wäre

$$M = \frac{2 \,.\, 0{,}9 \,.\, \pi \,.\, D^2 \,.\, l \,.\, n}{4 \,.\, 60} = \frac{1{,}414 \,.\, D^2 \,.\, l \,.\, n}{60} = 0{,}0236 \,.\, D^2 \,.\, l \,.\, n.$$

Bezeichnet v die Geschwindigkeit des Kolbens, so ist die sekundliche Wassermenge auch

$$M = \frac{0{,}9 \cdot \pi \cdot D^2 \cdot v}{4}.$$

Ist d der Durchmesser des an dem Ausflußrohre angebrachten Mundstücks, so verhält sich der Kolbenquerschnitt zum Querschnitt des Mundstücks wie D^2 zu d^2; d. h. ist D 2mal, 3mal ꝛc. größer als d, so ist der Kolbenquerschnitt 4mal, 9mal ꝛc. größer, als der Querschnitt des Mundstücks.

In dem Verhältnisse aber, als der Querschnitt des Mundstücks geringer ist, als der des Pumpenkolbens, muß die Geschwindigkeit des durch das Ausgußrohr ausströmenden Wasserstrahles größer sein, als die Geschwindigkeit des Kolbens, weil ja das durch die Pumpe aufgesaugte Wasser in derselben Zeit auch durch das Ausflußrohr abgehen soll.

Bedeutet darum v die Kolbengeschwindigkeit und V die Geschwindigkeit des aus dem Gußrohr austretenden Wasserstrahls, so ergibt sich die Proportion

$$V : v = D^2 : d^2;$$

und es ist folglich

$$V = \frac{v \cdot D^2}{d^2}; \text{ oder } V = \frac{v \cdot F}{f},$$

wenn F und f die Querschnitte der Pumpe und des Mundstücks sind.

Hat aber ein vertikal aufwärtsgeworfener Körper eine Geschwindigkeit V, so kann derselbe, wenn auf Bewegungshindernisse keine Rücksicht genommen wird, nach §. 14 und 15 eine Höhe $H = \frac{V^2}{2g}$ erreichen.

Diese theoretische Höhe erreicht aber der Wasserstrahl nie, weil er nicht nur beim Steigen in der freien Luft einen ziemlich bedeutenden Reibungswiderstand zu überwinden hat, sondern auch durch zurückfallende oder zurückbleibende Wassertheilchen in seiner Bewegung gehindert wird. Nach Vergleichung der obigen, aus den berührten Querschnittsverhältnissen abgeleiteten theoretischen Steighöhe H mit der wirklich erreichten Höhe h des Wasserstrahls einer gut construirten Feuerspritze beträgt bei einer theoretischen Höhe von 24 bis 30 m die wirkliche Steighöhe h nur 75 bis 80 %, d. i. $^3/_4$ bis $^4/_5$ der theoretischen Höhe H.

Bei einer theoretischen Höhe von 40 m ist die wirklich erreichte Höhe nur 70 %; bei geringer Ausgußgeschwindigkeit, also bei geringer Höhe, bei welcher der Strahl sich nicht in Tropfen auflöst, beträgt dagegen die wirkliche Höhe 90 bis 95 %.

Für gewöhnliche Fälle kann man also setzen:

$h = {}^4/_5\, H$ und, bei hohen Steigungen $h = {}^3/_4\, H$.

Damit also eine auszuführende Feuerspritze einen Wasserstrahl von der Steighöhe h in der That ergibt, muß man die genannten Querschnittsverhältnisse für eine Steighöhe

$$H = {}^5/_4\, h, \text{ oder } H = {}^4/_3\, h$$

berechnen.

Als Näherungswerth setzt man auch die in Rechnung zu nehmende theoretische Steighöhe in metrischem Maß

$$H = h + \frac{h^2}{60}.$$

Beim Berechnen der von einer s. g. Rotationsspritze, Fig. 396, bei einer Umdrehung geförderten Wassermenge kann man als solche den Cubikinhalt eines Cylinders annehmen, der den Durchmesser des größern Cylinderstückes und eine Höhe gleich der Kolbenlänge hat.

Anmerkung. Nach gemachten Beobachtungen ist die von gut gearbeiteten Feuerspritzen und andern Pumpen bei einem Hube geförderte Wassermenge oft größer, als die oben berechnete und kann selbst $^1/_{10}$ bis nahezu $^2/_{10}$ mehr betragen, als der vom Kolben durchlaufene Raum $\frac{\pi \,.\, D^2}{4} \,.\, l$, oder als die theoretische Wassermenge ist. Als Grund dieser Erscheinung ist die lebendige Kraft anzunehmen, welche dem angesaugten (in Bewegung versetzten) Wasser innewohnt, welche verursacht, daß das Wasser noch kurze Zeit aufwärts steigt und das Saugventil offen hält, wenn der Kolben schon die entgegengesetzte Bewegung begonnen hat.

(Vergl. auch Dingler's polyt. Journ. 186. Bd. S. 447.)

Die erreichbare Steighöhe beträgt 0,66 oder $^2/_3$ der größten horizontalen Wurfweite oder 0,8 der bei einer Elevation des Strahls von 45 % erreichten Wurfweite.

Die in Wirklichkeit geförderte Wassermenge kann bei zweistiefeligen Spritzen, wie geschehen, zu 0,9 der theoretischen angenommen werden. Bei einstiefeligen Handspritzen ist die wirkliche Menge nur 0,8 der theoretischen und darum

$$M' = 0{,}8 \,.\, \frac{\pi \,.\, D^2}{4} \,.\, l.$$

§. 242.

Bei der Berechnung der zum Betrieb einer Feuerspritze erforderlichen Kraft hat man zu berücksichtigen, daß bei dem Niedergehen eines Kolbens derselbe, wie bei jeder Druckpumpe der Fall ist, einen Druck überwinden muß, welcher gleich ist dem Gewichte einer Wassersäule, die einen Querschnitt hat, der so groß ist, wie die Kolbenfläche, und eine Höhe gleich der ganzen Steighöhe, die der Wasserstrahl erreichen soll.

Dazu kommt aber nun noch die Bewältigung der verschiedenen Bewegungswiderstände. Diese sind wegen der mehrfach vorkommenden Reibung und in Folge der verschiedenen Richtungs- und Querschnittsänderungen, sowie der Contraction in den Ventil- 2c. Oeffnungen hier größer, als bei einer gewöhnlichen Pumpe.

Der Erfahrung gemäß beträgt in Wirklichkeit die nöthige Triebkraft bei einer zweistiefeligen Spritze das $^3/_2$- bis $^7/_4$fache und bei

schlechter Construction und kleinen Spritzen sogar das Doppelte der theoretischen Kraft.

Bei Verwendung von langen Schläuchen, in welchen die Reibung sehr bedeutend ist, beträgt die wirklich anzuwendende Kraft sogar das Zwei- bis Dreifache.

Wegen des Luftwiderstandes, den der Strahl zu überwinden hat, ist sodann nicht die wirklich zu erreichende Steighöhe h, sondern die theoretische Höhe H in Rechnung zu bringen.

Demnach ist, wenn man die in Wirklichkeit anzuwendende Kraft $^7/_4$ mal größer als die theoretische annimmt, die am Kolben unmittelbar wirkende Kraft, oder — was das nämliche ist — der dem Kolben entgegenwirkende Widerstand

$$P = 1{,}75 \, . \, \frac{\pi \, . \, D^2}{4} \, . \, H \, . \, p,$$

wobei D der Kolbendurchmesser, H die theoretische Strahlhöhe und p das Gewicht der Cubikeinheit Wasser bezeichnet.

Für H ist dann $^4/_3\, h$ oder nach der andern Berechnungsweise $H = h + \frac{h^2}{60}$ zu setzen, wenn h die gewünschte Steighöhe ist.

Ist v die Kolbengeschwindigkeit, so beträgt die in der Sekunde aufzuwendende Arbeit

$$P \, . \, v = \frac{1{,}75 \, . \, \pi \, . \, D^2 \, . \, H \, . \, p \, . \, v}{4}.$$

Bezeichnet G das Gewicht des in der Sekunde gehobenen Wassers, so ist die aufzuwendende sekundliche Arbeitsgröße auch

$$P \, . \, v = 1{,}75 \, . \, G \, . \, H.$$

Wäre P' die am Druckbaum wirksame Kraft, so müßte, wenn L die Länge eines der Hebelarme, an welchem die Triebkräfte wirken, und l die Entfernung der Aufhängepunkte der Pumpenstangen vom Drehpunkt ist,

$$P' = \frac{l}{L} \, . \, \frac{1{,}75 \, . \, \pi \, . \, D^2}{4} \, . \, H \, . \, p \text{ sein.}$$

Ist eine Pumpe so eingerichtet, daß sie das Wasser gleichzeitig auch aus der Tiefe aufsaugt, so wäre die hiezu nöthige Kraft nach §. 239 zu berechnen und zu der oben berechneten zu zählen.

§. 243.

In Betreff des Betriebs und der Construction der Feuerspritzen befolgt man allgemein folgende Erfahrungsregeln:

Die Hubhöhe der am Druckbaume arbeitenden Mannschaft oder des Hebelendes soll ungefähr 1 m, höchstens 1,5 m betragen. Daher beträgt der Kolbenhub, da der Druckhebel gewöhnlich 5fach übersetzt



ist (der längere Arm ist 5mal größer als der kleinere), bei großen Pumpen $\frac{1,5}{5} = 0,3$ m und bei kleineren Pumpen nur 0,24 m.

Die Geschwindigkeit, mit welcher der Druckbaum oder das Hebelende durch die arbeitende Mannschaft bewegt wird, soll in der Regel 1,2 bis 1,4 m nicht übersteigen.

Die Leistung eines Mannes kann, da derselbe wegen des regelmäßig eintretenden Wechsels der Mannschaft nur kurze Zeit arbeitet, zu 18 bis 20 kgm, d. i. zu $^1/_4$ Pferdestärke angenommen werden.

Alsdann hat ein Mann einen Druck von $\frac{20}{1,2} = 16,6$ kg oder $\frac{20}{1,4} = 14,3$ kg auszuüben.

Die Anzahl der Hübe beträgt gewöhnlich 60 bis 90 in der Minute, im Nothfall auch mehr.

Die Triebhebel sollen sich in der Mitte ihrer Bewegung 0,75 m über dem Boden befinden.

Den Inhalt des Windkessels macht man ziemlich groß, und zwar viermal bis zehnmal größer als den Inhalt eines Pumpenstiefels.

Soll der Wasserstrahl in eine möglichst große horizontale Entfernung geführt werden, so muß man nach §. 50 denselben unter einem Winkel von ca. 45° ausströmen lassen.

Nach Versuchen über das Verhältniß der Steighöhen zu den Druckhöhen und Mündungsweiten ist bei einem dicken Strahl, also bei großer Mündungsweite der Luftwiderstand geringer und also die erreichte Steighöhe größer.

Das Standrohr der Feuerspritzen soll darum nicht zu enge und möglichst kurz sein. Auch das Mundstück soll möglichst kurz sein. Die Weite derselben beträgt gewöhnlich $^1/_{10}$ bis $^1/_7$ des Stiefeldurchmessers. Der Querschnitt des Mundstücks muß bei einem Convergenzwinkel des Rohrs von 10—20° der Contraction wegen 1,05mal größer, als der theoretische sein. Von der richtigen Bearbeitung des Standrohrs, sowie des Mundstücks hängt überhaupt die Wirkung einer Spritze, d. h. die Höhe des damit ausgeworfenen Wasserstrahles ab. Es müssen hiebei im Innern alle Unebenheiten, Risse, Näthe vom Einformen ꝛc. vermieden werden und muß die Höhlung genau centrirt sein; desgleichen soll das Mundstück nach der Form des zusammengezogenen (contrahirten) Strahls gebildet und innen sorgfältig polirt werden. Verstöße hingegen verursachen, daß der Strahl zerstreut wird, oder eine falsche Drehung annimmt, oder in einen Wirbel gelangt und die gewünschte Höhe nicht erreicht.

Franzmann's und Dittler's (v. Pforzheim) patentirtes Mundstück mit Revolverschluß. Dasselbe enthält verschiedene Mündungsweiten und es kann nach Erforderniß durch einfache Drehung des Stückes die eine oder andere Oeffnung zum Anschluß an die Mündung des Ausgußrohres gebracht werden.

Dampffeuerspritzen. — Dieselben sind, wie oben §. 237 (Dampfpumpen) schon gesagt wurde, so eingerichtet, daß der Kolben einer doppelt wirkenden Pumpe durch den Kolben einer Dampfmaschine in eine abwechselnd hin- und hergehende Bewegung gesetzt wird, wobei, wie bei der gewöhnlichen Feuerspritze das Wasser aufgesaugt und dem Windkessel zugeführt wird.

Merryweather, Shand und Mason in London, welche Dampffeuerspritzen liefern, garantiren, daß eine doppeltwirkende Pumpe von 7″ engl. Durchmesser und 9″ Hub in der Minute von 400 Gallonen oder 64 Cubikfuß Wasser unter Anwendung eines Mundstückes von $1^1/_4$″ Weite auf 180′ Höhe oder 225′ Weite bringe.

Gasspritzen. Hiebei wird mit Kohlensäure reichlich gesättigtes Wasser verwendet, welches Gemisch das Feuer erstickt. Die Erzeugung dieses Gases erfolgt durch die gegenseitige Einwirkung von doppeltkohlensaurem Natron und Weinsteinsäure (den Bestandtheilen des gewöhnlichen Brausepulvers), die dem Wasser im Apparat zugefügt werden. Ein gefüllter Apparat leistet seine Dienste lange Zeit.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Eine gewöhnliche Feuerspritze soll per Minute 0,48 cbm Wasser auf eine Höhe von 24 m bringen; welche Triebkraft ist erforderlich, und welche Dimensionen müssen der Pumpenstiefel und das Mundstück des Ausflußrohres erhalten, wenn die Geschwindigkeit der Pumpenkolben 0,28 m ist?

Auflösung. Nach §. 242 ist der dem Kolben entgegenwirkende Widerstand, wenn die Kolbenfläche $\frac{\pi \,.\, D^2}{4} = F$ gesetzt wird,

$$P = 1{,}75 \,.\, F \,.\, H \,.\, p,$$

folglich ist, wenn die theoretische Strahlhöhe zu $\frac{4}{3}\, h = \frac{4}{3} \,.\, 24$ angenommen wird und da $p = 1000$ ist,

$$P = \frac{1{,}75 \,.\, F \,.\, 4 \,.\, 24 \,.\, 1000}{3}.$$

Die in der Sekunde gehobene Wassermenge ist $\frac{0{,}48}{60} = 0{,}008$ cbm und das Gewicht derselben = 8 kg.

Die in der Sekunde thatsächlich aufgesaugte Wassermenge ist aber $= 0{,}9 \,.\, F \,.\, v$; folglich muß, da $v = 0{,}28$ m ist,

$$0{,}9 \,.\, F \,.\, 0{,}28 = 0{,}008,$$

und also die Kolbenfläche

$$F = \frac{0{,}008}{0{,}9 \,.\, 0{,}28} = 0{,}03175 \;\square\text{m betragen.}$$

Der von dem abwärtsgehenden Kolben auszuübende Druck muß demnach sein, da $\frac{4}{3} \,.\, h = \frac{4}{3} \,.\, 24 = 32$ m ist:

$$P = 1{,}75 \,.\, 0{,}03175 \,.\, 32 \,.\, 1000 = 1778 \text{ kg}.$$

Nimmt man die theoretische Steighöhe H zu $h + \frac{h^2}{60} = 24 + \frac{24^2}{60} = 33{,}6$ m an, so erhält man

$$P = 1{,}75 \,.\, 0{,}03175 \,.\, 33{,}6 \,.\, 1000 = 1867 \text{ kg}.$$

Demnach wäre die per Sekunde aufzuwendende Arbeitsgröße, wenn für P der Mittelwerth aus beiden Ergebnissen zu 1820 kg angenommen wird,

$$P \,.\, v = 1820 \,.\, 0{,}28 = 510 \text{ kgm}.$$

Da in der Sekunde 8 kg Wasser auf eine theoretische Höhe H von 32 beziehungsweise 33,6 m gehoben werden sollen, so beträgt die in der Sekunde zu verrichtende Arbeitsgröße auch, weil wegen des Wasserverlustes $\frac{G}{0{,}9} = \frac{10}{9}\,G$ zu setzen ist,

$$P \,.\, v = 1{,}75 \,.\, \frac{10}{9} \,.\, G \,.\, H,$$

und also, wenn H im Mittel zu 32,8 m angenommen wird,

$$P \,.\, v = \frac{1{,}75 \,.\, 10 \,.\, 8 \,.\, 32{,}8}{9} = 510 \text{ kgm}.$$

Wirkt die Mannschaft an einem fünffach übersetzten Hebel, so muß die am Druckbaum wirksame Kraft

$$P' = \tfrac{1}{5} \,.\, 1820 = 364 \text{ kg betragen.}$$

Die Kraft eines Mannes ist nach §. 242, da die Geschwindigkeit am Druckbaum $5 \,.\, 0{,}28 = 1{,}4$ m beträgt, zu 14,3 kg anzunehmen und es sind somit zum Betriebe der Spritze $\frac{364}{14{,}3}$, d. i. 25 Mann erforderlich, wofür nach gewöhnlicher Anordnung 24 Mann eingestellt werden können.

Die Arbeitsleistung eines Mannes zu 20 kgm angenommen, gibt wieder, da der Gesammteffekt 510 kgm beträgt, für die Zahl der Mannschaft

$$N = \frac{510}{20} = 25.$$

Da das wirkliche Kraftaufgebot in vorstehender Berechnung $1{,}75 = \tfrac{7}{4}$mal größer angenommen wurde, als das theoretische, so vermag im Nothfalle auch eine geringere Anzahl Männer die Spritze vorübergehend zu bedienen.

Für den Durchmesser der Pumpenkolben erhält man, da der Querschnitt

$$F = \frac{\pi \,.\, D^2}{4} = 0{,}03175 \;\square\text{m ist,}$$

$$D = \sqrt{\frac{4 \,.\, 0{,}03175}{3{,}14}} = 0{,}2011 \text{ m}.$$

Aus der theoretischen Steighöhe $\frac{4}{3}\,h = 32$ m ergibt sich die Geschwindigkeit V, welche das Wasser im Mundstück annimmt, zu

$$V = \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, 32} = 25{,}05 \text{ m}.$$

Weil die Geschwindigkeit des Kolbens = 0,28 m ist, so ergibt sich aus der Proportion des §. 241

$$V : v = D^2 : d^2,$$

da wegen der Contraction $1{,}05\,D^2$ statt D^2 zu setzen ist, für den Durchmesser des Mundstücks

$$d = \sqrt{\frac{1{,}05 \,.\, D^2 \,.\, v}{V}} = \sqrt{\frac{1{,}05 \,.\, 0{,}04045 \,.\, 0{,}28}{25{,}05}},$$

d. i. $d = 0{,}0218 \text{ m} = 2{,}18 \text{ cm} = \tfrac{1}{9}$ der Stiefelweite.

Nimmt man an, daß die Hubhöhe des Kolbens 0,24 m, also bei fünffacher Uebersetzung des Druckhebels die Hubhöhe der Mannschaft = 1,2 m ist, so mußte, da der Weg des Angriffspunktes der Mannschaft in der Minute

$= 60 . 5 . v = 60 . 50 . 0{,}28 = 84$ m beträgt, die Zahl der Hübe per Minute $= \frac{84}{1{,}2} = 70$ sein.

2te Aufgabe. Welche Wassermenge liefert die Rotationsspritze Fig. 396 und 397 in einer Minute, wenn der Durchmesser des größern Cylinderstückes $= 2{,}5$ dcm und die Kolbenlänge $= 3$ dcm ist, und per Minute 30 Kolbenumdrehungen gemacht werden?

Auflösung. Es ist nach §. 241 die bei einer Umdrehung gelieferte Wassermenge $M = \frac{\pi d^2}{4} . l$ zu nehmen; also die bei 30 Umdrehungen gelieferte Menge

$$\mathfrak{M} = \frac{30 . \pi . d^2 . l}{4} = 30 . 0{,}7854 . 2{,}5^2 . 3 = 441{,}787 \text{ cbdm oder l.}$$

C. Von der Bewegung der Luft.

§. 244.

Zum Schlusse des Abschnitts sei noch kurz des Wesentlichsten über die Bewegung der Luft und der Gase überhaupt gedacht.

Ein Gas, das in einem Behälter eingeschlossen ist, kann natürlich nur dann durch eine vorhandene Oeffnung ausströmen, wenn es einem höhern Druck unterworfen ist, als der von außen entgegenwirkende atmosphärische Druck beträgt. Die Geschwindigkeit, mit der das Gas ausströmt, ergibt sich aus der Größe dieses Ueberdruckes, und dieser selbst wird durch ein Manometer (§. 230) angegeben. Da aber der Ausfluß eines Gases ganz den nämlichen Gesetzen unterworfen ist, wie der des Wassers oder einer andern Flüssigkeit, so muß man die den fraglichen Ueberdruck messende Manometer- (Quecksilber- oder Wasser-) Höhe durch eine soviel Mal höhere Luftsäule ersetzt denken, als die Dichtigkeit der manometerischen Flüssigkeit (des Quecksilbers oder Wassers) größer ist, als die der eingeschlossenen Luft. Wäre darum D die Dichtigkeit der manometerischen Flüssigkeit, d die des Gases, und h die den Druck messende Manometerhöhe, so fände aus dem fraglichen Gefäß der nämliche Abfluß statt, wie aus einem gewöhnlichen, oben offenen, mit Flüssigkeit gefüllten Gefäße bei einer Druckhöhe $= \frac{D}{d} h$.

Somit ist die Ausflußgeschwindigkeit des Gases

$$v = \sqrt{2g . \frac{D}{d} . h}.$$

Wie beim Wasser, so tritt auch beim Ausflusse der Gase durch Oeffnungen in dünnen Wänden eine Contraction ein. Der Erfahrung gemäß muß man hier einen Contractions- oder Ausflußcoefficienten von 0,6, beim Gebrauch von cylindrischen und konischen Ansatzröhren aber einen solchen bis zu 0,9 annehmen.

Die per Sekunde ausgeflossene Luftmenge wäre demnach, wenn

F die Größe der Oeffnung bezeichnet, für eine dünne Wand

$$M = 0{,}6\ F\sqrt{2g \cdot \frac{D}{d} \cdot h}.$$

Diese Formel gilt für eine Temperatur des Gases von 0°; für eine andere Temperatur müßte nach §. 229 der Ausdruck $\frac{D}{d}\,h$ noch eine Correktion erfahren. Auch ist in aller Strenge dieselbe nur für geringe Druckunterschiede zwischen der äußern und innern Luft giltig. Wäre aber die eingeschlossene Luft einer namhaft größern Pression unterworfen, so würde die beim Ausflusse, wegen abnehmendem Druck erfolgende Ausdehnung auch einen Einfluß auf die Ausflußgeschwindigkeit ausüben. Uebrigens ist fast in allen, hieher sich eignenden Fällen der Ueberdruck der eingeschlossenen Luft niemals bedeutend und beträgt z. B. bei Gebläsen nur bis $^1/_5$, so daß der obige Ausdruck für M auch hier einen brauchbaren Werth gibt.

Wären d und d' die Dichtigkeiten zweier Luft- oder Gasarten und M und M' die in gleichen Zeiten und bei gleichem Druck aus der nämlichen Oeffnung geflossenen Mengen, so ergibt sich aus obigem Ausdruck für M, daß sich verhält:

$$M : M' = \sqrt{\frac{1}{d}} : \sqrt{\frac{1}{d'}},$$

d. i. $$M^2 : M'^2 = \frac{1}{d} : \frac{1}{d'} = d' : d;$$

also $$M : M' = \sqrt{d'} : \sqrt{d}.$$

Es verhalten sich also die Dichtigkeiten zweier unter gleichem Druck und durch die nämliche Oeffnung in gleicher Zeit ausströmenden Gasarten umgekehrt, wie die Quadrate der Durchflußmengen.

Oder: die in gleichen Zeiten ausgeflossenen Mengen verhalten sich umgekehrt, wie die Quadratwurzeln aus den Dichtigkeiten der Gase.

Somit strömt in der nämlichen Zeit ꝛc. 4mal soviel Wasserstoff aus, als Sauerstoff, da jener 16mal leichter ist, als dieser.

Um die Menge und die Geschwindigkeit der durch Röhrenleitungen strömenden Luft zu bestimmen, müßte wieder ganz so, wie oben §. 202 für den Durchfluß des Wassers zu Werke gegangen werden. — Für gewöhnliche Verhältnisse und den nämlichen — hier durch die manometrische Wassersäule dargestellten — Druck kann man die in §. 202 aufgestellten Formeln auch auf Luft und Gase anwenden, nur muß dabei berücksichtigt werden, daß nach Morin u. A. die nämliche Röhrenleitung etwa 30mal soviel atmosphärische Luft und 43mal soviel Steinkohlengas liefert, als Wasser.

Als Motor findet die Luft, außer bei der Windbüchse und den Heißluftmaschinen, vorzugsweise Anwendung bei den Segelschiffen und Windmühlen.

Bei den Windmühlen wirkt die bewegte Luft auf, durch Bretter gebildete Windflügel, welche durch die lebendige Kraft der Luft in Bewegung gesetzt werden und eine Welle in Umdrehung setzen. Die bisherigen Windräder der Windmühlen haben im Verhältniß zu ihrer Größe nur wenig Flächeninhalt und sind ungewöhnlich stark gebaut, weßhalb auch ihre Einstellung gegen den Wind mit einem großen Kraftverlust verknüpft ist.

Diesem Uebelstand wird durch das neue amerikanische Windrad abgeholfen.

Dasselbe ist so construirt, daß seine Flügelfläche einen Kreis oder eine Scheibe bildet, deren inneres Drittel ausgebrochen ist. Die Scheibenfläche, die oft nur aus einzelnen Sektoren gebildet ist, ist mit dicht neben einander nach Art der Jalousien schräg gestellten hölzernen Brettchen bekleidet.

Dieses Windrad bietet darum bei kleinerem Durchmesser eine viel größere Windfangfläche. Auch ist es mit einer sehr einfachen Selbststeuerung versehen. (Näheres s. Dinglers polyt. Journ. 225. Bd., S. 14 und Deutsche Industr. Ztg. 1877 Nr. 30.)

Für die Berechnung des nutzbaren Effektes der Windräder gilt die Formel, die schon oben §. 93 angegeben worden ist:

$$P \,.\, v = K \,.\, F \,.\, v^3 \text{ kgm},$$

worin $K = 0{,}03$ zu setzen ist.

XIII. Abschnitt.

Von der Dampfkraft und den Dampfmaschinen.

Heißluft-, Gaskraft- und ähnliche Maschinen.

1. Von den Eigenschaften des Wasserdampfes.

§. 245.

Die Anwendung des Wasserdampfes als Triebkraft der verschiedenartigsten Maschinen ist so wichtig und von so eingreifender Natur in alle Verhältnisse des menschlichen Lebens, daß es nöthig ist, hier etwas ausführlich aus einander zu setzen, welches die Eigenschaften des Wasserdampfes sind, die diesem eine so außerordentliche bewegende

Kraft verleihen, und wie man allmälig lernte, diese großartige Kraft nutzbar zu machen.

Wie Jedermann bekannt ist, verwandelt sich das in offenen Behältern befindliche Wasser bei jeder, auch der geringsten Temperatur in Dampf. Die Verdampfung findet aber dann erst rasch und vollständig statt, wenn das Wasser zum Sieden gebracht wird, in welchem Falle auch der sich gebildete Dampf die Temperatur des siedenden Wassers = 100° C. = 80° R. hat. Wird siedendes Wasser noch fortwährend erhitzt, so wird dadurch das Wasser nicht heißer, sondern behält die Temperatur der Siedhitze; nur die Dampfbildung wird dadurch befördert.

Die geringere oder lebhaftere Dampfbildung hängt aber von dem Drucke ab, den die Oberfläche des Wassers von Seite der Luft oder eines andern Gases 2c. erleidet. Der Dampf, der sich bei irgend einer Temperatur bildet, hat eine gewisse Spannung (Tension oder Expansionsvermögen), welche von dieser Temperatur abhängig und um so größer ist, je mehr diese wächst. Wird darum die Temperatur des Wassers gesteigert, so kann dann eine solche Spannkraft des Dampfes eintreten, daß solche dem auf die Oberfläche des Wassers wirkenden Druck gleich ist. In diesem Fall tritt der Zustand ein, den man das Sieden der Flüssigkeit heißt, was nichts anderes ist, als eigentliche und vollständige Verdampfung. Gelangt darum das Wasser bei einer Temperatur von 100° C. zum Sieden, was bei geringen Höhen über der Meeresfläche der Fall ist, so ist damit auch gesagt, daß der bei dieser Temperatur sich gebildete Dampf die gleiche Spannung hat, wie die Atmosphäre. — Bei niederer Temperatur entsteht ein Dampf von geringerer Spannkraft; er kann also den atmosphärischen Druck nicht vollständig überwinden, und es erfolgt also auch die Dampfbildung nur an der Oberfläche des Wassers und allmälig.

Der bei der Siedhitze entwickelte Wasserdampf hat nun aber, wie schon im §. 229 gesagt wurde, eine nur geringe Dichtigkeit, welche bloß $^5/_8$ von der Dichtigkeit der atmosphärischen Luft von gleicher Temperatur und Spannung beträgt.

Nach Gay Lussac's Versuchen hat nämlich 1 Liter oder 1 Cubikdecimeter Dampf von 100° Wärme bei mittlerem Luftdruck ein Gewicht von 0,5895 Gramm, also 1 Cubikmeter ein Gewicht von 0,5895 Kilogramm, während 1 Cubikdecimeter atmosphärische Luft unter gleichen Verhältnissen 0,9454 Gramme wiegt. Es ist also das Dichtigkeitsverhältniß zwischen Dampf und Luft $\frac{5895}{9454}$; d. i., wenn im Zähler und Nenner mit 1179 aufgehoben wird, $\frac{5}{8,01}$, also ziemlich nahe = $^5/_8$.

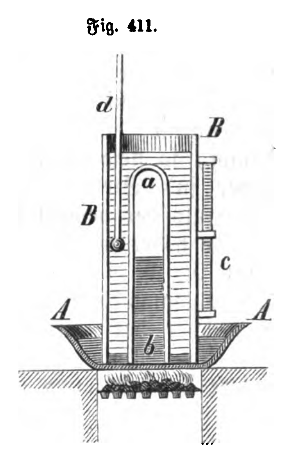
Ein Liter Wasser wiegt aber 1 kg = 1000 Gramm, und folglich ist 1 Liter Dampf von 100° Wärme $\frac{1000}{0,5895} = 1696$, d. i. in runder Zahl etwa 1700mal leichter als 1 Liter Wasser, woraus folgt, daß, wenn irgend ein Quantum Wasser durch Sieden in Dampf von 100° verwandelt wird, der Dampf einen nahezu 1700mal größern Raum einnimmt.

Prof. Zeuner berechnet das spezifische Volumen des Dampfes von 100° C. zu 1650, d. h. Dampf von 100° C. nimmt einen 1650 mal größern Raum ein, als Wasser von mittlerer Temperatur.

Gay Lussac gelangte zu dem oben genannten Ausdehnungsverhältniß durch folgenden Versuch:

Er füllte ein Glaskügelchen von sehr dünner Wand mit Wasser und schmolz alsdann die Oeffnung zu. Dies Kügelchen brachte er dann in eine eingetheilte, mit Quecksilber angefüllte Glasröhre *ab*, Fig. 411, welche in einem Gefäße *AA* stand, das ebenfalls Quecksilber enthielt und erhitzt wurde. Ueber die Röhre *ab* wurde noch ein Glascylinder *BB* gestürzt und mit Wasser oder Oel angefüllt, so daß dieses die Röhre *ab* rings umgab und bei der Erwärmung eine gleichmäßige Temperatur herstellte. Nach eingetretener Erhitzung wurde das genannte Glaskügelchen durch das sich ausdehnende Wasser bald zersprengt, der Dampf, der sich gebildet, füllte den obern Raum der Röhre *ab*, indem er das Quecksilber zurückdrängte, und man konnte an einer Scala *c* das Volumen, also auch die Expansivkraft des bei irgend einer Temperatur gebildeten Dampfes ablesen, während ein Thermometer *d* diese Temperatur angab.

Fig. 411.



Durch Vergleichung des im Kügelchen enthaltenen, durch Abwägung bekannten Wasserquantums mit dem Raum, welchen der daraus entstandene Dampf einnahm, gelangte man zu obigem Resultat.

Weit einfacher bestimmt man jetzt die Dichte der Dämpfe so, daß man eine Glaskugel, welche einerseits in eine offene Spitze ausgezogen ist, mit Wasser füllt. Das Wasser wird am besten in einem Oelbade zum Sieden gebracht, so daß Luft und Dampf durch die offene Spitze abgehen. Strömen keine Dämpfe mehr aus, so ist die Kugel für den vorhandenen Temperaturzustand mit gesättigtem Dampfe angefüllt. Alsdann schmelzt man die Spitze rasch zu und bestimmt das Gewicht der mit Dampf angefüllten Kugel. Die Vergleichung des so erhaltenen Dampfgewichtes mit dem Gewichte des Wassers,

welches zuvor die Kugel gefüllt hatte, gibt dann die Dichtigkeit des Dampfes für beliebig gewählte Temperatur- und Luftdruckverhältnisse.

§. 246.

Bringt man nun aber Wasser in einem verschlossenen Gefäße zum Sieden, so ist leicht begreiflich, daß der entwickelte Dampf, welcher dem Vorigen gemäß einen viel größern Raum als das Wasser einzunehmen strebt, da er in seiner Ausdehnung oder an seinem Entweichen gehindert ist, einen Druck auf Alles, was ihm widersteht, ausübt, und den widerstehenden Körper also fortzubewegen sucht. Der Wasserdampf ist aber, wie alle andern gasförmigen Körper, sehr elastisch; es sammelt sich darum in einem abgeschlossenen Raum eine größere Menge Dampf, welcher dabei natürlich immer dichter wird. Zugleich steigt aber die Temperatur des eingeschlossenen Dampfes, und dieser erhält dann nach §. 227 und 228 ein viel größeres Expansionsvermögen. Das noch vorhandene Wasser würde nun aufhören zu verdampfen, wenn seine Temperatur auf 100° stehen bliebe, weil der über demselben sich angesammelte verdichtete Dampf einen Druck auf das Wasser ausübt, welcher stärker ist, als der Atmosphärendruck, und somit die Verdampfung hemmt. Allein wie der Dampf, so steigt auch das Wasser in seiner Temperatur und geräth wieder in's Sieden, jedoch jetzt, wie gesagt, bei einem höhern Hitzgrade, als der gewöhnlichen Siedetemperatur.

Je höher die Temperatur in einem abgeschlossenen, wasserhaltigen Gefäß ist, um so größer wird, wie schon bemerkt, die Dichtigkeit des sich angesammelten Dampfes sein. Bei irgend einer Temperatur, bei welcher der Dampf seine Maximal-Spannung hat, hat derselbe auch eine bestimmte Dichtigkeit, so daß bei gleicher Temperatur eine weitere Dampfbildung nicht mehr stattfindet. Man heißt diesen Dampf dann gesättigten Dampf; oder vielmehr will dies sagen, der Raum sei mit Dampf gesättigt.

Die über dem Wasser in einem abgeschlossenen Gefäße vorhandene Luft oder ein anderes Gas haben auf den Sättigungsgrad und das Maximum der Spannung keinen Einfluß. Nur, wie begreiflich, wird in einem leeren Raum die Dampfbildung eine viel raschere sein, und der Sättigungsgrad bälder eintreten. — Daß das Wasser in einem verdünnten oder luftleeren Raum schon bei geringer Temperatur zum Sieden kommt, ist eine aus der Physik bekannte Thatsache.

Während nun in einem offenen Gefäß das Wasser, sowie der entwickelte Dampf keine höhere Temperatur als 100° C. annehmen, hingegen in einem abgeschlossenen Gefäße jede Temperatur und Spannung erreicht werden kann, wenn nur genug Wärme zugeführt wird, so kann man in einem Gefäße mit verhältnißmäßig kleiner Abflußöffnung Dampf von einer bestimmten Temperatur, Dichtigkeit und

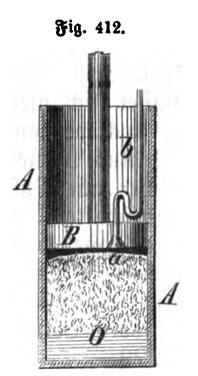
Spannung erhalten. Dabei tritt der Umstand ein, daß, so lange mehr Dampf entwickelt wird, als abfließen kann, Temperatur, Dichtigkeit und Spannung desselben sich steigern müssen. Mit zunehmender Temperatur und Spannung wächst aber auch die Ausflußgeschwindigkeit des Dampfes, und es wird einmal der Temperaturpunkt eintreten, bei welchem die Mengen des erzeugten und abströmenden Dampfes gleich sind.

Hieraus ergibt sich, daß bei gleicher Dampfproduktion das Maximum der zu erreichenden Dampfspannung von der Größe der Ausflußöffnung abhängt.

§. 247.

Wird über der Oberfläche des Wassers in einem Gefäße ein luftleerer Raum hergestellt — wenn man z. B. den in dem Cylinder *AA*, Fig. 412, genau anschließenden Kolben *B*, der die Oberfläche des Wassers *O* berührt, zurückzieht — so wird, auch ohne Erhitzung, das Wasser theilweise verdampfen, und zwar um so mehr, je weiter man den Kolben zurückzieht. Bleibt nun die Temperatur fortwährend die gleiche, so gibt das Manometer *ab* immer eine gleiche Spannung des eingeschlossenen Dampfes an, der Dampf mag einen größern oder kleinern Raum einnehmen, so lange noch unverdampftes Wasser vorhanden ist. Es bleibt nämlich in diesem Falle die Dichtigkeit des Dampfes auch immer die gleiche; denn wird der Kolben mehr zurückgezogen, so bildet sich mehr Dampf; geht aber der Kolben wieder abwärts, so wird der Dampf wieder allmälig in Wasser verwandelt, und zwar vollständig, wenn der Kolben wieder seinen ersten Stand einnimmt. Es wird nämlich dabei immer der, der Temperatur entsprechende Sättigungsgrad, sowie das demselben zukommende Maximum der Spannung eintreten.

Fig. 412.



Anders ist es aber nun, wenn das Wasser vollständig in Dampf verwandelt ist. Hat in diesem Falle der Kolben einen gewissen Stand, und wird derselbe bei unveränderlicher Temperatur noch weiter aufgezogen, daß der Dampf also einen größeren Raum einnehmen kann, so wird nach dem im §. 226 genannten Mariotte'schen Gesetze die Expansivkraft in dem Grade abnehmen, als das Dampfvolumen zu- oder die Dichtigkeit abnimmt; d. h. wenn die nämliche Dampfmenge sich in den doppelten Raum ausdehnt, so übt der Dampf nur noch einen halb so großen Druck aus; es wird daher die durch die Dampfspannung getragene Quecksilbersäule des Manometers *ab* nur noch halb so groß sein, als im Moment der vollständigen Verdampfung.

Umgekehrt, wenn der Kolben wieder abwärts gedrückt, also das Dampfvolumen verringert wird, so nimmt in gleichem Verhältniß die

Dampfspannung wieder zu, bis zu demjenigen Kolbenstande, bei welchem das Wasser vollkommen verdampft und der Raum in gesättigtem Zustande war. Wird von da an der Kolben noch weiter abwärts geschoben, so verdichtet sich der Dampf nach und nach wieder zu Wasser, während der zurückbleibende Dampf gleiche Spannung behält, bis die vollständige Verdichtung (Condensation) wieder eingetreten ist.

§. 248.

Bleibt nun aber die Temperatur nicht die nämliche, wie im vorigen §. angenommen wurde, so wird, wie schon im §. 227 gesagt wurde, so lange Wasser vorhanden ist, und bei gleichem Kolbenstande, mit zunehmender Temperatur die Dichtigkeit und die Expansivkraft des über dem Wasser gesammelten Dampfes wachsen.

Ist aber alles Wasser verdampft, so wird mit der Temperaturerhöhung zwar das Expansionsvermögen des Dampfes zunehmen, nicht aber die Dichtigkeit desselben, weil ja dann die gleiche Masse immer gleichen Raum einnimmt.

Wird umgekehrt die Temperatur vermindert, so wird auch die Spannkraft des Dampfes abnehmen und endlich bei einer gewissen Temperatur der Dampf anfangen sich zu condensiren, d. h. als Wasser sich niederzuschlagen, und es wird dabei auch die Dichtigkeit des noch vorhandenen Dampfes sich mehr und mehr vermindern.

Aus Vorstehendem ergibt sich, daß die Eigenschaften des Dampfes, welcher mit Wasser in Berührung ist, verschieden sind von denjenigen Eigenschaften, welche der Dampf hat, wenn er für sich allein einen abgeschlossenen Raum einnimmt. Während nämlich bei überschüssigem Wasser Spannkraft und Dichtigkeit des Dampfes bloß von der Temperatur abhängig sind, so stehen im andern Fall Expansivkraft, Dichtigkeit oder Volumen und Temperatur in einer durch die Formeln des §. 229:

$$V'' = \frac{1{,}7\,(1 + 0{,}00367\,.\,t'')\,.\,760}{(1 + 0{,}00367\,.\,100)\,.\,p''} = \frac{944{,}135\,(1 + 0{,}00367\,.\,t'')}{p''},$$

und $$d'' = \frac{0{,}5895\,(1 + 0{,}00367\,.\,100)\,.\,p''}{(1 + 0{,}00367\,.\,t'')\,760} = \frac{0{,}00106\,.\,p''}{1 + 0{,}00367\,.\,t''}$$

ausgedrückten gegenseitigen Abhängigkeit; wobei zu merken ist, daß 1,7 cbm das Volumen von 1 kg Dampf von 100° C. Wärme und bei 0,76 m = 760 mm Spannung, ferner 0,5895 kg das Gewicht eines Cubikmeters Dampf bei gleichen Verhältnissen, und p'' die in Millimetern anzugebende Spannung bezeichnen.

§. 249.

Nach §. 245 tritt bei einer Temperatur von 100° C. und bei gewöhnlichem mittlerm Luftdruck die vollständige Dampfbildung oder

das Sieden des Wassers ein. Es muß auch, wie dort gesagt wurde, die Spannung des bei der Siedhitze, d. i. bei 100° C. und bei überschüssigem Wasser sich gebildeten Dampfes so groß, als der Atmosphärendruck sein. Die Erfahrung bestätigt dies auch, und man nennt darum den Dampf, der sich bei der gewöhnlichen Siedetemperatur bildet, Dampf von einer Atmosphäre.

Nach Früherem ist also der Druck des Dampfes bei 100° C.
= 10336 kg auf 1 □m Fläche;
d. i. = 2030 Pfd. auf 1 früheren □Fuß preuß.;
oder = 1842 Pfd. auf 1 □Fuß österr. 2c. 2c.

Mit gesteigerter Temperatur und verhindertem Abfluß des Dampfes nimmt dessen Spannung, wie schon gesagt wurde, zu, und ist dieselbe bei einer Temperatur von nahezu 121° C. schon doppelt so groß, als bei 190° C. Dampf von 121° C. drückt also mit 2 . 10336 kg auf 1 □m Fläche, und heißt daher Dampf von zwei Atmosphären.

Diese größere Spann- oder Expansivkraft des Dampfes nimmt mit der Temperatur sehr rasch zu, wie die folgende Tabelle zeigt; denn es hat

Dampf	von	100° C.	eine	Expansivkraft	von	1	Atmosphäre.
"	"	102°	"	"	"	1,074	"
"	"	105°	"	"	"	1,193 = 1 1/5	"
"	"	106,6°	"	"	"	1 1/4	"
"	"	108°	"	"	"	1,322 = 1 1/8	"
"	"	110°	"	"	"	1,415 = 1 2/5	"
"	"	112°	"	"	"	1 1/2	"
"	"	115°	"	"	"	1,67 = 1 2/3	"
"	"	119°	"	"	"	1,9	"
"	"	121°	"	"	"	2	"
"	"	128°	"	"	"	2 1/2	"
"	"	134°	"	"	"	3	"
"	"	139°	"	"	"	3 1/2	"
"	"	144°	"	"	"	4	"
"	"	152°	"	"	"	5	"
"	"	159°	"	"	"	6	"
"	"	165°	"	"	"	7	"
"	"	171°	"	"	"	8	"
"	"	176°	"	"	"	9	"
"	"	180°	"	"	"	10	"
"	"	188°	"	"	"	12	"
"	"	199°	"	"	"	15	"
"	"	213°	"	"	"	20	"

☞ Auf die im §. 247 angegebene Weise kann bei jeder Temperatur Dampf erzeugt werden, und entsteht auch nach §. 245 bei jeder Tem-

peratur; es ist aber die Spannung des bei niederer Temperatur entwickelten Dampfes eine nur geringe, und zwar hat

Dampf	von	0°	nur	eine	Spannung	von	1/164	Atmosphäre.
„	„	10°	„	„	„	„	1/88	„
„	„	25°	„	„	„	„	1/32	„
„	„	30°	„	„	„	„	1/24	„
„	„	35°	„	„	„	„	1/18	„
„	„	46°	„	„	„	„	1/10	„
„	„	51°	„	„	„	„	1/8	„
„	„	60°	„	„	„	„	1/5	„
„	„	65°	„	„	„	„	1/4	„
„	„	72°	„	„	„	„	1/3	„
„	„	76°	„	„	„	„	2/5	„
„	„	82°	„	„	„	„	1/2	„
„	„	86°	„	„	„	„	3/5	„
„	„	89°	„	„	„	„	2/3	„
„	„	92°	„	„	„	„	3/4	„

Diese Angaben über Dampfspannung entsprechen den von Regnault gemachten Versuchen und den auf diese gegründeten Berechnungen.

Nach Prof. Zeuner hat

Dampf	von	1,1	Atmosphären	eine	Temperatur	von	102,68°	C.
„	„	1,2	„	„	„	„	105,17°	„
„	„	1,3	„	„	„	„	107,5°	„
„	„	1,4	„	„	„	„	109,68°	„
„	„	1,5	„	„	„	„	111,74°	„
„	„	1,6	„	„	„	„	113,69°	„
„	„	1,7	„	„	„	„	115,54°	„
„	„	1,8	„	„	„	„	117,3°	„
„	„	1,9	„	„	„	„	119°	„
„	„	2	„	„	„	„	120,6°	„
„	„	2 1/2	„	„	„	„	127,8°	„
„	„	3	„	„	„	„	133,9°	„
„	„	3 1/2	„	„	„	„	139,24°	„
„	„	4	„	„	„	„	144°	„
„	„	4 1/2	„	„	„	„	148,29°	„
„	„	5	„	„	„	„	152,22°	„
„	„	5 1/2	„	„	„	„	155,85°	„
„	„	6	„	„	„	„	159,2°	„
„	„	7	„	„	„	„	165,3°	„
„	„	8	„	„	„	„	171°	„
„	„	9	„	„	„	„	176°	„
„	„	10	„	„	„	„	180°	„
„	„	15	„	„	„	„	199°	„
„	„	20	„	„	„	„	213°	„

Für die Berechnung der Spannung des gesättigten Dampfes für eine gegebene Temperatur desselben hat man folgende einfache Formeln:

Nach Tredgold für Spannungen von 1—4 Atmosphären:

$$p = \left(\frac{t + 75}{175}\right)^6 \text{ Atmosphären.}$$

Nach Dulong und Arago für Spannungen über 4 Atmosphären:

$$p = (0{,}2847 + 0{,}007153 \,.\, t)^5 \text{ Atmosphären.}$$

§. 250.

Um die Spannkraft des Dampfes zu finden, welcher mit Wasser nicht in Berührung ist, gebraucht man die schon angeführten, im §. 229 entwickelten Formeln.

Es soll z. B. bestimmt werden, welche Spannung ein abgeschlossenes Dampfquantum besitzt, wenn dessen ursprüngliches Volumen um das 1½fache sich ausgedehnt hat, und dabei die Temperatur von 100 auf 120° erhöht wurde.

Da ein jedes kg des ursprünglichen atmosphärischen Dampfes ein Volumen von 1,7 cbm hat, so ist folglich in der Formel

$$V'' = \frac{945{,}135\,(1 + 0{,}00367 \,.\, t'')}{p''}$$

1,5 . 1,7 = 2,55 cbm für V'' und 120° statt t'' zu substituiren, woraus sich ergibt

$$2{,}55 = \frac{945{,}135\,(1 + 0{,}00367 \,.\, 120)}{p''};$$

folglich

$$p'' = \frac{945{,}135\,(1 + 0{,}00367 \,.\, 120)}{2{,}55} = 533{,}8 \text{ mm};$$

und daher die Spannung $= \dfrac{533{,}8}{760} = 0{,}7$ Atmosphären.

§. 251.

Im §. 247 wurde gesagt, daß bei einer bestimmten Temperatur irgend ein Raum nur eine gewisse Menge Dampf aufnimmt, und daß dieser Dampf bei noch vorhandenem Wasser keine Aenderung in seiner Dichtigkeit erleidet, wenn man auch dessen Raum vergrößert oder vermindert, weil diese Raumvermehrung oder Verminderung nur eine vermehrte Dampfbildung oder umgekehrt eine theilweise Gerinnung des Dampfes bewirken.

Wie dort bemerkt wurde, nennt man solchen Dampf gesättigten Dampf, oder sagt auch wohl, der Raum sei mit Dampf gesättiget.

Je nach der Temperatur, bei welcher sich der Dampf bildet und seinen Sättigungsgrad erreicht, ändert sich aber die Dichtigkeit des Dampfes und ist um so größer, je höher die Temperatur ist.

Das Volumenverhältniß zwischen Wasser und dem daraus entstandenen Dampfe ließe sich nun zum Theil nach §. 245 versuchsweise bestimmen. Man kann dasselbe aber auch berechnen.

Nach Prof. Zeuner ist das s. g. spezifische Volumen des Dampfes, wenn der Rauminhalt des Wassers = 1 ist,

$$V = 1 + \frac{1275{,}9 + 3{,}9385 \,.\, t - 0{,}00082051 \,.\, t^2 - 0{,}000012308 \,.\, t^3}{p},$$

wenn t die Temperatur und p den Druck des Dampfes in Atmosphären ausdrückt.

Dies gibt z. B. für Dampf von 100° oder 1 Atmosphäre:

$$V = 1 + \frac{1275{,}9 + 3{,}9385 \,.\, 100 - 0{,}00082051 \,.\, 100^2 - 0{,}000012308 \,.\, 100^3}{1},$$

d. i. $V = 1650$;

d. h. 1 Liter Wasser gibt 1650 Liter Dampf von 1 Atmosphäre; letzterer ist also 1650mal leichter als Wasser.

In gleicher Weise berechnet, ergibt sich, daß man aus 1 kg oder 1 Liter Wasser folgende Dampfmengen erhält:

Bei	46°	C.	oder	1/10	Atmosphärendruck	= 14556	Liter.
„	60°	„	„	1/5	„	= 7542	„
„	82°	„	„	1/2	„	= 3172	„
„	100°	„	„	1	„	= 1650	„
„	105°	„	„	1,2	„	= 1390	„
„	112°	„	„	1 1/2	„	= 1127	„
„	117°	„	„	1,8	„	= 949	„
„	120,6°	„	„	2	„	= 860	„
„	128°	„	„	2 1/2	„	= 697	„
„	134°	„	„	3	„	= 587	„
„	139°	„	„	3 1/2	„	= 508	„
„	144°	„	„	4	„	= 448	„
„	148°	„	„	4 1/2	„	= 401	„
„	152°	„	„	5	„	= 364	„
„	156°	„	„	5 1/2	„	= 333	„
„	159°	„	„	6	„	= 306	„
„	165°	„	„	7	„	= 265	„
„	171°	„	„	8	„	= 234	„
„	176°	„	„	9	„	= 210	„
„	180°	„	„	10	„	= 190	„

Wie man sieht, nimmt die Sättigung und mit dieser die Dichtigkeit mit der Temperatur sehr rasch zu, und es müßte endlich bei einem sehr hohen Hitzgrade (Rothglühhitze des Eisens) der Dampf eine Dichtigkeit erreichen, die derjenigen des Wassers gleich ist.

§. 252.

Aus vorigem §. ergibt sich, daß das Mariotte'sche Gesetz in Bezug auf die Dampfspannung nur dann gilt, wenn — wie bereits auch schon im §. 247 gesagt wurde — der eingeschlossene Dampf während seiner Volumensänderung gleiche Temperatur behält, wenn also bei der Ausdehnung des Dampfes von außen eine Erwärmung stattfindet.

Würde nämlich irgend einem Dampfvolumen ein größerer Raum geboten, ohne daß Wärme zuströmen kann, so würde der Dampf diesen Raum ausfüllen, dabei aber in seiner Temperatur so sinken, bis der vorhandene Raum für die herrschende Temperatur gesättigt wäre. Es wird dann natürlich die Spannkraft rascher abnehmen, als nach dem Mariotte'schen Gesetze allein der Fall wäre.

Gibt man nämlich einem kg Dampf von 134° oder 3 Atmosphären, welches nach Vorigem einen Raum von 587 Liter sättiget, einen Raum von 7542 Liter, so wird, ohne Erwärmung von außen, die Temperatur nach letzter Tabelle auf 60° und das Expansionsvermögen auf 1/5 Atmosphäre herabsinken. Die Spannkraft ist demnach nur noch der 15te Theil der frühern, während das Volumen nur etwa 13mal größer wurde.

Ueberhaupt nimmt bei jeder Ausdehnung oder verminderten Dichtigkeit die Temperatur ab, da Wärme gebunden wird, und es tritt darum eine Verminderung der Spannkraft in zweifacher Hinsicht ein, nämlich wegen der räumlichen Ausdehnung und in Folge der abnehmenden Temperatur. Umgekehrt wächst bei der Verdichtung einer Dampfmenge, soweit solche nach §. 245 stattfinden kann, die Spannung auch aus zweierlei Gründen, weil nämlich bei der Verdichtung Wärme frei, also die meßbare (sensible) Wärme des Dampfes dadurch erhöht wird.

Doch ist im Allgemeinen bei den in der Anwendung, d. h. bei Dampfmaschinen gewöhnlich vorkommenden Temperaturen die aus der Temperaturänderung erwachsene Abweichung von dem Mariotte'schen Gesetz so gering, daß — wie man später sehen wird — dasselbe der Berechnung der Spannung des sich ausdehnenden (expandirenden) Dampfes überall zu Grunde gelegt wird.

§. 253.

Die Geschwindigkeit, mit welcher Dampf frei aus einer Oeffnung ausströmt, ergibt sich nach §. 244 durch die Formel

$$v = \sqrt{2g \frac{D}{d} h},$$

wobei wieder h die den Ueberdruck messende Manometerhöhe und D



und d die Dichten der manometerischen Flüssigkeit und des Dampfes bezeichnen.

Es ströme z. B. Dampf von 4 Atmosphären in die atmosphärische Luft von mittlerer Spannung aus, so ist für Quecksilber als manometerische Flüssigkeit:

Gewicht von 1 cbm Quecksilber = 13,6 . 1000 = 13600 kg;

" " 1 " Dampf von 4 Atmosphären nach §. 251

$$= \frac{1000}{448} = 2{,}232;$$

und $h = 3 \,.\, 0{,}76 = 2{,}28$ m;

also Ausströmungsgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{2 \,.\, 9{,}81 \,.\, \frac{13600}{2{,}232} \,.\, 2{,}28} = 522{,}8 \text{ m.}$$

§. 254.

Die Physik, sowie schon die bloße Erfahrung lehren, daß es, um gleiche Massen verschiedener Körper um gleich viel Grade zu erwärmen, ganz verschiedener Wärmemengen bedarf.

So weiß man, daß man die nämliche Wärmemenge nöthig hat, wenn man 1 kg Quecksilber um 33° oder 1 kg Wasser nur um 1° erhitzen will. Denn bringt man 1 kg Quecksilber von 68° und 1 kg Wasser von 0° zusammen, so zeigt die Mischung nachher eine Temperatur von 2°. Das Quecksilber hat also in seiner Temperatur 66° verloren, während das Wasser nur um 2° stieg. Wenn also Quecksilber 33° verliert, so verursacht die abgegebene Wärme bei dem gleichen Gewicht Wasser nur eine Temperaturerhöhung von 1°. Es wird also hiebei nur $^1/_{33}$ der von dem Quecksilber an das Wasser abgegebenen Wärme empfindlich oder frei, während alle übrige Wärme in gebundenem Zustande ist, d. h. nicht empfunden wird.

Ebenso hat man durch vielerlei Beobachtungen gefunden, daß es die gleiche Wärmemenge erfordert, um 1 kg Wasser von 0° in Dampf von 100° zu verwandeln, als wenn 650 kg Wasser um einen Grad erwärmt werden sollen.

Da man die Wärmemenge, welche erforderlich ist, um 1 kg Wasser um 1° zu erwärmen, als Wärme-Einheit annimmt und mit dem Wort Calorie bezeichnet, so sind demnach 650 Wärme-Einheiten (Calorien) nöthig, um 1 kg Wasser von 0° in Dampf zu verwandeln.

Weil aber nur 100 Wärmeeinheiten erforderlich sind, um 1 kg Wasser von 0° auf 100° zu erhitzen, so hat also 1kg Dampf von 100° eine gebundene oder latente d. h. für uns nicht empfindbare Wärme von 650—100 = 550 Calorien.

Die genannte Thatsache, daß nämlich zur Erzeugung von 1 kg Dampf von 100° aus Wasser von 0° eine Wärmemenge von 650

Calorien nöthig ist, wird durch den einfachen Umstand bestätiget, daß wenn man 1 kg Wasserdampf von 100° zu 5½ kg Wasser von 0° treten läßt, alsdann der Dampf ebenfalls verdichtet (condensirt) wird und man dann 6½ kg Wasser von 100° hat, welche wieder 6½ . 100 = 650 Wärmeeinheiten besitzen. — Bei diesem Vorgange d. h. bei der Umwandlung des Dampfes in Wasser sind die vorher im Dampf gebunden gewesenen 550 Wärmeeinheiten frei geworden und haben die zugebrachten 5½ kg Wasser von 0° auf 100° erhitzt.

Die auf diese Weise bestätigte Wahrheit, daß 1 kg Wasserdampf von 100° eine Wärmemenge von 650 Calorien besitze, gilt aber der Erfahrung gemäß ohne merkliche Abweichung für Dampf von jeder Temperatur, wenn er in gesättigtem Zustande ist. Der Beweis hierüber ist wieder durch die Thatsache geliefert, daß man mit 1 kg Dampf von 2, 3 oder mehr Atmosphären immer je 5½ kg Wasser von 0° auf 100° erhitzen kann, wobei man immer mit dem condensirten Dampf 6½ kg Wasser von 100° erhält, welche eine Wärmemenge von 650 Cal. enthalten.

Es ist demnach die nämliche Wärme erforderlich, um 1 kg Dampf von 100° oder von 1 Atmosphäre, oder 1 kg Dampf von 159° oder von 6 Atmosphären zu erzeugen.

Das eben Gesagte muß, ohne nähere Erwägung, sehr befremden. Allein die Sache verhält sich so, daß Dampf von höherer Temperatur und Spannung im Verhältniß der angezeigten fühlbaren höhern Temperatur weniger gebundene Wärme hat. Auch ist nicht zu übersehen, daß sich Dampf von höherer Temperatur und Spannung nach §. 246 unter andern Bedingungen, als ein gewöhnlicher Dampf von 100° bildet.

Bezüglich der eintretenden Wärmebindung, welche immer stattfindet, wenn feste Körper in den tropfbar flüssigen oder tropfbar flüssige Körper in den elastischflüssigen (gasförmigen) Zustand übergehen, ist zu bemerken, daß bei der genannten Umwandlung ein Theil der aufzuwendenden Wärme zur Temperatursteigerung, der andere Theil aber zur Umsetzung in den neuen Aggregatzustand verwendet wird. Der erste vom Körper aufgenommene Wärmeantheil wird empfindbar (sensibel), während der andere, der zur Ueberwindung innerer und äußerer Widerstände (Luftdruck) d. h. zur Verdampfung 2c. verbraucht wird, gebunden oder latent wird.

Die Wahrnehmung des gleichen Wärmeverbrauchs zur Erzeugung von Dämpfen verschiedener Temperatur und Spannung, wie solche bei Dampfmaschinen vorkommen, hat schon Watt, der Schöpfer der Dampfmaschinen, gemacht. Neuere Untersuchungen Pambour's u. A. bestätigten diese Thatsache. Watt und Pambour nehmen die zur Bildung von 1 kg Dampf oder die zur Verdampfung von 1 kg Wasser von 0° erforderliche gesammte Wärmemenge zu 640 Wärmeeinheiten an.

Nach Regnault's neueren Versuchen ist das eben Gesagte aber

nicht für alle Fälle ganz richtig und ist namentlich bei Dämpfen von höheren Temperaturen und Spannungen die Zunahme der fühlbaren oder freien (sensibeln) und die Abnahme der gebundenen (latenten) Wärme nicht ganz gleich und ist darum auch die absolute Wärmemenge für Erzeugung verschiedenen Dampfes nicht völlig die gleiche.

Diese zur Erzeugung von 1 kg Dampf erforderliche Wärmemenge soll sich vielmehr nach der Temperatur t des Dampfes in so fern richten, als sie betrage:

$$W = 606{,}5 + 0{,}305 \, . \, t \text{ Cal.}$$

Berechnet man hienach die Wärmemenge, die zur Erzeugung von Dämpfen von 100°, 125° und 150° erforderlich ist, so erhält man:

für 100° : $W = 637$ Cal.
„ 125° : $W = 644{,}6$ „
„ 150° : $W = 652$ „

Man sieht, daß bei den gewöhnlich bei Dampfmaschinen vorkommenden Temperaturen von 100 bis 150° C. das Watt'sche (Pambour'sche) Gesetz mit der Regnault'schen Formel sehr nahe übereinstimmt. Darum auch rechnet man gewöhnlich in der Praxis so, daß man, da doch die gewöhnlichen Dampfspannungen zwischen 3 und 6 Atmosphären sind, 650 Wärmeeinheiten als die Wärmemenge annimmt, die erforderlich ist, um 1 kg Dampf von irgend einer Temperatur aus Wasser von 0° zu erzeugen.

Für Dampfspannungen unter 3 Atmosphären ist aber 640 Wärmeeinheiten die entsprechendere Zahl.

§. 255.

Auf Grund des im vorhergehenden §. Gesagten kann leicht die Wärmemenge und also der Aufwand an Brennmaterial berechnet werden, welcher nöthig ist, um irgend eine Anzahl Pfunde oder Kilogramme Dampf zu erzeugen.

Um 1 kg Wasser von 0° in gesättigten Dampf von irgend einer Temperatur zu verwandeln, bedarf es nach Bisherigem 650 Calorien. Es ist daher, um 1 kg Wasser von $t_{,}^{0}$ in Dampf zu verwandeln, die nöthige Wärmemenge nur

$$= 650 - t_{,} \text{ Calorien.}$$

Somit braucht man, um n Kilogramme Dampf aus Wasser von $t_{,}^{0}$ zu erzeugen, eine Wärmemenge

$$W = n \, (650 - t_{,}).$$

Nach der Regnault'schen Formel aber wäre

$$W = n \, (606{,}5 + 0{,}305 \, . \, t - t_{,}).$$

Aus Erfahrung weiß man nun, daß

1 kg stark gedörrtes Holz . . . 3600 Calorien,
lufttrockenes . . . . 2800 „
Holzkohle . . . . . 7000 „

1 kg mittlere Steinkohle . .	7500	Calorien,
reine Coaks	7050	„
Coaks mit 15 % Asche	6000	„
Torf mit 20 % Wasser	3600	„
stark gedörrter Torf .	4800	„
Torfkohle	5800	„

bei vollkommener Verbrennung abgibt, wovon aber auch bei den besten Feuerungseinrichtungen nur $^1/_2$ bis $^2/_3$ der genannten Wärmemengen nutzbar werden.

Der Erfahrung gemäß gibt auch bei gewöhnlicher Temperatur des Speisewassers

1 kg	Steinkohle	5	bis	7 kg	Dampf,
1 „	Coaks	$4^2/_3$	„	6 „	„
1 „	gew. Holzkohle			6 „	„
1 „	Holz	2,5	„	2,7 „	„

Bei verbesserter Heizmethode und sorgfältiger Ueberwachung erzeugt man aus 1 kg bester Steinkohle bis $8^1/_2$ kg Dampf und noch mehr.

Per Pferdekraft des Nutzeffektes beträgt die in einer Stunde verbrauchte Menge Steinkohlen:

Bei kleinern Dampfmaschinen . . . . 5 bis 6 kg
„ größern Maschinen mit Condensation
und Expansion nur . . . . . $1^1/_2$ bis 2 „

Für gute Steinkohlen und gute Dampfeinrichtungen kann man nach Bernoulli's Dampfmaschinenlehre durchschnittlich annehmen:

Bei Volldruckmaschinen . . . . 4,15 kg
„ Expansionsmaschinen ohne Condensation 2,49 „
„ „ mit Condensation 1,66 „

§. 256.

Nach Vorhergehendem läßt sich auch noch leicht berechnen, welche Menge kaltes Wasser erforderlich ist, um irgend ein Quantum Dampf, z. B. ein Kilogramm von bestimmter Temperatur zu condensiren.

Da nämlich nach dem vorletzten §. 1 kg gesättigter Dampf von jeder Temperatur eine Wärmemenge von 650 Calorien hat, so verliert 1 kg Dampf, wenn bei seiner Verwandlung in Wasser die Temperatur auf $t_2{}^0$ herabsinkt, eine Wärmemenge $= 650 - t_2$ Calorien.

Hat aber das zur Condensation verwendete Wasser eine ursprüngliche Temperatur von $t_1{}^0$, so erfordert 1 kg Wasser, um seine Temperatur bei der Condensation auf $t_2{}^0$ zu erhöhen, eine Wärmemenge $= t_2 - t_1$ Calorien, und folglich erfordern x Kilogr. Wasser, welche zur Condensation nöthig sind,

$$x\,(t_2 - t_1) \text{ Calorien.}$$

Die Wärmemenge, welche aber das eine kg Dampf beim Con-

densiren verliert, muß gleich sein derjenigen Wärmemenge, welche die x kg Wasser aufnehmen, indem ihre Temperatur von $t_1{}^0$ auf $t_2{}^0$ steigt; es muß also

$$x(t_2 - t_1) = 650 - t_2$$

sein, woraus sich ergibt, als nöthige Menge des Condensationswassers

$$x = \frac{650 - t_2}{t_2 - t_1}.$$

Was die Menge des erforderlichen Speisewassers betrifft, um irgend eine Menge Dampf zu erzeugen, so ist zu bemerken, daß aller Dampf noch mechanisch Wasser ($^1/_5$ bis $^1/_4$) mit sich fortreißt. Es gelangt daher nicht alles Wasser zur Verdampfung.

Anmerkung. Zusammenhang zwischen Wärmeverbrauch und mechanischer Arbeit. Wie aus den letzten §§. hervorgeht, kann durch einen bestimmten Aufwand von Wärme (Brennmaterial) eine bestimmte Arbeit erzeugt werden, indem die bei der Verdampfung und der damit verknüpften Ausdehnung des in den Gaszustand übergegangenen Wassers entgegenwirkenden Widerstände überwunden werden und weil überdies noch die erzeugte Dampfmenge, wenn solche einer Maschine zugeführt wird, diese in Betrieb setzt, also eine gewisse Arbeit verrichtet. — Umgekehrt kann durch Reibung, Stoß, Zusammenpressen der Gase ꝛc., wobei mechanische Arbeit verbraucht wird, Wärme erzeugt werden.

Das Nämliche sehen wir auch in anderer Weise. Die Sonnenwärme bringt das Wasser der Flüsse, des Meeres ꝛc. zur Verdunstung; der sich dabei gebildete Dampf steigt in die Atmosphäre, fällt als Regen wieder herab und treibt, wenn sich das Wasser zu Quellen und Bächen gesammelt hat, das Wasserrad ꝛc., verrichtet also Arbeit.

Es findet also zwischen Wärmeverbrauch und mechanischer Leistung ein Zusammenhang, eine gewisse Beziehung statt.

Man kann sich noch bestimmter dahin ausdrücken, daß eigentlich bei Erzeugung von Arbeit durch Wärme, und umgekehrt, nur eine Umsetzung oder Umwandlung von Bewegung stattfindet. Wie die Physik lehrt, ist Wärme die Folge einer eigenthümlich schwingenden Bewegung der kleinsten Massentheilchen (Atome) eines Körpers. Wird darum durch irgend eine mechanische Arbeit (Reiben ꝛc.) Wärme erzeugt, so findet eine Umwandlung der Massenbewegung in eine Molekularbewegung statt *). — Hieraus ergibt sich auch, daß niemals ein Vernichten einer aufgewendeten Arbeit, sondern nur eine Umsetzung stattfindet, wie selbst bei Ueberwindung der s. g. Bewegungshindernisse zu sehen ist. Denn wird durch irgend eine aufgewendete Arbeit bloß die Reibung zwischen zwei Körpern überwunden, so wird dabei, wie schon gesagt, eine bestimmte Menge Wärme erzeugt, welche wieder fähig ist, eine gewisse Arbeit zu verrichten.

Bei dem Umsetzen der Wärme in Arbeit und umgekehrt findet nun immer eine gegenseitig entsprechende (äquivalente) Wirkung statt. Eine bestimmte Anzahl Schläge eines Hammers von bestimmtem Gewichte, der von einer bestimmten Höhe fällt, auf eine Eisenstange geführt, erzeugt eine bestimmte Wärme. Diese dann vermag eine gewisse Wassermenge um ein Bestimmtes zu erwärmen oder ein bestimmtes Gewicht auf eine gewisse Höhe zu heben.

„Derselbe elektrische Strom, der ein Eisen zum Magneten macht, welcher $13^1/_2$ Centner 1 Fuß hoch hebt, erzeugt in einem dünnen Draht, der glühend wird, eine Wärme, welche 1 Pfd. Wasser von 0 auf 100° erhitzt. Derselbe Strom, verwendet, um Wasser zu zersetzen, erzeugt ein Quantum Sauerstoff und Wasserstoff, welches, wenn man es verbrennt, die gleiche Wärmemenge gibt.“

(Aus Liebig's „Vorträgen“.)

*) Moleküle = Atomgruppen.

Diese gegenseitig entsprechende oder **äquivalente** Wirkung von Wärme und mechanischer Arbeit läßt sich durch einen Zahlenwerth ausdrücken.

Durch vielfache Untersuchungen — indem man z. B. Luft erhitzte und die erfolgte Ausdehnung und den ausgeübten Druck beobachtete, oder indem man durch Arbeit Reibung, und damit Wärme erzeugte und maß, oder durch eine gemessene Arbeit eine magnetoelektrische Maschine in Thätigkeit setzte und durch die Wärme eines dabei erhitzten Drahtes Wasser erwärmte ꝛc. — hat man nämlich gefunden, **daß eine Wärmeeinheit eine mechanische Arbeit von 424 kgm zu verrichten vermag.**

Man nennt diese Arbeit von 424 kgm das Arbeitsäquivalent oder das mechanische Aequivalent der Wärme.

Regnault gibt auf Grund seiner neuesten Versuche für das mechanische Aequivalent der Wärme einen etwas höheren Werth an.

Vergleicht man den Werth des mechanischen Aequivalents mit der in §. 255 angeführten Thatsache, daß bei den besten Dampfmaschinen per Pferdekraft in einer Stunde 2 kg Steinkohlen verbraucht werden, so sieht man, daß bei denselben nicht einmal $^1/_{20}$ der, der aufgewendeten Wärme entsprechenden (äquivalenten) Arbeit nutzbar wird. Denn, da 1 kg Steinkohlen 7000 Wärmeeinheiten abgeben kann, und, wie oben gesagt, einer Wärmeeinheit eine Arbeit von 424 kgm entspricht, so wäre das einem Aufwand von 2 kg Steinkohlen entsprechende Arbeitsvermögen $= 2 \, . \, 7000 \, . \, 424$ kgm, d. i. $= \frac{2 \, . \, 7000 \, . \, 424}{60 \, . \, 60 \, . \, 75} =$ ca. 22 Pferdekräften.

Die Ursache dieses bei den Dampfmaschinen so ungünstigen Verhältnisses liegt darin, daß weitaus der größere Theil der aufgewendeten Wärme bloß zur Verdampfung, d. h. zur Veränderung des Aggregatzustandes des Speisewassers, oder zur Ueberwindung **innerer** Widerstände aufgewendet werden muß, so daß zur Ueberwindung **äußerer** Widerstände, d. i. zur eigentlichen Arbeitsverrichtung nach außen, welche durch die Expansion des Dampfes bewirkt wird, nur ein kleiner Theil des, der aufgewendeten Wärme entsprechenden Arbeitsvermögens verbleibt. — Bei Verwendung erhitzter Luft oder Gasen, d. h. bei den Heißluft- und den Gasmaschinen (s. unten), tritt ein so großer Arbeitsverlust nicht ein, wie bei den Dampfmaschinen, da bei jenen eine Umwandlung des Aggregatzustandes und also hiebei zu überwindende innere Widerstände in gleichem Maße nicht vorkommen.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Wie groß ist der Steinkohlenaufwand, welchen eine Dampfmaschine per Stunde verursacht, wenn die Maschine in der Minute 15 cbm Dampf von 3 Atmosphären bedarf und wenn das Speisewasser eine Temperatur von 30° hat?

Auflösung. Nach §. 251 ist Dampf von 3 Atmosphären 587mal leichter als Wasser, folglich, da 1 cbm Wasser 1000 kg wiegt, haben 15 cbm Dampf von 3 Atmosphären ein Gewicht von $\frac{15 \, . \, 1000}{587} = 25{,}5$ kg.

Um aber 25,5 kg Wasser von 30° in gesättigten Dampf zu verwandeln, ist nach §. 255 eine Wärmemenge

$$W = 25{,}5 \, (650 - 30) = 25{,}5 \, . \, 620 = 15810$$

Wärmeeinheiten nöthig.

Wird die nutzbare Wärme von 1 kg Steinkohlen zu 4000 Wärmeeinheiten angenommen, so ergibt sich ein Verbrauch an Steinkohlen per Minute $= \frac{15810}{4000} = 3{,}95$ kg; folglich in einer Stunde $60 \, . \, 3{,}95 = 237$ kg.

Es gibt diesem nach 1 kg Steinkohlen $\frac{25{,}5}{3{,}95} =$ nahezu $6^1/_2$ kg Dampf.

2te Aufgabe. Wie viel Kilogramme Wasser von mittlerer Temperatur zu 12° C. sind erforderlich, um 1 kg Dampf von irgend einer Temperatur zu condensiren, wenn das Wasser nach der Condensation eine Temperatur von 36° haben soll?

Auflösung. Wird in die Formel

$$x = \frac{650 - t_2}{t_2 - t_1}$$

des §. 256 36° statt t_2 und 12° anstatt t_1 gesetzt, so erhält man als erforderliche Wassermenge

$$x = \frac{650 - 36}{36 - 12} = \frac{614}{24} = 25{,}58 \text{ kg}.$$

2. Von den Dampfmaschinen.

§. 257.

Die in den letzten §§. genannten und erklärten Eigenschaften des Wasserdampfes waren zum Theil schon im grauen Alterthume bekannt; jedoch erst der Neuzeit gelang es, die mächtigen Wirkungen dieses Motors für industrielle Zwecke nutzbar zu machen.

Schon 200 Jahre vor Christus kannte Heron, ein in Alexandrien lebender Physiker, die expandirende Kraft des Wasserdampfes, wußte dieselbe aber nur zu einigen Spielereien anzuwenden — Herons Erfindung bestand darin, daß er eine Art Reactionsmaschine construirte, bei welcher der Dampf, wie das Wasser bei der schottischen Turbine, durch eine seitlich an einem Behälter angebrachte Röhre ausströmte und denselben in umgekehrte Rotation versetzte. — Von da an mangeln uns die ganze Reihe der Jahrhunderte hindurch alle Nachrichten über diesen Gegenstand; seit dem 16. Jahrhundert erst begannen ernstliche Forschungen in fraglichem Gebiete, und die verschiedenen civilisirten Nationen streiten sich um die Ehre, Denjenigen, der die ersten praktischen Fingerzeige zu den spätern, so großartigen Schöpfungen gab, den Ihrigen zu nennen.

So will man in den nachgelassenen Schriften des im Jahr 1560 in Nürnberg verstorbenen deutschen Mönches Mathesius schon dunkle Andeutungen über die Benützung der Dampfkräfte gefunden haben, während die Spanier behaupten, daß ihr Landsmann Blasco de Garay schon 1543 dem Kaiser Karl V. die Erbauung einer Maschine vorgeschlagen habe, um Schiffe ohne Räder und Segel zu treiben und der in Barcelona auch mit Erfolg Versuche gemacht habe. Die Franzosen endlich schreiben die Erfindung der Dampfmaschinen ihrem Landsmann, dem zum Theil als kurpfälzischer Garteninspektor in Heidelberg lebenden Salomon de Caus zu. Dieser construirte 1615 eine Art Heronsball (Windkessel), in welchem durch Erhitzung über dem Wasser Dampf von höherer Spannung sich sammelte, welcher dann das Wasser durch die Steigröhre in die Höhe trieb. Vermittelst einer zweiten Röhre wurde der Kessel gefüllt.

Nach Salomon de Caus (im Jahr 1629) beschrieb ein Italiener, Namens Branca, eine Maschine, wornach der aus einem besondern Dampfentwicklungsgefäß ausströmende Dampf durch eine Röhre gegen die Schaufeln eines mit einer Kurbel versehenen Rades geleitet wurde und letzteres in Rotation versetzte.

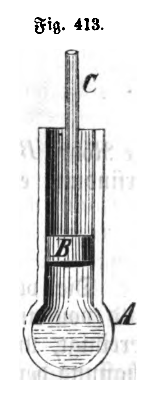
Von den Jahren 1660 bis 1680 veröffentlichten die beiden Engländer Marquis v. Worcester und Samuel Moreland ihre zum Theil entscheidenden Untersuchungen über Dampfkräfte, wovon insbesondere zu bemerken ist, daß Letzterer bereits gefunden hatte, daß sich frei bildender Dampf einen beinahe 2000mal größern Raum einnimmt, als das Wasser, woraus er entstanden.

Die eigentlichen Anfänge zu einer Dampfmaschine aber verdanken wir dem Marburger Professor Papin und dem englischen Hauptmann Savary.

§. 258.

Dionys Papin, von Geburt ein Franzose, veröffentlichte im Jahr 1688 in Marburg seine Entdeckungen über die Wirkungen des Dampfes. Er construirte selbst eine, jedoch noch sehr unvollkommene Maschine. Dieselbe bestand in ihrem Wesentlichsten aus einem gußeisernen Cylinder *A*, Fig. 413, in welchem sich ein Kolben *B* luftdicht auf- und abbewegen konnte. Papin erhitzte nun das unten im Cylinder befindliche Wasser bis zum Sieden. Die entwickelten Dämpfe drückten natürlich den Kolben in die Höhe. Hatte der Kolben den höchsten Stand, so wurde der untere Theil des Cylinders durch kaltes Wasser von außen abgekühlt. Dadurch gerannen die unter dem Kolben befindlichen Dämpfe, es entstand unter demselben ein fast luftleerer Raum, und die Atmosphäre drückte folglich den Kolben wieder abwärts. Fand die Erwärmung des Wassers von Neuem statt, so trieben die abermals erzeugten Dämpfe den Kolben wieder in die Höhe u. s. w.

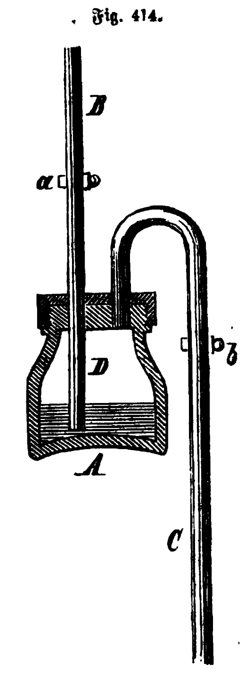
Fig. 413.



Durch ein an der Kolbenstange *C* angebrachtes, über eine Rolle geschlungenes Seil, oder durch ein Gestänge 2c. konnte nun leicht ein Heben und Senken 2c. zu beliebigem Zwecke bewirkt werden. — Papin wußte übrigens aus seiner Erfindung keinen praktischen Nutzen zu ziehen.

§. 259.

Im gleichen Jahre mit Papin, oder nach anderen Angaben, kurz nachher, construirte der Engländer Savary die erste praktisch angewendete Dampfmaschine, welche zur Hebung und Fortschaffung des Wassers aus Steinkohlengruben dienen mußte.



Diese Maschine bestand aus einem, theilweise mit Wasser gefüllten Gefäße *A*, Fig. 414, und zwei Röhren *B* und *C*, wovon die erste bis beinahe auf den Boden des Gefäßes, die andere aber nur bis unter den luftdichten Verschluß desselben reichte.

Das Spiel der Maschine ist dieses:

Zuerst wird die Röhre *B* durch den Hahn *a* abgeschlossen und das Gefäß erhitzt. Die in *A* befindliche Luft wird durch *C* entweichen und mit dieser die sich gebildeten Wasserdämpfe, und es wird über dem Wasser in *D* ein luftverdünnter Raum zurückbleiben. Wird nun die Röhre *C* in das zu hebende Wasser getaucht und mit der Erwärmung in *A* nachgelassen, so werden die noch vorhandenen Dämpfe verdichtet, und das Wasser wird in der Röhre *C* in die Höhe steigen und in das Gefäß *A* gelangen, wenn die ganze Steighöhe über dem untern Wasserspiegel (vergl. §. 225) nicht über 10,336 Meter beträgt.

Alsdann wird der Hahn *b* geschlossen, und *a* geöffnet, in *A* wird wieder erhitzt, die aufs Neue sich bildenden Dämpfe werden auf das Wasser rückwärts drücken und dasselbe durch die Röhre *B* in die Höhe treiben. — Savary nahm 1698 auf seine Erfindung ein Patent.

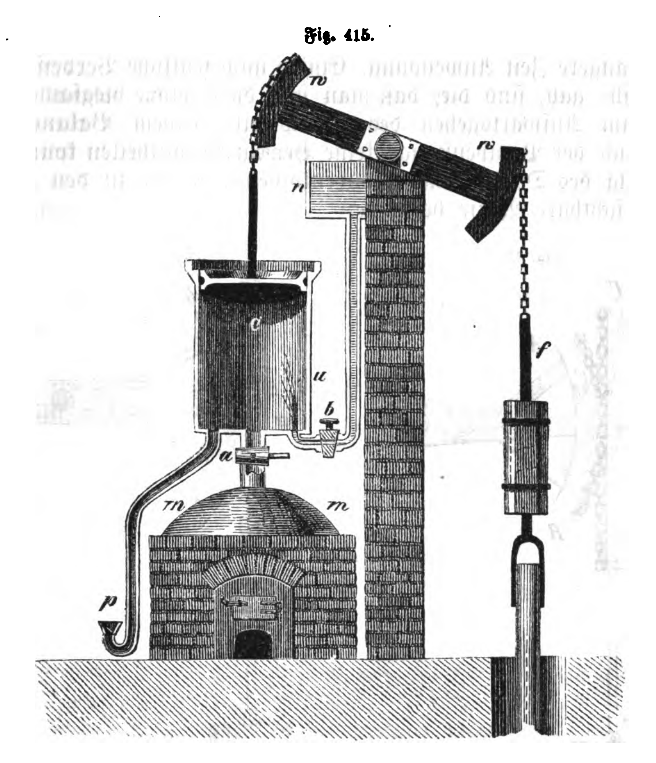
§. 260.

Die von Papin und Savary gemachten Entdeckungen wurden bald von einem andern Engländer, Namens Newcomen, benutzt und vereinigt, und schon 1705 gelang es diesem, eine ebenfalls zur Fortschaffung der Grubenwasser bestimmte, aber weit vollkommenere Dampfmaschine zu bauen, welche Maschine als s. g. atmosphärische Dampfmaschine zum Theil noch jetzt mit einigen Verbesserungen zu vorbenanntem Zwecke angewendet wird.

Diese Newcomen'sche Maschine ist durch Fig. 415 dargestellt. Dieselbe enthält alle die wesentlichen Bestandtheile, welche die Dampfmaschinen heute, in ihrem vervollkommneten Zustande haben, und es ist somit auch Newcomen als Erfinder der ersten, eigentlichen Dampfmaschine anzusehen.

mm ist der Dampfkessel, in welchem das darin befindliche Wasser durch Erhitzung in Dampf verwandelt wird. Die entwickelten Dämpfe strömen, wenn der Hahn *a* geöffnet ist, in den Dampfcylinder *u* und treiben den gut abgeliederten, also luftdicht an-

Fig. 415.



schließenden Kolben *c* in die Höhe. Ist der Kolben oben angekommen, so wird der Hahn *a* geschlossen und *b* geöffnet, alsdann strömt aus dem Gefäße *n* Wasser in den untern Theil des Cylinders *u*, indem es dort in feinen Strahlen einspritzt und condensirt den unter dem Kolben befindlichen Dampf, so daß also der Raum unter dem Kolben ein luftverdünnter wird. Der atmosphärische Druck auf der obern Seite des Kolbens erhält nun das Uebergewicht und drückt diesen wieder abwärts. Das unter dem Kolben angesammelte Wasser geht durch die Röhre *ap*, deren Ventil *p* sich nach außen öffnet, ab. Das Ende dieser Röhre taucht, aus leicht begreiflichem Grund, in ein Gefäß mit Wasser.

Ein neuer wichtiger Bestandtheil dieser Maschine ist der Wagbalken oder s. g. Balancier *ww*, welcher sich um einen festen Punkt dreht und einerseits durch eine Kette mit der Kolbenstange, anderseits durch die Stange *f* mit einer Pumpe in Verbindung gesetzt ist.

Man sieht leicht ein, daß wenn der Kolben im Dampfcylinder aufwärts geht, der Pumpenkolben vermöge seines eigenen Gewichtes abwärts sich bewegt und beim Niedersteigen des erstern wieder gehoben, also die Pumpe in Betrieb gesetzt wird.

Die Newcomen'sche Maschine fand in ihrer beschriebenen Construction längere Zeit Anwendung. Einige unwesentliche Verbesserungen, die man ihr gab, sind die, daß man statt durch bloße biegsame Ketten, welche beim Aufwärtsgehen des Dampfkolbens dem Balancier und folglich auch der Pumpenstange keine Bewegung mittheilen konnten, die Verbindung des Dampf- und Pumpenkolbens auf die in den Fig. 416 und 417 sichtbare Weise herstellte.

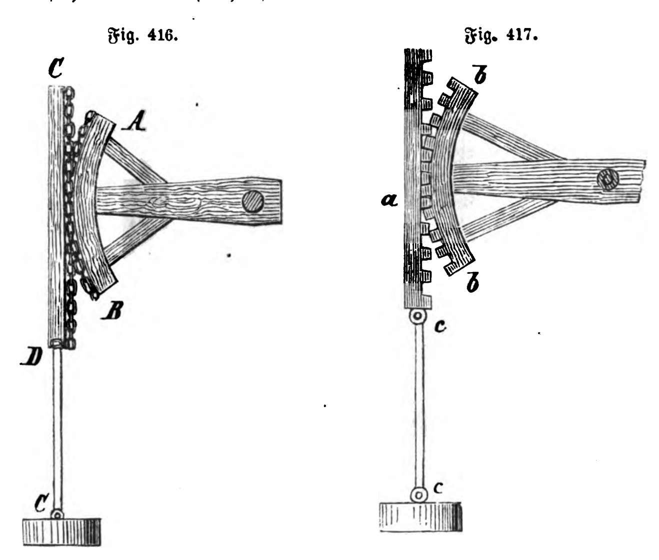


Fig. 416. Fig. 417.

Nach Fig. 416 ist der obere Theil *A* des Bogens *AB* mit dem untern Ende *D* der Stange *CD*, und das Stangenende *C* mit dem untern Bogenende *B* durch Ketten verbunden. Die Stange *CD*, welche bei *D* mit der Kolbenstange verbunden ist, geht in einer Führung. Die gleiche Verbindung ist zwischen der andern Seite des Balanciers und dem Pumpenkolben hergestellt.

Nach Fig. 417 sind die beiden Kolbenstangen durch Zahnstangen *a* mit den gezähnten Bogen *bb* des Balanciers in Verbindung gebracht. Die Kolbenstangen selber sind wieder in *cc* drehbar.

Durch beide Verbesserungen wird bewirkt, daß die Bewegung des Dampfkolbens durch den Balancier auf den Kolben der Pumpe beim Auf- und Niedergehen des erstern übertragen wird, so daß der Pumpenkolben nicht bloß seines eigenen Gewichtes wegen abwärts geht. Auch werden die Kolben wegen der angeführten Verbindung mit den Kolbenstangen immer in senkrechter Richtung vor- und rückwärts bewegt.

Weitere, besonders hervorzuhebende Ausbildungen, die aber nicht zur praktischen Anwendung gelangten, erfuhr die Dampfmaschine durch den Deutschen Leupold, sowie durch den Engländer Jon. Hulls.

Jener beschrieb schon 1724 eine von ihm erfundene eigentliche Hochdruckmaschine, bei welcher der Dampf abwechselnd auf die Kolben zweier Cylinder wirkte, deren Stangen mit einem Balancier verbunden waren. — Hulls erwirkte 1737 ein Patent auf eine Maschine, mittelst welcher ein mit einem Schiff verbundenes Ruderrad, freilich in sehr schwerfälliger Weise, in Umdrehung versetzt und dadurch das Schiff vorwärts bewegt werden sollte.

§. 261.

Die im vorigen §. betrachtete Newcomen'sche Maschine hatte, trotz der schon angeführten Verbesserungen, immer noch als wesentliche Mängel:

1) den Umstand, daß bei derselben nur ein einseitiger Druck des Dampfes statt fand und darum die Wirkung der Maschine nur eine geringe war, und dies um so mehr noch, weil dem Dampfe entgegen immer der Atmosphärendruck wirkte, so daß, außer zum Wasserheben, die Maschine kaum angewendet werden konnte;
2) daß durch das Eintreten von kaltem Wasser in den Cylinder dieser bedeutend abgekühlt und dadurch, neben bedeutender Schwächung der Dampfkraft, ein beträchtlicher Verbrauch an Brennmaterial verursacht wurde;
3) daß durch das von Hand zu geschehende abwechselnde Schließen der Hahnen *a* und *b* eine Regelmäßigkeit der Bewegung schwer zu erzielen war.

All diesen Mängeln abzuhelfen gelang dem berühmten englischen Mechaniker Jakob Watt*) (geb. 1736; — gest. 1819), welcher um das Jahr 1770 — nachdem bereits schon ein mit dem Oeffnen und Schließen der Hahnen an einer Newcomen'schen Maschine betrauter Knabe, Namens Potter, die ersten Ideen gegeben hatte, wie dieses Oeffnen und Schließen d. i. die Steuerung von der Maschine selbst besorgt werden könne — die erste größere Dampfmaschine so construirte, wie man sie, mit wenigen Abweichungen, heutzutage noch baut. Einem so denkenden Praktiker, wie Watt war, konnte nicht entgehen, wie nachtheilig all die gerügten Mißstände auf den zu erzielenden Effekt der Maschine einwirkten. Insbesondere war ihm klar, daß wenn der Dampf abwechselnd unter und über den Kolben treten und also denselben sowohl vor- als rückwärts drücken könne, sich erst dann seine mächtige Wirkung zeigen, und der Gang der Maschine viel regelmäßiger sein würde.

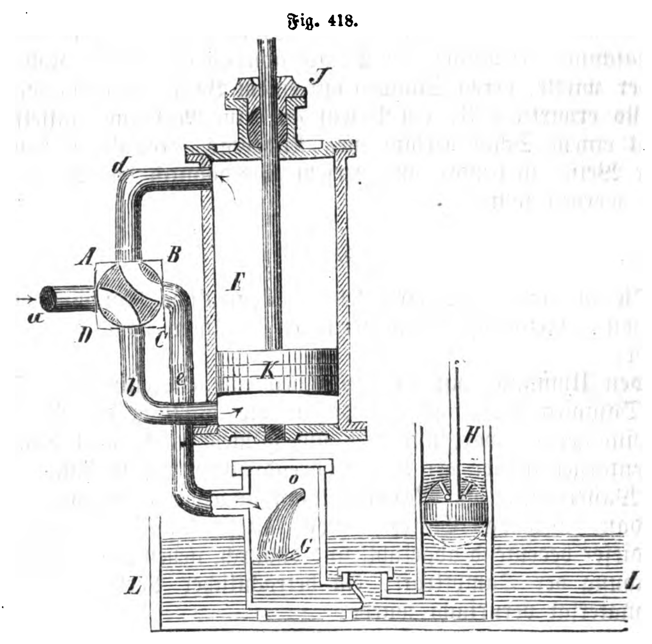
Watt construirte demnach den durch die Figuren 418 und 419 dargestellten Dampfcylinder, bei welchem obigen Uebelständen auf folgende Weise begegnet wird:

---

*) J. Watt soll einer deutschen, aus St. Gallen nach England ausgewanderten Familie entstammen.

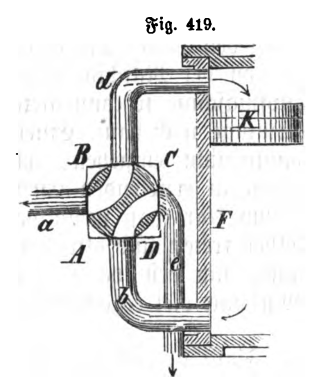


Fig. 418.



Durch die Röhre a gelangt der Dampf aus dem Kessel, und wird vermittelst des s. g., schon von Papin erfundenen Vierwegehahns $ABCD$, welcher durch die Maschine selbst die nöthige Drehung erhält, abwechselnd in den obern und untern Theil des Cylinders F geführt. Hat nämlich der Dampfkolben K seinen tiefsten Stand erreicht, wie in Fig. 418, so erhält der Hahn $ABCD$ eine solche Stellung, daß die Zuleitungsröhre a mit der Röhre b in Verbindung kommt. Der zugeleitete Dampf gelangt alsdann unter den Kolben, während der über dem Kolben befindliche Dampf, dessen Wirkung schon vollendet ist, durch die bei der jetzigen Hahnstellung verbundenen Röhren d und e in den s. g. Condensator G geführt wird. Einen andern Ausweg kann der abgehende Dampf (s. g. Abdampf) nicht finden, weil die gut abgedrehte Kolbenstange in der Stopfbüchse J luftdicht sich auf- und abbewegt.

Fig. 419.



Ist aber der Kolben in Folge des von unten stattfindenden Dampfdruckes oben angekommen, so erhält der Hahn $ABCD$ eine Viertelsdrehung, so daß er in die Lage Fig. 419 kommt. In diesem Fall wird der Dampf aus dem Kessel durch d über den Kolben geleitet, wäh-

rend der verbrauchte Dampf durch *b* und *e* in den Condensator gelangt.

Der Condensator oder das Kühlgefäß *G* ist ein nach allen Seiten geschlossener Behälter, welcher in einem mit kaltem Wasser beständig angefüllten, größern Reservoir *LL* steht. Durch eine Oeffnung *o* kann aus dem größern Behälter kaltes Wasser in feinen Strahlen in den Condensator eingeführt werden, und zwar strömt das Wasser durch die Oeffnung *o* in den Condensator vermöge der Ueberwucht des von außen wirkenden atmosphärischen Druckes über den geringern Druck im Condensator. Dadurch wird der aus dem Cylinder *F* herbeigeströmte Dampf rasch verdichtet, und es entsteht zwischen dem Kolben und dem Condensator ein sehr luftverdünnter Raum. Das in dem Condensator gesammelte, durch das Verdichten des Dampfes erhitzte Wasser wird durch eine von der Dampfmaschine selbst bewegte Saugpumpe *H* fortgeschafft und entweder in's Freie geleitet, oder zum Speisen des Dampfkessels verwendet. Da durch die Pumpe *H* auch die vom Einspritzwasser, sowie vom Dampf selbst mitgeführte Luft fortgeschafft wird, so heißt man diese Pumpe die Luftpumpe. Außer dieser brachte Watt noch die s. g. Speise- oder Heißwasserpumpe und die Kaltwasserpumpe an. (S. u.) Vermittelst der erstern wird, wie bereits bemerkt, ein Theil des aus dem Condensator gelangten heißen Wassers in den Dampfkessel gepumpt, um diesen fortwährend mit der gehörigen Menge Wasser zu versehen, während die letztere Pumpe den großen Wasserbehälter beständig mit kaltem Wasser versehen soll.

In der neuesten Zeit kommt man mehr und mehr wieder auf die ursprünglich auch schon von Watt angewendete Röhren- oder Oberflächencondensation zurück. Hiebei wird der Dampf durch ein System von Röhren geführt, welche einen, kaltes Wasser enthaltenden Behälter durchziehen.

Die besten Condensatoren dieser Art sind solche mit aufrechtstehenden Röhren, welche von stets frisch zufließendem kaltem Wasser umgeben sind. Das aus dem Dampf erhaltene Wasser fällt zurück und sammelt sich unten in einem Abflußrohr, um von da in den Kessel geführt zu werden.

Bei andern Condensationseinrichtungen wird umgekehrt das kalte Wasser durch die Condensationsröhren geführt und kommt dann der zu verdichtende Dampf mit der Außenfläche der Röhren in Berührung.

Condensation mittelst kalter Luft, die durch einen Ventilator in vorhandene Zwischenräume eines Behälters geführt wird, welchem der Dampf zuströmt.

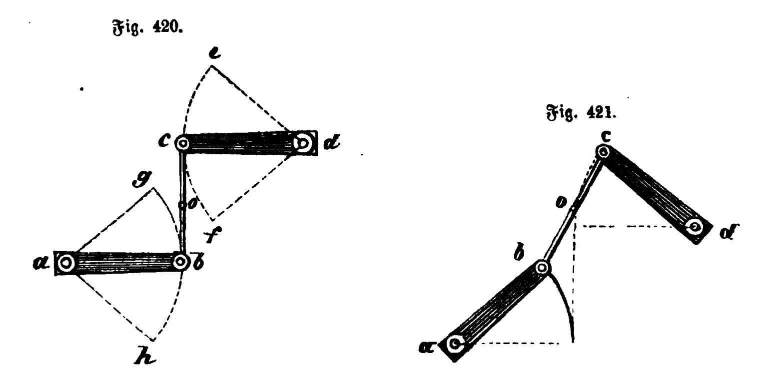
Centrifugal-Condensation Der ausgenutzte oder Retourdampf wird in das Innere eines hohlen Schwungrads eingesaugt und kommt dort mit eingespritztem kaltem Wasser in Berührung. Das Ansaugen findet bei der Drehung, wie bei einem Ventilator statt.

§. 262.

Außer den genannten Verbesserungen, welche bewirken, daß der Dampfcylinder keine Abkühlung durch kaltes Wasser erleidet, und daß der Kolben durch die Dampfkraft sowohl vor- als rückwärts, und zwar auf sehr regelmäßige Weise getrieben wird, weil die Maschine die Steuerung, d. i. die Drehung des Vierwegehahns oder die Schieberbewegung selbst besorgt, stellte Watt noch eine äußerst zweckmäßige Verbindung der Kolbenstangen des Dampfcylinders und der Luftpumpe mit dem Balancier her.

Diese wesentliche Verbesserung ist das s. g. Watt'sche Parallelogramm, wodurch der Uebelstand beseitigt wird, daß bei unmittelbarer Verbindung des Balanciers mit den genannten Kolbenstangen die kreisförmige Bewegung des erstern ein Hin- und Herzerren der Stangen, und also einen unregelmäßigen Gang zur Folge hat.

Um die Wirkungen dieser Construktion anschaulich zu machen, denke man sich zwei gerade, gleich lange Arme *ab* und *cd*, Fig. 420, welche sich um die festen Punkte *a* und *d* drehen. Die Enden der Arme sind durch eine Stange *bc* verbunden. Gibt man nun den beiden Armen *ab* und *cd* eine wechselnde, auf- und abgehende Bewegung, so werden sich die Punkte *b* und *c* in den Kreisbogen *gh* und *ef*, der Mittelpunkt *o* der Stange *bc* aber wird sich in einer vertikalen Linie auf- und abbewegen. Denn gibt man den Armen die in Fig. 421 angedeutete Lage, so wird der Punkt *b* gerade so

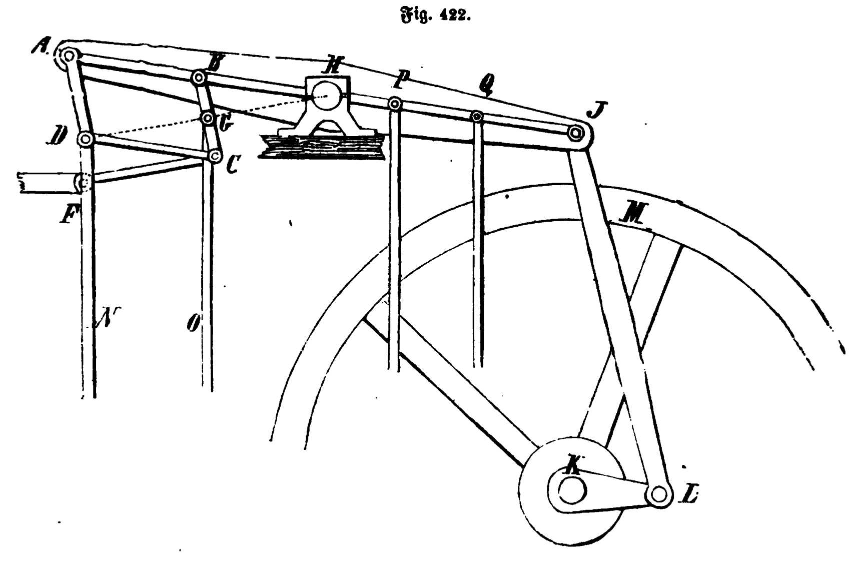


viel links abgelenkt, als der Punkt *c* nach der rechten Seite, und das Mittel *o* zwischen *b* und *c* muß gerade senkrecht über seinem früheren Orte liegen. — In Wirklichkeit zwar macht der Punkt *o* zwischen seiner mittlern, obersten und untersten Lage kleine Schwankungen nach links und rechts, so daß sein Weg die Form einer s. g. Schleifenlinie 8 hat. Diese Abweichungen von einer Geraden sind aber so gering, daß die Bewegung als eine geradlinige gelten kann.

Nach diesem ist das Verständniß des Watt'schen Parallelogramms leicht. Dasselbe besteht aus dem in den Punkten A und B, Fig. 422, mit dem Balancier AJ verbundenen, aus Metallstangen gebildeten Parallelogramme $ABCD$, dessen Seiten in den Punkten A, B, C und D drehbar sind.

Um den festen Drehpunkt F ist die Stange $FC = DC = AB$ beweglich. H ist der Drehpunkt des Balanciers und AB gewöhnlich

Fig. 422.



$= \frac{1}{2}\, AH$. In der Mitte G zwischen B und C ist die Kolbenstange GO der Luftpumpe angebracht. Wenn nun der Balancier sich abwechselnd auf- und abbewegt, so muß aus den vorhin angegebenen Gründen, weil $FC = BH$, die Kolbenstange GO sich vertikal auf- und abbewegen. — Aber auch ebenso muß die mit dem Punkte D verbundene Stange DN des Dampfkolbens senkrecht auf- und abwärts gehen; denn da AD immer parallel BC bleibt, so ist unter allen Umständen $\triangle\ AHD \backsim BHG$. Der Punkt D ist darum ganz den gleichen Ortsveränderungen unterworfen, wie G, nur ist — weil $AH = 2\ .\ BH$, also auch $DH = 2\ .\ GH$ — sein Weg doppelt so groß, als der des Punktes G, und folglich ist auch, bei den angenommenen Verhältnissen, die Hubhöhe des Dampfkolbens doppelt so groß, als diejenige des Luftpumpenkolbens.

Die Länge FC des s. g. Gegenlenkers ist nicht immer genau $= CD$, sondern es ergibt sich sein Drehpunkt F und damit die Länge, wenn man zu dem von dem Punkte C durchlaufenen Kreisbogen den Mittelpunkt F bestimmt; wobei zu bemerken ist, daß das

Parallelogramm in dem höchsten, mittlern und tiefsten Stand des Balanciers eine solche Lage haben muß, daß der Punkt D in der Hublinie, d. i. in der Verlängerung der Kolbenstange liegt.

§. 263.

In den Punkten P und Q, Fig. 422, brachte Watt noch die Kolbenstangen für die Speise- und Kaltwasserpumpen an, und mit dem andern Endpunkte J des Balanciers verband er die Kurbel-, Treib-, Lenk- oder s. g. Pleuelstange JL, welche vermittelst der Kurbel KL ein großes Schwungrad M in Bewegung setzt. Durch die Achse K des Schwungrads wird die Bewegung mit Hülfe angebrachter Räderwerke oder auf irgend eine andere Weise fortgepflanzt. Der Zweck des Schwungrads ist hier, wie überall, einen gleichförmigen Gang der Maschine zu bewirken. Je nachdem nämlich der $\sphericalangle JLK$, den die Treibstange JL mit der Kurbel KL macht, sich ändert, ist die Kraft, welche auf die Kurbel übertragen wird, größer oder kleiner. Ist dieser $\sphericalangle = 90°$, so ist nach Früherem die treibende Kraft am größten, während beim höchsten und tiefsten Kurbelstand, oder wenn Kurbel und Treibstange eine gerade Linie, d. i. einen $\sphericalangle = 180°$ oder $0°$ bilden, diese Kraft $= 0$ ist. In diesem Falle sagt man, die Kurbel sei in den todten Punkten angekommen, und es würde ein augenblickliches Stillstehen der Maschine erfolgen, wenn nicht kraft des der bewegten Masse des Schwungrads innewohnenden Beharrungsvermögens, oder vermöge der daselbst angesammelten lebendigen Kraft die Bewegung fortgesetzt würde. (Vergl. die letzte Aufgabe am Ende dieses Abschnitts.)

Noch andere wesentliche Verbesserungen, welche Watt einführte, sind: der unten erklärte Centrifugalregulator, die Bekleidung des Dampfcylinders gegen Abkühlung, eine zweckmäßigere Construction der Dampfkessel, sowie der Dampfzuführung oder Steuerung, und endlich auch die Anwendung der Expansion.

§. 264.

Nach Watt bemächtigten sich die Engländer und später auch die Amerikaner mit gewohntem praktischem Sinne der Sache ganz, und brachten den Bau der Dampfmaschinen, obgleich im Wesen die Watt'sche Construction blieb, zu immer größerer Vollkommenheit. Eine der ersten Verbesserungen, welche an den Watt'schen Maschinen angebracht wurde, ist die, daß man den im §. 261 beschriebenen, den Dampfzu- und Abfluß regulirenden Vierwegehahn, da er nicht ganz praktisch befunden wurde, durch das zweckmäßigere Schieberventil ersetzte.

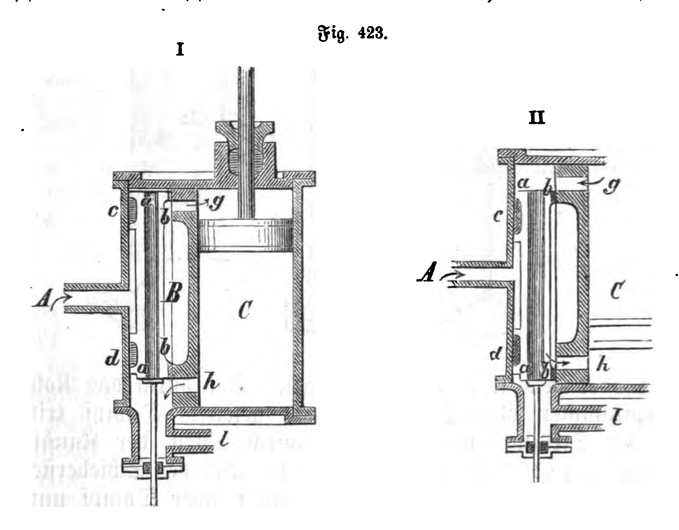
Es sind diese Ventile entweder s. g. Röhrenschieber, oder Muschelschieber.

Der Röhrenschieber wird durch Fig. 423 I und II dargestellt.

Dieser Schieber aa ist seiner ganzen Länge nach hohl, bildet also eine oben und unten offene Röhre und ist in c und d gut abgedichtet (geliedert), während er mit den Ansätzen bb dicht an der rechten Seite der s. g. Dampfkammer B anschließt. Vermittelst angebrachter Hebelwirkung wird der Schieber auf die unten in §. 277 erklärte Weise durch die Maschine selbst auf- und ab- oder hin- und herbewegt.

Durch die Oeffnung A tritt der aus dem Kessel zuströmende Dampf in die Dampfkammer B unter den Schieber.

Fig. 423.



Wie man sieht, muß bei der Schieberstellung I der durch die Dampfröhre in A zutretende Dampf den Schieber umhüllen und durch den Kanal g in den Dampfcylinder C über den Kolben gelangen, weil bei dieser Stellung des Schiebers der untere Theil der Dampfkammer abgeschlossen ist. Zugleich muß aber auch der unter dem Kolben befindliche Dampf, dessen Wirkung schon vollendet ist, durch die Kanäle h und l nach dem Condensator oder in die Luft abgehen.

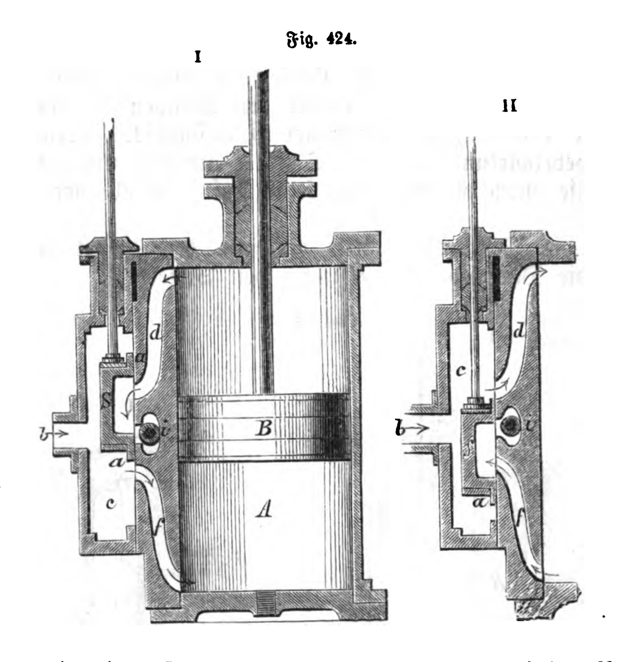
Hat hingegen das Schieberventil die Stellung II, so muß der durch A zuströmende Dampf durch den Kanal h unter den Kolben treten, während der über dem Kolben befindliche Dampf durch g und die Höhlung des Schiebers abgeleitet wird.

§. 265.

Der **Muschelschieber** ist, wie Fig. 424 I und II darstellt, eingerichtet.

Der Schieber S bewegt sich mit seinen glatt geschliffenen Flächen aa dampfdicht auf der eben so glatt abgeschliffenen Rückseite des

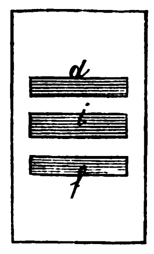
Fig. 424.



Cylinders oder dem s. g. Schieberspiegel. Der durch das Rohr b in die Dampfkammer oder Schieberkasten c geleitete Dampf tritt nun je nach der Stellung des Schiebers durch einen der Kanäle oder Dampfwege d und f in den Cylinder A. Bei der Schieberstellung I ist der untere Kanal f frei; es tritt also frischer Dampf unter den Kolben B, während der seine Arbeit schon verrichtete oder der Abdampf durch den obern Kanal d unter die Höhlung oder s. g. Muschel des Schiebers, und von da durch die in i einmündende Abflußröhre ins Freie oder in den Condensator gelangt.

Bei der veränderten Schieberstellung II wird für den zuströmenden frischen Dampf der obere Kanal d frei, während der abgehende Dampf durch f und i entweicht.

Fig. 425.



Die Dampfwege oder Kanäle d und f haben einen rechteckigen Querschnitt, wie Fig. 425 zeigt, welche eine Seiten- oder Rückenansicht nach weggedachtem Schieber und Schieberkasten darstellt. Die längere Seite dieser Rechtecke ist 4 bis 7mal größer, als die andere. Die Kanäle sind darum in der Richtung der Schieberbewegung sehr schmal und schlitzförmig. Diese Einrichtung wird deßhalb befolgt, damit die Dampfwege bei der Bewegung des Schiebers rasch geöffnet, beziehungsweise geschlossen werden und in Folge dessen auch der Wechsel in der

Dampfeinströmung bei wechselnder Schieberbewegung in kürzester Zeit erfolgt.

Entlastete Schieber. Da bei dem Muschelschieber, Fig. 424, der einströmende Dampf einen bedeutenden Druck auf den Schieber ausübt, so ist in Folge dessen die Reibung auf der Schieberbahn eine bedeutende. Diesem sucht man nun durch s. g. entlastete Schieber abzuhelfen. Man bewerkstelligt dieses entweder dadurch, daß man den frischen Dampf unter den Schieber, d. h. in dessen Höhlung und von dort aus in den Cylinder strömen läßt, während der abgehende Dampf mit der Rückseite des Schiebers in Berührung steht. Der frische Dampf drückt also hiebei auf eine kleine Fläche und sucht den Schieber zu heben, während die ziemlich größere Rückenfläche des Schiebers den an sich geringern Druck des abgehenden Dampfes, beziehungsweise der Atmosphäre zu erleiden hat. Die Entlastung des Schiebers wird aber auch so bewirkt, daß die Rückseite der Dampfkammer von einer biegsamen Blechplatte gebildet ist, die in Folge des Dampfdruckes sich nach außen ausbaucht und diese Bewegung dann durch angebrachte Gelenkstangen dem Schieber mittheilt. Am Schieber wirken alsdann zwei Kräfte, von denen die eine ihn an seine Bahn andrückt und die andere aber ihn davon wegzubewegen sucht. Das Resultat ist, daß die beiden Kräfte sich ganz oder doch zum Theil aufheben. — Außer auf die beschriebene Weise wird die Schieberentlastung auch noch auf andere Art zu erreichen gesucht.

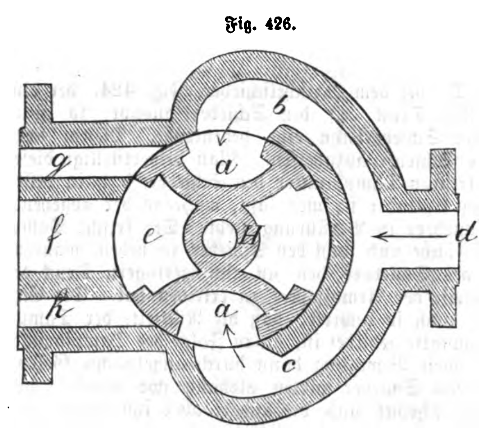
§. 266.

Die Zuführung des Dampfes in den Cylinder, sowie der Austritt aus demselben wird in neuerer Zeit vielfach auch in anderer, als in der beschriebenen Weise vermittelt. Solche neuere Steuerungsvorrichtungen sind die Kreisschieber- und die Ventilsteuerung. Durch diese erzielt man ein momentanes Oeffnen und Schließen der Dampfkanäle, also einen raschen Dampfzu- und Ausfluß, und in Folge dessen eine größere Kolbengeschwindigkeit und einen höheren Nutzeffekt, da der Dampf mit vollem Druck in den Cylinder eintritt, was bei der gewöhnlichen Schiebersteuerung nicht der Fall ist. Auch ist der Reibungswiderstand bei den neuern Vorrichtungen geringer, da hiebei eine Entlastung der Schieber stattfindet.

Die Steuerung vermittelst s. g. Kreisschieber geschieht entweder durch oscillirende (hin- und herdrehende) oder durch continuirlich (ununterbrochen) rotirende Schieber oder cylindrisch oder schwach konisch abgedrehte Hähne und wurde hauptsächlich durch den Nordamerikaner G. H. Corliß, beziehungsweise durch die nach ihm benannten Dampfmaschinen bekannt.

Einen solchen Drehschieber oder Hahn, und zwar einen oscillirenden, zeigt Fig. 426. Der Hahn H, dessen Querschnitt die Figur darstellt, ist oben und unten geschlossen. Die ausgekehlten Räume aa stehen fortwährend mit dem Kanal bc und dem Dampfzuflußrohr d in Verbindung; der Raum e dagegen communizirt mit dem s. g. Ausblasekanal f, welcher den schon wirksam gewesenen Dampf abführt. Die beiden Kanäle g und h führen an die Cylinderenden; je nach der Stellung des Hahns wird also der frische Dampf von b durch g oder von c durch h in den Cylinder geführt. Durch

Fig. 426.



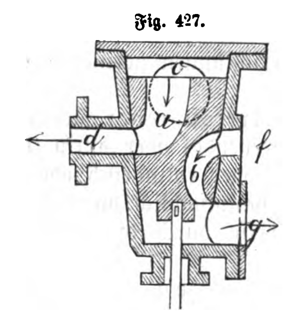
die Mitte des Hahns bei *H* geht eine Stange, welche die ihr mitgetheilte schaukelnde Bewegung alsdann auf den Hahn überträgt.

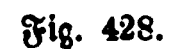
Ein continuirlich drehender Hahn wird durch Fig. 427 vorgeführt, welche einen senkrechten Schnitt durch den Hahnkörper zeigt. Dieser Hahn hat zwei sich gegenüber angebrachte Durchbohrungen *a* und *b* und macht gerade soviele Umdrehungen oder Touren, als die Kurbelwelle. Der frische Dampf tritt bei *c* ein und gelangt durch die Durchbohrung *a* und den Rohransatz *d* auf die eine Seite des Kolbens, während der s. g. Abdampf bei *f* durch die Durchbohrung *b* und bei *g* ausströmt.

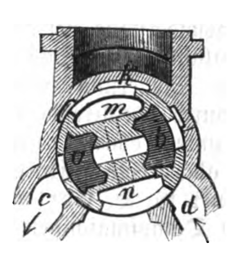
Nach einer halben Umdrehung steht die Durchbohrung *a* mit der Oeffnung *f* und der Kanal *b* mit *d* in Verbindung; somit muß nun der frische Dampf durch *c*, *a* und *f* nach der andern Seite des Kolbens gelangen, während der verbrauchte Dampf durch *d*, *b* und *g* entweicht.

Eine von den vorigen abweichende Drehschieber- oder Hahnsteuerung und zwar nach der von Schwartzkopf in Berlin gegebenen

Fig. 427.




Fig. 428.



Einrichtung stellt Fig. 428 dar. Der Dampf gelangt hier durch die Oeffnungen *a* und *b*, welche durch einen schlitzförmigen Kanal mit einander verbunden sind, von der Seite in das Innere des Hahns und von da in einen der Dampfkanäle *c* oder *d*. Gleichzeitig wenn der Dampf durch den einen Kanal in den Cylinder tritt, strömt durch den andern Kanal der verbrauchte Dampf in eine der Aushöhlungen *m* oder *n* und aus diesen in den Ausblasekanal *k*. Die beiden Aus-

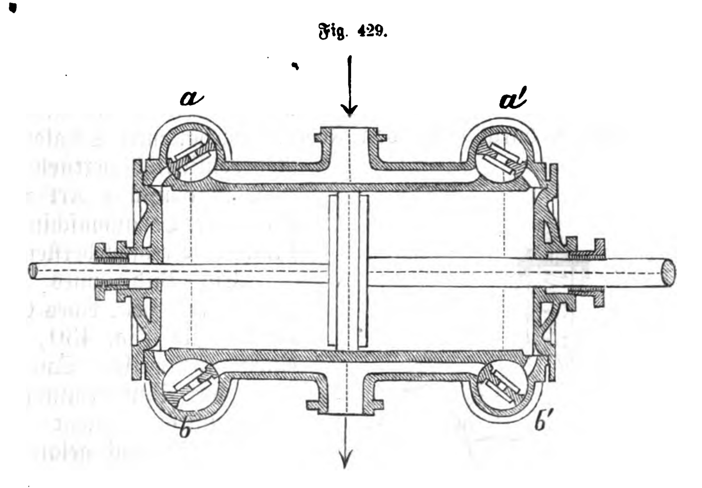
höhlungen *m* und *n* sind wieder durch einen Kanal (in der Fig. punktirt) mit einander verbunden.

Seine abwechselnd hin- und herdrehende Bewegung erhält der Schieber, wie dies auch bei den oben beschriebenen geschieht, durch Hebel und Zugstangen von der Schwungradwelle aus mittelst eines dort angebrachten Excenters.

Fig. 429 stellt die Corliß'sche Anordnung der Kreisschiebersteuerung dar.

Es sind hier, wie man sieht, an jedem Ende des liegenden Cylinders oben und unten Hähne angebracht, und zwar dienen, wie die Pfeile angeben, die beiden obern Hähne *a* und *a'* für den Eintritt und die untern *b* und *b'* für den Austritt des Dampfes. Diese Einrichtung mit getrennter Ein- und Auslaßvorrichtung für den Dampf gewährt große Vortheile.

Fig. 429.



Bei der Corliß- und ähnlichen Maschinen erhalten die oscillirenden Steuerungshähne, welche cylindrisch oder schwach conisch abgedreht sind, ihre Drehbewegung mittelst einer vor dem Dampfcylinder (nach der neuesten Anordnung in der Mitte des Cylinders) angebrachten oscillirenden Scheibe, welche selbst wieder durch die Excenterstange von der Schwungradwelle bewegt wird.

Rotirende Steuerhähne von Dingler in Zweibrücken. Das Steuerorgan ist ein kegelförmiges Kanalrohr, welches sich in einem entsprechend geformten Gußkörper dampfdicht dreht und durch welches sowohl der frische, als der verbrauchte Dampf in Seitenkanälen zu-, beziehungsweise abgeführt wird.

Radinger's entlasteter Kreisschieber. Derselbe ist ebenfalls konisch eingeschliffen. Der Dampf tritt nach der Achse des rotirenden Hahns ein und wird durch angebrachte Längsschlitze weiter geführt.

v. Reiche's Präcisionssteuerung. Die Dampfvertheilung erfolgt durch Drehschieber, wie bei der Corlißmaschine, die Bewegung der Eintrittsschieber

ist jedoch, statt einer oscillirenden, eine intermittirend (unterbrechend) rotirende. Die rotirenden Schieber haben wie das Schiebergesicht radial gehende Schlitze. Fallen diese auf einander, so ist voller Durchlaß; bei theilweiser Drehung ist theilweiser Durchlaß oder es ist der Dampf ganz abgesperrt. Die Austrittsschieber erhalten ihren Antrieb durch unrunde Scheiben, die auf einer continuirlich rotirenden Welle sich befinden.

(Müller=Melchior's Bericht über Dampfmaschinensteuerung auf der Wiener Weltausstellung s. pol. Journ. Bd. 221.)

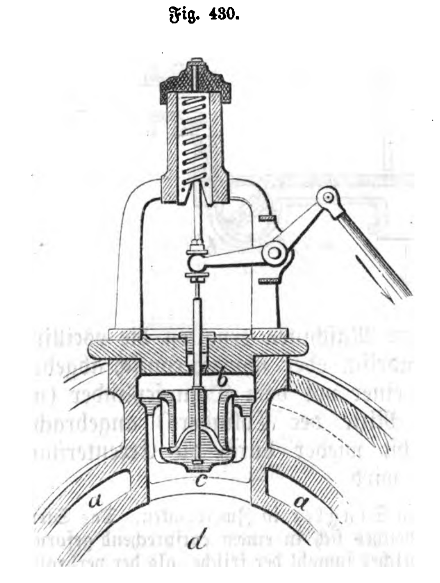
§. 267.

Die Ventilsteuerung ist an sich nichts neues, sondern schon in der unten §. 286 beschriebenen, früher viel verwendeten, jetzt aber aufgegebenen Meyer'schen Expansionsmaschine angebracht worden. Dort wird der Dampfzutritt durch ein gewöhnliches Kegelventil vermittelt.

Die neuern verbesserten Ventilsteuerungen bestehen darin, daß sowohl der Dampfzutritt, als auch der Austritt durch besondere, nach Möglichkeit entlastete Ventile regulirt wird.

Zu den ausgebildetsten Ventilsteuerungen gehört die von Gebr. Sulzer in Winterthur. Bei derselben wird die Dampfzuführung, sowie der Abfluß durch vier, von Federn zugehaltenen Schalen= oder Rohrventilen bewerkstelligt und zwar in ähnlicher Art wie bei der an der Corlißmaschine angebrachten Drehschiebersteuerung.

Fig. 430.



Ein Bild eines solchen Ventils und zwar eines Einlaßventils gibt Fig. 430, welche einen theilweisen Querschnitt durch den Dampfcylinder und den Ventilsitz darstellt.

Der Dampf gelangt hier aus dem Kessel zuerst in den Cylindermantel a, dann in den Raum b über das Ventil c und, wenn dieses gehoben ist, in den Cylinderraum d.

Wie die Hebung der beiden Einlaßventile bewerkstelligt wird, ist aus der Figur zu ersehen. In ähnlicher Weise werden auch die beiden Ausflußventile geöffnet.

Ventildampfmaschine von C. Brown in Winterthur. Die Ventile sind gewöhnliche konische Doppelsitzventile.

(Näheres siehe Deutsche Industrie=Ztg. 1877. Nr. 16.)

A. Collmann's neue Ventilsteuerung mit verbesserter Expansions=

vorrichtung. Die vier Doppelsitzventile werden von einer horizontalen, mit der Cylinderachse parallelen Steuerwelle vermittelst Hebeln bewegt.

(Deutsche Industrie-Ztg. 1878. Nr. 8.)

§. 268.

Ehe wir ein vollständiges Bild der jetzt ausgeführten Dampfmaschinen geben, sollen noch die Vorrichtungen oder Instrumente erklärt werden, welche man anwendet, um die Spannung der in verschlossenen Räumen gebildeten Wasserdämpfe kennen zu lernen, und um die Gefahren zu hoher oder auch zu niedriger Dampfspannung, welche beide die Zertrümmerung des Dampfkessels zur Folge haben können, zu beseitigen; zugleich soll noch das Nöthigste über die Construction der Dampfkessel selbst beigefügt werden.

Da nämlich jede Dampfmaschine für einen bestimmten Dampfdruck berechnet und construirt ist, so daß die Maschine bei geringerer Dampfspannung nicht genug arbeitet, oder bei zu großer Spannung Schaden leiden könnte, und um vorzüglich die Feuerung gehörig einzuhalten, sind Instrumente nöthig, welche die Expansivkraft des im Kessel erzeugten Dampfes jeweils angeben und auch dem Dampf, wenn dessen Spannung sich zu hoch steigern sollte, einen Ausweg gestatten.

Solche Instrumente sind die Thermometer, Manometer und Ventile.

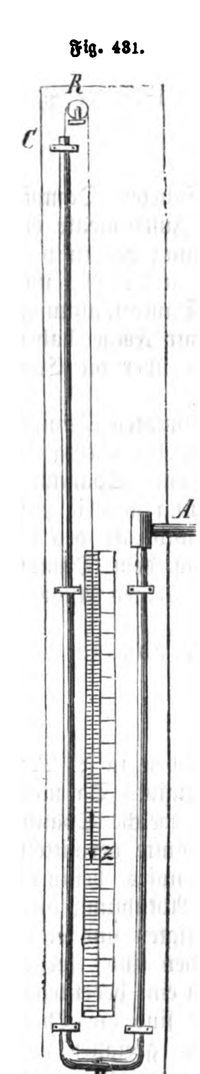
§. 269.

Das Thermometer ist ein allbekanntes, schon oben in §. 228 berührtes Instrument, welches die Temperaturgrade angibt. Da man nun aus besondern Tafeln (s. §. 249) ersehen kann, welche Spannkraft dem Dampf bei jeder Temperatur zukommt, so könnte vermittelst dieses Instruments auch die Expansivkraft des Dampfes bestimmt werden. Weil aber die Thermometer sehr leicht der Abkühlung ausgesetzt sind, und da auch die Spannkräfte eines gesättigten und eines überhitzten Dampfes bei gleicher Temperatur verschieden sind, ferner auch bei hoher Temperatur kleine Erhöhungen derselben eine bedeutende Vermehrung der Dampfspannung zur Folge haben, so sind die Thermometer weniger zum Messen der Dampfspannungen geeignet und ihre Angaben nicht immer sicher. Man verwendet darum als eigentliche Instrumente zum Messen der Spannkraft der Dämpfe die schon in den §§. 230 und 231 erklärten Manometer.

Hier soll nun von diesen Instrumenten dasjenige noch nachträglich bemerkt werden, was bei dem speziellen Gebrauch derselben für Dämpfe zu wissen nöthig ist.

Für Dämpfe von niederm Druck und auch zum Theil für Mitteldruckdämpfe (von 3 bis 4 Atmosphären) gebraucht man das schon oben in Fig. 383 und hier durch Fig. 431 dargestellte, oben offene

Fig. 481.



Hebermanometer ABC. Nur verwendet man hiezu, der Dauerhaftigkeit wegen, keine Glas-, sondern meistens eiserne Röhren. Der Quecksilberstand im längern Schenkel BC kann alsdann auf einer Skala abgelesen werden. Es befindet sich nämlich in dem Quecksilber des Schenkels BC ein s. g. **Schwimmer**, an welchem eine dünne seidene Schnur befestiget ist, welche über eine Rolle R geht und am andern Ende einen Zeiger Z trägt, der auf der genannten Skala den Abstand der Quecksilberspiegel im kürzern und längern Röhrentheil angibt. Dieser Abstand ist nämlich, da beide Röhrenschenkel gleich weit sein müssen, aus natürlichem Grunde immer doppelt so groß, als das jeweilige Steigen und Fallen des Zeigers. Würde also von dem Augenblicke an, als Dampf von A in den Schenkel AB strömt, der Zeiger um 57 cm abwärts gehen, so müßte das Quecksilber in BC um diese 57 cm gestiegen, daher auch in AB ebensoviel gefallen sein, und es betrüge der Abstand der beiden Quecksilberspiegel $2 \cdot 57 = 114$ cm. Eine 114 cm hohe Quecksilbersäule drückt aber nach §. 225 so stark, als $^{114}/_{76} = 1^{38}/_{76} = 1\,^1/_2$ Atmosphären, und es ist folglich der Druck in A um $1\,^1/_2$ Atmosphärendruck stärker, als in C, oder die zu messende Dampfspannung beträgt $1 + 1\,^1/_2 = 2\,^1/_2$ Atmosphären.

Unten bei B ist das Manometer gewöhnlich weiter, damit keine so großen Schwankungen des Quecksilbers eintreten und also das Ablesen der Spannung unsicher machen.

§. 270.

Bei Dämpfen von hohem Druck wendet man das vorige offene Manometer nicht mehr gerne an, weil ja bei einer Spannung von 5 bis 6 Atmosphären dasselbe eine Höhe über $4 \cdot 0{,}76$ bis $5 \cdot 0{,}76$, d. i. über 3,04 bis 3,8 m, oder über 10 bis 12 Fuß haben müßte. Hier findet das im §. 231 erklärte **Luftmanometer** oft Anwendung. Mehr aber noch als dieses gebraucht man Luftmanometer von der Form Fig. 432.

Dieses ist so construirt, daß die Luft erst bei einer höhern Spannung aus dem Reservoir a ausgetrieben wird, also z. B. bei 3 Atmosphärendrücken das Quecksilber gerade über dem Reservoir in 3 steht. Die eingeschlossene Luftsäule hat dann die Länge $b\,3$. Steht

aber das Quecksilber in der Mitte von $b3$, so ist die Dampfspannung nach dem Mariotte'schen Gesetz $= 2 \,.\, 3 = 6$ Atmosphären.

Fig. 432.

Bei einer Expansivkraft des Dampfes von 4 und 5 Atmosphären hat die abgeschlossene Luftsäule nur noch die Längen $b4 = {}^3/_4\; b3$, und $b5 = {}^3/_5\; b3$; denn es verhält sich nach §. 231

$$b4 : b3 = 3 \text{ Atmosph.} : 4 \text{ Atmosph.};$$

woraus sich ergibt

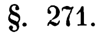
$$b4 = {}^3/_4 \,.\, b3.$$

Ebenso verhält sich

$$b5 : b3 = 3 \text{ Atmosph.} : 5 \text{ Atmosph.};$$

daher ist

$$b5 = {}^3/_5 \,.\, b3.$$



§. 271.

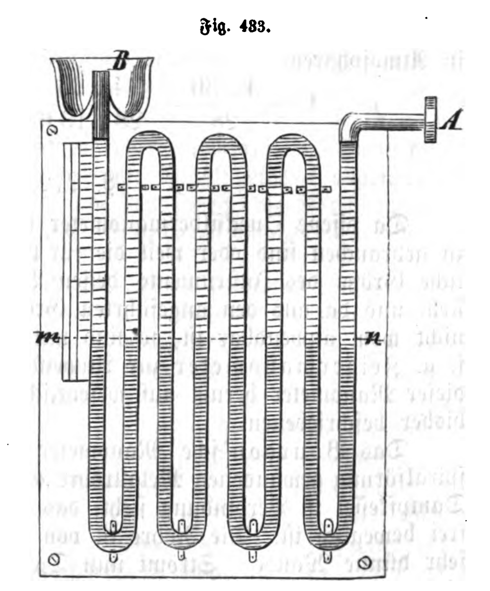


Fig. 433.

Geschlossene, zur Messung hoher Dampfspannungen bestimmte Manometer sind stets der Gefahr ausgesetzt, zu zerspringen. Außerdem haben solche noch den Nachtheil, daß wenn die Dampfspannung im Kessel bedeutend abnimmt, dann das Quecksilber zurückfließt und in den Kessel sich ergießt, was, nebstdem daß das Instrument seinen Dienst nicht mehr leistet, noch das Mißliche hat, daß das Kupferblech, woraus die Kessel noch hie und da bestehen, von Quecksilber angegriffen und durchfressen wird. Ueberhaupt sind offene Manometer sicherer und geben die Dampfspannung am zuverläßigsten an. Darum auch sind solche oder andere nach einem offenen genau regulirten Manometer durch ein Reichsgesetz zum Gebrauche bei Prüfung der Dampfkessel vorgeschrieben. Auch müssen in manchen Staaten bei stationären Maschinen bis zu 4 Atmosphären Spannung offene Manometer angebracht werden. Um nun dem Uebelstande einer zu großen Länge des Instruments zu begegnen und dennoch die Vortheile des offenen Manometers zu haben,

kann man auch s. g. Differentialmanometer, Fig. 433, anwenden. Es bestehen solche aus mehreren Paaren verbundener senkrechter Röhren, deren untere Hälften mit Quecksilber, die obern Hälften aber mit Wasser angefüllt sind. Das eine Ende A ist mit dem Dampfkessel in Verbindung, das andere mündet bei B in die freie Luft. Bei Zutritt des Dampfes wird das Quecksilber in dem ersten, dritten, fünften und siebenten Schenkel, von der Rechten an gezählt, sinken und also in den andern vier Schenkeln steigen. Beträgt die Senkung unter der Mittellinie mn, also auch die Steigung in dem benachbarten Röhrenschenkel h, so ist der Abstand der Quecksilberspiegel in einem Röhrenpaare $= 2h$, und man hat alsdann für die Größe der Dampfspannung in A:

$p =$ Luftdruck in B,
$+$ den Drücken der sich wiederholenden (hier 4) Quecksilbersäulen von der Höhe $2h$,
$-$ den Drücken von eben so vielen Wassersäulen von der gleichen Höhe $2h$.

Wäre demnach die Senkung $h = 18$ paris. Zoll, so hat man in Atmosphären

$$p = 1 + \frac{4 . 36}{28} - \frac{4 . 36}{28 . 13,6} = 5,76 \text{ Atmosphären.}$$

§. 272.

Da offene Quecksilbermanometer in vielen Fällen überhaupt nicht zu gebrauchen sind oder weil die für hohe Dampfspannungen erforderliche Größe des Instruments dessen Verwendung durchaus entgegensteht und da aus den angeführten Gründen das Luftmanometer auch nicht wohl anwendbar ist, so sind mit der Zeit andere und zwar die s. g. Zeigermanometer zur Anwendung gelangt. Die Construction dieser Manometer beruht auf wesentlich andern Prinzipien als die der bisher beschriebenen.

Das Bourdon'sche Manometer, Fig. 434, besteht aus einer spiralförmig gewundenen Metallröhre ab, deren eines Ende a mit dem Dampfkessel in Verbindung steht, das andere geschlossene Ende b aber frei beweglich ist. Die Röhre ist von elliptischem Querschnitt und hat sehr dünne Wände. Strömt nun Dampf in die Röhre, so sucht sich dieselbe, vermöge des von dem Dampf ausgeübten stärkern Druckes, wobei sich die Röhre etwas aufbläst, aufzurollen. Ein mit dem freien Ende b entweder unmittelbar oder oft auch vermittelst eines Winkelhebels verbundener Zeiger c gibt dann auf einer Skala die Dampfspannung an*).

*) **Maximal-Manometer**: Ein zweiter Zeiger wird von dem Zeiger des Bourdon'schen Manometers durch bloße Friction mitgenommen, durch angebrachte Einschnitte aber am Zurückgehen verhindert.

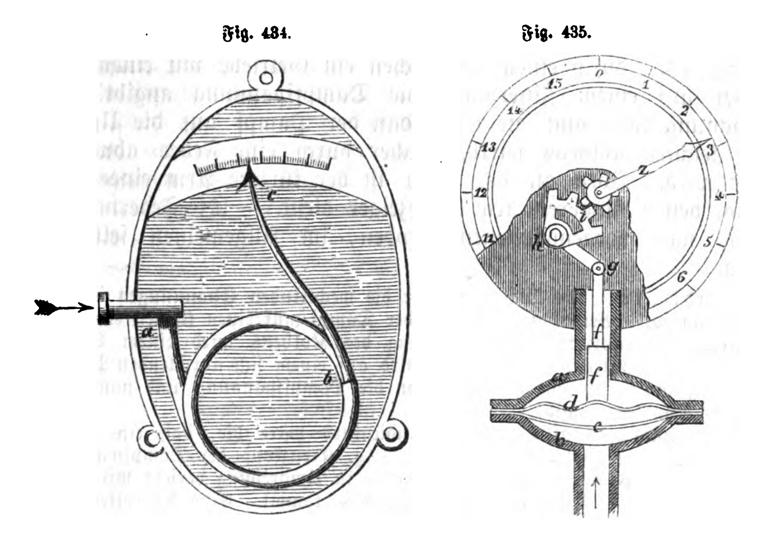


Fig. 434. Fig. 435.

Bei dem durch Fig. 435 dargestellten Schäffer-Budenberg'schen Manometer tritt der Dampf in eine durch zwei Schalen *a* und *b* gebildete Büchse ein, deren unterer Theil durch eine zwischen beiden Schalen eingeklemmte Kautschukscheibe oder Membrane *c*, sowie durch eine wellenförmig geformte oder gerippte Stahlscheibe *d* abgeschlossen ist. Die Kautschukmembrane hat bloß den Zweck, die Berührung des Dampfes oder vielmehr des daraus entstandenen Condensationswassers mit der Stahlplatte zu verhüten.

Bei wachsendem Druck des Dampfes, d. h. wenn dessen Spannung größer als der Atmosphärendruck ist, wird nun die Stahl- sammt der Kautschukmembrane in die Höhe gedrückt. Die hiebei ausgeübte Pression wird durch eine Stange *f* auf den Winkelhebel *ghi* fortgepflanzt. Der eine Arm dieses Hebels ist mit einem gezahnten Bogenstück *i* versehen, welches in ein Getriebe eingreift und dieses sammt einem mit demselben verbundenen Zeiger *z* in Drehung versetzt. Der Zeiger *z* gibt alsdann auf einem Zifferblatt die Dampfspannung an.

Bei Ducomet's Manometer tritt der Dampf in eine Blechkapsel, auf deren Oberfläche sich ein Knopf stützt, der durch eine herzförmig gekrümmte Feder niedergehalten wird. Von dem tiefsten Punkte der Feder geht eine Lenkstange an eine Kurbel oder gekröpfte Achse, mit welcher ein Zeiger verbunden ist. Bei der durch den Dampf bewirkten Ausdehnung der Kapsel wird die Feder und die Lenkstange aufwärts gedrückt und dadurch der Zeiger in Umdrehung versetzt.

Für Hochdruckdämpfe und namentlich bei Lokomotiven und Lokomobilen (s. unten Lokomotive) wendet man häufig auch s. g. Federmanometer an. Bei diesen Instrumenten drückt der Dampf mittelst einer angebrachten, in einem hohlen Cylinder beweglichen Platte auf

eine Feder. Diese bewegt einen Winkelhebel und letzterer ähnlich wie in Fig. 435, durch einen Zahnrechen ein Getriebe mit einem Zeiger, welcher auf einem Zifferblatte die Dampfspannung angibt. — Die Einrichtung kann auch die sein, daß der Dampf auf die Unterfläche eines leichten Kolbens wirkt, welcher durch eine Feder abwärts gedrückt wird. Oben an der Feder ist der kürzere Arm eines Winkelhebels, dessen längerer Arm als Zeiger dient. — Die Federmanometer gehen, nach vorgenommenen Proben, im Allgemeinen selten ganz richtig.

Indicator von Watt, welcher die wechselnden Spannungen im Dampfcylinder angibt. Bei demselben wirkt der Dampf auf einen kleinen Kolben, den eine Feder zurückdrückt. Die Bewegung des Kolbens wird einem Schreibstift mitgetheilt und mittelst dieses Stiftes wird auf einem sich abrollenden Papier eine Linie verzeichnet, die durch ihre Form die Dampfspannung und namentlich die Zu- und Abnahme angibt.

Eine einfache Construction des Indicators wäre die, daß ein durch eine Schnur mit dem Balancier oder dem s. g. Kreuzkopf der Dampfmaschine verbundener, mit Papier umwickelter Cylinder in Umdrehung versetzt wird, so daß auf einen Hub eine Umdrehung des Cylinders kommt. Eine Spiralfeder bringt alsdann den Cylinder jeweils wieder zurück. Der auf dem Cylinder (Papier) gleitende Zeichenstift beschreibt alsdann eine geschlossene, einem Rechteck mehr oder weniger ähnliche Figur, deren Inhalt zugleich auch die bei einem Hub verrichtete Arbeitsgröße angibt.

§. 273.

Durch Ventile läßt sich ebenfalls, wenn auch weniger scharf, die Expansivkraft des Dampfes im Kessel bestimmen. Jedoch wird hierdurch nur das Maximum der Spannung angegeben, d. i. eine solche Spannung, welche der Dampf nicht überschreiten soll und bei welcher sich das Ventil öffnet, damit der Dampf abströmen kann und nicht allenfalls eine Explosion, d. h. ein Zersprengen des Kessels verursacht. Man wendet darum auch die Ventile nur der Sicherheit wegen an und heißt sie deßhalb Sicherheitsventile.

Diese Sicherheitsventile sind am besten bloße ebene Metallplatten, welche durch irgend eine Vorrichtung auf eine röhrenförmige Oeffnung des Dampfkessels angedrückt werden, und welche, wenn gehoben, dem Dampf den Abfluß nach außen gestatten. Es kommt oft auch vor, daß nach innen sich öffnende Ventile bei Dampfkesseln angebracht sind, um Luft von außen in das Innere des Kessels zutreten zu lassen, wenn im Kessel durch Abkühlung ein luftverdünnter Raum eintritt. Man unterscheidet daher äußere und innere Sicherheitsventile, da jene vermöge ihres Zweckes außen am Dampfkessel, letztere aber im Innern desselben angebracht sind.

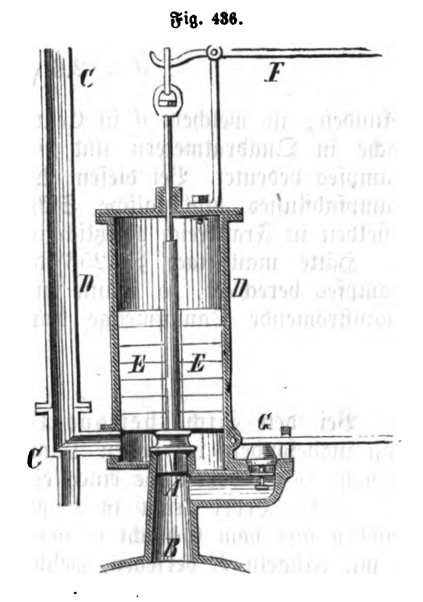
Die äußern Sicherheitsventile sind weitaus die wichtigern; dieselben öffnen sich, wenn die Dampfspannung im Kessel eine bestimmte Grenze überschreitet und ein Zersprengen desselben verursachen könnte, und schließen sich erst dann wieder, wenn so viel Dampf aus-

geströmt ist, daß der zurückgebliebene keinen größern Druck mehr, als für den Zweck nöthig ist, ausübt.

Diese Ventile werden entweder durch Federn oder Gewichte angedrückt; jedoch sind erstere weniger sicher, und werden nur angewendet, wo wegen eintretender Erschütterungen 2c. Gewichte nicht leicht angebracht werden können, wie z. B. bei Lokomotiven. — Die Gewichtsventile sind entweder Ventile mit direkter, oder solche mit Hebelbelastung.

Ein Sicherheitsventil mit direkter Belastung ist das in Fig. 436 abgebildete.

Fig. 436.



A ist das Ventil, welches auf die schmale ringförmige Stirnfläche des auf dem Dampfkessel befestigten Ventilsitzes *B* angedrückt wird; *CC* ist das Dampfableitungsrohr, und *DD* das dem Heizer unzugängliche Ventilgehäuse, in welchem die über die Ventilstange geschobenen Gewichte *EE* sind und das Ventil andrücken; *F* ist ein Hebel zum Lüften und Probiren des Ventils, und endlich *G* ein zweites Ventil, welches vom Heizer geöffnet werden kann. Das unter *CC* befindliche Rohr dient zum Ableiten des condensirten Wassers.

Will man berechnen, welches Gewicht *G* nöthig ist, um das Ventil zuzuhalten, so muß man die Größe der Ventilfläche und die Dampfspannung kennen.

Ist *G* das Gewicht des Ventiles und der Belastung zusammen, *q* der Luftdruck und *p* der Dampfdruck auf die Flächeneinheit, und *d* der Durchmesser der dem Dampfdruck ausgesetzten Ventilfläche, so ist

$$\text{der Luftdruck von außen} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot q;$$

$$\text{der Dampfdruck von innen} = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot p;$$

und folglich die Kraft, mit welcher das Ventil gehoben wird, also das nöthige Gewicht, um zuzuhalten

$$G = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot p - \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot q;$$

oder

$$G = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} (p - q).$$

Wird einmal das Ventil bei eintretender hoher Dampfspannung gehoben, so muß natürlich aller im Kessel gesammelte Dampf ohne Hinderniß abgehen können, und es muß also die Ventilöffnung groß genug sein. Um den Durchmesser der letztern theoretisch berechnen zu können, müßte man nun das in einer bestimmten Zeit erzeugte Dampfquantum und die Geschwindigkeit kennen, mit welcher Dampf von irgend einer Spannung ausströmt. Da nun aber, wie weiter unten noch gesagt wird, das zu erzeugende Dampfquantum von der Größe der Heizfläche, und die Ausflußgeschwindigkeit von der jeweiligen Dampfspannung abhängt, so hat man durch Erfahrung für den Ventildurchmesser den Werth

$$d = 2{,}6 \sqrt{\frac{F}{n - 0{,}412}}$$

gefunden, in welchem d in Centimetern ausgedrückt ist, F die Heizfläche in Quadratmetern und n die Anzahl Atmosphärendrücke des Dampfes bedeutet. Bei diesem Werth von d hat man hinsichtlich des Dampfabflusses hinlängliche Sicherheit, und es ist die Einhaltung desselben in Frankreich gesetzlich vorgeschrieben.

Hätte man nach §. 253 die Geschwindigkeit des abblasenden Dampfes berechnet, so könnte man für eine gegebene per Sekunde auszuströmende Dampfmenge den Durchmesser d ebenfalls berechnen.

§. 274.

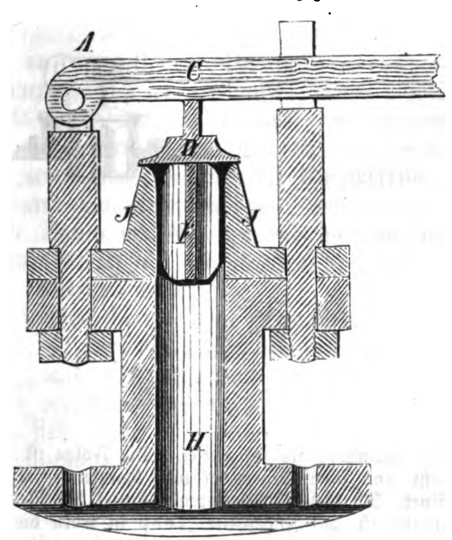
Bei den Sicherheitsventilen mit Hebelbelastung, welche man insbesondere bei hohen Dampfspannungen anwendet, hängt das Gewicht G an dem Ende eines einarmigen Hebels AB, Fig. 437.

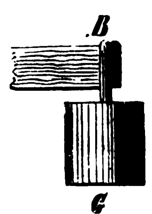
Dieser Hebel trägt in C das Ventil D, welches vom Dampf gehoben und vom Gewicht G herabgedrückt wird. Die Ventilplatte D ist mit Flügeln F versehen, welche zur senkrechten Führung des Ventils im Ventilsitze JJ dienen. Letzterer ist mit dem auf dem Dampfkessel aufgeschraubten Ventilgehäuse H verbunden.

Anmerkung. Die schmale, ringförmige Berührungsfläche zwischen Ventil und Ventilsitz ist hier in der Zeichnung deutlich zu bemerken. Es ist eine so geringe Breite der Berührungsfläche wegen des leichtern Oeffnens bei gefahrbringenden Dampfspannungen nöthig, und es bestehen darüber — der allgemeinen Sicherheit wegen — sogar gesetzliche Bestimmungen. So soll nach französischen Verordnungen bei Ventilen, deren innerer Durchmesser weniger als 30 mm ist, fragliche Breite nur 1 mm betragen; bei einem Ventildurchmesser von 30 und mehr mm aber darf die Breite der Berührungsfläche den dreißigsten Theil des Durchmessers nicht übersteigen.

Ist s die Entfernung des Schwerpunktes des unbelasteten Hebelventils vom Drehpunkte A, und Q sein Gewicht; bezeichnen ferner a und b die Entfernungen des Ventils und des Aufhängepunktes für das Gewicht G von obigem Drehpunkte A, und haben endlich d, p und q die obige Bedeutung, so ergibt sich für's Gleichgewicht:

Fig. 437.





$$\frac{\pi d^2}{4}(p - q)\, a = G\,.\,b + Q\,.\,s;$$

also
$$G = \frac{\frac{\pi d^2}{4}(p - q)\, a - Q : s}{b}.$$

Statt den Schwerpunkt des Hebelventils aufzusuchen, reduzire man kürzer das eigene Gewicht desselben nach §. 46 auf den Aufhängepunkt B und addire das reduzirte Gewicht zu dem in B aufgehängten Gewichte. Bezeichnet dann G das ganze im Punkte B wirksame Gewicht (sammt Eigengewicht), so hat man einfacher

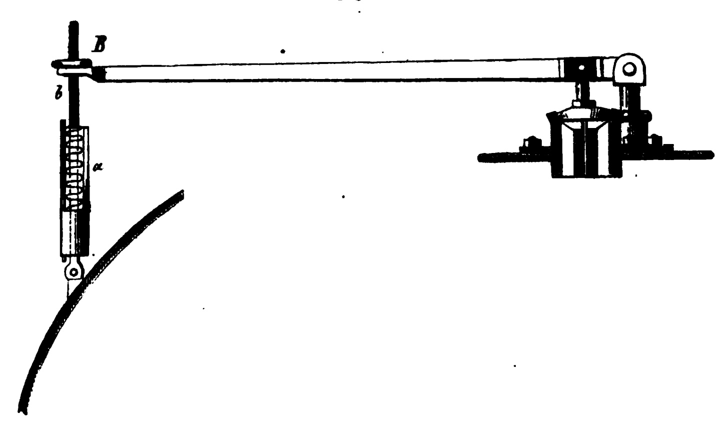
$$\frac{\pi\,.\,d^2}{4}\,.\,(p - q)\, a = G\,.\,b,$$

und folglich
$$G = \frac{\frac{\pi\,.\,d^2}{4}\,.\,(p - q)\, a}{b}.$$

Bei den Federventilen wird das Ende B des Hebels durch eine Feder a, Fig. 438, abwärts gezogen. Die Feder steht in Verbindung mit einer Schraubenspindel b, welche den Hebel durchdringt und oben mit einer Mutter B versehen ist. Durch das Anziehen dieser Mutter kann das Ventil mehr oder weniger stark angedrückt werden. Gewöhnlich ist die Spindel mit einer Scala versehen.

Nach der Erfahrung erleidet der bei einem abblasenden (offenen) Ventil ausströmende Dampf eine starke Ausdehnung oder Expansion. Die Dampfspannung

Fig. 488.



in den Ventilöffnungen ist also geringer, als im Kessel. Die Folge ist, daß sich das Ventil dann wieder schließt und aber wegen der nun wachsenden Spannung im Kessel sich bald wieder öffnet. Da dieses fortwährende Spiel des Ventils von allerlei Unzuträglichkeiten begleitet ist, hat Ingenieur Jeep in Cöln die Einrichtung vorgeschlagen, daß das bei einem Hebelventil aufzuhängende Gewicht vermittelst einer Rolle auf der Hebelstange aufliegt. Sobald nun das Ventil sich hebt, läuft die Rolle mit dem Gewicht gegen den Stützpunkt des Hebels hin und das Ventil bleibt dann, weil der äußere Druck nun geringer ist, offen. Aus dem Grunde, daß der abströmende Dampf stark expandirt, heben sich die gewöhnlichen Ventile auch nur um ein Geringes und es kann nur wenig Dampf abgehen. Das Sicherheitsventil leistet also seinen eigentlichen Dienst nicht und es kann wegen der Zunahme der Dampfspannung, die nun eintreten muß, leicht die Gefahr eines Zersprengens des Kessels eintreten.

R. Hartmann in Chemnitz schlägt zur Beseitigung dessen vor, dem Ventile, sowie dem Ventilsitze eine glockenförmige Hutform in der Art zu geben, daß sich die Höhlung oder concave Innenseite des Ventils an den gewölbten oder convexen Theil des Ventilsitzes anschließt. Beim Oeffnen des Ventils wirkt nun der abströmende Dampf auf eine verhältnißmäßig große Ventilfläche und verursacht so, daß das Ventil viel höher gehoben wird und auch in dieser Stellung verbleibt.

Schwerbelastete Ventile gewöhnlicher Art, wie solche für hohe Dampfspannungen nöthig sind, haben den Nachtheil, daß sie nur schwer zu handhaben sind und namentlich auch das Abblasen erschweren. Auch werden dabei kleine Körperchen, als Sand ꝛc., wenn sie zwischen die Ventilflächen gelangen, dort eingedrückt und beschädigen dieselben.

A. H. C. Bachmann in Hamburg wendet zur Beseitigung dieses Uebelstandes ein s. g. Doppelventil an. Dasselbe besteht aus zwei durch eine gemeinsame Stange verbundenen Tellern, wovon der obere einen um ein ganz Geringes größern Querschnitt hat, als der untere. Der Dampf tritt zwischen den beiden Tellern, die auf schmalen Ringflächen sitzen, ein und sucht nun den untern Teller abwärts, den obern dagegen aufwärts zu drücken. Die Differenz der Querschnitte macht, daß das Ventil sich öffnen will. Das Ventil hat direkte Belastung, die aber nur klein zu sein braucht.

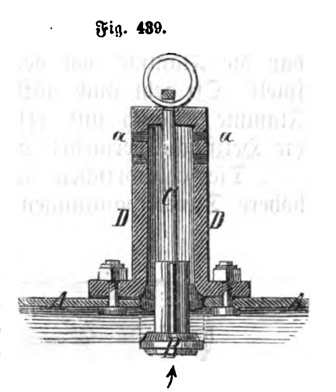
Bei Menard's Sicherheitsventil drückt der Dampf von der obern und untern Seite auf das Ventil. Wächst die Spannung, so schließt ein Nebenventil den Dampfabfluß nach dem obern Theil des Ventiles ab. Dasselbe erleidet also jetzt von unten einen Ueberdruck und muß sich öffnen.

§. 275.

Die innern Ventile oder Luftventile haben den Zweck, der äußeren Luft Zutritt zu verschaffen, wenn durch Abkühlung im Innern des Kessels der Druck des Dampfes vermindert und geringer als der Luftdruck von außen wird. Es soll also durch diese Ventile der Gefahr des Zerdrückens, welcher der Dampfkessel ausgesetzt ist, wenn in ihm — durch Condensirung des vorhandenen Dampfes — ein luftverdünnter Raum entsteht, begegnet werden, und es sind darum diese Ventile nur bei Kesseln nöthig, welche bloß für eine geringe Dampfspannung construirt sind.

Ein solches Ventil zeigt Fig. 439. *AA* ist der Dampfkessel, *B* das Ventil, *C* der oben mit einem Ringe zum Anfassen versehene Ventilstiel, und *DD* das mit den Luftlöchern *aa* versehene Ventilgehäuse.

Fig. 439.



Man sieht leicht ein, daß, wenn die Dampfspannung im Kessel nur um Weniges oder gar nicht stärker ist, als der von außen stattfindende Luftdruck, das Ventil vermöge seines eigenen Gewichts schon und durch die Atmosphäre herabgedrückt wird, und daß dann Luft in den Kessel strömen kann. Das Ventil bleibt aber, wenn es aufgezogen wird, geschlossen, wenn der auf dasselbe in der Richtung des Pfeiles wirkende Dampfdruck um das Gewicht des Ventils größer ist, als der Luftdruck.

§. 276.

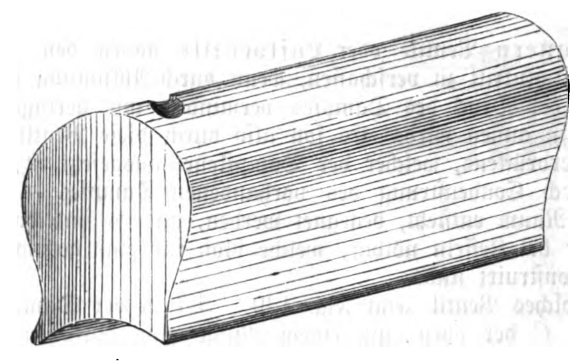
Als wesentlichster Bestandtheil einer Dampfmaschine bleibt nun noch der Dampfkessel übrig, dem in diesem §. eine kurze Betrachtung gewidmet sein soll.

Die Dampfkessel wurden früher meistens aus Kupferblech, oft auch, namentlich kleinere Kessel, aus Gußeisen und Messing verfertigt, jetzt aber werden dieselben fast ausschließlich aus starkem Eisenblech und häufig auch aus Stahlblech dargestellt. Nur für spezielle Zwecke, wie z. B. zu den Feuerbüchsen der Lokomotiven verwendet man auch noch Kupferblech. Die Kessel erhalten verschiedene Formen, und zwar sollen diese sowohl eine leichte Heizbarkeit ermöglichen, als auch die nöthige Stärke verleihen.

Die gewöhnlichste und einfachste Form der Dampfkessel ist die halbviereckige und die cylindrische.

Nach der ersten Form sind die s. g. Koffer- oder Wagenkessel, Fig. 440, gebildet, welche zur Erzeugung von Dampf von

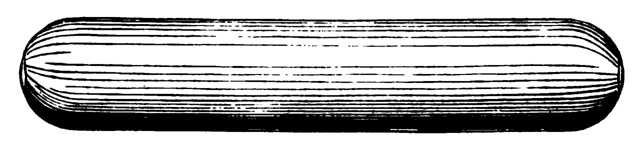
Fig. 440.



nur geringer Spannung gebraucht und von außen so geheizt werden, daß die Flamme von der Unterfläche an den beiden Seiten hinaufspielt. Oft geht auch mitten durch den Kessel eine Röhre, durch welche Flamme, Rauch und erhitzte Luft ziehen können, und wodurch dann die Heizfläche vermehrt wird.

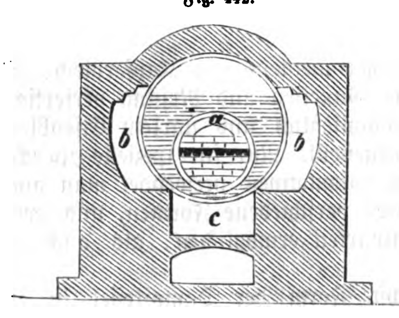
Die cylindrischen oder Walzenkessel, Fig. 441, werden für höhere Dampfspannungen angewendet und werden entweder bloß von

Fig. 441.



außen erhitzt, so daß die Flamme und die bei der Verbrennung entwickelten erhitzten Gase den innen mit Wasser benetzten Theil des Kessels umfließen, oder aber, wo man namentlich an Raum sparen will, wie auf Dampfschiffen, findet die Feuerung in einer im Innern des Kessels angebrachten Röhre *a*, Fig. 442, statt. Flamme und Rauch ziehen durch diese Röhre, umfließen dann noch in gemauerten Zügen *b* und *c* den Kessel von der Seite und Unterfläche.

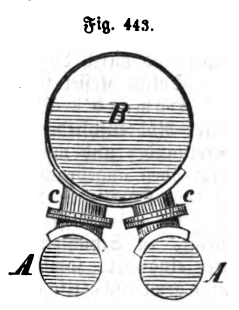
Fig. 442.



Um wo möglich eine große Heizfläche zu erhalten und dabei doch den Dampfkessel möglichst zu schonen, wendet man oft s. g. Sieberöhren *AA*, Fig. 443, an. Diese mit Wasser angefüllten Sieder

werden von der Flamme ganz umspielt, während der eigentliche Dampfkessel *B* dem Feuer weniger ausgesetzt ist. Durch die Röhren *cc* werden dem Kessel die in den Siedern erzeugten Dämpfe zugeführt.

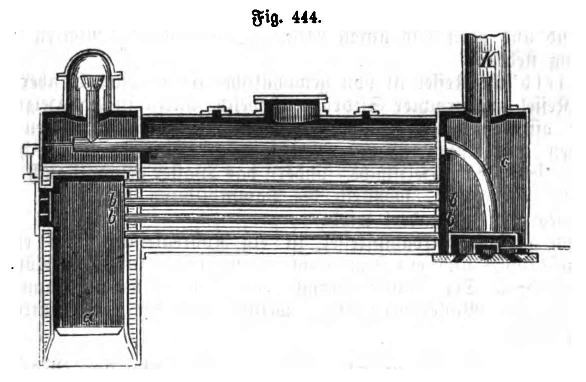
Fig. 443.



Die gewöhnlichen Cylinderkessel mit s. g. Vorwärmern, für welche die Darstellung Fig. 443 auch gilt, unterscheiden sich von vorigen insofern, daß das Feuer den eigentlichen Kessel zuerst und dann erst durch angebrachte Züge die Vorwärmer *AA* bestreicht. Diese Anordnung hat den Vorzug, daß die Vorwärmer nicht so leicht durchbrennen, wie bei den Siedern der ersten Anordnung der Fall ist, bei welcher auch eine Ueberhitzung die gehörige Circulation von Wasser und Dampf stört.

Aus gleichem Grunde, wie bei den eben genannten Kesseln, um nämlich eine große Heizfläche zu erhalten, wendet man auch, namentlich bei Lokomotiven, s. g. Röhrenkessel, Fig. 444, an. Diese sind so construirt, daß der Feuerungsraum *a* ebenfalls im Innern des Kessels selber liegt. Viele, 4½ bis 6 cm weite Röhren *bb* durchziehen den Wasserraum des Kessels und dienen dazu, daß die Verbrennungsgase

Fig. 444.



sammt dem Rauch hindurchströmen und ihre Wärme an das umgebende Wasser abgeben können. Vom Rauchkasten *c* gehen alsdann Rauch und Gase in das Kamin *k* ab. Auch der seine Wirkung vollbracht habende Dampf strömt hier meist durch das Kamin in's Freie, und trägt durch die Geschwindigkeit, mit der er ausströmt, sehr dazu bei, den nöthigen Zug zu unterhalten.

In neuerer Zeit sind statt der genannten verschiedene neue Kesselformen beziehungsweise Kesselsysteme und zwar namentlich für hohe Dampfspannungen zur Anwendung gelangt. Die hiebei eingehaltenen Constructionen gehen darauf hinaus, statt eines einzigen Kessels von großen Dimensionen eine Anzahl an einander gereihter kleiner Kessel von verhältnißmäßig ganz geringer Ausdehnung anzubringen. Man erreicht durch diese Anordnung kleinerer Generatoren nicht nur eine bessere

Ausnutzung des Brennmaterials, sondern ermöglicht auch die Anwendung höher gespannter Dämpfe, ohne dabei die Blechstärken der einzelnen Kesselelemente zu groß nehmen zu müssen. Auch wird dadurch die Gefahr einer Explosion wesentlich vermindert.

Die in der genannten Weise construirten Kessel bestehen in der Regel aus einer Anzahl verbundener Röhren, welche als Wasser- und Dampfraum zugleich dienen und durch die Feuergase von außen erhitzt werden.

Solche Kessel sind:

Howard's Dampfkessel, welcher aus einer Anzahl neben einander aufgestellter Röhrensysteme besteht. Die zu einem System gehörigen Röhren liegen übereinander und münden in aufrecht stehende Sammelröhren, welche den Dampf einem oben angebrachten größeren Rohr zuführen. Unten sind sämmtliche Systeme mit dem Hauptrohr verbunden, in welches das Speisewasser einfließt.

Root's Kessel besteht aus schmiedeisernen Sideröhren, die nach hinten geneigt, in Schichten über einander gelagert und durch kurze Verbindungsstücke unter einander, sowie unten mit einem gemeinschaftlichen Wasser- und oben mit einem gemeinschaftlichen Dampfbehälter mittelst elastischer, besonders dazu fabrizirter Dichtungsringe verbunden sind, welche jedem Rohre, unabhängig von dem andern, eine selbstständige Ausdehnung gestatten.

Belleville's Kessel besteht aus einem System liegender, etwas geneigter Röhren, die an ihrem vorderen und hinteren Ende so miteinander verbunden sind, daß jedes aufwärts gehende System gleichsam ein Schlangenrohr bildet. Unten tritt das Wasser ein, während oben in einem gemeinschaftlichen Rohr sich der Dampf sammelt.

Harrison's Dampfkessel besteht aus einer Anzahl hohler gußeiserner Kugeln, welche durch hohle Hälse mit einander verbunden sind.

Green's Hochdruckkessel besteht aus hohlen Ringen, die hinter einander angebracht sind und oben und unten vermittelst horizontaler Röhren mit einander in Verbindung stehen.

Der Field'sche Kessel ist von gewöhnlicher Form, enthält aber eine Anzahl senkrecht im Kessel angebrachter Siedröhren, welche unten in den Heizraum hineinragen, oben offen und mit Wasser gefüllt sind. In diesen Röhren befindet sich noch ein oben und unten offener röhrenförmiger Einsatz. Dadurch erhält man nicht nur eine sehr große Heizfläche, sondern das Wasser gelangt auch in eine auf- und absteigende Bewegung, wodurch die Dampfbildung begünstigt, die Bildung des Kesselsteines aber verhindert wird.

Perkin's Hochdruckdampfkessel ist ein Röhrenkessel; jedes einzelne Rohr ist für sich geschlossen und mit dem nächsten nur durch kurze eingelöthete Kupferröhrchen verbunden. Der Dampf gelangt dann in ein weites Sammelrohr. Es wird nur destillirtes Wasser verwendet, welches nach der Condensation wieder in den Kessel gelangt.

Prüfung der Dampfkessel, sowie auch der Wasserleitungsröhren, durch hydraulischen Druck (hydraul. Pressen) bei aufgesetztem Manometer. Die Probe wird gewöhnlich bis auf einen Druck gesteigert, der das 2- und 3fache von dem in der That auszuhaltenden ist. In Deutschland werden die Dampfkessel bis 5 Atmosphären auf doppelten Druck probirt; für höhere Spannungen wird immer auf 5 Atmosphären mehr probirt, als der Arbeitsdruck beträgt.

§. 277.

Durch die beim Bau der Dampfkessel eingehaltenen Constructionen will man, wie schon bemerkt, vorzugsweise die Verdampfung möglichst

beschleunigen. Die Verdampfung wird aber, wie natürlich, mit der Größe der Heizfläche zunehmen; vergrößert man also diese, so ist auch eine vermehrte Dampfbildung die Folge davon. Immerhin muß aber Sorge getragen werden, daß kein Theil des Kessels dem Feuer ausgesetzt ist, dessen Innenwand nicht vom Wasser bespült wird. Das Wasser selber darf aber den ganzen Kessel, wenn dieser von gewöhnlicher Form ist, nicht füllen, da hinlänglicher Raum für die erzeugten Dämpfe vorhanden sein muß. Nach den aus vielfacher Erfahrung abgeleiteten Regeln sollen die Dampfkessel etwa auf $^2/_3 = 0,6$ ihres Fassungsraumes mit Wasser angefüllt sein. Der noch übrigbleibende Dampfraum soll alsdann immerhin noch 10 bis 12mal so groß sein, als der Cubikinhalt des bei einem Kolbenhube ausgeströmten Dampfquantums. Um stets beobachten zu können, ob der genannte richtige Wasserstand im Kessel vorhanden ist, und um den Zufluß des gerade nöthigen Speisewasserquantums zu reguliren, bedient man sich der **Hähne** und eines unten §. 280 beschriebenen s. g. **Schwimmers**.

Nach Obigem kann nun bei den gewöhnlichen Koffer- und Walzenkesseln ungefähr die Hälfte der ganzen Kesseloberfläche, bei Kesseln mit Siederöhren aber $^2/_3$ der gesammten Oberflächen als **Heizfläche** angenommen werden.

Der Erfahrung gemäß ist, um per Minute 1 kg Dampf zu erzeugen, bei gewöhnlichen Kesseln eine Heizfläche von 2,5 bis 3 □m erforderlich, wonach 1 □m Heizfläche per Stunde 20 bis 24 kg Dampf erzeugen kann.

Bei den im Innern mit längern gewundenen Zügen versehenen Dampfschiff- und bei den Röhrenkesseln ist die Dampfproduktion eine viel größere, und beträgt bei erstern per Quatratmeter in einer Stunde 30 bis 35 und bei den Röhrenkesseln sogar 100 bis 130 kg.

Man berechnet auch per **Pferdekraft** eine Heizfläche:

Für Hochdruckmaschinen mit Condensation 1,3 □m,
" " ohne " 1,6 "
" Niederdruckmaschinen 1,5 "

und zwar, wenn die direkte Heizfläche wenigstens die Hälfte der totalen ist.

§. 278.

Wie bemerkt worden ist, darf die Flamme keinen Theil des Kessels bestreichen, der innen nicht mit Wasser benetzt ist, da sonst die betreffende Wandstelle ins Glühen kommt und verbrennt. Ein Glühendwerden der Kesselwand muß aber dann den Dampf, der mit derselben in Berührung ist, auf eine so hohe Spannung bringen, daß durch dessen plötzliche bedeutende Ausdehnung der Kessel zerrissen werden und eine Explosion erfolgen kann. Ein Glühen und Durchbrennen des Kessels kann auch am Boden eintreten, wenn sich aus den Niederschlägen des

Speisewassers, welches meist allerlei mineralische und oft auch organische Stoffe mit sich führt, eine Kruste, der s. g. Kesselstein, gebildet hat. Löst sich einmal diese Kruste los, und kommt Wasser mit der glühenden Stelle in Berührung, so tritt eine plötzliche und heftige Dampfbildung ein, welche ebenfalls eine Dampfkessel-Explosion zur Folge haben kann.

Als Ursachen der vorkommenden Explosionen sind aber außer den genannten noch anzuführen: die Abnützung und Formveränderung der Kessel, eine fehlerhafte Beschaffenheit derselben, schlechtes Material, mangelhafte Bedienung, sowie hauptsächlich aber eine plötzliche Dampfentwickelung.

Nach einer Meinung hat das Glühendwerden der Kesselwände die nämliche Folge, die man bei dem s. g. Leidenfrost'schen physikalischen Versuch sieht; es findet nämlich, wenn die Kesselwand glühend ist, keine Berührung des Wassers, das gleichsam zurückgestoßen wird, statt und folglich gelangt das Wasser dort auch nicht zur Verdampfung. Sobald aber eine Abkühlung erfolgt, sei es durch Nachlassen des Feuers oder durch Einpumpen von kaltem Wasser, so tritt eine Berührung des Wassers mit der Kesselwand, damit eine plötzliche Dampfbildung und in Folge davon eine Explosion ein.

Eine plötzliche Dampfbildung entsteht, außer in den genannten Fällen, auch in Folge s. g. Siedeverzüge. Solche Siedeverzüge und eine Ueberhitzung des Wassers treten hauptsächlich ein, wenn sich im Kessel durch längeres Kochen luftfreies Wasser angesammelt hat, oder wenn dieses mit einer Fettlage bedeckt ist. Solches Wasser kann sich nämlich, wenn die Maschine abgestellt ist, bedeutend über den Siedepunkt erhitzen, ohne zu verdampfen. Eine Erschütterung, das Oeffnen der Sicherheitsventile, der Bruch des Wasserstandzeigers, sowie eine plötzliche Ingangsetzung der Maschine muß dann eine plötzliche, der im Wasser aufgespeicherten Wärmemenge entsprechende Dampfbildung zur Folge haben, wobei das Wasser in eine stürmische, stoßweise Bewegung versetzt und gegen die Kesselwände geschleudert wird. Zu den Ursachen, welche eine Druckabnahme über dem Wasserspiegel und darum eine augenblickliche Dampfbildung zur Folge haben, können auch die Temperaturunterschiede des frisch zugeführten Speisewassers und des im Kessel schon vorhandenen Wassers gezählt werden, die beim Speisen mit gewöhnlichen Pumpen leicht eintreten können. Bei Anwendung des Injecteurs sind diese Temperatur- und Spannungsdifferenzen nicht bedeutend und ist dies ein Vorzug desselben.

Manche wollen die Kesselexplosionen auch schwefelhaltigen Steinkohlen zuschreiben, die zur Feuerung verwendet werden. Die hiebei sich bildende freie Schwefelsäure soll die Kessel angreifen.

R. Wabner hält die in den Feuerkanälen angesammelten brennbaren Gase als Ursache mancher Explosionen, da diese mit atmosphärischer Luft explosible Gemische bilden.

§. 279.

Um den Gefahren zu begegnen, welche eine Kesselsteinbildung zur Folge haben kann, ist öfteres Reinigen des Kessels nöthig, das in kürzern oder längern Zeitabschnitten zu geschehen hat, je nachdem das Speisewasser mehr oder weniger mineralische ꝛc. Theile mit sich führt. Man sucht auch die Bildung des Kesselsteins zu verhindern, indem man Mittel anwendet, welche die mitgeführten Stoffe im Wasser aufgelöst erhalten. Als solche Mittel werden empfohlen: Kartoffeln, Cichorienwurzeln, Stärkezucker, Dextrinsyrup, sodann namentlich gerbstoffhaltige Körper, als: Eichenholzstücke oder Sägmehl von Eichenholz, Gerberlohe, Mahagonyholz und Tormentillwurzel, ferner Gemenge aus gerbstoffhaltigen Substanzen mit Pottasche, Soda und Kochsalz. Auch sollen Zinkspähne und größere Stücke Zink die Bildung des Kesselsteins verhüten. — Bei gypsführendem Wasser wird Chlorbarium, gelöst in Salzsäure, mit gutem Erfolg angewendet.

Als Mittel, welche ein Ablagern der aus dem Wasser ausgeschiedenen Stoffe im verhärteten Zustande verhindern sollen, wird dann auch der Anstrich der Innenwand des Kessels mit fettigen Stoffen, so namentlich mit Gemengen aus Talg und Graphit, Talg und Holzkohle, oder aus Holzasche mit Holzkohle, Theer und Stearin empfohlen. Fettstoffe wirken übrigens nachtheilig auf den Kessel ein und vermindern auch die Wärmeleitung und folglich die Verdampfung.

Die Festsetzung des Kesselsteins soll auch durch Thon, Seifenschiefer und Talgpulver verhindert werden. Diese Stoffe wirken aber schlammbildend.

In anderer Weise dienen zur Verhinderung der Kesselsteinbildung die mechanisch wirkenden Schlammsammler. Es sind dies Einlagen oder Gefäße von Blech, auf welchen das darüber fließende Speisewasser die mitgeführten festen Stoffe ablagert.

Dahin gehören die s. g. Antiinkrustatoren von Schmitz, Popper, Wohnlich, Bender ꝛc. Diese bestehen aus gekrümmten Blechstreifen, welche dachziegelartig über einander im Kessel liegen und gleichsam einen zweiten Kesselboden bilden, oder, wie bei Popper, halbcylindrische, auf Füßchen stehende Mulden bilden, welche mit Schottersteinen beschwert sind und durch welche senkrechte, oben und unten offene trichterförmige Rohransätze gehen; der entwickelte Dampf strömt alsdann gleichsam durch eine düsenförmige Oeffnung mit vermehrter Geschwindigkeit aus und reißt das Wasser und Kesselsteinsplitter mit. Beim Wohnlich'schen Apparat wird das eingeführte Wasser im Innern eines im Kessel befindlichen Gefäßes in einer schraubenförmig gebildeten Rinne nach unten geführt, geräth hiebei ins Verdampfen und setzt unterdessen die mitgeführten festen Stoffe ab. Bei der Bender'schen Vorrichtung fällt das Wasser auf ein System von Tellern, die im Verdampfungsraum angebracht sind.

Alle die genannten Mittel und Vorkehrungen gegen die Bildung des Kesselsteins vermögen aber dem Uebelstand einer solchen Bildung nur theilweise zu begegnen. Das allein richtige und sichere Mittel hiegegen besteht in der Reinigung des Speisewassers, bevor es in den Kessel kommt.

Das Speisewasser soll zu dem Ende mit entsprechenden Mitteln gemischt werden, welche die im Wasser gelösten, den Kesselstein bildenden Substanzen fällen. Als das beste Mittel hiefür soll Kalkmilch mit Chlorbarium dienen, wodurch sowohl kohlensaurer als schwefelsaurer Kalk (Gyps), als auch kohlensaures Eisen gefällt wird. Nach Umständen ist nöthig, daß vorher noch das Wasser in besondern Behältern durch Hobelspähne, Coaksstückchen ꝛc. filtrirt wird*).

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Wie schwer muß das Ventil, Fig. 436, sammt Belastung sein, um bei einer Dampfspannung, die mehr als $1^1/_2$ Atmosphären ist, sich zu öffnen, wenn der Ventildurchmesser 5 cm beträgt?

Auflösung. Nach §. 273 ist $G = \frac{d^2\pi}{4}(p - q)$; folglich, da per 1 □cm $q = 1{,}0336$ kg, und $p = 1^1/_2 \,.\, 1{,}0336$ kg, also $p - q = 0{,}5168$ kg ist, erhält man

$$G = \frac{25 \,.\, 3{,}14}{4} \,.\, 0{,}5168 = 10{,}14 \text{ kg.}$$

2te Aufgabe. Bei welcher Dampfspannung öffnet sich das Sicherheitsventil Fig. 437, wenn dessen Durchmesser $d = 6$ cm und $G = 10$ kg ist, wobei das auf den Aufhängepunkt reduzirte Ventilgewicht eingerechnet wurde und wenn die Entfernungen $a = 7$ und $b = 60$ cm sind?

Auflösung. Nach §. 274 ist:

$$10 = \frac{\frac{3{,}14 \,.\, 36}{4}(p - 1{,}0336) \,.\, 7}{60},$$

folglich $$600 = 197{,}82\,(p - 1{,}0336);$$
somit $$197{,}82\,p = 600 + 197{,}82 \,.\, 1{,}0336,$$
d. i. $$197{,}82\,p = 600 + 204{,}5 = 804{,}5,$$
und $$p = \frac{804{,}5}{197{,}82} = 4{,}066 \text{ kg.}$$

Der Druck des Dampfes auf 1 □cm müßte also 4,066 kg betragen und das Ventil sich bei einer Dampfspannung von $\frac{4{,}066}{1{,}0336}$ = nahe 4 Atmosphären öffnen.

3te Aufgabe. Der in Fig. 441 dargestellte Walzenkessel sei an seinem cylindrischen Theile 5,4 m lang und 1,2 m weit, und es soll in selbigem Dampf von 3 Atmosphären erzeugt werden; welchen Durchmesser soll das Sicherheitsventil erhalten?

Auflösung. Nach §. 273 muß der Durchmesser

$$d = 2{,}6\sqrt{\frac{F}{n - 0{,}414}} \text{ cm}$$

*) Ueber Kesselsteinbildung und deren Verhütung vergl. Dingler, polyt. Journal, Bd. 220.

groß gemacht werden, wenn F die in Quadratmetern ausgedrückte Heizfläche bezeichnet.

Die ganze Oberfläche des Kessels besteht nun aus der Cylinderfläche und zwei Halbkugelflächen.

Die Cylinderfläche ist $= d \,.\, \pi \,.\, h = 1{,}2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 5{,}4 = 20{,}35$ □m.
Der Inhalt der beiden Halbkugelflächen ist $= 4 \,.\, r^2 \,.\, \pi = 4 \,.\, 0{,}36 \,.\, 3{,}14 = 4{,}52$ □m.

Daher beträgt die Gesammtoberfläche des Kessels $20{,}35 + 4{,}52 = 24{,}87$ □m.

Hievon muß nach §. 277 die Hälfte als Heizfläche angenommen werden, und es ist also $F = 12{,}44$ □m.

Somit, weil $n = 3$ ist, hat man

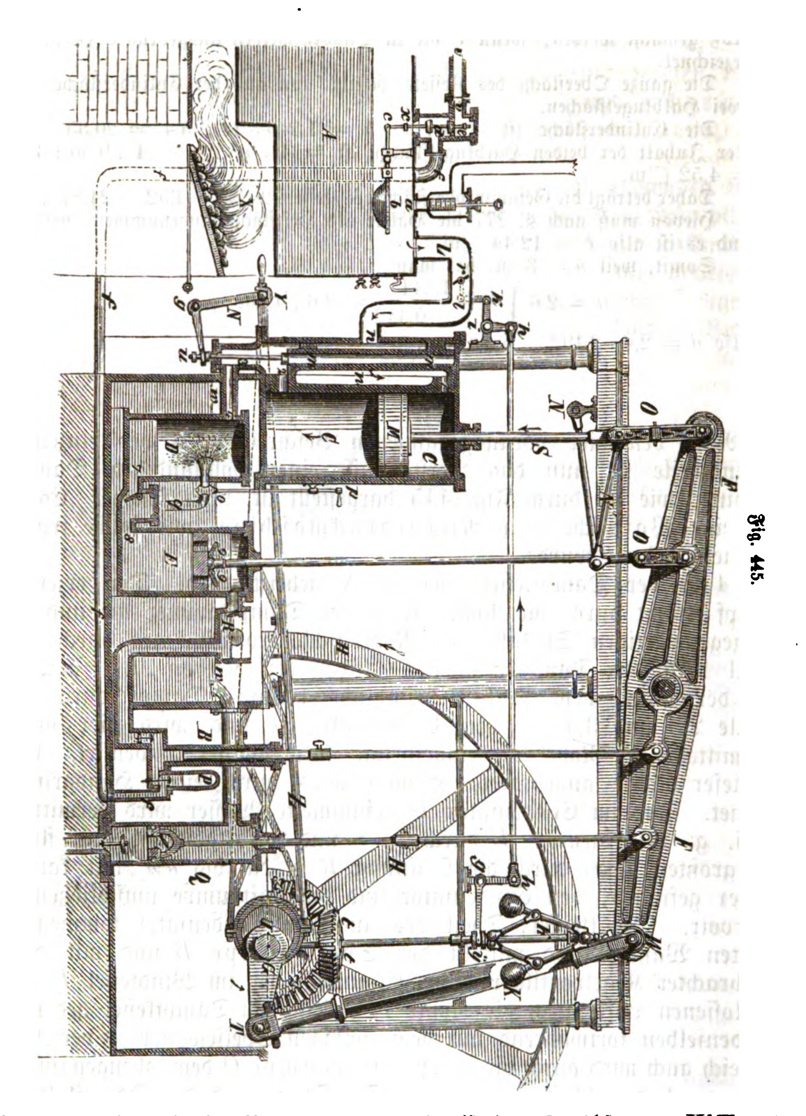
$$d = 2{,}6 \sqrt{\frac{12{,}44}{3 - 0{,}412}} = 2{,}6 \sqrt{4{,}8068};$$

also $d = 2{,}6 \,.\, 2{,}192 = 5{,}699$ cm.

§. 280.

Nach den hier vorausgegangenen Beschreibungen der einzelnen Bestandtheile ist nun das Verständniß einer vollständigen Dampfmaschine, wie sie durch Fig. 445 dargestellt ist, nicht schwer. Es ist dies eine Watt'sche s. g. Niederdruckmaschine, wie solche früher allgemein gebaut wurde.

A ist der Dampfkessel, der in X geheizt wird. Der erzeugte Dampf strömt durch die Röhre L in die Dampfkammer nn und bei der gegenwärtigen Stellung des Röhrenschieberventils mm durch den Kanal 1 in den Dampfcylinder CC über den Kolben M. Zugleich geht der unter dem Kolben befindliche benutzte Dampf durch die Kanäle 2,3 und 3,4 in den Condensator D und wird hier durch das mittelst der Röhre oq eingespritzte kalte Wasser condensirt. Ein an dieser Röhre angebrachter Hahn o wird durch einen Handgriff p geöffnet. Das im Condensator D gesammelte Wasser wird vermittelst der s. g. Luftpumpe E durch 7, 8 und 9 fortgeschafft und fließt zum größten Theil durch die Oeffnung R in ein bis ww mit kaltem Wasser gefülltes, den Condensator und die Luftpumpe umschließendes Reservoir. Der kleinere Theil des aus dem Condensator kommenden erhitzten Wassers wird mittelst der Speisepumpe B und mit Hilfe angebrachter Kegelventile und der Elasticität der im Windkessel P eingeschlossenen Luft durch die Röhre $f \,.\,.\, f$ in den Dampfkessel gedrückt, um denselben fortwährend mit dem nöthigen Speisewasser zu versehen. Zugleich auch wird durch die Kaltwasserpumpe Q dem obengenannten Reservoir kaltes Wasser zugeführt. Die Stangen S des Dampfkolbens und des Luftpumpenkolbens bewegen sich luftdicht in mit Liederungen versehenen Stopfbüchsen und sind an ihrem obern Ende mit dem früher erklärten Parallelogramme OON' und durch dieses mit dem Balancier FF verbunden. Die Kolbenstangen für die Speisepumpe und die Kaltwasserpumpe sind anderseits des Drehungs- oder Schwingungspunktes mit dem Balancier FF in Verbindung gebracht. Wie dieser seine, durch die veränderte Stellung des Dampfkolbens M bewirkte


Fig. 445.

hin- und hergehende Bewegung vermittelst der Treibstange *WT* und der Kurbel *GT* auf das Schwungrad *HH*, und von der Welle des letztern auf beliebige Arbeitsmaschinen überträgt, ist oben schon auseinandergesetzt worden.

Um nun das sich selbst regierende Spiel der Maschine zu verstehen, bemerke man, daß auf der Kurbel- oder Schwungradwelle *G* eine excentrische Kreisscheibe *U*, deren Mittelpunkt nach der Figur

jetzt links neben G ist, festsitzt. Um dies Excentrik geht ein loses eisernes Halsband, an welchem die Excentrik- oder Schubstange ZY befestigt ist. Beim Umdrehen der Schwungradwelle G wird nun der Mittelpunkt des Excentriks um den Mittelpunkt der Radwelle sich herumbewegen. Dabei kommt der größere Theil der Scheibe U bald vor, bald hinter das genannte Radwellenmittel zu liegen, und es wird also dadurch das genannte Halsband und mit diesem die Excentrikstange ZY vor- und zurückgeschoben. Das Gestänge ZY ergreift den einen Arm eines Winkelhebels ugN, welcher ferner wieder durch die Stange $u3$ dem Schieberventil die empfangene, wechselnde Bewegung mittheilt. Diese Vorrichtung heißt die Steuerung, und man sieht, wie vermittelst derselben in dem Verhältnisse, wie der Dampfkolben dem einen Ende des Dampfcylinders sich nähert, der Schieber mm seine Stellung ändert und den Dampfzufluß von der entgegengesetzten Seite des Kolbens vermittelt. Soll die Maschine stillstehen, so wird die Schubstange mittelst eines Handgriffs bei Y ausgehängt.

Ein wichtiger Apparat, welcher bis daher noch nicht erklärt wurde, ist noch der s. g. Centrifugalregulator KK, dessen Bestimmung ist, einen fortwährend gleichförmigen Gang der Maschine zu bewirken. Es besteht dieser aus einer vertikalen Stange kt, an welcher unten das Zahngetriebe t angebracht ist, welches von dem mit der Schwungradwelle verbundenen konischen Rade zz in Bewegung gesetzt wird; oben trägt die Stange vermittelst eines in seinen Eckpunkten verschiebbaren Parallelogrammes die beiden Kugeln K. Eine Hülse y, an welcher die zwei untern Seiten des Parallelogrammes, sowie der Winkelhebel hgy befestigt sind, dreht sich frei um die Stange kt. Wenn nun z. B. aus irgend einem Grunde die Geschwindigkeit des Dampfkolbens und also auch die der Schwungradwelle größer als die gewöhnliche werden sollte, so wird auch die Stange kt durch die genannte Räderübersetzung diese größere Geschwindigkeit annehmen, und vermöge der alsdann zur Wirkung gelangenden größern Centrifugalkraft werden die Kugeln K auseinander fliegen und die Hülse y heraufziehen. Dabei dreht sich der Winkelhebel ygh um g, die Stange hh wird in der Richtung des Pfeiles nach links geschoben, und vermittelst eines zweiten Winkelhebels hik wird alsdann der Punkt l herabgedrückt und der Klappe oder dem s. g. Drosselventile r im Dampfrohr eine solche Stellung gegeben, daß weniger Dampf in den Cylinder CC strömen kann und also die treibende Kraft abnimmt. Umgekehrt werden bei abnehmender Geschwindigkeit der Maschine die Kugeln K sich senken, und mittelst der genannten Verbindung wird die Klappe r eine solche Stellung annehmen, daß ein größerer Dampfzufluß aus dem Kessel möglich ist.

Verbesserter Centrifugalregulator. Auf der Hülse y sitzt eine konische Friktionsscheibe und auf der verlängerten Achse derselben unten noch eine solche Scheibe. Je nach der Stellung des Regulators steht nun die obere oder untere

dieser Friktionsscheiben mit einer ähnlichen Scheibe in Berührung, welche die erhaltene Bewegung der Drosselklappe mittheilt. Die Bewegung der letztern Scheibe wird natürlich die umgekehrte, wenn eine andere der erstgenannten Scheiben angreift.

Noch sieht man am Dampfkessel *A* die schon im §. 277 beregte Vorrichtung, deren Zweck ist, dem Kessel fortwährend das gehörige Quantum Wasser zuzuführen. Es ist nämlich *b* ein mit dem zweiarmigen Hebel *cb* verbundener Schwimmer, welcher zugleich durch diesen Hebel mit den Ventilen *e* und *d* in Verbindung gebracht ist. Wenn nun in Folge der Verdampfung der Wasserspiegel im Kessel *A* und damit auch der Schwimmer *b* sich senken sollte, so werden die Ventile *e* und *d* gehoben, die Oeffnung *x* wird frei, und es kann das durch die Röhre *fff* zugeführte Speisewasser eintreten. Ist aber die Verdampfung eine geringe, so daß der Wasserspiegel im Dampfkessel steigt, so wird durch das abwärts gezogene Ventil *de* die Oeffnung *x* geschlossen, und es muß das aus *f . . f* zuströmende Wasser durch die Röhre *vv* ins Freie abgehen. Um sich vom richtigen Verhältniß zwischen Wasser- und Dampfraum im Kessel zu überzeugen, sind an letzterem noch zwei Hähne angebracht, wovon der obere beim Oeffnen immer Dampf, der untere aber Wasser geben soll. Auch ist in der Regel noch ein gläserner Wasserstandzeiger vorhanden, welcher den jeweiligen Wasserstand im Kessel sichtbar macht. Ueber den Hähnen bemerkt man in der Zeichnung noch ein Manometer und in *a* ein Sicherheitsventil *).

Da überall, wo die Bewegung des Steuerungsschiebers durch eine excentrische Scheibe regulirt wird, die Bewegung des Schiebers eine allmälige, successive ist, während doch der Wechsel im Einströmen des Dampfes bei je der tiefsten und höchsten Lage des Kolbens ein plötzlicher sein soll und kein theilweises Abschließen eintreten darf, so sind, wie oben schon bemerkt worden ist, die Oeffnungen für den Dampfzufluß in der Richtung des Schieberweges nur sehr schmal, dagegen in der auf die Schieberbahn rechtwinkeligen Richtung von größerer Breite. Der Schieber macht also den größern Theil seines Weges, ohne daß dies auf das Schließen und Oeffnen der genannten Oeffnungen Einfluß hat, und nur am Anfange und Ende eines Schieberweges öffnet und schließt sich der Zufluß für den Cylinder und zwar wegen den geringen Dimensionen der Oeffnungen in der bezüglichen Richtung fast augenblicklich. — Noch ist zu bemerken, daß man die Einrichtung trifft, daß der Steuerungsschieber den Dampfzuflußweg einerseits schon zu öffnen anfängt, ehe der Kolben am Ende des entgegengesetzten Hubes angekommen ist, und daß man anderseits in der Richtung der Kolbenbewegung den Dampfzufluß abschließt und hingegen

---

*) Speiseruser von Schäffer und Budenberg. Ein Regelventil ist mit einem Schwimmer versehen, bei dessen Herabgehen, also bei eintretendem Wassermangel, der ausströmende Dampf eine Dampfpfeife (s. §. 285) in Thätigkeit setzt. Sehr einfach und sinnreich.

den Dampfabführungsweg öffnet. Man nennt dieses das Voreilen des Schiebers, und erreicht dadurch, daß der Dampf sogleich bei Beginn der entgegengesetzten Kolbenbewegung mit voller Kraft, also im Ganzen gleichmäßiger wirkt. Auch wird dadurch den, bei einem andern Schieberwechsel eintretenden Stößen vorgebeugt, da der auf die besagte Weise abgeschlossene, oder der vor Ende eines Hubes schon gegen den Kolben tretende Dampf durch seine Elasticität diese Stöße aufhebt. Dieses Voreilen, welches durch die Dimensionen des Schiebers 2c., sowie die Stellung des Excentriks erreicht wird, soll auf der Seite des Dampfzuflusses $^1/_{100}$ bis $^1/_{50}$, hingegen auf der Seite des Dampfabflusses $^1/_{25}$ bis $^1/_{15}$ des ganzen Schieberweges betragen.

Noch wäre zu bemerken, daß die Bewegung des Kolbens keine gleichförmige ist, denn die Schwungradwelle bewegt sich durch Vermittelung des Schwungrades gleichförmig. Wenn die Kurbelbewegung aber eine gleichförmige ist, so kann die Bewegung des Kolbens, wie man leicht einsehen kann, es nicht, sondern sie muß am Anfange und Ende des Hubes etwas verzögert sein.

§. 281.

Nachdem im vorigen §. eine vollständige Dampfmaschine erklärt wurde, so daß bei deren Verständniß das Spiel jeder andern Dampfmaschine leicht eingesehen werden kann, soll nur noch kurz angegeben und durch bildliche Darstellung erläutert werden, nach welchen Systemen man die zu verschiedenen Zwecken dienlichen Dampfmaschinen baut.

Alle Arten von Dampfmaschinen lassen sich in zwei Hauptsysteme bringen, nämlich in

1) einfach wirkende und
2) doppelt wirkende Dampfmaschinen,

wovon jedes System wieder seine besondern Unterarten hat.

Einfach wirkende Dampfmaschinen sind solche, bei welchen der Dampf den Kolben nur nach einer Seite treibt. Diese Art Dampfmaschinen zerfällt wieder:

a) in s. g. atmosphärische Dampfmaschinen, und
b) in Dampfmaschinen mit Gegengewicht.

Eine atmosphärische Dampfmaschine ist die oben im §. 260 erklärte Newcomen'sche Maschine. Bei dieser treibt der Dampf den Kolben in die Höhe, hernach wird der Dampf condensirt, und der Kolben, weil unter ihm nun ein luftleerer Raum ist, durch den Atmosphärendruck abwärts getrieben.

Eine einfach wirkende Maschine mit Gegengewicht hat Watt zuerst construirt. Bei dieser tritt der Dampf bloß über den Kolben; ist dieser durch den Dampfdruck bis zum untern Ende des Cylinders getrieben worden, so setzt man durch ein Rohr und vermittelst eines Hahnes die beiden Theile des Cylinders über und

unter dem Kolben in Verbindung, so daß der Dampf nun auch unter den Kolben tritt und dieser von beiden Seiten gleich stark gedrückt wird. Ein am Balancier wirkendes Gegengewicht zieht dann den Kolben wieder in die Höhe; das Spiel der Maschine selber ist ähnlich dem der Newcomen'schen Maschine.

Diese beiden Arten einfach wirkender Maschinen geben, wie leicht begreiflich, keinen bedeutenden Effekt und werden nur noch in Bergwerken und dort nur noch selten zum Treiben von Wasserpumpen verwendet.

Viel vortheilhafter wirken die Dampfmaschinen des zweiten Systems, die doppelt wirkenden Maschinen, welche man wieder in folgende drei Klassen bringt:

a) Niederdruck-,
b) Mitteldruck- und
c) Hochdruckmaschinen.

Die Unterscheidung dieser Maschinen ist nach der niedrigeren oder höheren Spannung des Dampfes, den dieselben verbrauchen, gemacht.

Bei den Niederdruckmaschinen hat der Dampf eine Spannung von höchstens $1^{1}/_{2}$ Atmosphären. Gewöhnlich ist die Temperatur des für diese Maschinen erforderlichen Dampfes 105° C., welcher nach §. 249 eine Dampfspannung von $1^{1}/_{5}$ Atmosphären entspricht. Bei den Mitteldruckmaschinen beträgt die Dampfspannung 2 bis 4 Atmosphären, und bei den Hochdruckmaschinen ist solche 5 und mehr Atmosphären.

§. 282.

Faßt man den Umstand ins Auge, daß bei einer Dampfmaschine der Dampf, wenn er seine Wirkung vollendet hat, entweder in die freie Luft geleitet, oder, wie wir schon oben gesehen, durch kaltes Wasser condensirt wird, so kann man die Dampfmaschinen auch in

Dampfmaschinen ohne Condensation, und in
Dampfmaschinen mit Condensation

unterscheiden.

Bei den Dampfmaschinen ohne Condensation, bei welchen also der verbrauchte Dampf frei in die Luft strömt, drückt immer die Luft auf diejenige Seite des Kolbens, von welcher der Dampf abgeht; es ist also hier immerhin die arbeitende Kraft wenigstens um 1 Atmosphärendruck geringer, als die Dampfkraft selber ist. Bei den Maschinen mit Condensation aber entsteht durch die Condensation auf der betreffenden Seite des Kolbens ein beinahe luftleerer Raum, und es wirkt bei diesen Maschinen, wie weiter unten noch gesagt wird, dem Kolben nur ein geringer Druck, der $^{1}/_{10}$ Atmosphärendruck nicht übersteigt, entgegen.

Da nun die Leistung einer Dampfmaschine, wie natürlich, vom Unterschied der Drücke abhängt, welche auf beiden Seiten des Kolbens

stattfinden, so ist nach dem Gesagten klar, daß eine Maschine mit Condensation immer größere Wirkung hat, als ohne Condensation, und daß überhaupt die Niederdruckmaschinen ohne Condensation kaum oder gar nicht arbeiten könnten.

Es werden darum auch nur Hochdruckmaschinen, d. h. solche mit hoher Dampfspannung, ohne Condensation construirt, und zwar dann, wenn die Herschaffung des Condensationswassers, welches, (vergleiche Aufg. 2, Seite 472) die Menge des Speisewassers um mehr als das Zwanzigfache übersteigt, schwierig und kostspielig ist, wie z. B. bei Lokomotiven. Auch wird durch Weglassung der Condensation der Bau einer Dampfmaschine sehr vereinfacht, was bei den Maschinen, die einer Ortsveränderung unterworfen sind (d. i. bei lokomotiven Maschinen), von Wichtigkeit ist.

Ein wesentlicher Vortheil der Condensation ist noch der, daß — indem man den, insbesondere durch einen Röhrencondensator zu Wasser verdichteten Dampf wieder zum Speisen des Kessels, also das nämliche Wasserquantum fortwährend verwendet — dadurch die Bildung des Kesselsteines verhütet wird. Uebrigens macht man bei Maschinen ohne Condensation einen Theil der von dem abströmenden Dampf mitgeführten bedeutenden Wärmemenge auch so nutzbar, daß man durch Anwendung s. g. Dampfregeneratoren oder Vorwärmer diese Wärmemenge an das Speisewasser abgibt und dieses, ehe es in den Kessel gelangt, schon auf eine ziemlich hohe Temperatur bringt. Hiebei wird entweder der abströmende Dampf durch Röhren geführt, die ein, das Speisewasser enthaltendes Reservoir in vielfachen Windungen durchziehen, in welchem Fall dann der Dampf seine Wärme an das Wasser abgibt. Oder aber der aus der Maschine kommende Dampf wird in ein weites Rohr geführt, welches die Speiseröhre mantelartig umhüllt, wobei dann das durch Letztere strömende Speisewasser ebenfalls erhitzt wird.

§. 283.

Man unterscheidet auch noch

Dampfmaschinen mit Expansion, und

Dampfmaschinen ohne Expansion.

Hat nämlich der Dampfkolben erst einen Theil des Cylinders durchlaufen, und man läßt nun keinen Dampf mehr zuströmen, so wird der Kolben doch seinen Weg fortsetzen bis zum Ende des Cylinders. Denn der im Cylinder eingeschlossene Dampf fängt an, gemäß der früher schon angeführten Eigenschaft aller Gase und Dämpfe, sich auszudehnen oder zu expandiren, wobei seine Spannung freilich immer geringer wird. Der Kolben empfängt darum bis zum Ende seines Hubes einen, aber freilich mit der Ausdehnung des Dampfes abnehmenden Druck. Solche Maschinen, bei welchen diese Expan-

sivkraft des eingeschlossenen oder abgesperrten Dampfes benützt wird, heißen **Expansionsmaschinen.**

Bei den Dampfmaschinen ohne Expansion findet fortwährend Dampfzufluß in den Cylinder statt, und der Dampf behält immer die gleiche Spannung; es geht also bei diesen Maschinen die Arbeit, welche der Dampf durch seine Expansion verrichten könnte, gänzlich verloren. Die Expansionsmaschinen gewähren demnach den Vortheil, daß sie bei gleichem Verbrauch an Brennmaterial eine größere Wirkung haben, als andere Maschinen; ein weiterer Vortheil derselben ist der, daß sie, nach Bedürfniß, bald mit geringerer und bald mit größerer Kraft arbeiten können, wenn nämlich die Dampfabsperrung früher oder später eintritt.

Sowohl Niederdruck-, als Mitteldruck- und Hochdruckmaschinen können Expansionsmaschinen sein. Natürlich aber ist eine größere Expansion, d. h. eine frühzeitig eintretende Absperrung, nur bei Mittel- und namentlich bei Hochdruckdämpfen anwendbar, und gerade darin auch erweist sich der eigentliche Vortheil der Hochdruckdämpfe vor den Niederdruckdämpfen. Denn bei Maschinen ohne Expansion hat der angewendete Hochdruckdampf, einem aus der gleichen Wassermenge dargestellten Niederdruckdampfe gegenüber, keinen weitern namhaften Vortheil im Gefolge, als daß die Kolbenfläche, also die Dimension des Cylinders kleiner ausfällt, und damit auch der Gegendruck geringer wird. Es ist nämlich die mechanische Leistung oder Arbeit des aus der n ä m l i c h e n Wassermenge erzeugten Dampfes von niederer oder höherer Spannung ziemlich gleich. Denn wird z. B. Dampf von 4 Atmosphären, statt Dampf von 1 Atmosphäre angewendet, bezw. erzeugt, so erhielte man aus der gleichen Wassermenge nach §. 251 nahezu v i e r m a l so viel Dampf von 1 Atmosphäre, als von 4 Atmosphären. Dies erfordert eine viermal größere Kolbenfläche, womit dann die nämliche Wirkung erreicht wird, als bei einem viermal stärker drückenden Dampf, der aber auf eine viermal kleinere Kolbenfläche wirkt. Hingegen ist der Gegendruck im erstern Falle freilich viermal größer. Daß der Aufwand an Brennmaterial hierbei der nämliche ist, ist schon gesagt worden.

Die Expansion des Dampfes wird entweder derart benutzt, daß, wie schon gesagt, der im Cylinder a b g e s p e r r t e Dampf den Kolben vollends bis zu Ende des Hubes voranschiebt; oder aber es sind zwei Dampfcylinder so mit einander verbunden, daß in den einen immer frischer Dampf strömt, und dann aber, wenn er hier seine Wirkung vollendet hat, in einen zweiten, größern Cylinder übergeht, und dort durch seine Expansion einen Kolben in gleicher Richtung bewegt. — Dies ist die s. g. W o o l f'sche Expansion, welche durch Fig. 446 versinnlicht wird. Der in a einströmende Dampf treibt den Kolben A abwärts. Der unter A befindliche Dampf entweicht durch bc und drückt den Kolben B ebenfalls abwärts. Nach Beendigung eines

Hubes findet dann umgekehrt ein Abfluß von d nach f statt. — Die Vortheile der Woolf'schen Expansion sind eine gleichförmigere Bewegung der Maschine und darum die Verwendung eines leichtern Schwungrades.

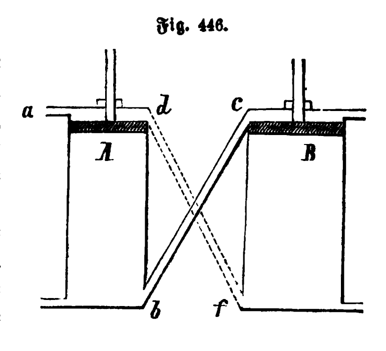


Fig. 446.

Die Anwendungsfähigkeit der Expansion des Dampfes wurde von Watt und dessen Landsmann Hornblower fast gleichzeitig wahrgenommen und in Vorschlag gebracht.

(Ueber eine Abänderung der Woolf'schen Expansion s. unten §. 288.)

§. 284.

Wird endlich noch die Art und Weise unterschieden, auf welche die Dampfmaschinen ihre Wirkungen auf Arbeitsmaschinen übertragen, so kann man sämmtliche Dampfmaschinen in drei Abtheilungen bringen, nämlich:

1) in Dampfmaschinen mit Balancier,
2) in Dampfmaschinen ohne Balancier und mit feststehendem Cylinder, und
3) in Dampfmaschinen ohne Balancier und mit oscillirendem oder schaukelndem Cylinder.

Auch unterscheidet man stationäre (feststehende) von lokomotiven (ortsverändernden) und lokomobilen (Wagen-) Maschinen.

Noch wären die gewöhnlichen Dampfmaschinen zu unterscheiden in stehende und liegende. Gegenwärtig baut man fast allgemein nur Maschinen mit liegender Anordnung und sogenannter Kreuzkopfführung der Kolbenstange. Balanciermaschinen werden kaum noch gebaut; auch die Woolf'sche Expansionsmaschine kommt wenig mehr oder doch nur in neuen Formen vor.

Im Allgemeinen wird jetzt auch eine größere Dampfspannung und folglich auch eine größere Kolbengeschwindigkeit angewendet, als früher, da nämlich die Arbeitsfähigkeit des Dampfes um so vollständiger ausgenützt wird, je höher die Anfangsspannung ist und je mehr der Dampf expandirt. Gewöhnlich arbeiten die neueren Dampfmaschinen mit 4 bis 6, meistens mit 5 Atmosphären Ueberdruck und erreichen eine Kolbengeschwindigkeit von 1,7 bis 2 m per Sekunde.

Dingler's (Zweibrücken) Dampfmaschinen auf der Wiener Ausstellung 1873 arbeiteten mit 10 Atmosphären Spannung und 10facher Expansion und machten 115 bis 130 Touren in der Minute. Hiebei fand eine sehr rasche Absperrung durch sich continuirlich drehende Steuerungshähne statt.

Pallenberg's (Mannheim) Maschine auf der Karlsruher Ausstellung (1877) mit Ventilsteuerung arbeitete auch nur mit $^1/_{10}$ Dampffüllung.

Die wesentliche Verschiedenheit in der Construction der vorgenannten Maschinen und die besondere Art der Bewegungsübertragung ꝛc. wird in den folgenden §§. an einzelnen Beispielen gezeigt.

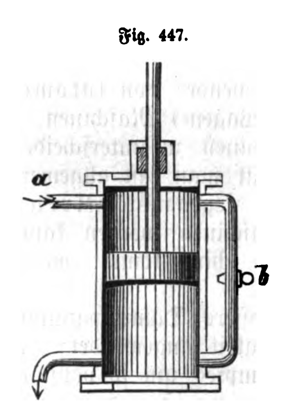
Alle bisher genannten und später noch zu beschreibenden Maschinen sind s. g. Kolbenmaschinen mit hin- und hergehenden Kolben. Man hat aber auch schon Maschinen nach andern Principien construirt; jedoch sind die Leistungen derselben nie so kräftig, wie die der Kolbenmaschinen.

Solche Maschinen sind die s. g. Rotations-Dampfmaschinen, bei welchen der Dampf eine Scheibe oder einen excentrischen Kolben, und damit eine Schwungradwelle in Umdrehung versetzt. Oder es sind dies Reactionsmaschinen, bei welchen, ganz wie bei der schottischen Turbine, eine rotirende Bewegung erzeugt wird. Endlich gibt es noch s. g. hydraulische Dampfmaschinen, ähnlich wie die Savary'sche Maschine, oben Fig. 414.

§. 285.

Die in den letzten §§. erklärten Systeme und Klassen von Dampfmaschinen werden durch die früheren Fig. 415 und 445, sowie durch die folgenden Fig. 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 456, 457, 459, 460, 461, 462 und 463 dargestellt.

Fig. 447.



So stellt Fig. 415, §. 260, eine einfach wirkende s. g. atmosphärische Dampfmaschine dar, während aus nebenstehender Fig. 447 die Einrichtung des Dampfcylinders für eine einfach wirkende Maschine mit Gegengewicht ersehen werden kann.

Die Eigenthümlichkeit dieser Maschine ist in §. 281 schon beschrieben worden. Es ist hier *a* das Dampfzuflußrohr und *b* der Hahn, durch welchen vermittelt wird, daß, wenn der Kolben im untern Cylinderraume angekommen ist, letzterer mit dem über dem Kolben befindlichen Raum in Verbindung gesetzt wird, und also der Kolben von beiden Seiten den gleichen Dampfdruck erleidet.

Die in Fig. 445, §. 280, dargestellte Dampfmaschine ist eine Niederdruckmaschine mit Condensation und mit Balancier, aber ohne Expansion.

Eine Hochdruckmaschine ohne Condensation, ohne Expansion und ohne Balancier, aber mit feststehendem Cylinder ist die in den Fig. 448 und 449 abgebildete Locomotive.

Man sieht, daß diese Maschine viel einfacher als eine Niederdruckmaschine ist, weil hier die verschiedenen, dort nöthigen Pumpen,

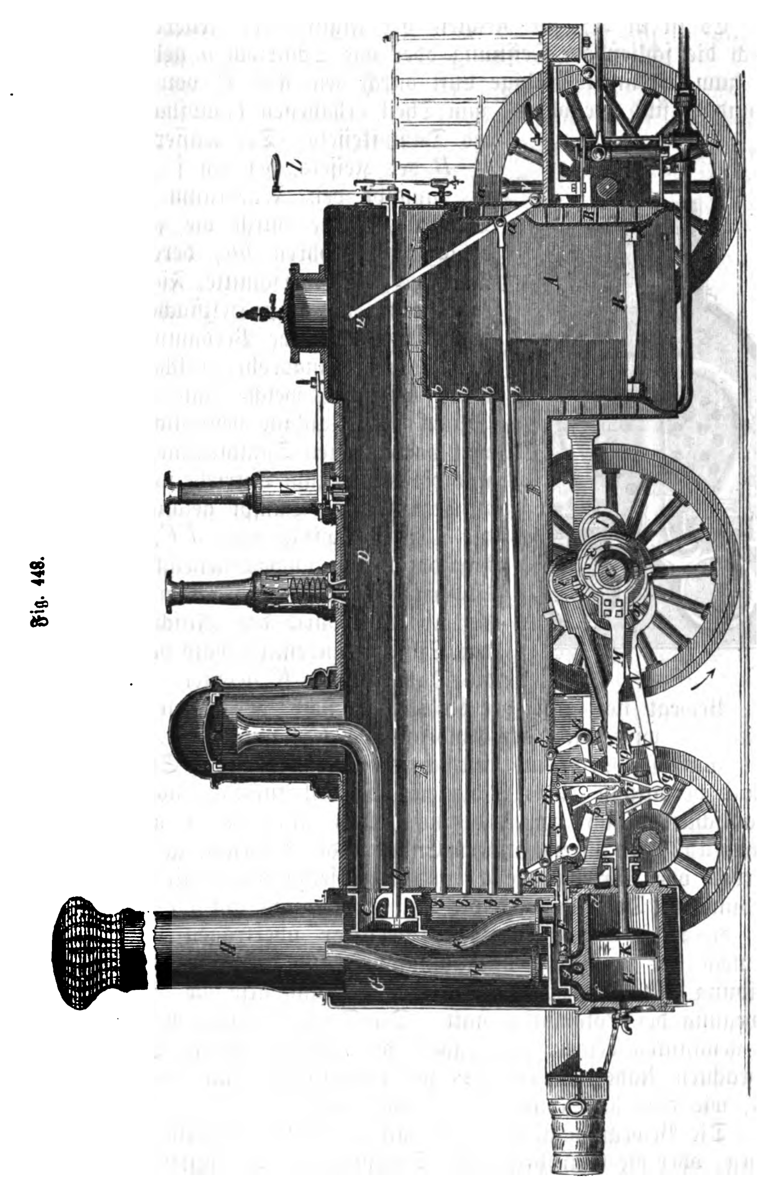
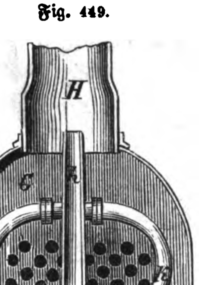


Fig. 448.

mit Ausnahme einer Speisepumpe, nicht erforderlich sind. Auch fällt hier ein eigentlicher Regulator weg, weil der Locomotivführer den einzuhaltenden Gang der Maschine zu besorgen hat.

Es ist in A, zur Rechten der Figur, der Feuerraum, welcher durch die schließbare Oeffnung oder das Schürloch a geheizt wird und die zum Brennen nöthige Luft durch den Rost R von unten erhält. C und D sind die obern, zum Theil erhabenen dampfhaltenden Theile des Dampfkessels. Der wasserhaltende Theil B, B des Kessels, der ein s. g. Röhrenkessel ist, umgibt den Feuerraum A theilweise. Dadurch, sowie durch die zahlreich angebrachten Heizröhren bb, deren Anordnung man aus dem Querschnitte, Fig. 449, ersieht, erzielt man eine große Heizfläche und in Folge dessen eine reichliche Verdampfung. CC ist das Dampfleitungsrohr, welches sich in zwei Arme kk theilt, welche nach den auf beiden Seiten der Maschine befindlichen, also doppelt vorhandenen Dampfcylindern EE gehen und diesen den zum Betriebe nöthigen Dampf zuführen. Der Dampf gelangt zunächst in die s. g. Dampfkammern FF, die über den horizontal oder schwach geneigt liegenden Cylindern angebracht sind. Von hier aus wird derselbe nun durch den Muschelschieber oder das Schiebladenventil g bald vor, bald hinter die Dampfkolben K geleitet.

Fig. 449.



Bewegt sich nun der Kolben K nach der einen oder andern Seite, so wird dies der Kolbenstange Ko mitgetheilt. Die Letztere geht zunächst durch eine luftdicht anschließende s. g. Stopfbüchse und erhält vermittelst eines Schlitten- oder Gleitstücks, das zwischen zwei Stahlschienen sich bewegt, eine gerade Führung, s. g. Kreuzkopfführung. An ihrem andern Ende ist die Kolbenstange dann mit der Kurbel- oder Triebstange oi und diese selbst dann mit der Kurbel ic verbunden. Dadurch wird die Kolbenbewegung auf die zwei mittlern, um die Achse c drehbaren Triebräder übertragen und es findet, vermöge der zwischen dem Radumfange und den Schienen eintretenden Reibung, eine Umwälzung dieser Räder und also die eigentliche Fortbewegung der Lokomotive statt. Die Dampfmaschine bewegt also nur die genannten beiden Triebräder; die übrigen an der Lokomotive angebrachten Räder dienen blos zur Unterstützung und rollen gerade so mit, wie dies bei Rollstühlen ꝛc. der Fall ist.

Die Bewegungsübertragung an das Schieberventil g, die Steuerung, oder die Einführung des Dampfes vor oder hinter den Kolben K wurde nach der älteren Construction auf folgende Weise bewirkt:

Von dem Schieber g geht die Stange ss aus, welche sich ebenfalls in einer Stopfbüchse bewegt und eine gerade Leitung erhält. Die Schieberstange ss ist sodann bei m mit dem um x drehbaren

Hebel *mn* verbunden. Dieser Hebel trägt an seinem untern Ende *n* zwei sich gegenüberstehende Zapfen. Der eine dieser Zapfen wird nun entweder — und zwar gerade jetzt — von dem gabelförmigen Eisen *n* ergriffen; oder aber dies Eisen wird ausgelöst und die gleichgestaltete Gabel oder Klaue *q* kommt mit dem entgegengesetzten Zapfen zum Eingriff. Die Gabel *n* ist mit der Schiebstange *MM* und die Gabel *q* mit einer ähnlichen Stange *NN* fest verbunden. Die Stange *MM* endigt andererseits in einen losen Ring, welcher die mit der Radwelle *c* festverbundene excentrische Scheibe ε wie ein Halsband umschließt; und ebenso ist das Ende von *NN* mit einem gleichen, die excentrische Scheibe π umschließenden Halsbande versehen. Ein solches Excentrik ist eine kreisrunde Scheibe, welche so an einer Stelle oder Achse — hier an der Triebachse — angebracht ist, daß ihr Centrum nicht mit dem Mittel der Welle zusammenfällt, und also die Scheibe an ihrem Umfange einerseits mehr hervorragt als anderseits. Beim Umdrehen der Triebradwelle *c* werden somit die Mittelpunkte der beiden Excentriken ε und π um den Mittelpunkt der Radwelle herumbewegt. Dabei kommt der größere Theil der beiden Scheiben bald vor, bald hinter das genannte Radwellenmittel zu liegen, und es werden also dadurch die, die excentrischen Scheiben umfassenden losen Ringe und mit diesen die Stangen *MM* und *NN* vor- und zurückgeschoben. Bei den Lokomotiven sind nun diese beiden excentrischen Scheiben ε und π einander gerade gegenüber angebracht, so daß ihre, über den Wellenumfang einseitig hervortretenden Theile sich diametral gegenüberstehen. Der Mittelpunkt der Scheibe ε befindet sich also zwischen *c* und ε und der der Scheibe π zwischen *c* und π.

Wird nun in *A* geheizt, so wird in Folge der direkten Erhitzung des den Feuerraum umgebenden Kesselraums, sowie der Erwärmung der vielen Röhren *bb*, durch welche die Verbrennungsgase ziehen, das Wasser rasch in Dampf verwandelt. Der Dampf gelangt nun von dem s. g. Dome, d. i. dem erhabenen Kesseltheil, durch die Röhren *C* und *k* in die Dampfkammer *F*, und von da, je nach der Stellung des Schieberventils *g* durch die Kanäle *d* und *f* bald über, bald unter, beziehungsweise vor und hinter den Kolben *K*. Bei der in Fig. 448 angegebenen Schieberstellung gelangt der Dampf durch den Kanal *d* über den Kolben, während derjenige Dampf, welcher seine Wirkung schon vollbracht hat, von der entgegengesetzten Seite des Kolbens durch den Kanal *f* unter den Schieber *g* entweicht und von da durch die Oeffnung *e* und das Rohr *h* in das Kamin *H* und dann ins Freie strömt. Wird aber der Kolben *K* durch den Dampf nach links gedrückt, so wird durch das Gestänge *Koi* die Kurbel *ic* in gleicher Richtung bewegt, und die Triebräder, mit deren Achse die Kurbel *ic* fest verbunden ist, drehen sich in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung. Beachtet man nun, daß nach der Figur die Stange *NN* mit der Gabel *q* und der excentrischen Scheibe π vorder-

hand noch gar nicht in Betracht kommen, so sieht man leicht, wie durch Umdrehung der andern Scheibe *s* die obere Triebstange *MM* bei der gegenwärtigen Bewegung nach der linken Seite geschoben und das untere Ende *n* des Hebels *mn* auch nach links und also das obere Ende *m* nach rechts bewegt wird. Dadurch wird aber die Schieberstange *ss*, welche in *m* durch ein Gelenke mit dem Hebel *mn* verbunden ist, ebenfalls nach der rechten Seite gezogen. Der Dampf strömt dann durch *f* unter den Kolben, während der Dampf, welcher über dem Kolben gewirkt hat, nun durch *d*, *e*, *h*, *H* abgeht.

Durch das Hin- und Hergehen des Kolbens wird also mittelst der Triebstange *oi* und der Kurbel *ic* die Achse der Mittel- oder Triebräder in Umdrehung versetzt. Da nun aber in dem Augenblicke, als der Kolben seinen höchsten und tiefsten Stand erreicht hat, die Kurbel *ic* in gleicher Richtung mit der Triebstange *oi*, also horizontal liegt, so würde, weil hier ein Schwungrad wie bei stehenden Dampfmaschinen nicht anbringlich ist und also die Bewegung über den s. g. todten Punkt hinweg nicht fortsetzt, die Bewegung der Kurbel und somit auch die der Radachse gehemmt werden, wenn diesem Umstande nicht dadurch begegnet wäre, daß die nämliche Achse *c* an ihrem entgegengesetzten Ende eine zweite Kurbel *cJ* trägt, welche mit der Richtung der Kurbel *ic* einen rechten Winkel bildet. Diese zweite Kurbel empfängt ihre Bewegung ganz auf die nämliche Weise, wie die erste, und es ist darum, wie schon oben angeführt wurde, ein zweiter Dampfcylinder nöthig, welcher mit dem zu ihm Gehörigen auf der entgegengesetzten Seite der Locomotive sich befindet. Das Dampfrohr *CC* theilt sich deßhalb bei der knieförmigen Biegung in zwei Arme *kk*, Fig. 449, die zu den Dampfkammern der beiden Cylinder führen. Beide Kolbenhübe sind natürlich vollkommen gleich; der Kolben des einen Cylinders aber ist gerade in der Mitte seines Hubes angelangt, während der andere das Ende des seinigen erreicht hat. Bei dieser Vorrichtung nimmt die Kraftübertragung auf die eine Kurbel ganz in gleichem Maße zu, wie sie an der andern abnimmt, die eine Kurbel empfängt also die volle von der Triebstange übertragene Kraft, während die andere in einem ihrer beiden todten Punkte angelangt ist und es wird dadurch die Bewegung der Radachse auch eine gleichförmige.

Auf die beschriebene Weise geht die Lokomotive vorwärts. Zweck der zweiten Gabel *q*, in Verbindung mit der Stange *NN* und der excentrischen Scheibe *n*, ist nun — ohne weitere Umstände — in jedem Augenblicke rückwärts fahren zu können. Man nennt dies die Umsteuerung. Zu dem Ende zieht der Lokomotivführer den Hebel *uv* so zurück, daß das obere Ende *u* gerade so nach rechts geneigt ist, wie gegenwärtig, siehe Fig. 448, nach links. Dabei wird die Stange *a*, *b*, nach der rechten Seite bewegt und der Winkelhebel *b*, *yr* so um den Punkt *y* gedreht, daß das Ende *r* abwärts geht. Dadurch

wird vermittelst des ebenfalls abwärts bewegten Stabes *rn* die Stange *MM* mit ihrer Gabel nach unten gedrückt und es kommt letztere außer Eingriff mit dem Zapfen *n*. Der Stange *MM*, und also auch der excentrischen Scheibe *ε* wird damit die Führung des Dampfschiebers *g* genommen. — Zugleich mit obigen Bewegungen geht aber auch die Stange *dd* nach rechts, der Winkelhebel *d,zp* dreht sich um den festen Punkt *z* und zieht den Stab *pq* und mit diesem auch die Gabel *q* mit der Stange *NN* so aufwärts, daß die Gabel *q* den entgegengesetzten Zapfen von *n* ergreift. Dadurch wird der untere Punkt *n* des Hebels *mn* plötzlich nach links bewegt. Der Punkt *m* geht nach rechts und zieht die Schieberstange *ss* ebenfalls nach der rechten Seite. Alsdann bewirkt der zur linken Seite durch *f* in den Cylinder strömende Dampf, daß die Kurbel *ic*, ehe sie die horizontale Lage angenommen hat, zurück nach rechts und also auch mit ihr die Radachse *c*, der vorigen Drehung entgegengesetzt, d. i. rückwärts bewegt wird. Die Führung des Schiebers *g* ist jetzt der Stange *NN* und der excentrischen Scheibe *π*, deren größere Hälfte (die s. g. Excentricität) sich eben nach rechts bewegt und den Schieber noch weiter nach dieser Seite zieht, anvertraut. Jede Drehung der Scheibe *π* veranlaßt nun eine Bewegung der Schieberstange, die derjenigen gerade entgegengesetzt ist, welche vorher von der nun außer Wirkung gelangten Scheibe *ε* mitgetheilt wurde. — Soll die Lokomotive stillestehen, so bringt der Lokomotivführer nur den Hebel *uv* in vertikale Lage. Alsdann werden durch die genannten Hebelübersetzungen die beiden Gabeln *n* und *q* außer Eingriff mit den Zapfen des Hebels *mn* gesetzt, der Schieber *g* wechselt seine Stellung nicht mehr, und der Dampf drückt nur einseitig auf den Kolben *K*.

Die neuere und viel einfachere Art der Führung des Schiebers und der Umsteuerung, d. h. der Umkehr der Bewegung, geschieht mittelst der nach dem Erfinder, Rob. Stephenson, benannten Stephenson'sche Coulisse, welcher Mechanismus durch Fig. 450 dargestellt ist und auch unten in Fig. 451 vorkommt.

Es ist diese s. g. Coulisse oder der Steuerrahmen *ab*, welcher die Stelle der obengenannten beiden Gabeln oder Klauen vertritt, ein kettengelenkartiges, etwas gebogenes Eisenstück, das wie eine Schleife aussieht, in welcher der Schlitten oder Knopf *c*, der mit der Schieberstange *de* verbunden ist, frei gleiten kann. An dem obern und untern Ende der Coulisse, bei *a* und *b*, sind feste Zapfen angebracht, in welche die Enden der Schubstangen *f* und *g* eingreifen, welche von den beiden auf der Triebwelle angebrachten, sich gegenüber stehenden excentrischen Scheiben *h* und *i* ausgehen.

Die Coulisse oder der Steuerrahmen *ab* ist mittelst der Stange *lb* im Punkte *l* an dem um den festen Punkt *m* drehbaren Winkelhebel *lmn* aufgehängt. Von dem obern Punkte *n* dieses Hebels geht dann die Zugstange *on* nach dem Standorte des Lokomotivführers.

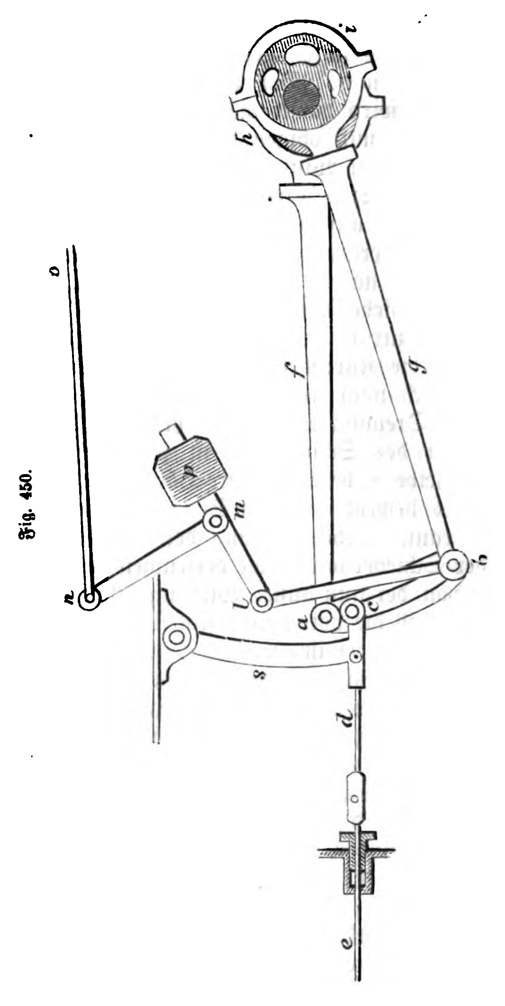


Fig. 450.

Da nun die beiden excentrischen Scheiben h und i, wie bei der frühern Einrichtung, mit entgegengesetzter Excentricität angebracht sind, so ist klar, daß, während die eine Stange, z. B. die durch die Scheibe h dirigirte Stange f nach links geht, die andere durch die Scheibe i bewegte Stange g nach rechts gezogen wird. Dadurch erhält der Steuerrahmen eine hin- und hergehende oder um einen Punkt schwingende Bewegung derart, daß die beiden Endpunkte desselben in entgegengesetzter Richtung vor- und rückwärts bewegt werden. Beim Vor- und Zurückgehen des Punktes a wird aber auch die Schieberstange de, die in c in die Coulisse eingreift, voran- und zurückbewegt.

Hat nun für die Fahrt nach der einen Richtung, und zwar hier für das Vorwärtsfahren, der Winkelhebel und die Coulisse die Lage, wie sie Fig. 450 zeigt, und erwägt man, daß die Schieberstange durch Führungen und einen besondern Lenkarm *s* in ihrer Lage erhalten wird, so begreift man leicht, daß, wenn der Lokomotivführer die Zugstange so verstellt, daß die Coulisse aufwärts gezogen wird, dann das Gleitstück, vermittelst welchem die Schieberstange eingreift, in den untern Theil der Coulisse fällt. Da aber der untere Punkt *b* mehr rechts als der Punkt *a* liegt, so wird der Schieber bei dieser Verstellung der Coulisse plötzlich auch nach rechts bewegt. Der Schieber erhält also nun gerade die entgegengesetzte Stellung, die er im Augenblicke innehatte und für die Fahrt in der bisherigen Richtung haben mußte. Der Dampf tritt nun von der entgegengesetzten Seite unter den Kolben und gibt ihm die umgekehrte Bewegung. Die Lokomotive geht also vorwärts, sobald der Mittelpunkt der Coulisse unter, und rückwärts, wenn derselbe über dem Gleitstücke der Schieberstange sich befindet. Ein Gegengewicht *p* dient dazu, die Bewegung des Winkelhebels zu erleichtern.

Noch verdient bemerkt zu werden, daß, wenn man die Zugstange und damit den Hebel *nml* sammt der Coulisse so stellt, daß das Gleitstück der Schieberstange in die Mitte der Coulisse fällt, alsdann der Schieber nahezu gar keine Bewegung macht und die Maschine stillestehen müßte. Und je näher man das Gleitstück *c* der Mitte des Steuerrahmens bringt, desto kleiner fällt die Bewegung des Steuerungsschiebers aus, während in dem Falle, wenn das Gleitstück in das Ende der Coulisse fällt, der Schieber dann durch den größten Raum bewegt wird. Hierdurch erreicht man, daß der Dampfzuflußkanal in den Cylinder später oder früher geöffnet und dem Cylinder mehr oder weniger Dampf zugeführt wird. Es kann also durch das genannte Verstellen des Gleitstücks in der Stephenson'schen Coulisse eine Expansionswirkung des Dampfes, und zwar nach Erforderniß eine variable, d. h. bald geringere, bald größere Expansion bewirkt werden.

Was nun noch die Regulirung, d. h. die Bewerkstelligung einer schnellern oder langsamern Bewegung betrifft, so wird dies hier durch den Lokomotivführer bewirkt, während, wie man sah, bei stehenden Dampfmaschinen dafür ein durch die Maschine selbst bewegter Mechanismus, der Regulator, angebracht ist. Zu dem Zwecke steht bei der Lokomotive die Dampfzuleitungsröhre *CC*, Fig. 448, mit dem hohlen Raume *n'n'* in Verbindung und führt diesem den aus dem Kessel strömenden Dampf durch zwei vertikale, unmittelbar hinter einander befindliche und mit entsprechenden Oeffnungen versehene Platten (siehe links von *n'n'*) zu. Die eine dieser Platten ist fest, die andere aber läßt sich so verschieben, daß die genannten Oeffnungen, durch welche der Dampf strömt, mehr oder weniger geschlossen werden.

Dies Verstellen der beweglichen Platte bewirkt der Lokomotivführer vermittelst der Stange *PQ* und der Kurbel *LP*, indem er durch Drehung derselben und mittelst eines angebrachten Schraubengewindes der beweglichen Platte eine solche Stellung gibt, daß die Oeffnungen gerade auf einander fallen und also den Dampf vollständig zutreten lassen. Bei nöthig werdender langsamer Bewegung verschiebt der Lokomotivführer dagegen die bewegliche Platte so, daß die genannten Oeffnungen verengt und der Dampfabfluß vermindert werden.

Ebenso kann der über dem Hebel *uv* befindliche Hahn, welcher zugleich als Signalpfeife dient, vom Lokomotivführer geöffnet werden, um den Dampf in's Freie strömen zu lassen.

Die Signal- oder Dampfpfeife besteht aus einem schalenartigen hohlen Metallstück, das gewöhnlich die Form einer Halbkugel hat, und dessen oberer flacher Theil so abgeschlossen oder bedeckt ist, daß nur am Umfange eine schmale ringförmige Oeffnung frei bleibt. Ueber dieser Oeffnung ist eine Metallglocke angebracht. Läßt man durch Drehen eines Hahns Dampf in den genannten hohlen Raum, so setzt derselbe vermöge seiner außerordentlichen Geschwindigkeit, mit der er durch die schmale ringförmige Oeffnung gegen die Glocke strömt, diese in Schwingungen, wobei dann der bekannte gellende Ton entsteht.

U ist sodann der ebenfalls vom Lokomotivführer regierte Hahn der Pumpe, mittelst welcher das im s. g. Tender nachgeführte Speisewasser durch die Dampfmaschine selbst dem Dampfkessel zugeführt wird. Das Spiel der Speisepumpe wird durch die Bewegung der Dampfkolben *K* unterhalten, derart, daß bei jedem Hin- und Hergang der letzteren auch der Pumpenkolben einen Doppelhub vollendet, wobei fortwährend, d. h. so lange als Dampf verbraucht wird, Wasser aus dem Tender eingesaugt wird.

Als weitere Bestandtheile der Lokomotive sind noch anzuführen die bereits erklärten, hier doppelt vorhandenen Sicherheitsventile *VV*, welche durch Stahlfedern angedrückt werden; desgleichen sind natürlich auch hier wieder Manometer und Wasserstandszeiger angebracht.

Ueber dem Dampfrohr *C* im Dome des Kessels sieht man einen s. g. Hut, welcher verhindern soll, daß Wasser, welches beim Sieden in die Höhe geschleudert wird, in die Maschine gelangt.

Um den Kessel in der kältern Jahreszeit vor dem Abkühlen zu schützen, ist derselbe mit einer Holzverkleidung versehen, und um die Stöße zwischen der Lokomotive und dem, Kohlen und Wasser führenden Tender, sowie auch zwischen den einzelnen Wagen aufzuheben oder zu mildern, dienen die Puffer, welche aus Stahlfedern, Kautschuk 2c. bestehende elastische Polster bilden.

Um endlich die Schienen von darauf liegenden Steinen 2c. zu säubern, dienen die Bahnräumer oder Schneeschuhe, d. i. nach den Schienen abwärtsgehende, hakenförmig gebogene Eisenstücke.

Noch muß auf das im Schornsteine GH angebrachte s. g. Blaserohr h aufmerksam gemacht werden, durch welches der aus der Maschine kommende Dampf abgeht. Dieses hat nämlich den besondern Zweck, einen kräftigen Zug im Schornstein zu bewirken. Da nämlich der Dampf mit sehr großer Geschwindigkeit aus dem Rohr ausströmt, so reißt, ähnlich wie in der oben beschriebenen Dampfstrahlpumpe, er die im Kamine vorhandene Luft mit sich; in Folge der eingetretenen Luftverdünnung werden dann die aus den Heizröhren bb kommenden Feuergase angesaugt, vermöge dessen dann ein kräftiger Zug und darum eine rasche Verbrennung eintritt. Das Blaserohr wirkt also, wie auch der Name sagt, wie ein Gebläse. Um den hierdurch bewirkten Zug zu reguliren, sind an der Mündung des Blaserohres zwei Klappen angebracht, welche vermittelst gezahnter Bogen gegen oder von einander bewegt werden können und so die Ausflußöffnung verengen oder erweitern.

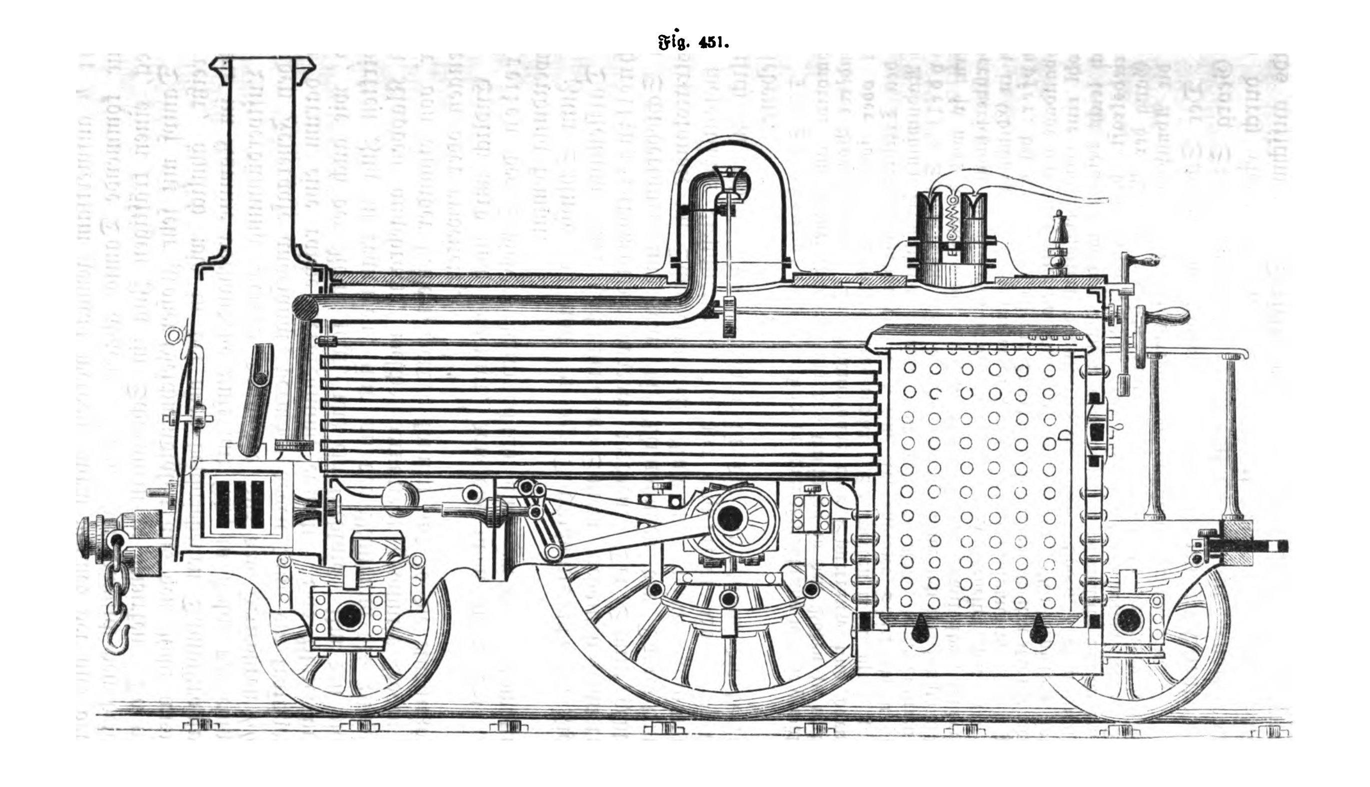
Endlich wird noch beigefügt, daß das schon im §. 280 erklärte Voreilen des Schiebers hauptsächlich auch bei den Lokomotiven in Anwendung kommt.

Zum Schlusse soll noch in der Durchschnittszeichnung Fig. 451 die Darstellung einer nach neuerem Systeme gebauten leichtern oder Schnellzugslokomotive gegeben werden. Der Schnitt geht durch den Schieberkasten und zeigt die Mündungen der Dampf-Ein- und Austrittskanäle im Schieberspiegel. Auch ist, bei Hinweglassung minder wesentlicher Bestandtheile, die hier angebrachte Coulissensteuerung deutlich zu sehen. Im Uebrigen ist die Einrichtung die bereits beschriebene.

Die Straßenlokomotive sind in ihrer Einrichtung wie die gewöhnlichen Lokomotive, nur bedarf es dort, um das Einsinken in den Boden zu verhindern, besonderer Vorkehrungen. Die Radumfänge oder Spurkränze sind darum sehr breit oder sonst eigenthümlich eingerichtet. So werden u. A. oft s. g. Schuhe mit den Triebrädern verbunden, d. i. eine Art endloser Schienenbahn, die sich vom Radumfange beim Gange abwickelt und welche die Räder dann passiren müssen (Boydell's Schleppbahn). Da die Straßenlokomotive sich nur langsam bewegen dürfen, so wird die Bewegung des Dampfkolbens nicht unmittelbar, sondern durch Räderübersetzung auf die Triebachse übertragen. — In neuester Zeit baut Thomsom in Edinburg mit ausgezeichnetem Erfolge Straßenlokomotive oder s. g. Wegdampfer, bei welchen der eiserne Spurkranz mit einem zweiten Kranze oder einer Radbandage aus vulkanisirtem Kautschuk umgeben ist. Mit denselben soll ebensowohl eine frisch beschotterte Chaussee als ein lockerer Boden, z. B. gepflügtes Feld, gleich leicht befahren werden können, ohne daß eine wesentliche Verschiedenheit der Betriebskraft, deren Nutzeffekt sehr groß ausfallen soll, nöthig wird. Dabei ist der Gang der Maschine ein sehr sanfter, da alle Stöße vermieden werden, und soll die Abnutzung der Kautschukringe eine auffallend geringe sein.

Der Schöpfer der Lokomotive und des jetzigen Eisenbahnwesens ist Georg Stephenson, der vom einfachen Steinkohlengrubenarbeiter sich durch eigenes Genie und Thatkraft zum ersten Ingenieur Englands aufschwang. Derselbe machte im Jahr 1813 den Pächtern der Killingworther Kohlenwerke den Vorschlag, die Kohlen per „Eisenbahn

Fig. 451.



und Dampfwagen" von der Stelle zu transportiren. Schon am 25. Juli 1814 wurde die erste Fahrt auf dem Killingworther Eisenschienenweg gemacht.

Rob. Stephenson, der geniale Sohn G. Stephenson's, brachte die Sache zur noch größern Vervollkommnung.

Vor G. Stephenson hatten schon andere Engländer Versuche zur Erbauung ortsverändernder Dampfmaschinen gemacht, und zwar hatte schon im Jahr 1784 Will. Murdoch, der Freund Watt's, ein Modell eines Dampfwagens angefertigt und im Jahr 1787 ließ sich Oliver Evans von Philadelphia einen „Dampfwaggon" patentiren, um mit demselben auf der Straße zu fahren; man kam aber über die bloßen Versuche nicht hinaus.

Mit der allgemeinen Einführung der Eisenbahnen ging es übrigens nicht so gar rasch. Erst 1821 erfolgte in England die königliche Sanktion zur Erbauung der ersten für den allgemeinen Verkehr bestimmten Eisenbahn, nämlich der „Stockton-Darlingtoner" Bahn, welche im Herbste 1825 eröffnet wurde. Im Jahr 1830 folgte die Eröffnung der ausgedehnteren „Manchester-Liverpooler" Linie. Im Jahr 1828 begann in Frankreich der Bau der ersten Eisenbahn, nämlich der „St. Etienne-Lyoner" Bahn. Die erste in Deutschland mit der Lokomotive befahrene Bahn ist die „Nürnberg-Fürther" Bahn, die am 7. Dezember 1835 dem Betriebe übergeben wurde.

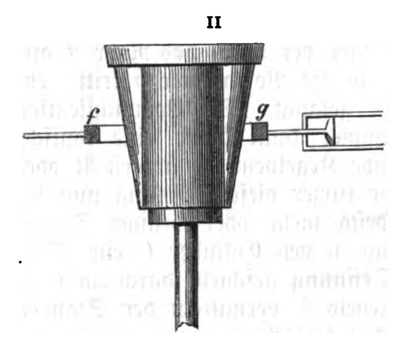
§. 286.

Ebenfalls eine Hochdruckmaschine ohne Balancier und ohne Condensation, aber mit Dampfabsperrung, also eine s. g. Expansionsmaschine stellen die Fig. 452, 453 und 454 dar. Es ist dies die früher vielfach verbreitet gewesene, jetzt aber fast ganz aufgegebene und durch verbesserte (unten beschriebene) Expansionsvorrichtungen ersetzte Meyer'sche Maschine.

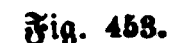
Man sieht aus Fig. 452 I, wie hier der durch das Rohr *a* aus dem Kessel zuströmende Dampf zuerst in die Vorkammer *b* tritt, ehe er in die eigentliche Dampfkammer *c* gelangt. Die Communication der Vorkammer *b* mit der Dampfkammer kann durch eine konische Oeffnung und das in dieselbe passende Kegelventil *b* hergestellt oder unterbrochen werden. Je länger oder kürzer diese Oeffnung nun bei einem Kolbenhube geöffnet bleibt, desto mehr oder weniger Dampf strömt in die Dampfkammer, also auch in den Cylinder *C* ein. Dies Oeffnen und Schließen der besagten Oeffnung geschieht durch ein horizontales Hin- und Herschieben des Kegels *b* vermittelst der Stangen *bd*, *df* und *gh*, von welchen die beiden letztern durch einen Ring *fg* mit einander verbunden sind. Die Stange *gh* und damit der Ring *fg*, welche in der im vergrößerten Maßstabe gehaltenen Figur 452 II deutlicher zu sehen sind, werden sammt dem Kegel *b* durch eine in

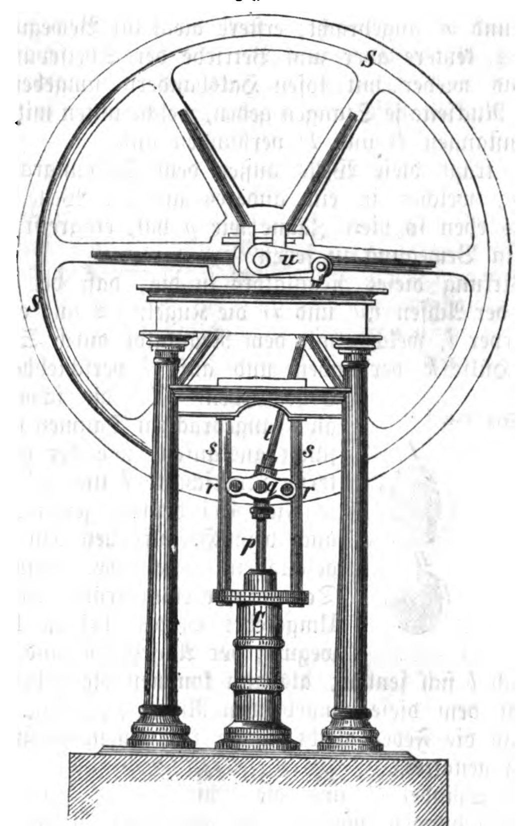
Fig. 452.

I



der Büchse A eingeschlossene Spiralfeder beständig nach links gedrückt. Das Zurückziehen der Stange gh und des Kegelventils geschieht auf folgende Weise: An der vertikalen Spindel ii befindet sich ein Cylinder l, welcher auf seiner krummen Oberfläche der Länge nach zwei schraubenartig gewundene, sich gegen unten verjüngende Warzen oder Daumen trägt. Wenn nun bei Umdrehung der Spindel ii einer dieser Daumen gegen den Ring fg und zwar bei g drückt, so wird die Stange gh zurückgeschoben, also auch der Ring fg und mit diesem die Stangen bd und df sammt dem Kegel b. Der Dampf kann


Fig. 453.



nun ungehindert in die Kammer *c* treten. Sobald aber die Warze an *g* vorüber ist, wird die in *A* zusammengepreßte Feder die Stange *gh*, also auch *f*, *d* und *b* wieder vorwärts schieben, und es ist alsdann der Eintritt des Dampfes in die Kammer *c* gehemmt. Der im Cylinder *C* abgesperrte Dampf muß nun durch seine Expansion wirken.

Von der Dampfkammer gelangt, wie bei der vorigen Maschine, bei einer hin- und hergehenden Bewegung des Steuerungs- oder Vertheilungsschiebers *m* der Dampf durch die Kanäle *n* und *o* bald über, bald unter den Kolben des Dampfcylinders.

Um eine vertikale Bewegung der Kolbenstange *p* zu bewirken, ist hier das obere Ende derselben in einer Traverse *q* befestigt, welche an ihren Enden s. g. Kehlrollen *r*,*r* trägt, die längs der Leitstangen *s*,*s* sich hinbewegen, wie man aus der Vorderansicht Fig. 453 ersieht.

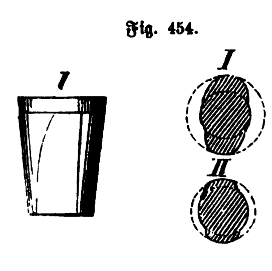
Oben mit der Traverse *q* ist durch ein Gelenke die Kurbelstange *t* verbunden, vermittelst welcher die Kurbel *u* und die Welle *vw* in

Umdrehung gesetzt werden. An der Welle vw sind zwei excentrische Scheiben x und x' angebracht; erstere dient zur Bewegung des Steuerungsschiebers, letztere aber zum Betriebe der Speisepumpe P. Beide Scheiben sind wieder mit losen Halsbändern umgeben, von deren Vorder- und Rückseite je Stangen gehen, welche unten mit den Schieber- und Pumpenstangen B und D verbunden sind.

Endlich trägt diese Welle außer dem Schwungrade S noch ein Winkelrad y, welches in ein anderes auf der Welle ii festsitzendes Rad y', das eben so viele Zähne wie y hat, eingreift, um den Regulator zz in Bewegung zu setzen.

Die Wirkung dieses Regulators ist die, daß bei einer schnellen Umdrehung der Achsen vw und ii die Kugeln zz aus einander fliegen und den Körper l, welcher mit dem Regulator durch Stangen an der beweglichen Hülse k verbunden und auf ii verschiebbar ist, in die Höhe ziehen. Da die schon angeführten, an l angebrachten Daumen nach unten verjüngt auslaufen, wie der oberste und unterste Querschnitt I und II des Körpers l in Fig. 454 deutlich zeigen, so wird also auch beim Heraufziehen von l die in A eingeschlossene Feder eher rückwirken und die Dampfabsperrung früher eintreten können. Umgekehrt werden bei zu langsamer Bewegung der Achsen vw und ii die Kugeln und also auch l sich senken; alsdann kommen die höheren Theile der Daumen mit dem diese umgebenden Ringe fg, Fig. 452, in Berührung, und die Feder bleibt länger zusammengepreßt, folglich der Dampfzufluß gestattet.

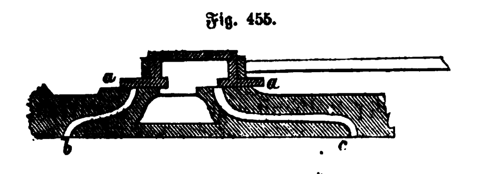
Fig. 454.



Da die Spindel ii und die Achse vw in der nämlichen Zeit gleichviel Umdrehungen machen, so wird mittelst der zwei Daumen an l auf je eine Umdrehung zweimal, also, wie nothwendig, auf einen einfachen Kolbenhub einmal frischer Dampf in den Cylinder C gelassen.

Die Absperrung des Dampfes geschieht bei den neueren Expansionsmaschinen zum Theil durch einen gleichzeitig zur Vertheilung und zur Expansion des Dampfes dienenden Muschelschieber, Fig. 455, der sich von einem gewöhnlichen Vertheilungsschieber nur dadurch unterscheidet, daß er auf beiden Seiten mit breiten Rändern aa versehen ist, welche bewirken, daß während der Bewegung des Schiebers die Dampfzuleitungskanäle b und c eine Zeit lang geschlossen bleiben.

Fig. 455.



Meistens aber wird die Expansion durch einen, außer dem Vertheilungsschieber noch angebrachten besondern, auf dem Rücken des Vertheilungsschiebers gleitenden Expansionsschieber bewirkt, wie dies unten §. 288 durch die Fig. 460 und 461 erklärt wird.

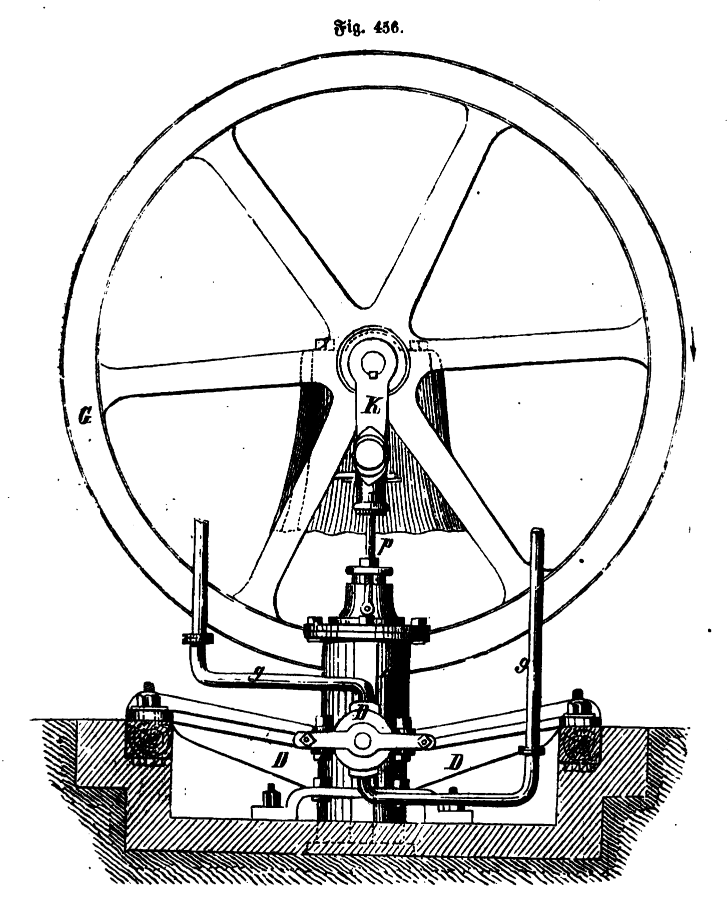
Von der Woolf'schen Expansion war schon in §. 283 die Rede.

§. 287.

Zum Schlusse der bildlichen Darstellungen der verschiedenen Systeme soll noch eine Dampfmaschine mit oscillirendem Cylinder, wie sie namentlich häufig bei Dampfbooten angewendet werden, erklärt und durch die Figuren 456, 457 und 458 veranschaulicht werden.

Die hier dargestellte Maschine ist ohne Expansion, und ihre Eigenheit besteht darin, daß die pendelartige Bewegung des Dampf-

Fig. 456.



cylinders *A* es bewirken muß, daß der Dampf bald über, bald unter den Kolben tritt.

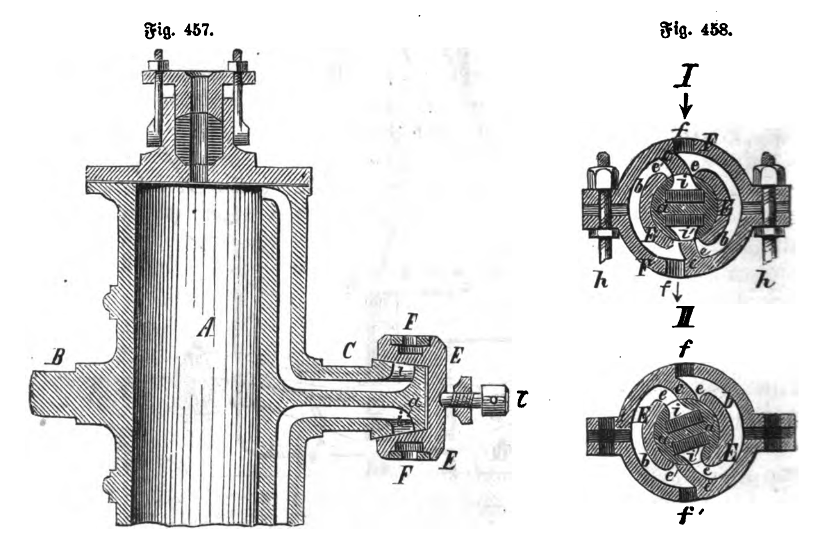
Es hat darum der Cylinder in seiner Mitte zwei Zapfen *B* und *C*, welche sich in entsprechenden Lagern *D* drehen. Der eine dieser Zapfen, nämlich *B*, ist, wie Fig. 457 in doppeltem Maßstabe zeigt, massiv, während der vordere *C* durchbohrt ist, um das Zu- und Abströmen des Dampfes zu gestatten, welches auf folgende Weise geschieht:

Der Zapfen *C* ist an seinem Ende *a* konisch abgedreht und wird von einer Büchse *E* genau umschlossen. Rings um diese Büchse *E* herum zieht sich eine Kehle *b b*, Fig. 458, welche durch die beiden Wände *cc* in zwei Hälften getheilt wird. Jede dieser so gebildeten Abtheilungen hat zwei Oeffnungen *e* und *e'*, durch welche die Kehle *b b* abwechselnd mit den im Zapfen *C* angebrachten in den Dampfcylinder leitenden Kanälen *i* und *i'*, Fig. 457 und 458 in Verbindung gebracht wird. Ein aus zwei Stücken bestehender Ring *FF* umschließt die in der Büchse *E* angebrachten Kehlen *bb*, und hat zwei Oeffnungen *f* und *f'*, in welch erstere die Dampfzuleitungsröhre *g* und in letztere die Ableitungsröhre *g'*, (rechts) Fig. 456, mündet. Die beiden Ringstücke und durch diese die Büchse *E* werden durch Schraubenbolzen *h* festgehalten; zugleich kann durch die Druckschraube *l* die Büchse *E* mehr oder weniger gegen das Ende *a* des Zapfens *C* gepreßt werden.

Das Spiel der Maschine ist nun leicht einzusehen.

In der durch Fig. 456 dargestellten Lage ist der Dampfcylinder vertikal, und es hat der Dampfkolben seine tiefste Lage. In diesem

Fig. 457. Fig. 458.



Momente liegen die Scheidewände c, c' gerade über den Oeffnungen i und i', wie Fig. 458 I zeigt; es kann also der Dampf von keiner Seite in den Cylinder treten, und die Maschine ist in einem ihrer s. g. todten Punkte angekommen. Ist dieser Moment während dem Gange der Maschine eingetreten, so bleibt diese aber keineswegs stehen, weil vermöge der Wirkung des (oft doppelt vorhandenen) Schwungrades G, welches sich in der angezeigten Richtung dreht, die mit dessen Kurbel K verbundene Kolbenstange p, Fig. 456 und also auch der Dampfcylinder eine geneigte Lage annehmen müssen. Alsdann dreht sich der Zapfen C in der Büchse E, die beiden Oeffnungen i und i' werden frei, s. Fig. 458 II, und es gelangt nun der durch f zutretende Dampf durch i' unter den Kolben und treibt diesen in die Höhe, während der über dem Kolben befindliche Dampf durch i, f' und g' in's Freie strömt.

Ebenso verhält es sich, wenn die Maschine in ihrem zweiten todten Punkte angekommen ist, d. h. wenn die Kurbel K senkrecht aufwärts steht, und also der Kolben seinen höchsten Stand hat. Alsdann nehmen die Zapfen B und C eine Drehung nach der entgegengesetzten Seite an, und der Dampf kann hernach aus dem Zuleitungsrohr g über den Kolben treten und denselben abwärts drücken.

§. 288.

Die Kenntniß der im Bisherigen beschriebenen Arten von Dampfmaschinen dürfte genügen, sich eine klare Vorstellung von den verschiedenen Systemen dieser Maschinen und ihrer Thätigkeit zu machen. Doch sollen zum bessern Verständniß noch einige bildliche Darstellungen verschiedener Formen und Einrichtungen von Dampfmaschinen vorgeführt werden. Auch soll noch kurz von solchen Dampfmaschinen die Rede sein, die nach ganz andern Prinzipien construirt sind und dann noch das Nöthigste über die Verwendung der Dampfmaschinen beigefügt werden.

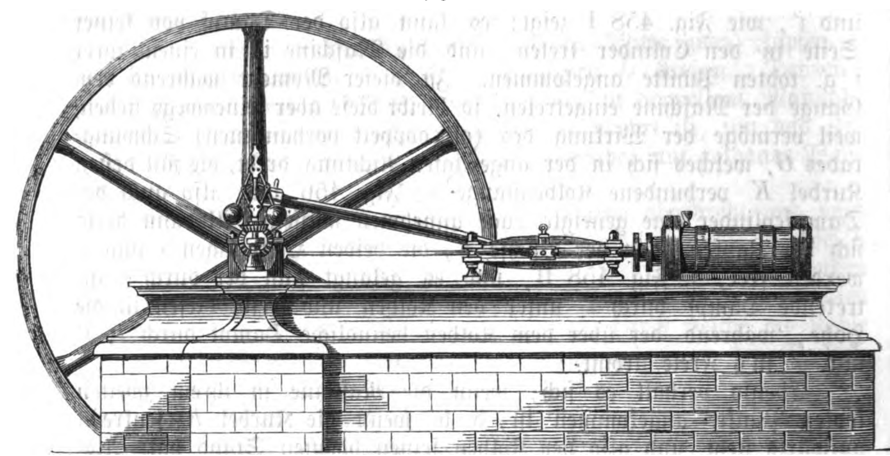
Fig. 459 stellt eine liegende Dampfmaschine, d. h. eine solche mit liegendem Cylinder vor; wie man solche heutigen Tages meistens baut.

Nach ihren Bestandtheilen stimmen die liegenden Maschinen ganz mit den bisher beschriebenen Maschinen mit senkrechtem Cylinder überein.

Die Figuren 460 und 461 stellen ebenfalls eine Dampfmaschine und zwar eine Expansionsmaschine von liegender Anordnung im Durchschnitte dar.

Bezüglich der in Figur 461 in größerm Maßstabe dargestellten Dampfvertheilungs- und Expansions-Vorrichtung wird bemerkt, daß in beiden Figuren a der Vertheilungs- und b der Expansionsschieber ist. Letzterer besteht aus einer einfachen Platte, die sich auf dem

Fig. 459.



Rücken des Vertheilungsschiebers hin- und herbewegt. Im Vertheilungsschieber sind zwei Kanäle oder Durchbohrungen *c* und *d* angebracht, welche während der Expansion des Dampfes im Cylinder durch den Expansionsschieber *b* geschlossen sind.

Nach der in Fig. 460 dargestellten Schieberstellung kann kein Dampf in den Cylinder gelangen; es findet also auf der Seite rechts vom Kolben die Expansion des vorher zugetretenen Dampfes statt, während von der linken Seite der verbrauchte Dampf durch den Kanal *f* unter den Vertheilungsschieber gelangt und von da abgeht. Ist der Kolben am äußersten Cylinderende links angekommen, so wird der Vertheilungsschieber nach rechts bewegt, damit die Durchbohrung *c* mit dem Kanal *f* zusammentrifft und der frische Dampf dort einströmen kann. In dem Moment, in welchem die Expansion links vom Kolben eintreten soll, wird der Expansionsschieber links gezogen, so daß dann der Kanal *c* überdeckt wird.

Die beiden Schieberstangen werden durch, auf der Schwungradwelle angebrachte Excenter direkt, oder auch, wie in Fig. 460 dargestellt ist, mittelst Hebelübertragung bewegt.

Eine vorzügliche und häufig angewendete Doppelschiebersteuerung ist die Meyer'sche mit veränderlicher Expansion. Der Expansionsschieber besteht hier aus zwei Platten, die mit Schraubmuttern verbunden sind, in welche die Expansionsschieberstange eingreift. Die Muttern sowie die Schieberstange sind einerseits mit einem rechts-, anderseits mit einem linksgängigen Gewinde versehen. Je nachdem also die Schieberstange gedreht wird, entfernen oder nähern sich die Expansionsplatten, wodurch eine frühere oder spätere Absperrung des Dampfes bewirkt wird.

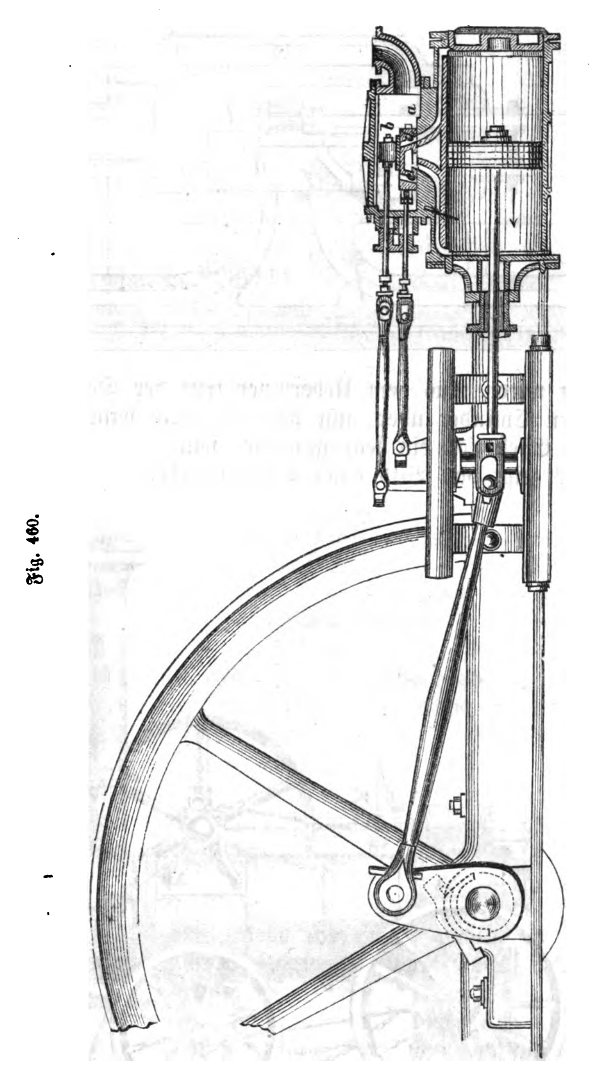
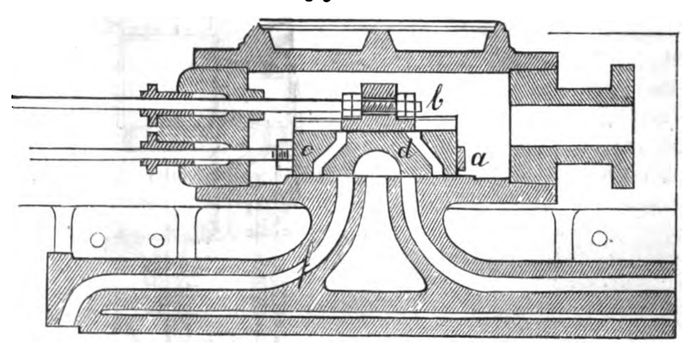


Fig. 460.

Eine hübsche Expansionsmaschine (Sulzer=Maschine) nach Art der Woolf'schen, eine s. g. Compound=Maschine, hatten die HH. Escher, Wyß & Cie. aus Zürich in der jüngsten Pariser Weltausstellung. Die beiden Cylinder befinden sich bei dieser Maschine hintereinander. Der Dampf gelangt zuerst in den kleinen Cylinder, und wenn er dort seine Arbeit verrichtet hat, in einen Ueberhitzer, wo er durch Erwärmung mit frischem Dampf wieder auf eine höhere Span=

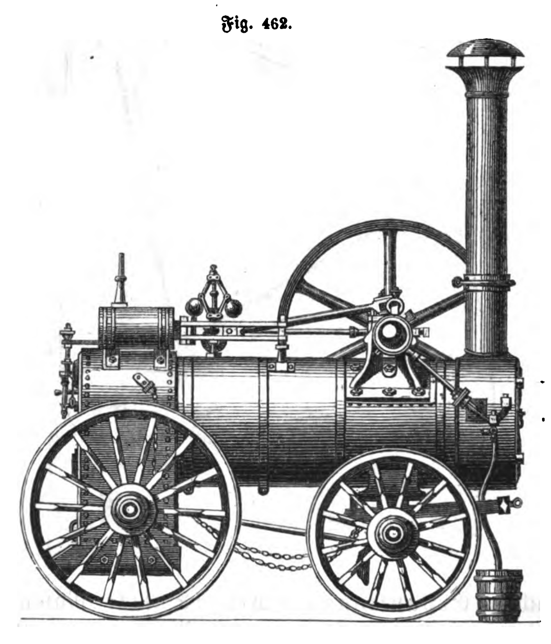
Fig. 461.



nung gebracht wird. Aus dem Ueberhitzer tritt der Dampf dann erst in den größern Cylinder über, um daselbst durch seine Expansion zu wirken. Der Effekt soll ein sehr günstiger sein.

Fig. 462 zeigt das Bild einer Lokomobile.

Fig. 462.



Eine Lokomobile ist eine Dampfmaschine, die auf Rädern ruht, um leicht transportirt werden zu können. Von der Lokomotive unterscheidet sie sich wesentlich dadurch, daß bei dieser die Dampfmaschine die Triebräder in Bewegung setzt, was bei der Lokomobile nicht der Fall ist.

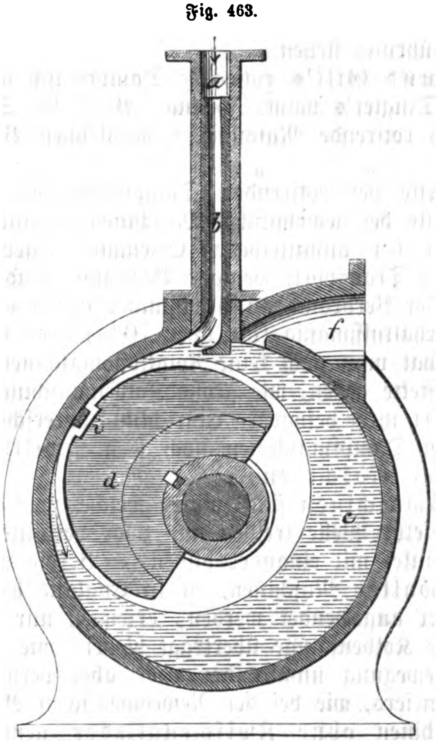
Die Lokomobile wird hauptsächlich für landwirthschaftliche Zwecke, zum Betriebe von Dreschmaschinen und s. g. Dampfpflügen ꝛc. angewendet.

Ganz besondere Arten von Dampfmaschinen wären sodann noch die Reactions- und Rotations-Dampfmaschinen, wovon schon oben §. 284 kurz die Rede war.

Die Reactionsdampfmaschinen leisten zu wenig, als daß überhaupt von ihrer Anwendung die Rede sein könnte.

Eine Rotationsdampfmaschine und zwar die von Hall (in Nottingham) stellt Fig. 463 dar.

Fig. 463.



Das Eigenthümliche dieser Maschinen besteht überhaupt darin, daß, wie der Name schon sagt, der Kolben eine drehende Bewegung um eine feste Achse macht.

Bei der dargestellten Maschine tritt der durch einen Schieber eingeführte Dampf in *a* ein und geht durch die Röhre *b* in den Cylinder *c*. Die Zuführungsröhre *b* gleitet in einer cylindrischen Führung, ruht unten auf dem excentrischen Kolben *d* dampfdicht auf und wird von

diesem, wenn sein hervorragendster Theil nach oben hin sich bewegt, aufwärts geschoben*). Der Dampf tritt in Folge dieser Einrichtung oben links in den Cylinder und treibt den in *i* abgedichteten Kolben *d* nach der Richtung des Pfeiles. Der Dampf, der seine Wirkung vollendet hat, tritt dagegen bei *f* aus.

Voß's rotirende Dampfmaschine ist in ihrer Construction von der obigen ganz verschieden und nicht so einfach. (S. Dingler's polyt. Journal, 172. Bd., S. 241). Das Nämliche ist von Thomson's rotirender Dampfmaschine zu sagen.

Behrens's (New-York) rotirende Dampfmaschine ist der Repsold'schen Pumpe (§. 235) ziemlich ähnlich, indem wie bei dieser zwei halbcylindrische excentrische Kolben so rotiren, daß solche immer mit einander in Berührung stehen.

Johnson und Gill's rotirende Dampfmaschine von einfacher Construction s. Dingler's polyt. Journal, Bd. 196, S. 106.

Lemoine's rotirende Maschine, s. desgleichen Bd. 198, S. 13.
Massey's " " " " " 205, " 182.

Die Vortheile der rotirenden Dampfmaschinen sind: Eine einfachere Anlage als bei gewöhnlichen Maschinen, sodann Kraftersparniß und zwar wegen der unmittelbaren Erzeugung einer drehenden Bewegung, leichterer Transport, weniger Bewegungshindernisse und eine stetige Arbeit. Der Verbrauch an Brennmaterial soll ein geringer und der Nutzeffekt verhältnißmäßig (bis über 70%) groß sein.

Uebrigens hat man noch keine Rotationsmaschinen gebaut, welche so bedeutende Effekte geben, wie große Kolbenmaschinen.

Nach der Art ihrer besondern Einrichtung unterscheidet man unter den gewöhnlichen Dampfmaschinen noch s. g. Zwillingsmaschinen und Cornwaller Maschinen.

Zwillingsmaschinen sind solche, welche zwei Cylinder haben, die eine und dieselbe Welle treiben und zwar vermittelst Kurbeln, die einen rechten Winkel mit einander bilden, z. B. die Lokomotive 2c.

Die Cornwaller Maschinen, die in England häufig zum Heben der Grubenwasser angewendet werden, erzeugen nur eine geradlinige Bewegung. Die Kolbenstange überträgt hiebei, wie bei den Dampfpumpen, die Bewegung unmittelbar oder aber vermittelst eines angebrachten Balanciers, wie bei der Newcomen'schen Maschine.

Dampfmaschinen ohne Zwischenglieder nennt man sodann solche, bei welchen die Kolbenbewegung direkt der Triebwelle mitgetheilt, d. h. vom Kolben selbst eine drehende Bewegung bewirkt wird. Dies kann u. A. so geschehen, daß der Kolben auf seiner Stange gleitet und dabei durch einen Zahn in eine auf der Kolbenstange angebrachte Nuth eingreift und somit eine Umdrehung der Stange veranlaßt.

---

*) Die Röhre b sollte in der Figur auf dem Kolben d aufsitzen.

Robertson's Dampfmaschine ohne Schieber oder Ventile und ohne Pleuelstange s. Dingler's polyt. Journal, 199. Bd., S. 433.

Nach der Anwendung der Dampfmaschinen wären dann noch zu nennen: die Dampfhämmer, Dampframmen, Dampfschiffe, Dampfpumpen, Dampfgebläse, Dampfwinden, Dampfkrahnen und die s. g. Fördermaschinen.

Bei den Dampfhämmern und Dampframmen ist der Hammer oder der Rammklotz durch eine Stange mit dem Kolben des darüber befindlichen Dampfcylinders verbunden. Der unter den Kolben tretende Dampf hebt somit diesen sammt dem Hammer oder Rammklotz, die sich in entsprechenden Führungen bewegen, in die Höhe. Wird alsdann durch Oeffnen eines Ventils dem nur unter dem Kolben befindlichen Dampf der freie Abfluß nach außen oder auch über den Kolben gestattet, so fällt der Hammer (Rammklotz) mit seiner vollen Wucht herab. Oft wirkt auch noch oben im Cylinder eine zurückgebliebene und zusammengepreßte kleine Luftmenge auf den Kolben zurück und verstärkt seinen Fall.

Bei den Dampfschiffen wird durch eine Dampfmaschine, ähnlich wie bei andern Maschinen, eine Welle in Umdrehung versetzt. Bei gewöhnlichen Schaufelschiffen geht diese Welle quer durch das Schiff und trägt an ihren beiden Enden zwei Schaufelräder, welche unterschlächtigen Wasserrädern ganz ähnlich sind. Bei der Drehung der Räder stemmen sich die Schaufeln gegen das Wasser und bewegen so das Schiff vorwärts. — Bei den Schraubendampfern (s. oben §. 142) wird durch die Dampfmaschine eine in der Längsrichtung des Schiffes angebrachte Schraubenspindel in eine sehr rasche Umdrehung versetzt, wobei sich die Schraube in das Wasser hineinbohrt und das Schiff vermöge des vom Wasser geleisteten Widerstandes vorwärts bewegt wird.

Von den Dampfpumpen und der Dampffeuerspritze war schon oben in §§. 237 und 243 die Rede.

Bei dem Dampfgebläse wird wie bei der Dampfpumpe der Kolben eines Cylindergebläses (§. 237) unmittelbar von der Dampfkolbenstange oder auch vermittelst eines Balanciers in Gang gesetzt.

Bei den Dampfkrahnen wird entweder unmittelbar von der Kolbenstange des Dampfcylinders eine Plattform, welche Lasten aufnimmt, gehoben; oder aber die hin- und hergehende Kolbenbewegung wird vermittelst Kurbel und Räderwerk auf eine Kettentrommel übertragen; zugleich ist die Einrichtung getroffen, daß sich die Krahnsäule drehen kann.

Die Fördermaschinen dienen dazu, um in Bergwerken Gefäße mit dem ausgegrabenen Gesteine 2c. zu Tage zu fördern. Die Bewegung des Dampfkolbens wird hiebei einem langen Seil (Kette), das um eine Trommel gelegt ist, mitgetheilt; Letztere ist dann mit der Aufzugwelle verbunden. Die besondern Anforderungen hiebei sind,

daß man die Maschine in jedem Augenblick anhalten und die umgekehrte Bewegung leicht bewerkstelligen kann. Um Ersteres zu erreichen, sind besondere Bremsvorrichtungen nöthig.

Feststehende Dampfmaschinen, womit öfters Eisenbahnzüge bedeutende Steigungen hinaufgezogen werden (wie bei Lüttich ꝛc.) sind auch eigentliche Fördermaschinen*).

Hick von Newcastle in Nordamerika hatte in Paris 1867 eine eigenthümlich construirte, viercylindrige Dampfmaschine von compendiöser Form ausgestellt. Zwei Cylinder, deren zugehörige Kurbeln unter rechten Winkeln zu einander stehen, liegen je so nebeneinander, daß das eine Paar rechts und das andere links von der Schwungrad- oder Maschinenwelle, welche senkrecht zu den Cylinderachsen ist, sich befindet. Die Kolben sind einfach wirkend und dienen zugleich als Steuerungsschieber für den daneben liegenden Cylinder. Zu dem Ende sind die Kolben theilweise hohl und wie die Cylinderwände mit entsprechenden Oeffnungen und Kanälen versehen. Der Steinkohlenaufwand soll per Stunde und Pferdekraft nicht über 3 Pfund betragen.

§. 289.

Zum Schlusse sei noch der verschiedenen Versuche gedacht, die gemacht wurden, um bei einem bestimmten Aufwande an Brennmaterial die größtmögliche mechanische Leistung oder Arbeit der Dampfmaschinen zu erzeugen, oder die auch den Zweck haben, den Wasserdampf zum Theil durch andere elastischflüssige Mittel zu ersetzen.

Zuvörderst und in ersterer Hinsicht wäre die Anwendung des s. g. überhitzten Dampfes zu nennen. Bei dieser Einrichtung wird der aus dem Kessel kommende gesättigte Dampf in ein Röhrensystem geführt und durch Erwärmung der Röhren in überhitzten, trockenen Dampf von höherer Spannung verwandelt und dann erst zur Speisung des Dampfcylinders verwendet, wobei nach jedem Kolbenspiel der gebrauchte Dampf durch neue Erhitzung auf seine vorige Spannkraft zurückgebracht und von Neuem als Motor benutzt wird.

Sodann sind zu erwähnen, die Maschinen mit s. g. regenerirtem Dampf. Die charakteristische Eigenschaft derselben ist, daß durch eine besondere Vorrichtung — den Regenerator oder Respirator — bestehend aus einem Drahtnetze mit feinen Maschen, dem bereits wirksam gewesenen Dampf bei seinem Abzug aus dem Cylinder und Durchgehen durch das genannte Drahtgewebe die Wärme entzogen und dann einem neuen, erst zur Wirkung gelangenden Dampf, der ebenfalls durch das Netz geht, mitgetheilt wird.

Ein anderer bemerkenswerther Versuch ist der mit gemischtem Dampf. Hiebei strömt gewöhnlicher Dampf von der Siedhitze, also feuchter Dampf aus dem Kessel. Ein in einem Schlangenrohr bis zu 400° *F.* überhitzter Dampf tritt in der Dampfkammer zu jenem; das Gemisch gelangt dann in den Cylinder. — Ein besonderer Vorzug des

*) Näheres über die Anwendung und verschiedenen Formen der Dampfmaschinen s. Bernoulli's Dampfmaschinenlehre.

gemischten Dampfes vor dem einfach überhitzten besteht darin, daß letzterer, wegen seiner Trockenheit die Schmiere rasch aufzehrt, wobei die Liederungen der Stopfbüchsen &c. sehr angegriffen werden, weßhalb man auch von der Anwendung des überhitzten Dampfes für sich allein wieder fast ganz abgekommen ist.

Noch sind zu beachten, die Versuche mit s. g. combinirten Dämpfen. Wie früher schon gesagt wurde, führt der abgehende Dampf eine bedeutende Menge gebundener Wärme mit sich und geht dabei immerhin der größere Theil der Arbeitsgröße verloren, welche der vom Wasser bei der Verdampfung aufgenommmenen Wärmemenge entspricht. Um diesem Verlust vorzubeugen, kam man auf den Gedanken, den aus dem Cylinder abgehenden Dampf in Behälter zu leiten, in welchen sich Gefäße mit leicht verdampfbaren Substanzen, z. B. Aether, Schwefelkohlenstoff, Chloroform &c. befinden. Durch die von dem Wasserdampf an die Wände dieser Gefäße abgegebene Wärme verwandelt sich der Aether &c. in Dampf, welcher dann ebenfalls in einen Cylinder strömt und seine Wirkung auf gleiche Weise auf die Maschine überträgt, wie der Wasserdampf. Die Aether= &c. Dämpfe gehen dann wieder zurück und werden durch Berührung mit Behältern, die kaltes Wasser enthalten, condensirt. — Der Vortheil solcher combinirten Dämpfe wäre augenscheinlich sehr groß, wenn von den genannten, an sich sehr theuren Substanzen nicht ein Theil verloren ginge.

Alle in diesem und im vorigen §. genannten Abänderungen der Dampfmaschinen haben aber noch keine große praktische Bedeutung zu erreichen vermocht.

3. Von den Heißluft= und den Gaskraftmaschinen.

a. Die Heißluft= oder kalorischen Maschinen.

§. 290.

Größere Bedeutung und Verwendung, als die eben genannten Abänderungen der Dampfmaschinen haben in den letzten Jahren diejenigen Motoren gefunden, bei welchen, statt des Dampfes, erhitzte Luft oder ein Gemisch von Luft und Leuchtgas, das entzündet wird, als Bewegungsmittel verwendet werden. Es sind dies die Heißluft= und die Gaskraftmaschinen, die Petroleum= und ähnlichen Motoren, welche sich in ihren neuesten, verbesserten Constructionen namentlich als s. g. Kleinkraftmaschinen für den Kleingewerbebetrieb als sehr brauchbar und vortheilhaft erwiesen haben.

Da nämlich, wie schon oben §. 256 (Anmerkung) gesagt worden ist, die mit einem bestimmten Steinkohlenaufwand erzeugte mechanische Arbeit bei den Dampfmaschinen eine nur geringe ist und bei den meisten nur 1/15 bis 1/20 derjenigen Leistungsgröße beträgt, welche

diesem Brennmaterial eigentlich entspricht, so hat man, wie dort schon angedeutet wurde, den Wasserdampf, zu dessen bloßer Erzeugung das Meiste der aufgewendeten Wärmemenge verbraucht werden muß, durch bereits schon vorhandene Gase d. h. durch atmosphärische Luft oder durch Gasgemische zu ersetzen gesucht. Hiebei wird die verwendete Luft erhitzt und es dient die ganze Wärmezufuhr zu deren Ausdehnung und Wirksamkeit; oder es wird ein brennbares Gasgemenge (Leuchtgas mit Luft) entzündet und durch die Expansion der Verbrennungsgase die motorische Kraft erzeugt.

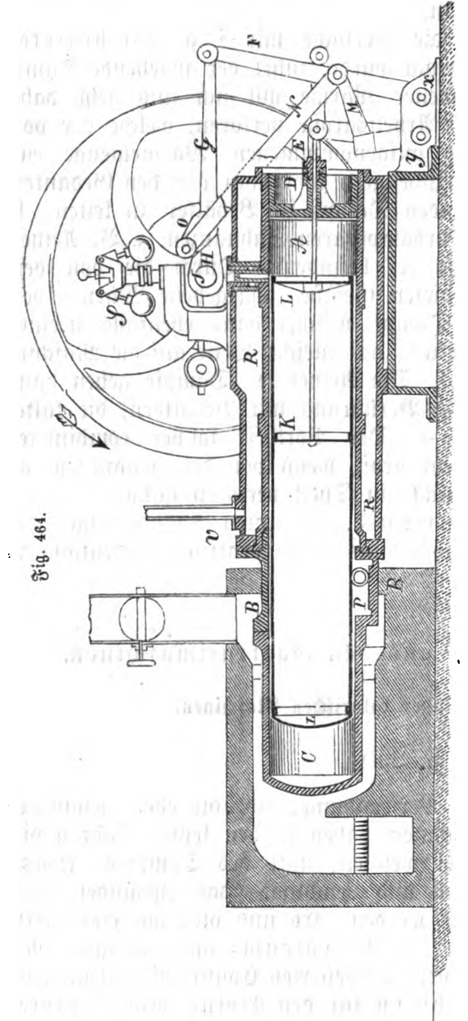


Fig. 464.

Die zu diesem Zwecke gemachten Versuche führten zur Erfindung der genannten Maschinen.

Die erste Heißluft- oder kalorische Maschine wurde von dem Schweden Ericson im Jahre 1833 gebaut, vermochte aber keinen allgemeinen Eingang in der Praxis zu finden. Dieselbe wurde dann von Ericson selbst und nach diesem von Wilcox, Leauberau, Schwarzkopf, Windhausen u. A. und in neuester Zeit namentlich von Lehmann, Hock, Holdorff, Brückner, Stenberg und Rider wesentlich verbessert. Die bekanntesten und ausgebildetsten Heißluftmaschinen sind die von Lehmann und Hock, sowie auch die Maschinen von Rider und Holdorff-Brückner.

Die verbreitetste Heißluftmaschine war bis jetzt W. Lehmann's Luftexpansionsmaschine, von welcher Fig. 464 einen Längenschnitt darstellt*).

*) Ausführlicheres über die Luft- und Gaskraftmaschinen siehe „Musil, Motoren für das Kleingewerbe"; über die Lehmann'sche Maschine siehe auch „Deutsche Industrieztg." 1876 Nro. 19.

Der wesentliche Theil ist ein langer, liegender Cylinder, welcher vorn (rechts in der Figur) offen und auf der Rückseite geschlossen ist und welcher aus drei Theilen, dem eigentlichen Arbeitscylinder *A*, dem Zwischenstück *B* und dem Feuertopf *C* besteht. Letzterer und das Zwischenstück *B* sind in einem Ofen eingemauert und werden erhitzt.

In dem Cylindertheil *A* befindet sich der Treib- oder Arbeitskolben *D*, dessen Bewegung durch die doppelt angebrachten Kolben- oder Zugstangen *E* sich auf zwei parallele (gabelartig) auf der querdurchlaufenden Achse *x* befindlichen Hebel überträgt. Diese beiden Hebel sind in der Figur durch den um die nämliche Achse *x* drehbaren Hebel *F*, welcher die doppelte Länge hat, verdeckt und theilen diesem die Bewegung mit. Von diesem Hebel *F* wird die Bewegung dann durch die Leitstange *G* und vermittelst der Kurbel *H* auf die Schwungradwelle *J* übertragen. Jedem Hin- und Hergange des Kolbens entspricht eine Umdrehung des Schwungrads.

Gleichzeitig mit der genannten Bewegung wird durch eine Gegenkurbel *O* und die Schubstange *N* ein Hebel *M* bewegt, auf dessen Achse *y* sich in der Mittelebene des Cylinders *A* ein zweiter Hebel befindet. Dieser ist durch Gelenke mit der Kolbenstange des s. g. Speisekolbens oder Verdrängers *LL* verbunden und setzt denselben in Bewegung. Die Kolbenstange des Verdrängers geht luftdicht durch die Mitte des Arbeitskolbens und darum ist letzterer mit den genannten zwei Kolben- oder Zugstangen versehen.

Der Verdränger ist ein luftdicht genieteter Blechcylinder, in der Mitte durch einen Boden *K* versteift und ruht der leichtern Bewegung wegen auf einer Rolle *P*. Zwischen dem Verdränger und dem Arbeitscylinder nebst dessen Fortsetzungen ist ein kleiner Spielraum, damit die Luft von der heißen Seite *C* auf die kalte *A* und umgekehrt gelangen kann. Behufs der Führung des Verdrängers sind noch aufgenietete Blechstreifen angebracht. Der Arbeitscylinder *A* ist mit einem Mantel umgeben und wird durch in *V* zugeführtes, in dem Zwischenraume *R* circulirendes kaltes Wasser kühl erhalten. Der Arbeitskolben *D* steht also immer nur mit abgekühlter Luft von wechselnder Spannung in Berührung. Derselbe ist am Umfange mittelst eines nach innen gerichteten Lederstulps so abgedichtet, daß der Stulp angepreßt wird, wenn die innere Spannung größer als der atmosphärische Druck ist, aber dann äußere Luft eintreten läßt, wenn im Innern die Spannung geringer ist.

Ein angebrachter Regulator *S* öffnet bei zu rascher Bewegung ein Ventil, damit ein Theil der gespannten Luft entweichen kann; oder auch es wird durch den Regulator eine Bremse angezogen. Die Wirkungsweise der Maschine ist nun nach der eigenen Beschreibung des Erfinders folgende: „Bei dem Hin- und Hergange des Verdrängers wird die in der Maschine eingeschlossene Luft abwechselnd nach dem heißen Feuertopf und nach dem kalten Theil des Cylinders gedrängt.

Die eingeschlossene Luft wird also das eine Mal erhitzt, das andere Mal abgekühlt und wird sich in Folge dessen ausdehnen und wieder zusammenziehen und zwar so oft, als der Verdränger nach vorn und wieder nach hinten bewegt wird. Die Ausdehnung und Zusammenziehung wirken nun auf den Arbeitskolben, welcher durch die Ausdehnung der Luft nach vorn gedrückt, bei der Zusammenziehung dagegen wieder nach innen geschoben wird und zwar letzteres dadurch, daß die Maschine mit einem schweren Schwungrad versehen ist, welches, einmal in Bewegung, so viel Arbeitskraft (lebendige Kraft) besitzt, um den Kolben nach innen zu schieben und dadurch die Luft von neuem zu comprimiren."

Die Ursache der wechselnden Zusammenziehung und Ausdehnung der Luft im Arbeitscylinder hat ihren Grund in den verschiedenen Stellungen der Arbeitskurbel *H* und der Gegenkurbel *O*, welche dem Verdränger die Bewegung mittheilt. Die eine eilt der andern vor. Sodann sind die Kurbeln ungleich lang. Daher machen der Arbeitskolben und der Verdränger ungleich große Hübe und es wird also, je nach der Stellung der Kurbeln, das eine Mal der kalte Luftraum *A* auf sein kleinstes Maß verringert und das andere Mal auf sein größtes erhöht. Ebenso ist das eine Mal das Gesammtvolumen der Luft das größte und das andere Mal das kleinste und findet eine abwechselnde Erhitzung und Abkühlung, sowie eine Compression und Verdünnung der Luft statt.

Hat z. B., wie die Figur zeigt, die Arbeitskurbel *H* die horizontale Lage rechts der Achse *J*, ist also die Maschine in einem ihrer todten Punkte, so ist das Gesammtvolumen der Luft das größte. Von jetzt an bewegen sich der Arbeitskolben und der Verdränger einwärts, der letztere aber, welcher bereits vorgeeilt ist, bewegt sich rascher. Dadurch wird das Luftvolumen verringert, die heiße Luft wird nach der kalten Seite gedrängt und erleidet dort eine Abkühlung, sowie eine Verdichtung.

Dieses ist der Vorgang in der ersten Periode eines Schwungradumlaufes, deren vier auf den ganzen Umgang kommen.

Bei fortgesetzter Drehung der Schwungradwelle beginnt der Verdränger sich nach vorn (rechts) zu bewegen, während der Arbeitskolben sich nach einwärts bewegt, das Luftvolumen wird noch mehr verringert, die zwischen beiden Kolben befindliche Luft wird comprimirt und von der kalten nach der heißen Seite verdrängt; dies ist die Periode der Erhitzung und Verdichtung.

Nach diesem Vorgange und wenn die Arbeitskurbel in ihrem zweiten todten Punkt angelangt ist (Kurbellage links vom Wellenmittel), bewegen sich beide Kolben nach der rechten Seite; das Gesammtluftvolumen wird wieder vergrößert und die Luft von der kalten auf die heiße Seite gedrängt; dieselbe erleidet also Erhitzung und Expansion. Auf den Arbeitskolben wirkt nun der Druck der gespannten Luft.

In der vierten und letzten Periode eines Wellenumlaufs tritt

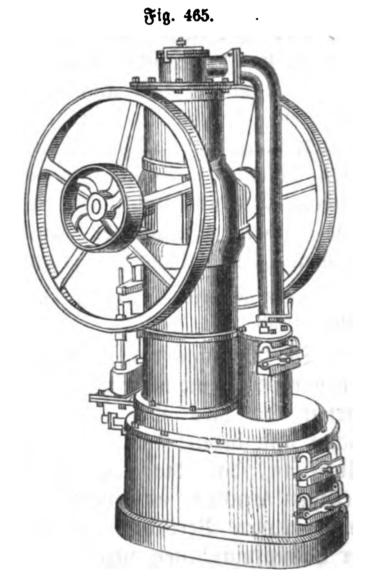
eine noch weitere Vergrößerung des Luftvolumens bis zu ihrem Maximum ein, die Luft tritt von der heißen auf die kalte Seite und es findet also Abkühlung und Expansion statt.

Bemerkt muß noch werden, daß der Arbeitskolben nur mit kalter Luft in direkter Berührung ist, da die erhitzte Luft vorher bei ihrem Durchgehen durch den abgekühlten Raum zwischen dem Verdränger und dem umgebenden wasserhaltenden Mantel wieder auf eine niedrigere Temperatur gebracht wurde. Die heiße Luft wirkt also nur indirekt auf den Arbeitskolben und zwar so, daß sie die am Kolben befindliche kalte Luft zusammenpreßt und dadurch den Kolben vorschiebt. Es ist dies einer der Vorzüge der Lehmann'schen Heißluftmaschine, da die Maschinentheile und namentlich die Liederungen durch Erhitzung weniger Noth leiden. Im Weitern zeichnet sich die Maschine durch einen sehr ruhigen Gang aus. Ihr Brennmaterialverbrauch soll dem der besten Dampfmaschinen gleich kommen und per Stunde und Pferdekraft 3 bis 3½ kg Coaks oder 4 bis 5 kg Steinkohlen betragen. Uebrigens können auch andere Brennmaterialien, selbst auch Lohe, Sägspähne 2c. verwendet werden.

Der Nutzeffekt soll bei einpferdigen Maschinen 0,56 bis 0,67, bei größern etwas weniger betragen.

Die Heißluftmaschine von J. Hock (Wien), der „Sparmotor" genannt, welcher durch Fig. 465 in voller Ansicht dargestellt wird, ist von senkrechter Anordnung, d. h. der Cylinder hat eine vertikale Lage. Ihrer innern Einrichtung nach ist diese Maschine von der Lehmann'schen auch dadurch wesentlich verschieden, daß durch eine mit dem Arbeitscylinder direkt verbundene Luftpumpe bei jedem Hube des Arbeits- und Luftpumpenkolbens, welche beide miteinander verbunden sind, frische Luft eingesaugt und in einen, den dichtverschlossenen Ofen umgebenden Vorwärmer gepreßt wird. Die Luft gelangt alsdann in den Ofen, wo sie bei ihrem Durchgange durch das Brennmaterial erhitzt und auf eine hohe Spannung gebracht wird. Im entsprechenden Augenblick wird dann durch Oeffnen eines Ventils die erhitzte hochgespannte Luft sammt den Verbrennungsgasen in den Arbeitscylinder geleitet. Nach verrichteter Arbeit, d. h. nach vollendetem Kolbenhube entweicht dann die Luft durch ein Austrittsventil.

Fig. 465.



Die lebendige Kraft des Schwungrades vermittelt dann wieder den Rücklauf des Kolbens.

Der Ofen bildet den untern Theil der ganzen Maschine. Ueber diesem befindet sich der Arbeitscylinder und zu oberst die Luftpumpe. Arbeits- und Luftpumpenkolben sind direkt miteinander verbunden und wird also die Bewegung des erstern dem andern mitgetheilt. Zwischen den beiden Cylindern ist auf einem vorspringenden Theil des Arbeitscylinders die Lagerung der Kurbelwelle angebracht. Diese ist gekröpft und erhält ihre rotirende Bewegung durch eine vom Boden des Arbeitskolbens ausgehende Schubstange.

Ueber den Hock'schen Motor spricht sich ein Gutachten der k. k. technischen Hochschule in Wien sehr günstig aus. Derselbe soll nach der Versicherung des Erfinders bei der neuern verbesserten Construction pro Stunde und Pferdekraft nicht über zwei kg beste Steinkohle oder Coaks verbrauchen und mit Ruhe und Leichtigkeit arbeiten, da nun das früher beim Gang der Maschine verursachte Geräusch ziemlich abgeschwächt ist. Die Maschine verlangt kein Kühlwasser, wenig Raum und kein Mauerwerk für den Ofen, ist darum leicht aufzustellen. Auch ihre Bedienung ist eine leichte. Dieselbe kann auch wegen der ausstrahlenden Wärme als Ofen, desgleichen können die mit hoher Temperatur abströmenden verbrauchten Gase zur Beheizung ausgedehnter Räumlichkeiten benützt werden. Die hohe Temperatur dieser Gase wirkt übrigens auch nachtheilig auf die Schmiermittel.

Der Heißluftmotor von Holdorff und Brückner stimmt im Wesentlichen mit Hock's Motor überein; Stenberg's Heißluftmaschine ist der Lehmann'schen ähnlich und nur in der Bewegungsübertragung von dieser verschieden. Rieber's Maschine hat zwei vertikale, miteinander durch ein Rohr verbundene Cylinder, den Arbeitscylinder und einen besondern Compressionscylinder, deren Kolben ungleiche Hübe machen. Die Kolbenstangen sind durch, unter einen bestimmten Winkel voneinander abweichende Kurbeln mit der Schwungradwelle verbunden. Unter dem Arbeitscylinder ist der Feuertopf.

Van Rennes (Utrecht) neue Heißluftmaschine von wesentlich anderer Construction.

Die Vorzüge der Heißluftmaschinen vor den Dampfmaschinen bestehen im Allgemeinen darin, daß sie in jedem Raum aufgestellt werden dürfen, da dies ohne Gefahr ist; ferner ist ihre Wartung eine sehr leichte und bedarf keiner besondern Fachkenntnisse. Ein Uebelstand derselben ist, daß die hohe Temperatur der erhitzten Luft einen nachtheiligen Einfluß auf verschiedene Theile der Maschine ausübt und einen großen Verbrauch an Schmiere verursacht. An ein Verdrängen der Dampfmaschinen durch die Heißluftmaschinen ist aber deßhalb nicht zu denken, weil diese für hervorzubringende bedeutende Effekte viel zu kolossal ausfallen müßten.

b. Die Gaskraftmaschinen, Petroleum- und ähnliche Motoren.

§. 291.

Die Gaskraftmaschinen, auch Gasmaschinen genannt, bieten die nämlichen Vortheile, wie die Heißluftmaschinen, haben aber noch den Vorzug voraus, daß sie kein Heizen verlangen und darum, ohne eine Vorbereitung nach Bedarf jeden Augenblick in und außer Betrieb gesetzt werden können, daß sie ferner keiner besondern Wartung bedürfen, daß ihre Aufstellung eine weniger umständliche ist und weniger Raum verlangt, und daß dieselben in ihren neuern verbesserten Anordnungen keine Belästigung durch ausstrahlende Wärme verursachen. Auch soll sich der Betrieb derselben billiger stellen.

Die erste Gaskraftmaschine wurde im Jahr 1857 von Lenoir in Paris construirt. Dieselbe gleicht in ihrer ganzen Anordmung einer Dampfmaschine mit liegendem Cylinder. Zum Betriebe wird ein Gemisch von 94 bis 95 % atmosphärische Luft und 6 bezw. 5 % Beleuchtungsgas verwendet, welches während des ersten Theils des Kolbenhubes eingesaugt und dann durch einen elektrischen Funken entzündet wird. In Folge der hierdurch bewirkten Ausdehnung (Explosion) des Gasgemisches wird, ähnlich wie bei einer Dampfmaschine, ein Triebkolben bewegt, der dann selbst die Bewegung der Schwungradwelle mittheilt. Am Ende des Hubes werden die Verbrennungsgase durch ein Ventil abgeleitet und es findet also eine Druckverminderung auf dieser Seite des Kolbens statt. Durch Vermittlung des Schwungrads beginnt alsdann der Kolben seinen Rücklauf und es saugt der Kolben nun, mit Hilfe einer gewöhnlichen Schiebersteuerung, auf der andern Seite des Cylinders das Gasgemenge ein, welches dann wieder entzündet wird.

Die jeweilige Entzündung kurz nach Beginn eines Kolben-Hin- und Herganges wird dadurch bewirkt, daß im richtigen Augenblick eine elektrische Drahtleitung von der Maschine selbst so unterbrochen wird, daß der Funken im Gasgemenge überspringt. Die Maschine ist somit doppeltwirkend, weil sowohl auf dem Hin- als dem Hergange des Kolbens das expandirende Gas denselben treibt. Da der Cylinder bei der Verbrennung des Gasgemenges sich ziemlich stark erhitzt, so muß derselbe durch beständig zufließendes kaltes Wasser abgekühlt werden.

Die Lenoir'sche Maschine hat außer dem Nachtheil einer starken Erhitzung noch insbesondere den eines sehr bedeutenden Gasverbrauchs, sowie einer nur sehr geringen Umlaufs- oder Tourenzahl, welche nur 40 per Minute beträgt. Dieselbe erlitt darum bald verschiedene Abänderungen und zwar zunächst durch Hugon, welcher u. A. den elektrischen Funken durch ein beständig brennendes Gasflämmchen ersetzte.

Zu einem, dem praktischen Bedürfnisse genügenden Motor wurde die Gasmaschine aber erst durch die Herren Otto und Langen in Cöln geschaffen, welche durch ihre, nach ganz neuen Prinzipien gebaute „atmosphärische Gaskraftmaschine" einen Motor schufen, der allgemeinen Eingang fand und die frühern fast ganz zu verdrängen vermochte.

Das Eigenthümliche dieser Maschine besteht darin, daß in einem aufrechtstehenden, oben offenen und unten geschlossenen Cylinder durch einen, in demselben sich bewegenden Kolben bei dessen Aufwärtsgehen ein Gemisch von gewöhnlicher Luft und Leuchtgas eingesaugt und alsdann im richtigen Moment durch ein außerhalb des Cylinders befindliches, beständig brennendes Gasflämmchen entzündet und zur Explosion gebracht wird. Dadurch wird der Kolben in die Höhe geschleudert, ohne dabei aber seine Bewegung auf die vorhandene Schwungradwelle zu übertragen. Nach dem, in Folge der bedeutenden Volumensvergrößerung rasch eingetretenen Erkalten und Zusammenziehen der Verbrennungsgase und dem erfolgten Austritt der letzteren wird dann auf der obern Seite des Kolbens der atmosphärische Druck wirksam und treibt denselben zurück. Hiebei erst findet dann eine Bewegungsübertragung auf die Radwelle durch eine besondere Vorrichtung statt.

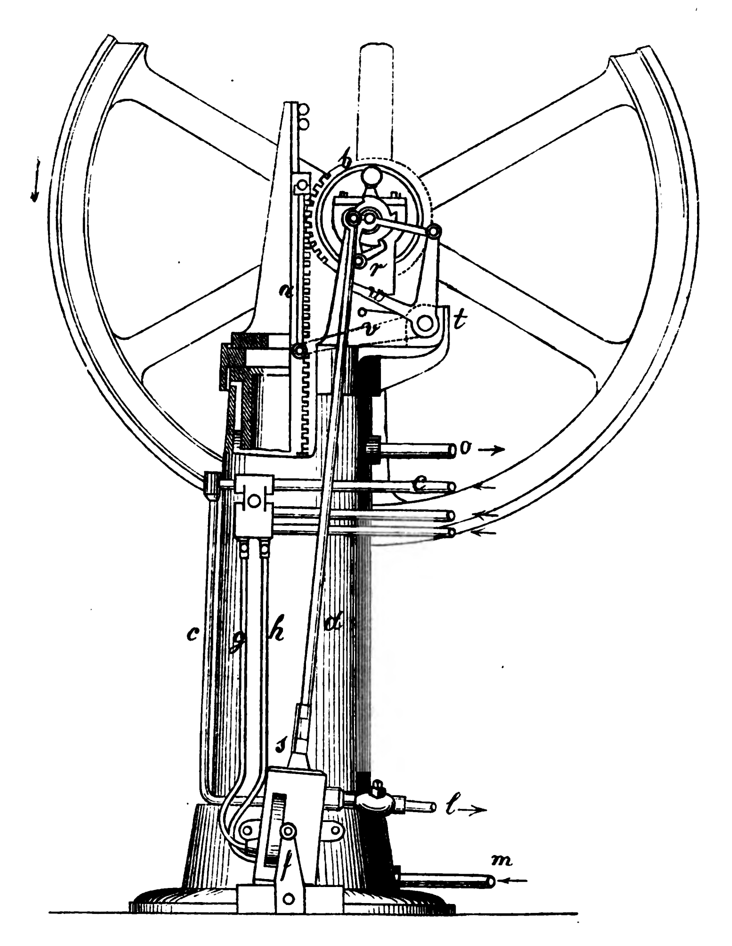
Die atmosphärische Luft, sowie zum Theil auch das eigene Gewicht des Kolbens bilden also den eigentlichen Motor; das Gasgemenge wirkt nur indirekt durch seine nach der Explosion erfolgende Zusammenziehung.

Fig. 466 stellt die Otto-Langen'sche Maschine und zwar zum Theil in einem vertikalen Durchschnitte dar.

Etwas näher auf die Einrichtung eingehend, ist zu bemerken, daß wie bei der Lenoir'schen Maschine, der Cylinder mit einem Mantel umgeben ist, zwischen welchem und dem Cylinder beständig Wasser circulirt, um diesen abzukühlen. Der obere, hervorragende Theil des Cylinders trägt die Lager der Schwungradwelle und des vorhandenen Steuerungshebels, sowie die Führung der Kolbenstange. Die Kolbenstange *a* ist gezahnt und greift in ein auf der Schwungradwelle befestigtes Zahnrad oder eigentlichen Zahnkranz *b* ein. Beim Aufwärtsgehen der Kolbenstange läuft der Zahnkranz leer, d. h. er dreht sich frei auf der Radwelle. Beim Abwärtsgehen der Kolbenstange aber wird der Zahnkranz durch eine eigenthümliche, einseitig wirkende, im Innern des Zahnkranzes befindliche Sperrradkuppelung, das s. g. Schaltwerk, mit der Schwungradwelle fest verbunden und diese dann in Umdrehung gesetzt. So kommt es, daß eine Bewegungsübertragung an das Schwungrad nur bei dem Kolbenniedergange stattfindet.

Die Einführung des durch ein Rohr *c* zugeleiteten Leuchtgases und der sich damit zu mischenden atmosphärischen Luft, ferner die zur rechten Zeit zu geschehende Absperrung dieser Zuleitung und die Entzündung des explosibeln Gemenges besorgt eine äußerst sinnreiche, von

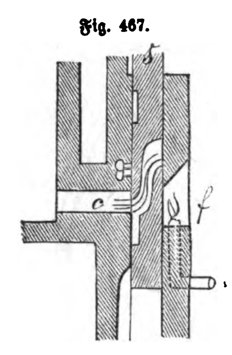
Fig. 466.



der Schwungradwelle aus durch die Stange *d* bewegte Schiebervorrichtung, deren Einrichtung zum Theil aus Fig. 467 zu ersehen ist.

Die Entzündung des Gasgemisches erfolgt durch eine innerhalb des Schiebers zeitweise brennende Gasflamme, die s. g. Interimsflamme, Fig. 467, welche selbst wieder bei der entsprechenden Stellung des Schiebers *s* durch ein außerhalb auf der Schieberdeckplatte fortwährend brennendes Flämmchen *f* entzündet wird. Die beiden Flammen werden durch die Röhren *g* und *h* mit Gas gespeist. Der Schieber hat auch den Zweck, beim Kolbenniedergange die Verbrennungsprodukte

Fig. 467.



und zwar in l, Fig. 466, ausströmen und gegen Ende des Niedergangs etwas Luft eintreten zu lassen, damit diese, als Puffer wirkend, durch ihre Elasticität den Aufschlag des Kolbens verhüte. — In m tritt das Kühlwasser ein und in o aus.

Was die weitere Einrichtung der Maschine betrifft, so ist noch zu bemerken, daß die Bewegung des Schiebers vermittelst eines mit der Schwungradwelle verbundenen Sperrrades und der einfallenden Sperrklinke r bewirkt wird. Zu dem Ende ist die Schwungradwelle auf dieser Seite hohl, um die Steuerwelle aufzunehmen. Die Steuerwelle, welche sich in der Schwungradwelle frei drehen kann, ist mit einer Kurbel versehen, an welcher zwei Zapfen angebracht sind. An dem einen Zapfen hängt die Schieberstange d, am andern die Sperrklinke. Letztere kann außer Eingriff mit dem Sperrrad gesetzt worden. Ist die Klinke r mit dem Sperrrad im Eingriff, so wird die Bewegung der Schwungradwelle auf die Steuerwelle und die Schieberstange übertragen. Um sodann den Wiederaufgang des Kolbens selbstthätig zu veranlassen, ist ein besonderer Anhubmechanismus vorhanden, vermittelst welchem die Kolbenstange nach erfolgter tiefster Lage des Kolbens gefaßt und gehoben wird. Vermittelst der nämlichen Vorrichtung kann auch die Sperrklinke r aus dem Sperrrad gerückt und die Maschine zum Stillstande gebracht werden. Zu dem genannten doppelten Zwecke trägt der Kopf der Schieberstange einen schleifenförmigen Ansatz, in welchen die Stange r mittelst eines Zapfens eingreift. Diese Stange bewegt einen dreiarmigen um t drehbaren Hebel. Der Hebelarm v faßt bei seiner Bewegung die Zahnstange a und bewegt solche aufwärts. Der Arm w dagegen dient dazu, um die Sperrklinke r auszurücken und festzuhalten, wodurch dann der Mechanismus außer Verbindung mit der Schwungradwelle gesetzt wird. Auch ist noch ein durch Räderübersetzung bewegter Bewegungsregulator vorhanden, welcher auf die Steuerung einwirkt und die Zahl der Kolbenhübe beschränkt.

Der Vorzug der Otto-Langen'schen Maschine besteht hauptsächlich darin, daß die bei der Explosion entwickelte Wärme fast ganz zur Volumensvergrößerung der Verbrennungsgase verwendet, darum rasch verbraucht wird und nicht, wie bei der Lenoir'schen Maschine großentheils in die Cylinderwände und in das Kühlwasser übergeht. Es ist darum auch der Verbrauch an Kühlwasser ein geringerer, als bei der letztgenannten Maschine; desgleichen ist der Gasconsum viel kleiner.

Der Gasverbrauch des Otto-Langen'schen Motors soll per Pferdekraft und Stunde bei 10stündiger Arbeit 0,75 bis 0,8 cbm und der Nutzeffekt 0,80 bis 0,85 % betragen.

Bei allen Vorzügen, welche die Otto-Langen'sche Maschine hat,

leidet sie aber doch an dem Uebelstande, daß ihr Betrieb mit einem sehr unangenehmen Geräusch verknüpft ist, welches bei dem Emporschleudern des Kolbens durch das Anschlagen der Zahnstange an die Radzähne ꝛc. verursacht wird. Auch müssen einzelne Theile der Maschine bei dieser Art der Wirkung nothwendig sich bald abnützen.

Diesem Uebelstande wurde zunächst von Gilles (Cöln) abgeholfen, welcher im Cylinder zwei Kolben anbrachte, wovon der eine als s. g. Flugkolben und der andere als Arbeitskolben wirkt. Letzterer befindet sich unter dem Flugkolben und ist mit der am untern Ende des Cylinders angebrachten Kurbelwelle vermittelst einer Schubstange verbunden. Bei der Explosion wird der Arbeitskolben abwärts gedrückt, während der andere in die Höhe geworfen wird.

Am gründlichsten schafft aber Otto's neuer Motor, welcher von der Gasmotorenfabrik Deutz geliefert wird, Abhilfe. Diese, in ihrer Anlage sehr zweckmäßig ausgeführte Maschine ist von liegender Anordnung, arbeitet ohne alles Geräusch und zwar mit einem Kolben. Das Mittel, welches hiebei angewendet wird, besteht darin, daß statt durch eine plötzliche (explosible) Wirkung des Gasgemenges, die Maschine in Folge eines andauernden (constanten) Druckes auf den Treibkolben arbeitet. Dies wird aber erreicht durch eine bedeutende Luftbeimengung, sowie dadurch, daß ein Theil der Verbrennungsgase im Cylinder zurückbleibt, wodurch der Verbrennungsprozeß etwas verzögert wird, und endlich auch weil das Gemisch aus Gas und Luft vor der Entzündung comprimirt wird.

Otto's Motor ist durch die Figuren 468 und 469 im Aufriß und Grundriß (horizontalen Schnitt) dargestellt.

Der Cylinder *A* ist an seinem vordern Ende (in der Figur rechts) offen und am andern geschlossen. Am Boden, d. h. am geschlossenen Ende, wo Gas und Luft zugeführt werden, hat derselbe eine Verlängerung, welche die Form eines abgestumpften Kegels oder eines Kugelabschnitts hat und welche man den Verdichtungsraum nennt. Der Cylinder ist darum etwas länger als der Kolbenhub, so daß, wenn der Kolben *B* in seiner innersten Stellung sich befindet, zwischen ihm und dem Cylinderboden noch einiger Raum übrig bleibt. Dieser Raum ist mit einem Theil der von der letzten Füllung oder vom letzten Spiel der Maschine herrührenden Verbrennungsgase gefüllt. Durch den in horizontaler Richtung sich bewegenden Schieber *C* wird dem Cylinder durch entsprechende im Schieber und Schieberdeckel angebrachte Oeffnungen und Kanäle Luft und Gas zugeführt. Der Schieber wird vermittelst der Steuerwelle *D* und der an ihrem linken Ende angebrachten Kurbel *F* vor- und rückwärts geschoben. Die Steuerwelle selbst empfängt ihre Bewegung mittelst der konischen Räder *G* und *H*, Fig. 469, von der Schwungradwelle *J*. In die Gaszuführung ist eine Kammer eingeschaltet, in welcher ein bei *l* angebrachtes, durch eine Stahlfeder geschlossenes Kegelventil die Ver-

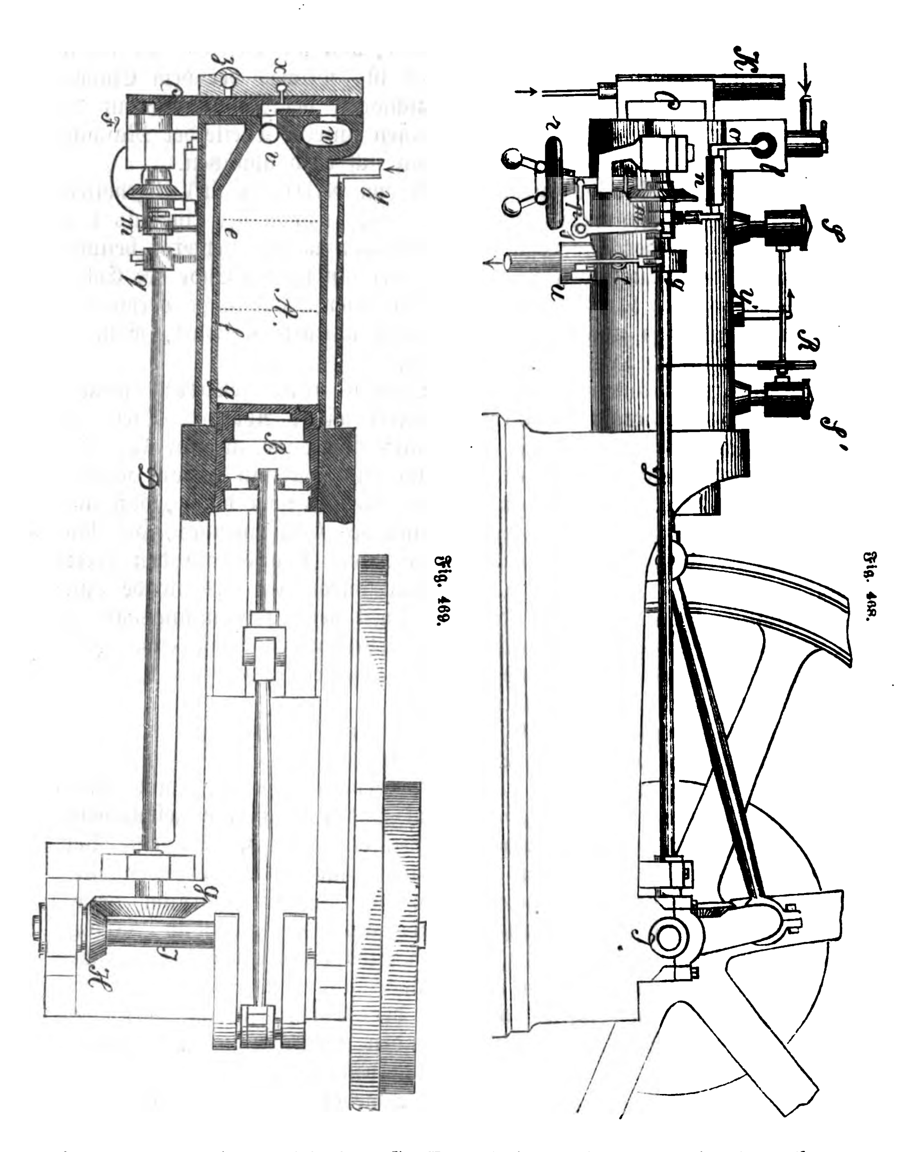


Fig. 469.

Fig. 468.

bindung mit dem Schieber C offen halten oder unterbrechen kann. Dieses Ventil wird vermittelst eines Winkelhebels und eines auf der Steuerwelle sitzenden, sich mit dieser drehenden, aber seitlich verschieb-baren Muffes (Hülse) m, auf welchem ein Hebedaumen oder Kamm angebracht ist, geöffnet. Die beiden Arme des Hebels sind durch eine Stange verbunden, welche sich in der Hülse n dreht. Der eine, auf-

wärtsgehende Arm *o* des Hebels wirkt auf das Ventil, der andere ist an seinem Ende mit einer schmalen Rolle versehen, welche auf dem Muffe *m* ruht. Die Oeffnung des Ventils bei *l* erfolgt nun jedesmal, wenn der auf dem Muffe sitzende Hebedaumen gegen die angeführte Rolle anstößt und diese sammt dem damit verbundenen Hebelarm hebt. Der Muff *m* kann, wie bemerkt, längs der Welle *D* verschoben und also der Hebedaumen ein- und ausgerückt werden. Dieses wird durch den in den Muff eingreifenden Arm eines um *s* drehbaren Winkelhebels bewirkt, dessen anderer Arm *p* mit einem Halsmuffe des Regulators *r* verbunden ist. Durch den von zwei konischen Rädern von der Steuerwelle aus in Umdrehung gesetzten Regulator kann daher auch, wie unten weiter ausgeführt ist, bewirkt werden, daß das Ventil *l* geschlossen beibt und der Gaszufluß in den Cylinder aufhört.

Der Austritt der verbrauchten Gase wird durch eine zweite, auf der Steuerwelle festsitzende s. g. Kammscheibe *q* vermittelt und zwar in der Weise, daß sich der Arm *t* eines Winkelhebels an die Scheibe anlehnt. Wenn nun dieser Arm durch den anstoßenden Kamm (Hebedaumen) der Scheibe *q* weggedrückt wird, so öffnet sich das durch Federdruck geschlossene Austrittsventil bei *u* in vertikaler Richtung nach oben. Die Verbrennungsprodukte können nun durch die im Innern des Cylinders bei *v* befindliche Oeffnung und einen angebrachten Kanal nach dem Ventil *u* und dem daran anschließenden Rohr abgehen. Eine in Fig. 469 sichtbare Feder zieht den Hebelarm *t* beständig gegen die Scheibe *q* hin, so daß nach dem Vorbeipassiren des Daumens das Ventil wieder geschlossen wird.

Die Zuführung der erforderlichen Luft in den Schieber *C* findet bei *w* und die des Gases bei *x* statt.

Bemerkt wird noch, daß der Cylinder mit einem Wassermantel umgeben ist, um einer Erhitzung vorzubeugen. Da aber die Erhitzung überhaupt keine bedeutende ist, so ist auch kein fortwährender Wasserzufluß nöthig und es ist dieser Umstand einer der Vortheile der Maschine.

Das Kühlwasser wird durch das Rohr *y*, Fig. 469, zu-, durch *y′* abgeführt. *S* und *S′* sind mittelst der Schnurrolle *R* selbstthätige Schmierapparate.

Im Schornstein *K*, Fig. 468, brennt das zum Entzünden nöthige Gasflämmchen, welches durch ein im Schieberdeckel bei *z* Fig. 469 einmündendes Gaszuleitungsrohr gespeist wird.

Die Wirkungsweise der Maschine ist nun folgende:

Der im Cylinder *A* befindliche Kolben *B* beginnt, wenn die Maschine, d. h. das Schwungrad, in Gang gesetzt wird, seinen Lauf in *e*. Dabei saugt er etwa während der ersten Hälfte seines Hubes, also von *e* nach *f* durch den Schieber *C* und die im Cylinderboden angebrachte Oeffnung Luft und dann während er sich von *f* bis *g* bewegt, ein inniges Gemenge von Leuchtgas und Luft in den Cylinder. Dieses Gasgemisch wird im Schieber bereitet, sobald der einströmenden

Luft das Gas zugeführt wird. Die rechtzeitige Zuleitung des Gases wird durch das Ventil bei l bewirkt.

Bei diesem Vorgange wird die zuerst eintretende Luft die Gase verdrängen, welche als Verbrennungsprodukte des vorherigen Kolbenhubes den Verdichtungsraum bei v, Fig. 469, noch anfüllten; alsdann verdrängt das später zugeführte Gasgemisch diese Luft und füllt den genannten Verdichtungsraum. Während also der Kolben den ganzen Hub macht, folgt ihm zunächst das zurückgebliebene Gemisch von Luft und den Verbrennungsgasen des vorhergegangenen Spiels, alsdann die frisch eingesaugte Luft und zuletzt das brennbare Gasgemisch. Diese drei Gasarten bleiben nun aber nicht getrennt. Sie mischen sich aber auch nicht gleichmäßig, sondern es enthält die Schichte zunächst der Gaszuführungsstelle, d. h. am Cylinderboden am meisten brennbares Gas und die dem Kolben nächste Schichte am wenigsten. Der Kolben hat seinen Hub jetzt vollendet und hat, wie die Fig. 469 zeigt, seine äußerste Stellung rechts. Die Oeffnung am Boden des Cylinders wird durch den Schieber nun geschlossen. Ingleichem bleibt jetzt auch das Austrittsventil geschlossen. Durch die im Schwungrad angesammelte lebendige Kraft wird nun der Kolben zurückgeschoben. Dadurch werden Verbrennungsprodukte, Luft und Gasgemisch nach dem Verdichtungsraum gedrängt und also dort comprimirt. Hat der Kolben seinen Rücklauf beendet, so bewirkt eine durch den Schieber in den Verdichtungsraum eingeleitete Flamme die Entzündung des Gasgemisches. Diese Entzündung ist aber keine plötzliche, sondern schreitet in Folge der ebengenannten ungleichen Mischung der Gase nur allmälig vor und ist in der Nähe des Kolbens eine ziemlich langsame. Hieraus ergibt sich aber, daß die Wärmeentwickelung und die dadurch bewirkte Volumensvergrößerung, also auch die Expansionswirkung der Gase eine nur allmälige ist. Der Kolben erleidet also einen andauernden Druck, wird dadurch nach rechts geschoben und überträgt die erhaltene Bewegung an die Schwungradwelle J. Die lebendige Kraft des Schwungrads bewirkt dann aufs Neue den Rücklauf des Kolbens, welcher die Verbrennungsprodukte durch das sich jetzt öffnende Austrittsventil bis auf einen bestimmten Rest austreibt.

Von jetzt ab beginnt das Spiel von Neuem.

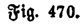
Der Gang der Maschine wird, wie schon bemerkt worden ist, durch den Regulator r und zwar in folgender Weise geregelt:

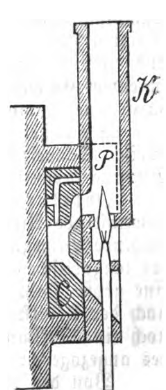
Der auf dem Muffe m angebrachte Hebedaumen ist nur um wenig breiter als die aufruhende, am Ventilhebel befindliche Rolle. So lange die Maschine nun die gewöhnliche Zahl von Umdrehungen (160 bis 180 in der Minute) macht, hat der Muff eine solche Lage, daß der Hebedaumen bei jeder Umdrehung der Steuerwelle gegen die Rolle des Ventilhebels anstößt und also das Ventil l während einer bestimmten Zeit offen hält, so daß also regelmäßig Gas dem Cylinder zuströmen kann. Läuft aber die Maschine einmal zu schnell, so wird

der am Regulator angebrachte Halsmuff gehoben und damit auch der in denselben eingreifende Arm p des um s drehbaren Winkelhebels. Hiebei wird der Muff m nach rechts geschoben, der Hebedaumen kommt nicht mehr in Berührung mit der Rolle des Ventilhebels; es bleibt also das Ventil geschlossen und daher der Gaszufluß zum Cylinder ganz unterbrochen. Sollte umgekehrt die Maschine in Folge vorhandener übergroßer Widerstände zum Stillstehen kommen, so wird die Hülse m mit dem Hebedaumen nach links geschoben. Der Hebedaumen kommt wieder nicht zum Angriff und es kann also kein unnützer Verbrauch von Gas eintreten.

Aus dem geschilderten Vorgange ergibt sich, daß während eines Doppelhubes des Kolbens oder während zwei Umdrehungen der Schwungradwelle folgende Wirkungen im Cylinder eintreten: Zuerst findet das Ansaugen der Gasarten, dann die Compression derselben statt; hierauf bei Beginn der zweiten Umdrehung des Schwungrads die Verbrennung und Expansion der Gase und zuletzt der Austritt der Verbrennungsprodukte. Während dieser Vorgänge sollen aber nur einmal Gas und Luft ein- und die Verbrennungsgase abgeführt werden. Die Steuerwelle darf also nur eine Umdrehung, und der Schieber sammt den Ein- und Austrittsventilen dürfen nur ein Spiel machen, während die Schwungradwelle zwei Umläufe macht. Deßhalb erhält das auf der Steuerwelle sitzende Zahnrad G doppelt soviel Zähne, als das eingreifende auf der Schwungradwelle angebrachte Rad H.

Auf die nähere Beschreibung der äußerst sinnreichen Einrichtung des Schiebers für die Luft- und Gaszuführung, die Mischung derselben, und die Entzündung mittelst einer s. g. Vermittlungsflamme durch ein beständig brennendes Gasflämmchen kann der gebotenen Raumbeschränkung wegen nicht eingegangen werden. Nur soll noch durch Fig. 470, welche einen vertikalen durch den Schieber und den Schieberdeckel geführten Schnitt darstellt, die Stellung und Einrichtung des Schiebers C für den Moment der Entzündung des Gasgemisches durch die im Schornstein K brennende Gasflamme P gezeigt werden.


Fig. 470.



Die Gasmaschinen eignen sich, wie schon gesagt worden ist, vorzugsweise für den Kleinbetrieb, wo man nur zeitweise eine nicht gar große Betriebskraft braucht, oder aber dort, wo für Aufstellung einer Dampf- oder einer ähnlichen Maschine mit Dampfkessel 2c. kein Raum vorhanden, oder wo eine solche Aufstellung, der damit verbundenen Gefahren wegen, gar nicht zulässig ist.

Otto's Motor wird in Stärken von ½ bis 8 und mehr Pferdekräften geliefert. — Der Wirkungsgrad soll 0,65 bis 0,72 betragen.

Der Gasverbrauch beträgt per Pferdekraft und Stunde 3/4 bis 1 cbm.

Nach gleichem Prinzip, wie Otto's Motor, nämlich mit Verwendung der Expansion statt Explosion des Gasgemisches, ist der Gasmotor des Engländers Simon construirt. Derselbe hat aber zwei aufrecht stehende Cylinder; in dem einen wird das Gasgemisch comprimirt, das in dem andern dann zur Wirkung gelangen soll. — Auch Bisschop's Motor gehört zu dieser Art. Derselbe eignet sich namentlich für ganz geringe Kraftleistungen von 0,04 bis 0,2 Pferdekräften.

Anmerkung. Den eben beschriebenen Maschinen sind auch, was ihre Einrichtung und Wirksamkeit betrifft, die in neuerer Zeit aufgekommenen Petroleum-Motoren ziemlich ähnlich. Bei denselben wird fein vertheiltes oder in Gasform übergegangenes, d. h. verdampftes Petroleum mit atmosphärischer Luft zu einem explosiblen Gemenge gemischt. Dieses wird dann in den Cylinder eingesaugt und durch ein Flämmchen entzündet.

Die von der „Deutzer Gasmotorenfabrik“ gelieferte Petroleumkraftmaschine arbeitet ähnlich, wie die Otto-Langen'sche Gaskraftmaschine; ihr Gang ist aber weniger geräuschvoll. Der Arbeitskolben wird durch die eingetretene Explosion auswärts geschleudert und während des Ansaugens der mit Luft gemengten Petroleumdämpfe, sowie während des Kolbenrücklaufs bildet die lebendige Kraft des Schwungrads und zum Theil auch die Atmosphäre die bewegende Kraft.

Die „Petroleum-Motoren“ von J. Hock und dem Amerikaner Brayton („Ready Motor“) sind ähnlich eingerichtet. Bei Letzterem geht die in einem besondern Cylinder angesaugte und verdichtete Luft vor ihrem Eintritt in den Arbeitscylinder durch ein feines Drahtgeflecht und einen mit Filz oder Schwamm angefüllten Raum, in welchen Petroleum eingepumpt wird. Die verdichtete Luft mischt sich hiebei mit Petroleumdämpfen und wird dadurch explodirbar.

S. Markus in Wien entzündet das aus verflüchtigtem Petroleum und Luft bestehende Gemenge durch den Funken eines kräftigen Induktionsstromes.

L. Seyboth's (Wien) „Kohlensäure-Motor“. Derselbe ist wie eine gewöhnliche Dampfmaschine gebaut und wird durch Kohlensäure von 4 Atmosphären Druck betrieben. Das Gas kann nach verrichteter Arbeit noch zur Bereitung von s. g. Sodawasser oder zu andern Zwecken verwendet werden.

Delaporte's „Ammoniakgas-Maschine“ ist ebenfalls wie eine Dampfmaschine gebaut. Das Ammoniakgas wird in einem Kessel aus einer gesättigten Lösung durch Erhitzung entbunden und geht dann in den Schieberkasten und von da in den Arbeitscylinder. Nach vollbrachter Wirkung wird das Gas in einem Condensator durch Wasser verdichtet (gelöst) und von hier aus wieder durch eine Pumpe dem Kessel (Entsättiger) zugeführt.

Seyfferth's „Schwefelkohlenstoff-Maschine“ wirkt in ähnlicher Weise. Schwefelkohlenstoff siedet schon bei 48° und werden die Dämpfe dann zum Betriebe verwendet.

„Elektromagnetische Kraftmaschinen“ (vergl. oben §. 16). Durch abwechselnde Anziehung und Loslassen kräftig wirkender Elektromagnete wird die drehende Bewegung einer Radwelle &c. bewirkt. Wegen der sehr raschen Abnahme der magnetischen Anziehung auf die Ferne braucht man sehr starke Ströme, also eine große Zahl galvanischer Elemente, was viele Kosten verursacht. Dabei ist noch der Uebelstand, daß beim Wechsel oder bei der Stromunterbrechung immer noch ein Rückstand an magnetischer Kraft bleibt, welcher einer raschen Trennung des angezogenen Eisens (Ankers) entgegenwirkt.

Von den verschiedenen schon versuchten elektrischen Motoren ist die umgekehrte Gramme'sche Maschine hervorzuheben. Die eigentliche Gramme'sche Maschine dient bekanntlich dazu, um durch mechanische Arbeit (Rotation &c.) einen

elektrischen Strom zu erzeugen. Man kann aber auch umgekehrt mit der Maschine durch einen kräftigen Strom mechanische Arbeit erzeugen und — was von Vortheil ist — auf größere Entfernungen fortleiten und dort eine Maschine in Thätigkeit setzen.

Anwendung von comprimirter Luft. — Unter hohem Druck und in transportabeln Behältern sich befindliche Luft setzt dort, wo man sie arbeiten lassen will, einen beliebigen Motor, z. B. ein Reaktionsrad ꝛc., das durch ein Rohr mit dem Luftbehälter in Verbindung gesetzt ist, in Bewegung.

Federmotoren. Außer als Triebkraft bei Uhren können aufgezogene Stahlfedern auch angewendet werden, um Nähmaschinen und andere Apparate, welche keinen großen Kraftaufwand beanspruchen, in Gang zu setzen. Der Wirkungsgrad derselben ist im Allgemeinen aber nur ein geringer.

4. Berechnung der Wirkungsfähigkeit der Dampfmaschinen.

§. 292.

Um die Leistungsfähigkeit oder die Wirkungsgröße einer Dampfmaschine, sowie überhaupt einer jeden Maschine zu bestimmen, handelt es sich natürlich nur darum, die in einer gewissen Zeit, und zwar in der Zeiteinheit, d. h. in der Sekunde verrichtete Arbeitsgröße $P \,.\, v$ zu bestimmen, wobei nach Früherem P die den Kolben bewegende Kraft, v aber den vom Kolben in der Sekunde durchlaufenen Weg oder dessen Geschwindigkeit bezeichnet.

Ist nun p der auf die Kolbeneinheit, d. h. auf 1 □m (1 □Fuß) ausgeübte Druck des Dampfes, und d der Durchmesser des Kolbens oder des Dampfcylinders, somit $\frac{\pi \,.\, d^2}{4}$ dessen Querschnitt oder die Kolbenfläche, so ist der von dem Dampfe auf den ganzen Treibkolben ausgeübte Druck $= \frac{\pi\, d^2}{4} \,.\, p$.

Auf der andern Seite des Kolbens findet aber immer ein Gegendruck statt. Bezeichnet man diesen auf die Einheit der Kolbenfläche ausgeübten Gegendruck durch q, so ist also die eigentliche, den Dampfkolben bewegende Kraft

$$P = \frac{\pi \,.\, d^2}{4} (p - q).$$

Die Geschwindigkeit, mit welcher der Kolben bewegt wird, ergibt sich aus der Länge eines von dem Kolben gemachten Hubes oder Hinganges und der Zahl dieser Hübe.

Ist l die Hublänge und n die Anzahl der in einer Minute gemachten Doppelhübe oder Kurbelumdrehungen, so beträgt der in der Sekunde vom Kolben durchlaufene Weg

$$v = \frac{2 \,.\, n \,.\, l}{60}.$$

Somit ist die von der Dampfmaschine in der **Sekunde** verrichtete **Arbeitsgröße**, wenn beständig frischer Dampf in den Cylinder strömt, und wenn auf Nebenhindernisse (Reibung ꝛc.) keine Rücksicht genommen wird, d. i. der s. g. **theoretische Effekt**

$$P \cdot v = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot (p - q) \cdot \frac{2nl}{60}.$$

Da $\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l$ das Volumen V des Dampf haltenden Theiles des Cylinders ist, so kann man auch setzen:

$$P \cdot v = V \cdot (p - q) \frac{n}{30}.$$

Der Dampfdruck p auf die Flächeneinheit richtet sich nach der Spannung des Dampfes und ist also bei 2, 3 oder 4 ꝛc. Atmosphärendruck nach §. 225 = 2 . 10336 kg, 3 . 10336 kg, 4 . 10336 kg ꝛc. Die Wirkung einer Dampfmaschine ist darum, wie an sich begreiflich ist, um so größer, je größer die Kolbenfläche oder der Durchmesser, die Dampfspannung und die Kolbengeschwindigkeit sind, und je geringer der Gegendruck ist. Durchmesser und Dampfspannung können nach Erforderniß gewählt werden. Nicht so ist es hinsichtlich der Hubeanzahl oder der Kolbengeschwindigkeit. Letztere ist im Allgemeinen zu 1 bis nahe 1½ m, für große Hochdruckmaschinen noch etwas höher anzunehmen; bei Lokomotiven und Schiffsmaschinen beträgt dieselbe selbst oft 2—3 m. Neuere Construkteure nehmen meistens große Geschwindigkeiten an.

Der Gegendruck hängt davon ab, ob die Maschine mit oder ohne Condensation arbeitet. Wird keine Condensation angewendet, so ist einmal der dem abgehenden Dampf, beziehungsweise der Gegenseite des Kolbens entgegenwirkende Atmosphärendruck zu überwinden; außerdem findet der abströmende Dampf aber auch noch in den Abflußröhren einigen Widerstand. Man muß darum jedenfalls den Gegendruck zu 1, besser aber, wegen diesen andern Hindernissen, zu 1¼ Atmosphären annehmen.

Bei den Maschinen mit Condensation ist der Gegendruck auf den Kolben natürlich nur ein geringer und beträgt nach gemachten Beobachtungen und Messungen nicht über 1/10 Atmosphäre.

Was noch das Verhältniß zwischen dem Durchmesser d und der Länge l des Cylinders betrifft, so ist zu bemerken, daß bei feststehenden Maschinen die Länge gewöhnlich das 2—2½fache des Durchmessers beträgt. Bei großen Schiffsmaschinen kommen aber oft auch ganz andere Verhältnisse vor und ist namentlich der Durchmesser verhältnißmäßig größer.

Für **metrisches Maß** ist demnach die sekundliche Arbeit der Dampfmaschinen, wenn der Dampf eine Spannung von n_1 Atmosphären hat, ohne Condensation:

$$P \,.\, v = \frac{\pi \,.\, d^2}{4} \,.\, (n_1 - 1) \,.\, 10336 \,.\, \frac{2 \,.\, n \,.\, l}{60} \text{ kgm},$$

mit Condensation:

$$P \,.\, v = \frac{\pi \,.\, d^2}{4} (n_1 - 0{,}1) \,.\, 10336 \,.\, \frac{2 \,.\, n \,.\, l}{60} \text{ kgm}.$$

§. 293.

Wenn nun aber nicht fortwährend frischer Dampf in den Cylinder strömt, wie im vorigen §. angenommen wurde, sondern wenn vielmehr nach einem Theil des Hubes der im Cylinder arbeitende Dampf abgesperrt wird und also durch seine Expansion wirken muß, so ist die Arbeitsberechnung, da während der Expansion die Triebkraft mehr und mehr abnimmt, eine andere.

Man führt die Berechnung der Leistungsfähigkeit einer Expansionsmaschine am leichtesten in der Weise aus, daß man zuerst die Arbeit berechnet, welche verrichtet wird, während beständig frischer Dampf zuströmt, also vor der Absperrung; sodann bestimmt man den mittlern Dampfdruck, welcher während der Expansion des Dampfes stattfindet, und berechnet hieraus die während der Absperrung verrichtete Arbeit. Beide Arbeitsgrößen zusammen geben dann die während eines Hubes verrichtete Arbeit, woraus sich endlich die sekundliche Arbeit ergibt.

Es trete z. B. nur während des ersten Drittels des Kolbenhubes frischer Dampf in den Cylinder, so ist, wenn p wieder den anfänglichen Dampfdruck und q den Gegendruck auf die Flächeneinheit des Kolbens (1 □m 2c.) bezeichnen und l die ganze Hublänge ist,

die Arbeit vor der Absperrung $\frac{P \,.\, l}{3} = \frac{\pi \,.\, d^2}{4} (p - q) \frac{l}{3}$.

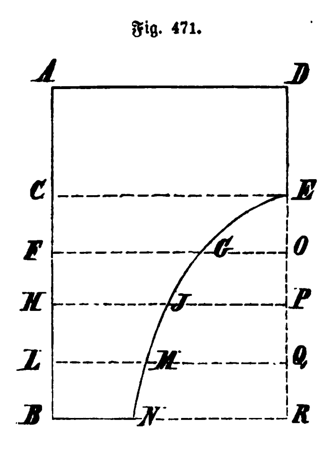
Von dem Augenblicke an, in welchem die Absperrung des Dampfes eintritt und dieser durch seine Ausdehnung oder Expansion wirken muß, nimmt die Dampfspannung, also der auf die Flächeneinheit ausgeübte Dampfdruck nach Früherem in dem Maße ab, als der von dem Dampfe eingenommene Raum größer wird, und es sind diese nach einander eintretenden Drücke nach dem im §. 226 genannten Mariotte'schen Gesetze zu berechnen.

Zwar tritt eine genau mit dem Grade der Volumensvergrößerung abnehmende Dampfspannung nur in dem Falle ein, wenn der expandirende Dampf immer gleiche Temperatur besäße, der Cylinder also von außen erwärmt würde. Diese Erwärmung geschieht auch oft, indem Dampf in einen, den Cylinder umschließenden Mantel einströmt und so den Cylinder umhüllt. Doch haben vielfältige Untersuchungen dargethan, daß, wenn auch der Dampf bei seiner Expansion eine geringe Abkühlung erleidet, vor der man übrigens, soweit die

Ursachen äußere sind, auch durch hölzerne Verkleidungen des Cylinders schützt, das Mariotte'sche Gesetz der Berechnung der Expansionsmaschinen immerhin und ohne wesentliche Fehler zu Grunde gelegt werden kann.

Mit Zugrundelegung dessen findet man nun die in den verschiedenen Punkten des Cylinders während der Absperrung eintretenden Dampfdrücke p, p^1, p^2 2c. 2c., und hieraus den mittleren Dampfdruck p' auf die Flächeneinheit mit Hülfe der Fig. 471 auf folgende Weise:

Fig. 471.



Bezeichnet AB die Länge des ganzen Kolbenhubes, und es trete, wie angenommen ist, die Absperrung nach $\frac{1}{3}$ des Hubes ein, so daß $AC = \frac{l}{3}$ ist, so finden in A und C gleiche Dampfspannungen p statt. Von C an aber, wenn der Kolben gegen B hin sich bewegt, nimmt dieselbe ab, und es beträgt dieselbe in H, wenn also der Dampf sich in den doppelten Raum ausgedehnt hat, nach dem Mariotte'schen Gesetz nur noch die Hälfte, also $\frac{1}{2}\,p$.

Desgleichen ist, wenn der Kolben am Ende seines Hubes angekommen ist, und der Dampf also den dreifachen Raum ausfüllt, der Dampfdruck nur noch $\frac{1}{3}\,p$.

Ist der Kolben aber erst im Punkte F angekommen, so daß der Dampf den Raum $AFOD$ ausfüllt, welcher $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$mal so groß ist, als dessen ursprüngliches Volumen $ACED$, so ist dessen Druck auf die Flächeneinheit $\frac{3}{2}$mal geringer, also nur noch $= \frac{2}{3}\,p$; und ist der Kolben in L und der Dampf nimmt also den $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$fachen Raum ein, so ist dessen Druck nur noch $\frac{2}{5}\,p$.

Aus diesen fünf Kräften oder Dampfdrücken p, $\frac{2}{3}\,p$, $\frac{1}{2}\,p$, $\frac{2}{5}\,p$ und $\frac{1}{3}\,p$ ergibt sich nun die **mittlere** Kraft

$$p' = \tfrac{1}{5}\left(p + \tfrac{2}{3}\,p + \tfrac{1}{2}\,p + \tfrac{2}{5}\,p + \tfrac{1}{3}\,p\right),$$

d. i.
$$p' = \frac{p}{5}\left(1 + \tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{2} + \tfrac{2}{5} + \tfrac{1}{3}\right),$$

oder
$$p' = \frac{p}{5} \cdot \frac{87}{30} = \frac{29\,p}{50} = 0{,}58 \,.\, p.$$

Somit ist die **während** der Absperrung, also auf dem Wege $\frac{2}{3}\,l$ verrichtete Arbeit

$$P' \cdot \frac{2\,l}{3} = \frac{\pi\,d^2}{4}\,(p' - q) \cdot \frac{2\,l}{3},$$

wobei für den **mittlern Dampfdruck** p' auf die Flächeneinheit der eben gefundene Werth $0{,}58 \,.\, p$ zu setzen ist.

Die während eines Hubes verrichtete Arbeit ist also

$$P \cdot \frac{l}{3} + P' \cdot \frac{2l}{3} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot (p - q) \frac{l}{3} + \frac{\pi d^2}{4} \cdot (p' - q) \cdot \frac{2l}{3};$$

d. i., wenn zusammengezogen wird,

$$P \cdot \frac{l}{3} + P' \cdot \frac{2l}{3} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{l}{3} [p - q + 2(p' - q)],$$

und also die sekundliche Arbeit $= \left(P \cdot \frac{l}{3} + P' \cdot \frac{2l}{3}\right) \frac{2 \cdot n}{60};$

oder kürzer $= \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{l}{3} [p - q + 2(p' - q)] \frac{2 \cdot n}{60},$*)

wenn n die Zahl der in einer Minute gemachten Doppelhübe angibt.

Die obige Berechnung des mittlern Dampfdruckes p' ist nicht ganz genau, da die Dampfspannung sich stetig ändert; man müßte vielmehr, um einen möglichst richtigen Werth zu erhalten, viele einzelne Drücke, die in den verschiedenen Punkten des Kolbenstandes stattfinden, berechnen.

Genauer findet man aber die Leistung einer Expansionsmaschine, wenn man nach der Art und Weise, wie oben in §. 28 angegeben ist, die verrichtete Arbeit figürlich darzustellen sucht.

Stellt zu dem Ende oben in Fig. 471 $CE = AD$ den vom Dampf in den Punkten A und C ausgeübten Druck auf den ganzen Kolben vor und welcher Druck auf dem Kolbenwege AC stattfindet, so ist $AD \cdot AC = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot p \cdot \frac{l}{3}$ gleich der vor der Absperrung verrichteten Arbeit, wobei der Gegendruck aber noch nicht in Abzug gebracht ist. $AD \cdot AC$ gibt aber zugleich auch den Inhalt des Rechtecks $ACED$ an; es stellt somit diese Fläche $ACED$ auch die dem Dampfe vor der Absperrung zukommende Arbeit vor.

Drückt man nun ferner mit FG, HJ, LM und BN die in den Punkten F, H, L und B vom Dampfe nach einander ausgeübten Drücke auf den Kolben $= \frac{2}{3} p$, $\frac{1}{2} p$, $\frac{2}{5} p$ und $\frac{1}{3} p$ aus, so ist nach §. 28 die Arbeit, welche der Dampf von C bis F verrichtet, nur gleich dem Inhalte der trapezförmigen Figur $CFGE$; desgleichen ist die auf dem Wege FH verrichtete Arbeit gleich dem Inhalte des Trapezes $FGJH$; ferner ist die Arbeit von H bis L gleich dem Inhalte der Figur $HJML$; und die Arbeit von L nach B gleich dem Inhalte der Figur $LMNB$.

Folglich ist die ganze von C bis B, also während der Absperrung vom Dampf verrichtete Leistung gleich dem Inhalte der

*) Die erleichterte Rechnung bei gegebenen Zahlenbeispielen siehe unter Aufg. 2.

Figur $CENB$; also nach der Lehre der Geometrie, da $CF = FH = HL = LB = \frac{l}{6}$ ist,

$$= \frac{l}{6}\left(\frac{CE + BN}{2} + FG + HJ + LM\right);$$

$$= \frac{l}{6}\left(\frac{P + {}^1/_3\, P}{2} + {}^2/_3\, P + {}^1/_2\, P + {}^2/_5\, P\right);$$

$$= \frac{P\,.\,l}{6}\,({}^4/_6 + {}^2/_3 + {}^1/_2 + {}^2/_5) = \frac{P\,.\,l}{6}\,.\,\frac{67}{30};$$

$$= \frac{67}{180}\,P\,.\,l \text{ (I)}.$$

Gemäß §. 28 ist nach einer genauern Formel der Inhalt der obigen Figur $CENB$, also auch die vom abgesperrten Dampf zu vollziehende Arbeit

$$= {}^1/_3\,.\,\frac{l}{6}\,(CE + BN + 2\,.\,HJ + 4\,[FG + LM]);$$

$$= \frac{l}{18}\left(P + {}^1/_3\, P + 2\,.\,\frac{P}{2} + 4\,[{}^2/_3\, P + {}^2/_5\, P]\right);$$

$$= \frac{P\,.\,l}{18}\,(1 + {}^1/_3 + 1 + {}^8/_3 + {}^8/_5);$$

$$= \frac{33}{90}\,P\,.\,l = \frac{66}{180}\,.\,P\,.\,l \text{ (II)}.$$

Da $P = \frac{\pi\,.\,d^2}{4}\,.\,p$ ist, wobei p die ursprüngliche Dampfspannung oder den Druck auf die Flächeneinheit bezeichnet, so ist die durch Expansion verrichtete Arbeit

$$\text{nach (I)} = \frac{67}{180}\,.\,\frac{\pi\,.\,d^2}{4}\,.\,p\,.\,l;$$

$$\text{nach (II)} = \frac{66}{180}\,.\,\frac{\pi\,.\,d^2}{4}\,.\,p\,.\,l.$$

Wird die vor der Absperrung verrichtete Arbeit $P\,.\,\frac{l}{3} = \frac{\pi\,.\,d^2}{4}\,.\,p\,.\,\frac{l}{3}$ hiezu addirt, so erhält man die ganze Leistung L während eines Kolbenhubes und zwar nach Gl. (I)

$$L = \frac{\pi\,.\,d^2\,.\,p\,.\,l}{4\,.\,3} + \frac{67}{180}\,.\,P\,.\,l;$$

d. i. $$L = \frac{\pi\,.\,d^2\,.\,p\,.\,l}{4\,.\,3} + \frac{67\,.\,\pi\,.\,d^2\,.\,p}{180\,.\,4}\,.\,l;$$

also $$L = \frac{\pi\,.\,d^2\,.\,p\,.\,l}{4}\,.\left(\frac{1}{3} + \frac{67}{180}\right) = 0{,}705\,.\,\frac{\pi\,.\,d^2}{4}\,.\,p\,.\,l.$$

Nach dem genauern Resultate Gl. (II) aber hätte man

$$L = \frac{\pi \,.\, d^2 \,.\, p \,.\, l}{4 \,.\, 3} + \frac{66 \,.\, \pi \,.\, d^2 \,.\, p \,.\, l}{180 \,.\, 4};$$

also $L = \frac{\pi \,.\, d^2 \,.\, p \,.\, l}{4} \,.\, \left(\frac{1}{3} + \frac{11}{30}\right) = 0{,}7 \,.\, \frac{\pi \,.\, d^2}{4} \,.\, p \,.\, l.$

Von dieser von dem Dampfe während eines Hubes verrichteten Arbeitsgröße ist nun aber noch die zur Ueberwindung des Gegendruckes auf der ganzen Hublänge l verbrauchte Wirkungsgröße abzuziehen. Diese ist aber, wenn q den Gegendruck auf der Flächeneinheit bezeichnet, $= \frac{\pi \,.\, d^2}{4} \,.\, q \,.\, l.$

Somit beträgt, wenn, wie angenommen ist, die Absperrung nach $1/3$ des Hubes eintritt, nach der genauern Rechnung die eigentliche vom Kolben übertragene Arbeit während eines Hubes

$$L = 0{,}7 \,.\, \frac{\pi \,.\, d^2}{4} \,.\, p \,.\, l - \frac{\pi \,.\, d^2}{4} \,.\, q \,.\, l = \frac{\pi \,.\, d^2}{4} \,.\, l\,(0{,}7\,p - q);$$

und folglich die Arbeit per Sekunde

$$P \,.\, v = \frac{\pi \,.\, d^2}{4} \,.\, l \,.\, (0{,}7\,p - q) \,.\, \frac{2 \,.\, n}{60}.$$

Würde die Absperrung des Dampfes, statt wie angenommen ist bei $1/3$ des Kolbenhubes, schon bei $1/4$, $1/5$ 2c. 2c. des Hubes eintreten, so ist die Rechnung in ähnlicher Weise auszuführen, wie unten bei den Aufgaben gezeigt wird.

Bei der Woolf'schen Expansion verhält sich die Sache so, daß wenn der größere Cylinder 3mal, 4mal 2c. größer ist, als der kleinere, so ist der bei einem Hube erreichte Effekt ganz der nämliche, wie bei einer Maschine von gewöhnlicher Absperrung mit einem Cylinder von dem Inhalte des größern der Woolf'schen Maschine und bei einer nach $1/3$, $1/4$ 2c. des Hubes eintretenden Absperrung.

Es verdient kaum bemerkt zu werden, daß die Expansion des Dampfes nicht weiter gehen darf, als daß der Dampf immer noch eine Spannung behält, die größer als der Gegendruck ist. Bei Maschinen ohne Condensation darf darum diese Spannung nicht unter $1\,1/2$ Atmosphären hinuntergehen.

§. 294.

Die wirklichen nutzbaren Leistungen der Dampfmaschinen sind immer bedeutend geringer, als die in den beiden vorangehenden §§. aufgestellten Berechnungsformeln angeben. Der Grund davon liegt sowohl in den verschiedenen stattfindenden Bewegungshindernissen, als auch hauptsächlich in den Spannungsverlusten, welche der Dampf aus mehrfachen Ursachen erleidet.

Die vorkommenden Bewegungswiderstände bestehen in der Reibung

der Kolben und Pumpenstangen, der Ventile, Zapfen rc., während von außen stattfindende Abkühlung, Richtungsveränderungen des Dampfes in den Zuleitungsröhren und Kanälen, und Hindernisse beim Eintritt die Wirkung des Dampfes schwächen, d. h. eine Minderung der Dampfspannung verursachen.

Die Abnahme der Dampfspannung im Cylinder beträgt bei Niederdruckdämpfen etwa 1/20, bei Mitteldruck- 1/14 und bei Hochdruckdämpfen 1/10 der Spannung im Kessel. Bei verhältnißmäßig geringer Oeffnung des Regulirungsschiebers ist dieselbe übrigens noch viel größer. Diese Abnahme ist übrigens nöthig, da bei gleicher Spannung im Kessel und Cylinder der Dampf nicht ausströmen würde. — Eine Verminderung in der Dampfspannung hat übrigens nicht in gleichem Maße eine Effektverminderung zur Folge, da, wenn der Dampf in seiner Spannung herabgeht, sein Volumen sich, wie schon im §. 283 bemerkt wurde, beinahe in gleichem Maße vergrößert; d. h. beim Herabsinken auf die halbe Spannung nimmt eine aus dem Kessel strömende Dampfmenge im Cylinder nahezu den doppelten Raum ein. Die Spannungsverminderung hat also eine Geschwindigkeitsvermehrung zur Folge.

Durch genaue, hauptsächlich vermittelst des im §. 180 erklärten Bremsdynamometers gemachte Untersuchungen hat sich ergeben, daß der wirkliche Nutzeffekt, welcher von den Dampfmaschinen auf die Arbeitsmaschinen übertragen wird, nur folgende größte Werthe hat:

I. Für Niederdruckmaschinen

unter 10	Pferdekräften	ist	der	Nutzeffekt	=	0,5 . P . v;
von 10—30	"	"	"	"	=	0,56 . P . v;
" 30—60	"	"	"	"	=	0,6 . P . v;
" 60—100	"	"	"	"	=	0,65 . P . v.

II. Für Hochdruckmaschinen

unter 10	Pferdekräften	ist	der	nutzbare	Effekt	=	0,5 . P . v;
von 10—20	"	"	"	"	"	=	0,55 . P . v;
" 20—30	"	"	"	"	"	=	0,6 . P . v;
" 30—40	"	"	"	"	"	=	0,65 . P . v;
" 40 und mehr	"	"	"	"	"	=	0,7 . P . v.

III. Für Expansionsmaschinen

von 4—10	Pferdekräften	ist	der	Nutzeffekt	=	0,33 . P . v;
" 10—20	"	"	"	"	=	0,42 . P . v;
" 20—40	"	"	"	"	=	0,5 . P . v;
" 40—50	"	"	"	"	=	0,57 . P . v;
" 50—60	"	"	"	"	=	0,62 . P . v;
" 60—70	"	"	"	"	=	0,66 . P . v;
" 70—80	"	"	"	"	=	0,82 . P . v;
" 80 und mehr	"	"	"	"	=	0,7 . P . v.

Diese Werthe des s. g. Wirkungsgrades gelten durchweg bei einer sehr guten Unterhaltung der Dampfmaschine; für eine gewöhnliche Unterhaltung sind solche fast durchgehends um 0,1 $P \cdot v$ geringer.

Nach Prof. Rühlmann ist das Verhältniß der Indicator- und Brems-Pferdekräfte d. h. das Verhältniß des Nutzeffektes, welchen ein auf die Schwungradwelle gesetztes Bremsdynamometer angibt, zu der von einem Indicator (s. §. 272) angezeigten Leistung des Dampfes 0,7 bis 0,9. Letzteres Verhältniß gilt namentlich für größere Maschinen.

§. 295.

Berechnung der Lokomotive.

Der bei der Fortbewegung eines Eisenbahnzuges zu überwindende Widerstand ist ein vielfacher. Zunächst ist es der Reibungswiderstand, welcher sowohl aus der Reibung der Räder auf der Bahn, als auch der Achsen und anderer Maschinentheile entsteht. Sodann ist es der Luftwiderstand, welcher von der Größe der Stirnfläche der Lokomotive und der einzelnen Wagen, sowie von der Anzahl der Wagen, insbesondere aber von der Fahrgeschwindigkeit abhängt. Dazu kommt dann noch der aus den Steigungen der Bahn erwachsende Bewegungswiderstand.

Der gesammte Reibungswiderstand beträgt bei geraden Bahnen nach Beobachtung etwa $1/200$ des Gewichtes des ganzen Wagenzuges, ist also $= 1/200\ Q$,
wenn Q dieses Gesammtgewicht bezeichnet.

Der Luftwiderstand ist nach §. 93 $= K \cdot F \cdot v^2$, wenn F die Stoßfläche bezeichnet, und wären dann bei der Berechnung die für K dort genannten für die Lokomotive und die Waggons geltenden Werthe zu setzen. Derselbe kann aber mit ziemlicher Genauigkeit auch aus dem Gewichte des Trains bestimmt werden, da Oberfläche und Gewicht des Zuges in gegenseitigem Verhältniß stehen, d. h. von einander abhängig sind.

Nach §. 92 wächst aber der genannte Widerstand mit dem Quadrat der Fahrgeschwindigkeit oder vielmehr derjenigen Geschwindigkeit V, mit welcher der Train und die Luft zusammenstoßen*). Es ist also der Luftwiderstand $= K \cdot Q \cdot V^2$; wobei K einen Erfahrungscoefficienten bezeichnet, der für je eine Tonne à 1000 kg der Totallast Q von 0,014 bis 0,026, im Mittel also zu 0,02, und darum, wenn Q in Kilogrammen ausgedrückt wird, zu 0,00002 angenommen werden kann.

*) Bei ruhiger Luft ist V die Fahrgeschwindigkeit. Bei bewegter Luft hingegen ist entweder die Summe beider Geschwindigkeiten oder deren Unterschied in Rechnung zu nehmen, je nachdem die Luft in entgegengesetzter oder gleicher Richtung sich bewegt. Im letztern Fall wirkt die Luft aber dann auch als bewegende Kraft.



Der Steigungswiderstand ist nach §. 127 $= \frac{h}{l} Q$.

Somit wäre der gesammte, auf einer geraden Bahn zu überwindende Widerstand

$$W = \frac{1}{200} Q + 0{,}00002 \,.\, Q \,.\, V^2 + \frac{h}{l} Q;$$

d. i. $$W = \left(0{,}005 + 0{,}00002 \,.\, V^2 + \frac{h}{l}\right) Q \text{ Kilogramme (I)};$$

oder wenn, wie gewöhnlich, Q in Tonnen à 1000 kg ausgedrückt wird,

$$W = \left(5 + 0{,}002\, V^2 + 1000 \frac{h}{l}\right) Q \text{ Kilogr. (II)}.$$

Anmerkung. Die einfachste Berechnung des Reibungs- und Luftwiderstands wäre, daß man — wie man nach den unten folgenden Aufgaben für gewöhnliche Verhältnisse auch mit ziemlicher Genauigkeit thun kann — für je eine Tonne des gesammten Traingewichts einen gewissen Widerstand rechnet.

Es beträgt dieser Widerstand bei einer Fahrgeschwindigkeit von 10—18 m und per Tonne des Gewichtes des Trains sammt Lokomotive:

für ein Traingewicht von 50 Tonnen . . .	8—13 kg.
„ „ „ „ 100 bis 150 Tonnen	7—10 „
„ „ „ „ 200 Tonnen . . .	6—9½ „

Der Steigungswiderstand ist unter allen Umständen $= \frac{h}{l} Q$.

Nach Redtenbacher („Gesetze des Lokomotivbaues") ist der gesammte in Kilogrammen angegebene Widerstand W eines Trains durch die Formel

$$W = (3{,}11 + 0{,}077\, V)\, T + (7{,}25 + 0{,}577\, V)\, L + 0{,}0704\, (F + \tfrac{1}{4}\, if)\, V^2 + 1162 \frac{h}{l} (T + L) + 1{,}162\, K \quad \text{(III)}$$

ausgedrückt, worin die vorkommenden Buchstaben folgende Bedeutung haben:

V ist wieder die Fahrgeschwindigkeit in Metern;
T ist das Gewicht aller Wagen sammt Belastung in Tonnen;
L ist das Gewicht der Lokomotive sammt Wasserfüllung in Tonnen;
F ist die Stirnfläche der Lokomotive in Quadratmetern (gewöhnlich 7—8 □m);
f ist die Stirnfläche jedes Waggons in Quadratmetern (gewöhnlich 4 □m);
i ist die Anzahl der Wagen;
$\frac{h}{l} = \sin \alpha$ (wobei α der stärkste Steigungswinkel) ist das Steigungsverhältniß;
K ist der Krümmungswiderstand.

Diese Formel fand Redtenbacher durch Combination vielfältiger, von verschiedenen Beobachtern gemachten Erfahrungen.

Für eine gerade Bahn, wo also $K = 0$ ist, findet man hieraus, wenn noch $\frac{LW}{W}$ statt L gesetzt wird,

$$W = \frac{\left(3{,}11 + 0{,}077\,V + 1162\,\frac{h}{l}\right) T + 0{,}0704\,(F + {}^1/_4\, if)\,V^2}{1 - \left(7{,}25 + 0{,}577\,V + 1162\,\frac{h}{l}\right) \frac{L}{W}} \quad \text{(IV)},$$

wobei nach Vergleichung des gewöhnlichen Lokomotivbaues, da, wie weiter unten mehr ausgeführt wird, das Gewicht L der Lokomotive von der Größe des zu bewältigenden Widerstandes W abhängig ist,

$$\frac{W}{L} = \frac{590 + 22\,V}{V}, \text{ folglich } \frac{L}{W} = \frac{V}{590 + 22\,V} \quad \text{(V)}$$

zu setzen ist.

Ist die Bahn dabei noch vollkommen horizontal, so ist auch $\frac{h}{l} = o$; somit

$$W = \frac{(3{,}11 + 0{,}077\,V)\,T + 0{,}0704\,(F + {}^1/_4\, if)\,V^2}{1 - (7{,}25 + 0{,}577\,V)\,\frac{L}{W}} \quad \text{(VI)}.$$

Als größte Werthe kann man nach Redtenbacher bei den Berechnungen annehmen:

Für die Geschwindigkeit:

Für Schnellzüge	16—20	m per Sek.;
„ gewöhnliche Personenzüge . .	12—16	„ „ „
„ Güterzüge	8—12	„ „ „
„ Berglokomotive	5—6	„ „ „

Gewichte des Trains (ohne Lokomotive) für eine Lokomotive bei Steigungen nicht über $^1/_{150}$ und einem Krümmungshalbmesser nicht unter 200 m:

Bei Personen-Schnellzügen Traingewicht . .	= 50—100	Tonnen,
„ gewöhnlichen Personenzügen Traingewicht	= 100—150	„
„ Güterzügen	= 150—300	„

Bei Steigungen bis zu $^1/_{40}$ soll das Traingewicht nicht über 150 Tonnen betragen.

Der Krümmungshalbmesser sollte nicht unter 200 m herabgehen, die Steigung nicht mehr als $^1/_{40}$, d. i. $2^1/_2$ % betragen*).

Für gewöhnliche Verhältnisse und einen Krümmungshalbmesser = 200 m kann man nach Redtenbacher den Krümmungswiderstand K zu $^1/_{266}$ des Gewichtes des ganzen Wagenzuges, d. i. etwa gleich der Hälfte des auf horizontalen geraden Bahnen zu überwindenden Widerstandes rechnen. Für gewöhnliche, geringe Krümmungen ist darum dieser Widerstand ganz unbedeutend. Bei der oben genannten, stärksten Bahnkrümmung aber ist eine Geschwindigkeit von 10 m schon sehr beträchtlich, und ist dann eine äußere Schienenüberhebung von 0,1 m nöthig, um der Gefahr des Ausgleisens (Wirkung der Centrifugalkraft) zu begegnen.

---

*) Vergl. oben §. 132 größte Steigungen bei gewöhnlichen Bahnen. (Düsseldorf-Dortmunder Bahn Steigung = 1 : 30). — Kleinster Krümmungshalbmesser auf der Semmeringbahn 190 m; auf der württembergischen Bahn bei Geißlingen 219 m; auf der rheinischen Bahn 158 m; auf der Köln-Mindener Bahn nur 150,6 m. Allgemeine Spurweite bei Eisenbahnen = 1,435 m.

Der auf obige Weise bestimmte gesammte Bewegungswiderstand W ist als am Umfange der beiden Triebräder wirksam zu denken.

Somit ist die bei Ueberwindung dieses Widerstandes per Sekunde verrichtete Arbeitsgröße oder der Effekt, wenn V die Fahrgeschwindigkeit ist $= W \cdot V$.

So groß wie diese mechanische Leistung muß aber natürlich nun der von beiden Dampfkolben der Lokomotive per Sekunde ausgeübte Nutzeffekt sein.

Dieser Effekt ist aber, ohne Anwendung der Expansion, und wenn man die nutzbare Leistung zu 0,7 annimmt,

$$= 2 \cdot 0{,}7 \cdot P \cdot v = 2 \cdot 0{,}7 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} (p - q) \cdot v,$$

wobei d, p, q und v die Bedeutung wie in §. 292 haben.

Somit muß

$$2 \cdot 0{,}7 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} (p - q)\, v = W \cdot V \text{ (VII) sein.}$$

Da auf eine Umdrehung der Triebräder ein Doppelhub des Kolbens kommt, so verhält sich, wenn D den Durchmesser der Triebräder und l die Hublänge bezeichnet,

$$V : v = \pi \cdot D : 2\,l,$$

woraus sich ergibt:

$$V = \frac{\pi\, D}{2\,l}\, v, \text{ und } v = \frac{2\,l}{\pi\, D} \cdot V.$$

Es soll aber, nach Redtenbacher, der Durchmesser der Triebräder der Fahrgeschwindigkeit proportional, und zwar $D = 0{,}174\ V$ sein; und es wäre dann

$$v = \frac{2\,l \cdot V}{\pi \cdot 0{,}174\ V} = \frac{2\,l}{0{,}174 \cdot \pi}.$$

Gewöhnlich ist $l = 0{,}63$ m, und also

$$v = \frac{2 \cdot 0{,}63}{0{,}174 \cdot 3{,}14} = 2{,}3 \text{ m.}$$

Doch kann der Kolbenhub, folglich auch die Kolbengeschwindigkeit etwas mehr oder weniger betragen, und zwar sind die Werthe der letztern 1,2 bis 2,5 m.

Setzt man obigen Werth für v in die Gleichung (VII), so erhält man für die Größe der Kolbenfläche

$$F = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{W \cdot V}{2 \cdot 0{,}7\, (p - q)\, 2{,}3} \text{ (VIII).}$$

Diese Berechnung gilt, wie schon bemerkt, für Maschinen ohne Expansion. In der Regel sind die Lokomotive auch keine eigentlichen Expansionsmaschinen, und wird auch Expansion angewendet, so darf diese doch nie über $^1/_2$ gehen, da die Cylinder sonst zu groß ausfallen würden. Die nöthige Dampfspannung ist gewöhnlich 5 Atmosphären;

für Berglokomotive und solche, die mit Expansion arbeiten, aber 6 Atmosphären. Der Gegendruck ist zu $^5/_4$ Atmosphären anzunehmen.

Die bisher gefundenen Ausdrücke geben an, welchen Effekt die Dampfmaschine zu verrichten, oder auch welchen Druck jeder der beiden Dampfkolben auszuüben hat, um den gesammten Bahnwiderstand zu überwinden. Sie geben auch die nöthige Dampfspannung p für eine gegebene Kolbenfläche F an, oder lehren die Größe der Kolbenfläche, also des Durchmessers der Dampfcylinder für eine gegebene Spannung p auffinden.

Nichtsdestoweniger wird auch bei dem auf die genannte Weise richtig aufgefundenen Druck des Dampfes dennoch eine Fortbewegung des Eisenbahnzuges nicht erfolgen, wenn nicht noch eine andere Bedingung erfüllt ist. Es bedarf nämlich eines bestimmten Anhaftens oder einer Adhärenz der Triebräder an den Bahnschienen, d. h. einer gewissen Größe der Reibung und also des Druckes auf die Schienen. Ist dieses Anhaften oder die Reibung nicht groß genug, so drehen sich die Räder vermöge der Wirkung der Dampfmaschine wohl, aber auf derselben Stelle, ohne daß eine Fortbewegung stattfindet.

Hieraus ergibt sich, daß die Größe einer fortzuziehenden Last und folglich des zu überwindenden Widerstandes W sowohl von der Größe des auf die Achsen der Triebräder ausgeübten Druckes, also von dem Gewichte der Lokomotive, als auch von der Größe des Reibungscoefficienten abhängt. — Lokomotive für ein Fortziehen großer Lasten, also für Güterzüge, sowie Berglokomotive müssen darum schwerer gebaut sein, als für den gewöhnlichen Betrieb nöthig ist. Sodann vermehrt man bei solchen die Reibung durch besondere Constructionen, indem man das meiste Gewicht der Lokomotive auf die Achse der Triebräder verlegt; insbesondere aber indem man diese Achse mit den Achsen der bloßen Laufräder kuppelt, d. h. so durch Stangen und Kurbeln mit einander verbindet, daß sich sämmtliche Räder gleichmäßig drehen müssen. Dies erfordert dann natürlich gleich große Räder. Auch wendet man für solche Zwecke oft achträderige Lokomotive an und kuppelt auch wohl die Achsen des Tenders mit den Lokomotivachsen, und zwar entweder durch Schubstangen und Kurbeln, oder mit Anwendung von Zahnrädern. — In neuerer Zeit versuchte man auch durch Anwendung des Elektromagnetismus eine vorübergehende Magnetisirung und damit ein stärkeres Anhaften der Triebräder an den Bahnschienen zu erzeugen.

Der Coefficient für die Reibung an den Bahnschienen ist: bei ganz trockener Witterung und leicht bestaubten Schienen $^1/_3$, bei feuchtem neblichtem Wetter $^1/_6$, und bei Regen- und Schneewetter $^1/_{10}$.

Setzt man den, versuchsweise zu ermittelnden Druck der Triebräder oder der sämmtlichen gekuppelten Räder auf die Schienen $= Q_0$, so ist also fQ_0 die Größe der Reibung, und es muß darum, damit eine Bewegung erfolgt,

$$f \cdot Q_0 = W,$$

also der auszuübende Effekt

$$W \cdot V = f \cdot Q_0 \cdot V = f \cdot Q_0 \frac{D \cdot \pi}{2 \cdot l} v \quad \text{(IX)}$$

sein, wenn für V der oben gefundene Werth gesetzt wird.

Wegen des Einflusses der verschiedenen Kurbelstellungen soll aber, um ein Glitschen zu verhüten, die Reibung bei der Abfahrt 1,41 W und für die Fortsetzung der Fahrt 1,11 W betragen. Für den letztern Fall hat man dann $f Q_0 = 1{,}11\ W$.

Der genannte durch Ueberwindung der Reibung absorbirte Effekt muß aber auch dem Nutzeffekt der beiden Dampfmaschinen, d. h. des von beiden Kolben ausgeübten, gleich sein; also

$$2 \cdot 0{,}7 \cdot F (p - q) v = f \cdot Q_0 \frac{D \pi}{2 l} v \quad \text{(X)},$$

woraus sich wieder ergibt:

$$F = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{f \cdot Q_0 \cdot D \cdot \pi}{2 \cdot 0{,}7 \cdot (p - q) \cdot 2 l} \quad \text{(XI)}$$

und hieraus Durchmesser

$$d = \sqrt{\frac{f \cdot Q_0 \cdot D}{0{,}7 (p - q) l}}.$$

Neue Eisenbahnsysteme zur Ueberwindung bedeutender Steigungen.

Fell'sches System, angewendet zur Ueberschreitung des Mont Cenis. Die über den Berg führende Bahn überwindet Steigungen von 1 : 25 bis 1 : 12, also von 4 bis 8 % und zwar bei einem Krümmungshalbmesser von nur 40 m. In der Mitte der Bahn befindet sich eine erhöhte Schiene, gegen welche zwei Paar horizontale, d. h. um eine vertikale Achse sich drehende Friktionsscheiben durch starke Stahlfedern nach Erforderniß angepreßt werden können und auf diese Weise die nöthige Reibung erzeugen.

Marsh's Bergbahnsystem, angewendet, um den Mount Washington in Neuengland (Nordamerika) zu überschreiten, überwindet auf stark gekrümmten Curven noch viel bedeutendere Steigungen. In der Mitte der Bahn ist hier eine leiterartige, eiserne Kammschiene oder Zahnstange angebracht, in welche ein Kammrad eingreift, das von der Lokomotive in Umdrehung gesetzt wird. An beiden Seiten des Kammrades befinden sich die gewöhnlichen Laufräder. Ist auch bei den Rigibahnen (Schweiz) zur Anwendung gelangt, bei welchen, und zwar auf der Vitznauer Linie, Steigungen bis zu 25 % vorkommen.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Wie groß ist die Leistung einer Niederdruckmaschine, deren Kolbendurchmesser 0,66 m und deren Hubhöhe 1,4 m beträgt, wenn die Maschine Dampf von 1,2 Atmosphären braucht und in der Minute 24 Doppelhübe macht?

Auflösung. Nach §. 292 ist die sekundliche Arbeit

$$P \cdot v = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot (p - q) \cdot \frac{2 \cdot n \cdot l}{60}.$$

Es ist nun $\frac{\pi . d^2}{4} = r^2 . \pi = 0{,}33^2 . 3{,}14 = 0{,}341946$ □m, und der Dampfdruck p auf 1 □m = 1,2 . 10336 kg. Bei einer Maschine mit Condensation, wie fragliche sein muß, ist aber der Gegendruck auf 1 □m der Kolbenfläche

$$q = 0{,}1 . 10336 \text{ kg};$$

folglich

$$p - q = 1{,}1 . 10336 \text{ kg},$$

und daher

$$P . v = \frac{0{,}341946 . 1{,}1 . 10336 . 2 . 24 . 1{,}4}{60} = 4354 \text{ kgm (Kilogrammmeter)};$$

oder

$$P . v = \frac{4354}{75} = 58 \text{ Pferdekräfte.}$$

Für eine Niederdruckmaschine von solcher Stärke ist nach §. 294 der Nutzeffekt = 0,6 . Pv; folglich beträgt die nutzbare Arbeit, welche durch die Schwungradwelle fortgepflanzt werden kann,

$$Pv = 0{,}6 . 4354 = 2612 \text{ kgm} = 34{,}8 \text{ Pferdekräfte.}$$

Das per Sekunde verbrauchte Dampfquantum ist

$$= v . \frac{\pi . d^2}{4} = \frac{2 . n . l}{60} . \frac{\pi . d^2}{4} = \frac{2 . 24 . 1{,}4}{60} 0{,}341946 = 0{,}38304 \text{ cbm.}$$

Nach §. 251 ist die Dichtigkeit des Dampfes von 1,2 Atmosphären 1390mal geringer, als die des Wassers; es wiegt also 1 cbm Dampf von 1,2 Atmosphären $\frac{1000}{1390}$ kg; folglich ist das Gewicht von 0,38304 cbm = $\frac{0{,}38304 . 1000}{1390}$ = 0,2755 kg.

Hat das Speisewasser, wenn es in den Kessel tritt, eine Temperatur von 30° C., so erfordert die Verdampfung von 0,2755 kg Wasser nach §. 255 eine Wärmemenge, wenn bei einer Dampfspannung von nur 1,2 Atmosphären die zur Verdampfung zu 1 kg Wasser von 0° erforderliche Wärme = 640 Calorien gesetzt wird,

$$= (640 - 30)\, 0{,}2755 = 168{,}05 \text{ Calorien.}$$

Da nun 1 kg Steinkohlen ungefähr 4000 nutzbare Wärmeeinheiten abgeben kann, so sind also per Stunde $\frac{60 . 60 . 168{,}05}{4000} = 151{,}25$ kg, und folglich für jede Pferdekraft Nutzeffekt in einer Stunde $\frac{151{,}25}{34{,}8} = 4{,}35$ kg Steinkohlen erforderlich.

2te Aufgabe. Welche Leistung gibt eine Hochdruckmaschine mit Expansion und ohne Condensation, deren Triebkolben einen Durchmesser von 0,3 m hat und per Minute 40 Doppelhübe von 0,72 m Länge macht, wenn die Dampfspannung 6 Atmosphären beträgt und wenn die Absperrung nach 1/3 des Kolbenhubes eintritt?

Auflösung. Nach §. 293 berechne man zuerst die Arbeit vor der Absperrung. Diese ist $P . \frac{l}{3} = \frac{\pi . d^2}{4} (p - q) . \frac{l}{3}$;

d. i. $$\frac{P . l}{3} = \frac{3{,}14 . 0{,}3^2}{4} (6 . 10336 - 10336) . \frac{0{,}72}{3};$$

$$= 3{,}14 . 0{,}09 . 5 . 10336 . 0{,}06;$$

also $$\frac{P . l}{3} = 876 \text{ kgm.}$$

Während der Absperrung treten in den oben in Fig. 471 bezeichneten fünf Punkten nach einander folgende Dampfdrücke per □m ein:

im Punkte C ist derselbe $= 6 \,.\, 10336$ kg,
„ „ F „ „ $= {}^2/_3 \,.\, 6 \,.\, 10336$ „
„ „ H „ „ $= {}^1/_2 \,.\, 6 \,.\, 10336$ „
„ „ L „ „ $= {}^2/_5 \,.\, 6 \,.\, 10336$ „
„ „ B „ „ $= {}^1/_3 \,.\, 6 \,.\, 10336$ „

woraus man als mittlern Druck p' erhält

$$p' = \frac{6 \,.\, 10336}{5} (1 + {}^2/_3 + {}^1/_2 + {}^2/_5 + {}^1/_3);$$

also

$$p' = \frac{6 \,.\, 10336}{5} \,.\, \frac{87}{30} = 35969 \text{ kg}.$$

(Man kann die in C, F, H u. s. w. stattfindenden Drücke auch einzeln berechnen, dann addiren und das Mittel nehmen, d. h. durch 5 dividiren.)

Somit ist die Arbeit während der Absperrung

$$P' \,.\, \frac{2 \,.\, l}{3} = \frac{\pi \,.\, d^2}{4} (p' - q) \frac{2 \,.\, l}{3};$$

d. i.

$$\frac{P' \,.\, 2 \,.\, l}{3} = \frac{3{,}14 \,.\, 0{,}3^2}{4} (35969 - 10336) \,.\, \frac{2 \,.\, 0{,}72}{3};$$
$$= 3{,}14 \,.\, 0{,}09 \,.\, 25633 \,.\, 0{,}12;$$
$$= 869 \text{ kgm}.$$

Durch Addition der von den Kolben vor und während der Absperrung verrichteten Arbeitsgröße erhält man die Arbeit

per Hub $= 876 + 869 = 1745$ kgm,

und folglich die theoretische Arbeit

$$\text{per Sekunde} = \frac{1745 \,.\, 2 \,.\, 40}{60} = 2326{,}6 \text{ kgm},$$

oder

$$= \frac{2326{,}6}{75} = 31 \text{ Pferdekräfte}.$$

Den Nutzeffekt der Maschine nach §. 294 zu 0,5 angenommen, gibt die eigentliche Leistung der Maschine per Sekunde

$= 1163$ kgm $= 15^1/_2$ Pferdekräfte.

Nach der genaueren Berechnungsweise wäre nach §. 293 die Leistung per Sekunde

$$P \,.\, v = \frac{\pi \,.\, d^2}{4} \,.\, l \, (0{,}7\, p - q) \,.\, \frac{2 \,.\, n}{60};$$

d. i.

$$P \,.\, v = \frac{3{,}14 \,.\, 0{,}09 \,.\, 0{,}72}{4} (0{,}7 \,.\, 6 \,.\, 10336 - 10336) \frac{2 \,.\, 40}{60};$$
$$= 3{,}14 \,.\, 0{,}09 \,.\, 0{,}18\, (43411 - 10336) \,.\, \frac{4}{3};$$
$$= 3{,}14 \,.\, 0{,}09 \,.\, 0{,}06 \,.\, 33075 \,.\, 4;$$
$$= 2243 \text{ kgm} = 29{,}9 \text{ Pferdekräfte},$$

und folglich der Nutzeffekt $= \frac{29{,}9}{2} = 14{,}95$ Pferdekräfte.

Nähme man den Gegendruck zu $1^1/_4$ Atmosphären,

also $q = \frac{5}{4} \,.\, 10336 = 12920$ kg an,

so erhielte man als theoretische Leistung per Sekunde

$$P \,.\, v = 3{,}14 \,.\, 0{,}09\ 0{,}18\, (43411 - 12920) \,.\, \frac{4}{3};$$
$$= 3{,}14 \,.\, 0{,}09 \,.\, 0{,}06 \,.\, 30491 \,.\, 4;$$
$$= 2068 \text{ kgm} = 27^1/_2 \text{ Pferdekräfte}.$$

Würde die Absperrung, statt bei 1/3, schon bei 1/4 des Hubes beginnen, so wäre die Berechnung der Leistungsfähigkeit der Dampfmaschine folgende:

Fig. 472.

Es sei AB, Fig. 472, gleich der Hubhöhe = 0,72 m,

AC = 1/4 der Hubhöhe = 0,18 m.

$CD = DE = EF = FG = GH = HB = \frac{1}{2} AC = 0{,}09$ m.

Somit wäre die Arbeit vor der Absperrung

$$\frac{P \cdot l}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}3^2}{4} \cdot 5 \cdot 10336 \cdot \frac{0{,}72}{4} =$$

$$= \frac{3{,}14 \cdot 0{,}09 \cdot 51680 \cdot 0{,}09}{2} = 657 \text{ kgm}.$$

Die während der Absperrung eintretenden Drücke auf 1 □m sind:

im Punkte C = 6 . 10336 = 62016 kg,
„ „ D = 2/3 . 62016 = 41342 „
„ „ E = 1/2 . 62016 = 31006,5 „
„ „ F = 2/5 . 62016 = 24805 „
„ „ G = 1/3 . 62016 = 20671 „
„ „ H = 2/7 . 62016 = 17718 „
„ „ B = 1/4 . 62016 = 15503 „

Addirt man diese Drücke, so erhält man als mittleren Druck

$$p' = \frac{1}{7} \cdot 213062 = 30437 \text{ kg}$$

und somit die Arbeit während der Absperrung

$$\frac{P' \cdot 3 \cdot l}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}3^2}{4} (30437 - 10336) \cdot \frac{3 \cdot 0{,}72}{4};$$

d. i.

$$\frac{P' \cdot 3 \cdot l}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}09 \cdot 20101 \cdot 3 \cdot 0{,}09}{2} = 767 \text{ kgm};$$

folglich die theoretische Arbeit per Hub = 657 + 767 kgm,

und also für die Sekunde $= (657 + 767) \cdot \frac{2 \cdot 40}{60} = 1899$ kgm,

was einen Nutzeffekt = 950 kgm = 12,66 Pferdekräften gibt.

Nach der genauern Berechnungsart würde sich folgendes Resultat herausstellen:

Volle Arbeit des Dampfes vor der Absperrung, ohne Abrechnung des Gegendruckes,

$$\frac{P \cdot l}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}3^2}{4} \cdot 6 \cdot 10336 \cdot \frac{0{,}72}{4} = 789 \text{ kgm}.$$

Druck auf die Kolbenfläche

im Punkte $C = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}09}{4} \cdot 62016 = 4382$ kg,
„ „ D = 2/3 . 4382 = 2921 kg,
„ „ E = 1/2 . 4382 = 2191 „
„ „ F = 2/5 . 4382 = 1753 „
„ „ G = 1/3 . 4382 = 1461 „
„ „ H = 2/7 . 4382 = 1252 „
„ „ B = 1/4 . 4382 = 1095 „

Es ist darum die während der Absperrung verrichtete Leistung L des Dampfes nach den §§. 28 und 293 gleich dem Inhalte der Fläche $ABLK$; folglich nach der einen Inhaltsformel

$$L = 0{,}09 \left(\frac{4382 + 1095}{2} + 2921 + 2191 + 1753 + 1461 + 1252 \right);$$
$$= 1108 \text{ kgm};$$

und nach der andern, genauern Formel

$$L = \frac{0{,}09}{3} [4382 + 1095 + 2 (2191 + 1461) + 4 (2921 + 1753 + 1252)];$$
$$= 0{,}03 (4382 + 1095 + 7304 + 23704);$$
$$= 1095 \text{ kgm}.$$

Folglich ist die ganze Arbeit des Dampfes

per Hub $= 789 + 1095 = 1884$ kgm,

wovon noch die durch den Gegendruck der Luft aufgehobene Arbeit

$= \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot 10336 \cdot 0{,}72 = 526$ kgm abzuziehen ist.

Es verbleibt alsdann eine theoretische Arbeit

per Hub $= 1884 - 526 = 1358$ kgm,

folglich für die Sekunde $= \frac{1358 \cdot 2 \cdot 40}{60} = 1811$ kgm

und daher der Nutzeffekt $= \frac{1811}{2} = 905{,}5$ kgm $= 12{,}07$ Pferdekräfte.

3te Aufgabe. Es sei das Gewicht einer Lokomotive 20 Tonnen, das des Tenders 15 Tonnen, und es seien 10 Wagen von 6 Tonnen Gewicht *) angehängt; wie groß ist der Bewegungswiderstand auf einer geraden, horizontalen Bahn bei einer Fahrgeschwindigkeit von 15 m; welchen Nutzeffekt hat die Dampfmaschine zu verrichten, und wie groß muß der Durchmesser des Dampfcylinders für eine Dampfspannung von 5 Atmosphären angenommen werden?

Auflösung. Nach §. 295 Gleichung II ist der Gesammtwiderstand, da hier $Q = 20 + 15 + 6 \cdot 10 = 95$ Tonnen beträgt und $\frac{h}{l} = 0$ ist,

$$W = (5 + 0{,}02 \cdot V^2) \cdot 95;$$

also bei ruhiger Luft

$$W = (5 + 0{,}02 \cdot 15^2)\, 95 = 902{,}5 \text{ kg}.$$

Nach Gleichung III aber, wenn dort noch $K = 0$ gesetzt wird, und da $T = 75$, $L = 20$, $i = 11$ ist, und $F = 7$, $f = 4$ angenommen werden kann, beträgt

$$W = 4{,}265\, T + 15{,}905\, L + 285$$

d. i.
$$W = 320 + 318 + 285 = 923 \text{ kg}.$$

Somit kommt auf je 1 Tonne des Totalgewichtes ein Widerstand $= \frac{923}{95}$ d. i. 9,72 kg.

Der von der Dampfmaschine zu verrichtende Nutzeffekt muß bei dem letztern Werth für W

$$W \cdot V = 923 \cdot 15 = 13845 \text{ kgm} = 184{,}6 \text{ Pferdekräfte},$$

und also der nöthige Totaleffekt der ganzen oder vielmehr beider Maschinen

$$Pv = \frac{10}{7} \cdot 184{,}6 = 263 \text{ Pferdekräfte}$$

betragen.

Für die Kolbenfläche erhält man, wenn die Hublänge und die Kolbengeschwindigkeit nach §. 295 zu 0,63 m und 2,3 m angenommen werden, nach Gleichung VIII

*) Gewöhnliches Gewicht der Lokomotive 9—20 Tonnen, Berglokomotive schwerer, bis 56 Tonnen. Gewicht eines Waggons gewöhnlich 6—7 Tonnen.

$$F = \frac{13845}{2 \,.\, 0{,}7 \left(5 - \frac{5}{4}\right) 10336 \,.\, 2{,}3} = \frac{13845}{2 \,.\, 0{,}7 \,.\, \frac{15}{4} \,.\, 10336 \,.\, 2{,}3} = 0{,}11094 \,\square\mathrm{m};$$

also Durchmesser $d = \sqrt{\frac{4 \,.\, 0{,}11094}{3{,}14}} = 0{,}376$ m.

4te Aufgabe. Wie groß ist der gesammte Bewegungswiderstand W für einen gewöhnlichen Personenzug, und welches muß das Gewicht der Lokomotive sein, wenn das Traingewicht (ohne Lokomotive), also $T = 100$ Tonnen, die Fahrgeschwindigkeit $V = 14$ m, die Stoßflächen $F = 7 \,\square$m und $f = 4 \,\square$m, die Wagenzahl $i = 14$ (wobei also das Gewicht eines Wagens ca. 7 Tonnen beträgt), und die Steigung $^1/_{200}$ ist?

Auflösung. Zunächst ist nach Gleichung V des §. 295

$$\frac{L}{W} = \frac{V}{590 + 22\,V} = \frac{14}{590 \,.\, 22 \,.\, 14} = \frac{1}{64};$$

somit nach Gleichung IV

$$W = \frac{\left(3{,}11 + 0{,}077 \,.\, 14 + \frac{1162}{200}\right) 100 + 0{,}0704 \left(7 + \frac{1}{4} \,.\, 14 \,.\, 4\right) 14^2}{1 - \left(7{,}25 + 0{,}577 \,.\, 14 + \frac{1162}{200}\right) \frac{1}{64}};$$

$$\text{d. i. } W = \frac{1000 + 290}{0{,}67} = 1925 \text{ kg};$$

woraus sich für das Gewicht der Lokomotive sammt Wasserfüllung ergibt:

$$\frac{L}{W} = \frac{L}{1925} = \frac{1}{64}; \text{ d. i. } L = \frac{1925}{64} = 30 \text{ Tonnen.}$$

Wäre die Bahn horizontal, so hätte man als Widerstand

$$W = \frac{418{,}8 + 290}{0{,}76} = 933 \text{ kg},$$

und für das Gewicht der Lokomotive $L = \frac{933}{64} =$ ca. $14^1/_2$ Tonnen.

Alsdann kommt auf 1 Tonne des Totalgewichts ein Widerstand $= \frac{933}{100 + 14^1/_2}$ d. i. etwas über 8 kg.

Wäre die Bahn nicht geradlinig, so wäre bei einem kleinsten Krümmungshalbmesser von 200 m, indem man den Krümmungswiderstand zur Hälfte des Widerstands auf gerader Bahn, also zu $\frac{933}{2}$ annimmt,

$$W = 933 + 466 = 1399 \text{ kg}.$$

Nimmt man aber den Krümmungswiderstand zu $^1/_{266}$ des Totalgewichtes an, so hat man hiefür $\frac{114500}{266} = 430$ kg und also

$$W = 933 + 430 = 1366 \text{ kg}.$$

Für eine Berglokomotive wäre, wenn $T = 150$, $V = 5$, $F = 8$, $f = 4$, $i = 20$ und $\frac{h}{l} = {}^1/_{40}$ ist,

$$\frac{L}{W} = \frac{5}{590 + 22 \,.\, 5} = \frac{1}{140},$$

$$\text{und } W = \frac{4881{,}75 + 49{,}28}{0{,}72} = 6848 \text{ kg};$$

also $\frac{L}{W} = \frac{L}{6848} = \frac{1}{140}$, und $L = \frac{6848}{140} =$ ca. 49 Tonnen.

Das gesammte Traingewicht beträgt darum 199 Tonnen, und da hier der Steigungswiderstand $\frac{h}{l} Q$ allein $^1/_{40}$. 199 d. i. 5 Tonnen = 5000 kg ist, so bleibt als übriger Bewegungswiderstand, d. i. für eine ebene Bahn nur noch 1848 kg, wornach dann auf 1 Tonne des Gesammtgewichts ein Widerstand $= \frac{1848}{199} = 9^1/_3$ kg kommen würde.

Bei etwas feuchten Schienen, also einem Reibungswiderstand = $^1/_6$ hätte man als nöthigen Druck Q_0 der Triebräder auf die Bahnschienen, damit kein Rutschen stattfindet,

$$\text{aus } f \,.\, Q_0 = 1{,}11\, W,$$
$$^1/_6\, Q_0 = 1{,}11 \,.\, 6848,$$
$$Q_0 = 45607 \text{ kg} = 45{,}6 \text{ Tonnen.}$$

5te Aufgabe. Zum Betriebe eines Walzwerkes will man eine Dampfmaschine ohne Condensation und Expansion anwenden, deren Totaleffekt = 40 Pferdekräfte sein soll; welche Dimensionen sind der Maschine zu geben und welche Anordnungen sind beim Uebersetzen der Bewegung zu treffen, wenn die Walzen 90 Umdrehungen per Minute machen sollen?

Auflösung. Angenommen, man wolle eine Maschine mit Mitteldruck construiren, und es habe also der Dampf eine Spannung von 3 Atmosphären, so ist für metrisches Maß der wirkliche Druck, mit dem der Dampfkolben getrieben wird, da von der einen Seite der Luftdruck entgegenwirkt,

$$P = (3-1) \,.\, 10336 \,.\, \frac{d^2 \,.\, \pi}{4} = \frac{10336 \,.\, d^2 \,.\, \pi}{2}.$$

Nimmt man nach §. 292 die Geschwindigkeit des Kolbens zu 1 m an. so ist, da

$$P \,.\, v = P \,.\, 1 = 40 \,.\, 75 \text{ kgm ist,}$$

also auch

$$P = 40 \,.\, 75;$$

und folglich

$$\frac{10336 \,.\, d^2 \,.\, 3{,}14}{2} = 40 \,.\, 75;$$

und daher der Kolbendurchmesser

$$d = \sqrt{\frac{2 \,.\, 40 \,.\, 75}{10336 \,.\, 3{,}14}} = \sqrt{0{,}1849} = 0{,}43 \text{ m.}$$

Die Länge eines Kolbenhubes $l = 2 \,.\, d = 0{,}86$ m angenommen, gibt als Weg des Kolbens bei einem Doppelhub oder bei einer Umdrehung der Schwungradkurbel = 2 . 0,86 m; folglich Weg bei n Doppelhüben, oder per Minute = 2 . 0,86 . n; und also für die Sekunde $= \frac{2 \,.\, 0{,}86 \,.\, n}{60}$ m.

Es ist aber nach Obigem der Weg des Kolbens per Sekunde = 1 m; somit ist $\frac{2 \,.\, 0{,}86 \,.\, n}{60} = 1$; und daher $n = \frac{60}{2 \,.\, 0{,}86} = 35$. Die Maschine muß also 35 Doppelhübe oder Kurbelumdrehungen per Minute machen.

Die Dimensionen des Kessels ergeben sich nach Früherem auf folgende Weise:

Die Dampfmenge, welche für jeden einfachen Hub erfordert wird, ist $= \frac{d^2 \,.\, \pi}{4} \,.\, l = \frac{0{,}43^2 \,.\, \pi \,.\, 0{,}86}{4} = 0{,}124826$ cbm; folglich ist der Dampfverbrauch in der Minute, oder bei 35 Doppelhüben

$$= 2 \,.\, 35 \,.\, 0{,}124826 = 8{,}738 \text{ cbm.}$$

Nach §. 251 wiegt aber 1 cbm Dampf von 3 Atmosphären $\frac{1000}{587} = 1{,}7$ kg; somit ist das Gewicht des in der Minute erforderlichen Dampfquantums $1{,}7 \, . \, 8{,}738 = 14{,}85$ kg.

Nimmt man nach §. 277 für jedes in der Minute erzeugte kg Dampf eine Heizfläche von 2,5 □m an, so ist die zur Erzeugung des obigen Dampfquantums nöthige Heizfläche $= 2{,}5 \, . \, 14{,}85 = 37{,}12$ □m, und folglich die ganze Oberfläche des Kessels nach obigem §. $= 2 \, . \, 37{,}12 = 74{,}24$ □m; oder $= 1^1/_2 \, . \, 37{,}12 = 55{,}68$ □m, wenn besondere Sieederöhren angewendet werden.

Da nach §. 255 mit 1 kg Steinkohlen im Mittel 6 kg Dampf erzeugt werden können, so ist also der Steinkohlenverbrauch per Minute $= \frac{14{,}85}{6}$ $= 2{,}47$ kg; folglich in der Stunde $= 60 \, . \, 2{,}47 = 148$ kg; daher für jede Pferdekraft per Stunde $\frac{148}{40} = 3{,}7$ kg.

Was nun die Anordnung der Bewegungsübertragung oder die Transmission anbetrifft, so ist zu bemerken, daß, da die Walzen 90 Umdrehungen machen sollen, während die Schwungradwelle 35 macht, ein Räderpaar genügt. Die Zähnezahlen des auf der Schwungradwelle sitzenden Rades und des auf der Walzenwelle befindlichen Getriebes müssen sich alsdann wie 90 : 35, d. i. wie 18 : 7 verhalten.

Zum Schlusse soll noch gezeigt werden, wie man das Gewicht des zur fraglichen Maschineneinrichtung nöthigen Schwungrades berechnet.

Wie schon früher angedeutet wurde, dienen die Schwungräder dazu, um Unregelmäßigkeiten in der Bewegung einer Maschine nach Möglichkeit zu verhüten. Bei den verschiedenen Anwendungen der Maschinen tritt nämlich oft der Umstand ein, daß der Widerstand nicht immer derselbe, oder aber die bewegende Kraft eine veränderliche ist. Letzteres ist z. B. bei Dampfmaschinen der Fall, wenn die Dampfspannung sich vorübergehend ändert; sodann ist eine Veränderlichkeit der Triebkraft bei Anwendung einer Kurbel immer vorhanden, da nach der Stellung derselben die Krafteinwirkung auf die Triebwelle bald eine größere, bald eine kleinere ist. All dieses hätte einmal, und zwar bei einem Ueberschuß an Kraft eine Beschleunigung, und umgekehrt eine Verzögerung im Gange der Maschine zur Folge. Da dieses aber allerlei Störungen und Unzuträglichkeiten nach sich ziehen müßte, so sucht man dadurch abzuhelfen, also den Maschinen einen regelmäßigen Gang zu geben, daß man Wellbäume, Spindeln 2c. mit schweren Massen versieht, welche, indem sie an der rotirenden Bewegung Theil nehmen und dabei in eine bedeutende Geschwindigkeit versetzt werden — bewirken, daß die fraglichen Unregelmäßigkeiten viel weniger von der Maschine empfunden werden.

Die gewöhnliche Art dieser Regulatoren sind die Schwungräder, bestehend aus einem schweren Ringe, der durch verhältnißmäßig dünne Arme mit der Triebwelle verbunden ist. — Oft sind es auch an zwei oder drei langen Armen angebrachte schwere Kugeln, oder des geringern Luftwiderstandes wegen, linsenförmig gestaltete schwere Massen.

Diese Regulatoren nehmen, wie bemerkt, an der Bewegung einer Maschine, also auch an allen Störungen 2c. Theil. Eine Aenderung in der Geschwindigkeit derselben muß aber um so geringer ausfallen, je größer die Masse des Regulators, also das Gewicht, und auch je größer die Geschwindigkeit, folglich der Durchmesser des Schwungradringes 2c. ist.

Im erstern Fall wird nämlich die durch eine eingetretene Störung verminderte oder vermehrte Bewegungsgröße mehr materiellen Theilchen mitgetheilt; folglich ist die Wirkung auf das einzelne Massentheilchen geringer. Im andern Fall sind die von diesen Massentheilchen zurückgelegten Wege

größer und absorbiren also auch wieder einen größern Theil der überzutragenden Arbeit.

Die eigentliche Wirkung des Schwungrades besteht nun darin, daß im Anfange der Bewegung, wo diese eine beschleunigte ist, der Ueberschuß an aufgewendeter Arbeit, welcher diese Beschleunigung erzeugt, sich gleichsam im Schwungradringe sammelt; dieser wird darum so zu sagen zu einem Kraft-, oder besser zu einem Arbeitsmagazin (s. §. 29).

Da aber mit zunehmender Geschwindigkeit auch der Bewegungswiderstand wächst, so wird, wenn dieser und die bewegende Kraft einmal im Gleichgewicht, d. i. Arbeit der Kraft und Arbeit der Last einander gleich sind *), der Normal- oder Beharrungszustand im Gange der Maschine eintreten, d. h. sie wird sich dann gleichförmig bewegen.

Tritt aber während der Arbeit der Maschine eine Zunahme des Widerstandes, oder ein theilweises oder auch gänzliches Nachlassen der Kraftwirkung ein, so bewirkt die im Schwungradringe angesammelte (aufgespeicherte) Arbeitsgröße, daß die Bewegung doch noch eine Zeit lang fortgesetzt wird, indem die im Schwungrade gesammelte Arbeit nach und nach wieder ausgegeben wird. Dabei muß dann freilich aber die Geschwindigkeit mehr und mehr abnehmen und es wird die Schwungradwelle zur Ruhe gelangen, wenn die Masse des Schwungrades die durch dessen Ingangsetzung empfangene lebendige Kraft (§. 29 und 30) wieder abgegeben hat.

Der ebengenannte Normal- oder Beharrungszustand in der Umdrehungszahl oder die für die zu verrichtende Arbeit nöthige Geschwindigkeit soll nun in einer bestimmten Zeit, während welcher die Maschine leer geht und aller Effekt von dem Schwungrade aufgenommen wird, eintreten. Dazu ist aber bei einem gegebenen Durchmesser ein bestimmtes Gewicht des Schwungrades oder vielmehr des Schwungradringes, da dieser das eigentliche Kraftmagazin ist, erforderlich.

Nimmt man an, in 40 Sekunden trete dieser Normalzustand ein, so hat in dieser Zeit die Dampfmaschine — deren sekundlicher Effekt = 40 . 75 kgm — eine Arbeit von 40 . 40 . 75 = 120000 kgm verrichtet, von welcher nach Früherem etwa 0,7 auf die Schwungradwelle übertragen und ganz von dem Schwungradringe aufgenommen werden.

Die von dem Schwungrad aufgenommene Wirkungsgröße, welche das sich selbst überlassene Rad, bis es wieder zur Ruhe gelangt, auch wieder abgeben könnte, ist aber nach §. 29 $= \frac{G v^2}{2 . 9{,}81}$.

Es ist folglich

$$\frac{G . v^2}{2 . 9{,}81} = 0{,}7 . 120000 \text{ kg}.$$

Beträgt der Durchmesser des Schwungrades 6 m, so ist dessen Umfangsgeschwindigkeit, da 35 Umdrehungen in der Minute erfolgen,

$$v = \frac{d . \pi . 35}{60} = \frac{6 . \pi . 35}{60} = 11 \text{ m}.$$

Somit hat man

$$\frac{G . 11^2}{19{,}62} = 0{,}7 . 120000;$$

daher Gewicht des Schwungradringes

$$G = \frac{0{,}7 . 120000 . 19{,}62}{11^2} = 13620 \text{ kg}.$$

*) Vergl. §. 26.

XIV. Abschnitt.

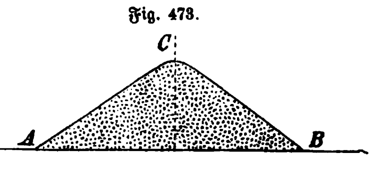
Von der Anwendung der Mechanik auf Bauwerke.

1. Vom Erddruck.

§. 296.

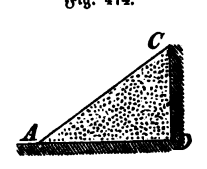
Wenn lockere Massen, als: Erde, Sand, Körner u. s. w. auf einander gehäuft werden, so sind ihre Theile nur dann im Gleichgewicht, wenn ihr natürlicher Abhang AC, Fig. 473, eine gewisse Neigung, oder der Winkel CAB, welchen ihre Oberfläche mit dem Horizonte bildet, ein gewisses Maß nicht übersteigt. Wird dieser Winkel zu groß, so verhält sich die Masse wie ein flüssiger Körper, und muß, wenn sie in Ruhe bleiben soll, durch Mauern 2c. eingefaßt werden.

Fig. 473.



Die Größe des genannten Winkels CAB, welcher nichts anderes als der Reibungswinkel §. 85 ist, verleiht dem Körper seine natürliche Böschung, worunter man das Verhältniß zwischen der horizontalen Länge $AD = b$ des Abhanges, Fig. 474, zu seiner Höhe $CD = a$, d. h. den Bruch $\frac{b}{a}$ versteht.

Fig. 474.



Nach Versuchen ist die natürliche Böschung oder der Bruch $\frac{b}{a}$

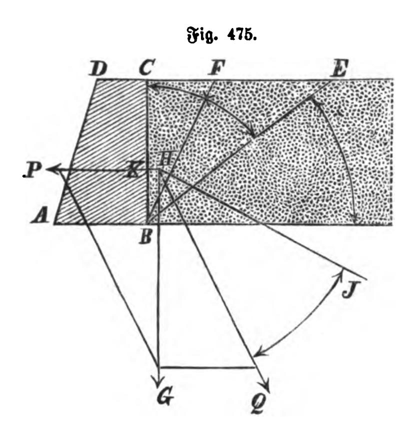
bei angefeuchteter Dammerde	$= 1{,}083$;	also der Böschungswinkel CAD	$= 43^0$;
„ trockener „	$= 1{,}243$;	„ „ „ „	$= 39^0$;
„ feinem trockenem Sand	$= 1{,}666$;	„ „ „ „	$= 31^0$;
„ Roggenkörnern	$= 1{,}732$;	„ „ „ „	$= 30^0$.

§. 297.

Sind also Erde, Sand oder andere lockere Massen durch Bretter oder Mauern umfangen und in bedeutender Höhe aufgefüllt, so üben solche einen Druck gegen die Einfassung aus, der um so größer wird, je größer die im vorigen §. genannte natürliche Böschung, oder je kleiner der Böschungswinkel ist.

Ist *EB*, Fig. 475, der natürliche Abhang einer Erdmasse, welche durch die vertikale Mauer *ABCD* gestützt wird, so ist aus §. 85 klar, daß nicht das ganze Prisma, dessen Grundfläche *CBE* ist, sich abzulösen strebt, und daß also nicht dieses ganze Prisma dasjenige ist, welches den Erddruck erzeugt. Denn ein Theil dieses Prisma's wird durch die aus dessen Druck gegen die Fläche *BE* erzeugte Reibung auf dieser Fläche gehalten, und nur der andere Theil des Prisma's ist es, welcher sich eigentlich von der übrigen Erdmasse abzulösen strebt und einen Druck gegen die Umfassung ausübt.

Fig. 475.



Auf dem Wege mathematischer Untersuchungen, die man aber hier, mit Rücksicht auf Zweck und Leserkreis des Buches weglassen muß, ist man zu dem Resultate gelangt, daß die Seite *BF* des genannten, gegen die Umfassung drückenden kleinern Prismas *CBF* den $\sphericalangle$ *CBE* halbirt.

Um also den von der Erdmasse gegen die Mauer *ABCD* ausgeübten Druck zu erhalten, denke man sich nur durch *BF* den $\sphericalangle$ *CBE*, welchen der natürliche Abhang *BE* mit der vertikalen Umschließung bildet, halbirt, und berechne Cubikinhalt und Gewicht des Prisma's, dessen Grundfläche *CBF* ist, und welches eine Höhe gleich der Mauerlänge hat. Das erhaltene Gewicht *G* zerlege man in zwei Seitenkräfte *P* und *Q*, wovon die erste horizontal oder senkrecht auf die innere Mauerfläche, und die andere Kraft nach einer Linie *HQ* wirkt, welche um den Böschungs- oder Reibungswinkel von der auf *BF* senkrecht gezogenen Linie *HJ* abweicht. Die Kraft *P* ist diejenige, welche die Umfassungsmauer umzustürzen oder fortzuschieben strebt, während die zweite Kraft *Q* nach §. 85 von der Erdmasse unter *BF* aufgenommen wird und diese gegen *BE* andrückt. Durch genaue Construction des Kräfteparallelogramms *HQGP* erhält man die Größe dieser Kräfte, wovon man aber immer nur den Druck *P* gegen die Mauer kennen will. Der Punkt *K*, in welchem dieser Druck auf die rechteckige Mauerfläche stattfindet, ist, wie bei flüssigen Körpern, nach §. 183 um $^1/_3$ der ganzen Höhe von der Mauergrundfläche entfernt, d. h. es ist $KB = {}^1/_3\ CB$.

Bei der beschriebenen Druckbestimmung ist auf den Zusammenhang der Erdmasse, d. i. auf ihre Cohäsion keine Rücksicht genommen. Obgleich diese oft so groß ist, daß Erdmassen auf mehrere Fuß senkrecht abgegraben werden können, ohne gestützt zu werden, so soll man

doch bei Bestimmung des Erddruckes, wegen der durch den Einfluß der Witterung bedingten Veränderlichkeit des Zusammenhangs, auf diesen keine Rücksicht nehmen.

Für die Berechnung hat man noch:

Da Außen $\sphericalangle\ CFB = GHJ = CEB + FBE$;
d. i. $\sphericalangle\ GHQ + QHJ = QHJ + FBE$,
so ist $\triangle\ PHG$ ähnlich $\triangle\ CBF$;
folglich $HP : HG = CF : CB$
d. i. $P : G = CF : CB$

und $$P = \frac{CF}{CB} \cdot G.$$

Es ist aber $G = \frac{CB \cdot CF}{2} \cdot l \cdot q$, wenn l die Länge des Prisma's und q das Gewicht der Cubikeinheit ist; somit

$$P = \frac{CF}{CB} \cdot \frac{CB \cdot CF}{2} l \cdot q = \frac{\overline{CF}^2}{2} \cdot l \cdot q;$$

und für ein Prisma von der Länge 1:

$$P = \frac{\overline{CF}^2}{2} \cdot q.$$

Zwischen CF und CB besteht aber, wie sich leicht ergibt, für verschiedene Erdarten ein bestimmtes Verhältniß; und zwar ist, wenn $CB = 1$ gesetzt wird:

für gewöhnliche etwas feuchte Erde $CF = 0{,}433$;
" " trockene Erde " $= 0{,}477$;
" feinen trockenen Sand " $= 0{,}577$.

Somit wäre für gewöhnliche Erde die Höhe und Länge der Stützmauer $= 1$ gesetzt:

$$P = \frac{0{,}433^2}{2} \cdot q;$$

und aber bei einer Höhe h:

$$P = \frac{(0{,}433 \cdot h)^2}{2} \cdot q.$$

§. 298.

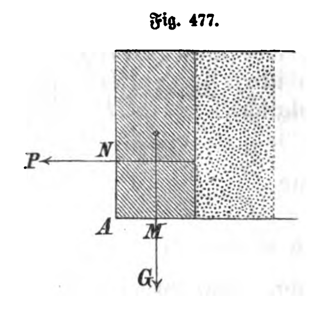
Der im vorigen §. berechnete Erddruck P sucht die Stützmauer umzustürzen oder fortzuschieben, welchem aber einmal durch das Gewicht der Mauer und dann durch die Reibung und das Bindemittel entgegengewirkt wird.

Ist G das Gewicht der Mauer, dessen Wirkungsrichtung durch den Schwerpunkt der Mauer geht, so läßt sich in Fig. 476 dieses Gewicht G mit dem Erddrucke P zu einer Mittelkraft zusammensetzen. Wird nun durch die Diagonale LN des Parallelogramms $LMNP$

diese Mittlere vorgestellt, so muß nach der Stabilitätslehre die Mauer umstürzen. Ist aber LO die Mittlere, deren Richtung innerhalb der Grundfläche AB fällt, so hat die Mauer Standfähigkeit.

Fig. 476.

Fig. 477.



Ein Fortschieben eines Theiles der Mauer findet nur in seltenen Fällen statt, und zwar — mit Außerachtlassen des Bindemittels — dann, wenn der Winkel OLG größer als der Reibungswinkel ist. Bei einer sorgsamen Construktion muß man darum auch hierauf bedacht sein.

Ist die Mauer an ihrer Außenseite nicht senkrecht aufgeführt, sondern hat sie eine Böschung, oder sind von Strecke zu Strecke s. g. Strebepfeiler angebracht, so hat dann, wie schon im §. 69 gesagt wurde, die Mauer größere Standfähigkeit, als wenn mit gleichem Materialaufwand eine überall gleichdicke Mauer aufgeführt wäre, weil die Richtung der Mittlern LO im ersten Falle mehr ins Innere der Basis fällt.

Nennt man noch die Dicke einer überall gleich dicken Mauer d, und die Mauerhöhe h, so hat man, wenn in Fig. 477 $AM = \frac{d}{2}$ und $AN = \frac{h}{3}$ ist, in Bezug auf Drehung um die Mauerkante A nach der Lehre vom Hebel für das Gleichgewicht

$$P \,.\, \frac{h}{3} = G \,.\, \frac{d}{2};$$

folglich, weil das Gewicht G der Mauer für je 1 m (1 Fuß) Länge $= h \,.\, d \,.\, p$ ist, wenn p das Gewicht der Cubikeinheit bezeichnet, hat man

$$\frac{P \,.\, h}{3} = \frac{h \,.\, d^2 \,.\, p}{2};$$

woraus sich ergibt

$$d^2 = \frac{2 \,.\, P}{3 \,.\, p};$$

und daher die Mauerdicke

$$d = \sqrt{\frac{2 \,.\, P}{3 \,.\, p}}.$$

Da diese Mauerdicke bloß für den Gleichgewichtszustand bestimmt ist, so muß solche der Sicherheit wegen bei der Ausführung jedenfalls etwas stärker angenommen werden, und man dürfte in Berücksichtigung dessen, wie unten in §. 316, einen doppelten Erddruck, d. h. $2P$ in Rechnung bringen.

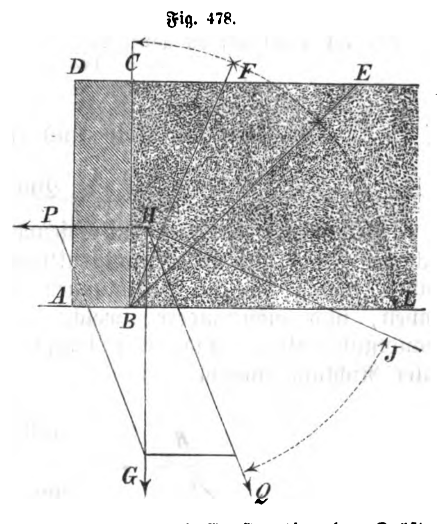
Nach einer der Erfahrung entnommenen Regel macht man die mittlere Dicke der Stütz- oder Futtermauern gleich $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ ihrer Höhe und gibt ihnen einerseits eine Böschung von $\frac{1}{6}$ der Höhe, d. h. die untere Mauerdicke muß um $\frac{1}{6} h$ stärker als die obere sein. Dabei soll aber die obere Mauerdicke nie weniger als 0,75 m betragen.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Welchen Druck übt eine Erdmasse von 3 m Höhe auf eine vertikale Stützmauer, wenn der Böschungswinkel der Erdmasse = 45° und das spezifische Gewicht derselben = 1,8 ist?

Auflösung. Nach §. 297 mache man in Fig. 478 den Böschungswinkel $EBL = 45°$, und halbire den $\sphericalangle CBE$, so erhält man die Grundfläche CBF desjenigen Prisma's, welches sich von der übrigen Erdmasse abzulösen strebt und also einen Druck gegen die Mauer $ABCD$ ausübt.

Fig. 478.



Macht man nun die Mauerhöhe BC, welche 3 m beträgt, im hundertfach verjüngten Maßstab = 3 cm, so findet man $CF = 1,24$ cm *). Es ist also der Cubikinhalt eines Erdprisma's von 1 m Länge

$$= 3 \,.\, \frac{1,24}{2} \,.\, 1 = 1,86 \text{ cbm},$$

und folglich dessen Gewicht
$G = 1,8 \,.\, 1000 \,.\, 1,86 = 3348$ kg.

Macht man ferner den Winkel $JHQ = 45°$ gleich dem Böschungswinkel, und macht man die Vertikale HG, welche eine Kraft $G = 3348$ kg vorstellen soll, = 3 cm, so daß also durch 1 cm eine Kraft von $\frac{3348}{3}$ = 1116 kg dargestellt wird, so erhält man durch Construction des Kräfteparallelogrammes $HQGP$ die Seite $HP = 1,25$ cm, folglich die Kraft P, welche durch diese Linie repräsentirt wird, = 1,25 . 1116 = 1395 kg.

Es drückt also die genannte Erdmasse auf je ein Meter Länge der Umfassungsmauer mit 1395 kg.

Die trigonometrische Lösung der Aufgabe gibt:

$$CB : CF = 1 : tang\, \frac{45^0}{2},$$

also
$$CF = CB\; tang\; 22^1/_2{}^0 = 3\; tang\; 22^1/_2{}^0.$$

*) Bei der genannten Böschung wäre dann, $CB = 1$ gesetzt, $CF = 0,413$.

Da $\log \operatorname{tang} 22^1/_2{}^0 = 9{,}6172243 - 10 = 0{,}6172243 - 1$, so findet man $\operatorname{tang} 22^1/_2 = 0{,}41421$; also $CF = 1{,}24263$.

Berechnet man darnach das Gewicht wie oben, so findet man

$$G = 3355 \text{ kg}.$$

Und da $\sphericalangle\, PGH$ auch $22^1/_2{}^0$, so ergibt sich

$$G : P = 1 : \operatorname{tang} 22^1/_2{}^0;$$

folglich $P = G \,.\, \operatorname{tang} 22^1/_2{}^0 = 3355 \,.\, 0{,}41421 = 1390$ kg.

2te Aufgabe. Welche Dicke müßte die im vorigen Beispiel angenommene Futtermauer erhalten, wenn das spezifische Gewicht derselben = 2 wäre?

Auflösung. Da das Gewicht von 1 cbm Mauer $p = 2 \,.\, 1000$ kg beträgt, so hat man nach §. 298 mit Berücksichtigung der Sicherheit

$$d = \sqrt{\frac{4 \,.\, 1395}{3 \,.\, 2 \,.\, 1000}} = \sqrt{0{,}930} = 0{,}964 \text{ m}.$$

Dies Resultat stimmt, wie man sieht, mit der oben mitgetheilten Erfahrungsregel ganz überein.

3te Aufgabe. Wie groß ist der Druck gewöhnlicher, etwas feuchter Erde auf eine Stützmauer von 3 m Höhe und 6 m Länge, wenn das spezifische Gewicht 1,7 ist?

Auflösung. Nach der Formel $P = \frac{(0{,}433\, h)^2}{2} \,.\, q$ ist hier auf je 1 m Länge

$$P = \frac{(0{,}433 \,.\, 10)^2}{2} \,.\, 1{,}7 \,.\, 1000 = 1434 \text{ kg};$$

also der Druck auf die ganze Länge

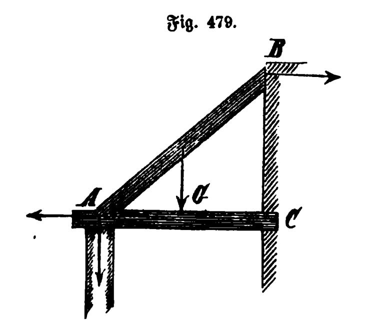
$$= 6 \,.\, 1434 = 8604 \text{ kg}.$$

2. Von den Holz- und Metallconstructionen.

§. 299.

Bei allen Holz- oder auch Eisenverbindungen, wie wir sie namentlich bei Dach- und Brückenconstruktionen kurz betrachten wollen, ist zu wissen nöthig, welche Spannungen die einzelnen Theile auszuhalten haben, und insbesondere, welche Drücke die Verbindung in ihren Hauptstützpunkten, und zwar hauptsächlich in horizontaler und vertikaler Richtung ausübt.

Fig. 479.



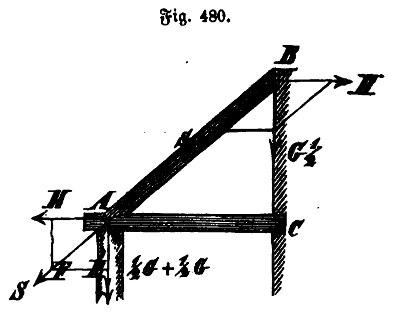
Betrachten wir den einfachsten Fall, in welchem ein Balken, z. B. ein Dachsparren AB, Fig. 479, mit dem horizontalen Balken AC durch eine Versatzung verbunden und oben an eine vertikale Wand BC angelehnt ist.

Vermöge seines Gewichtes G übt der Sparren in seinem Stützpunkte A einen Druck in lothrechter Richtung aus, und sucht auch die Unterlage AC horizontal fortzuschieben. Zugleich auch drückt der Sparren am oberen Ende B horizontal gegen die Wand BC.

Um nun die Größe dieser Drücke kennen zu lernen, kann man sich das Gewicht G des Körpers in zwei parallele Kräfte zerlegt denken, von welchen jede $= \frac{1}{2} G$ ist, und welche an den Enden A und B abwärts wirken.

Die am Ende B, Fig. 480, wirksame Kraft $\frac{1}{2} G$ zerlege man durch das Kräfteparallelogramm in zwei Seitenkräfte H und S, wovon die erstere rechtwinkelig auf die Wand BC wirkt und den Druck angibt, welcher in B gegen die Wand ausgeübt wird. Die andere Seitenkraft S wirkt in der Richtung des Sparrens AB und sucht diesen in seiner Längenrichtung fortzuschieben. Diese Kraft S, welche in dem Punkte A, in der Richtung AF, als angreifend gedacht werden kann, zerlege man wieder in zwei Seitenkräfte, wovon die eine vertikal und die andere horizontal wirkt. Durch Construktion des Parallelogramms $AEFH$ findet man — wie sich auch durch einen Blick auf die Figur ohnehin ergibt — daß der durch die Kraft S bewirkte Vertikaldruck $AE = \frac{1}{2} G$, und der Horizontalschub AD gleich dem in B stattfindenden Schube H ist.

Fig. 480.



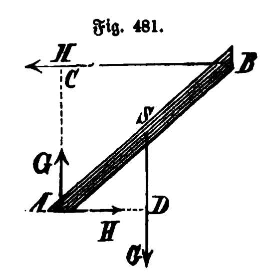
Der im Punkte A auf die Unterlage stattfindende gesammte Vertikaldruck ist darum gleich dem ganzen Gewichte G, weil zu der ursprüglich in A wirksamen Vertikalkraft $\frac{1}{2} G$ durch Zerlegung der Kraft S noch einmal die Kraft $\frac{1}{2} G$ kommt.

Es folgt somit aus Vorstehendem, daß der von einem schief aufstehenden Balken (Sparren) AB auf seine Unterlage ausgeübte vertikale Druck immerhin gleich dem Gewichte des Balkens ist, und daß die an den Enden A und B stattfindenden horizontalen Schübe gleich sind und nach entgegengesetzter Richtung wirken.

§. 300.

Aus vorigem §. ergibt sich, daß, wenn dem Balken AB seine Unterstützung genommen wird, derselbe doch seine Lage behält, also im Gleichgewichte verharrt, wenn man, wie es Fig. 481 zeigt, im Punkte A die zwei Kräfte H und G, und in B die Kraft H anbringt, welche gerade so groß, wie die oben genannten, von dem Balken ausgeübten Drücke sind und diesen entgegengesetzt wirken, und

Fig. 481.



wenn zugleich im Schwerpunkte S des Balkens sein Gewicht G wirksam gedacht wird.

Bei der Wirksamkeit der genannten Kräfte darf und wird also der Balken nicht die geringste Drehung um irgend einen Punkt desselben machen.

Das in S wirksame Gewicht G und die in B angreifende Kraft H suchen aber den Balken um sein unterstes Ende A in entgegengesetzter Richtung zu drehen. Damit nun der Balken vollkommen im Gleichgewicht bleibt, muß nach der Lehre vom Hebel

$$G \,.\, AD = H \,.\, AC$$

sein, woraus sich die Größe des Horizontalschubes

$$H = \frac{G \,.\, AD}{AC}$$

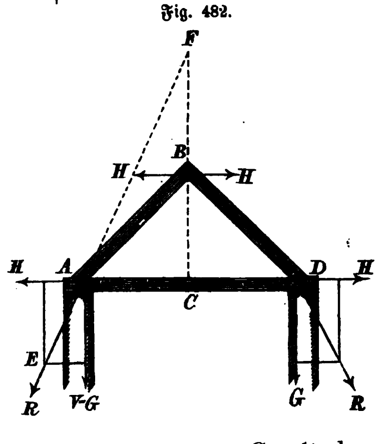
ergibt.

Je flacher der Balken liegt, desto größer wird AD und desto kleiner AC; es nimmt also der Horizontalschub nicht nur mit dem Gewichte des Balkens zu, sondern er ist auch um so größer, je flacher der Balken liegt, d. h. je kleiner der Winkel BAD ist.

§. 301.

Bei einer Dachanlage, Fig. 482, ist nach letzterem der Sparrenschub in A und D um so größer, je geringer die Dachhöhe BC, und je größer die Breite oder Tiefe AD des Hauses ist. Im Punkte B heben sich die gegenseitigen gleichen Drücke H auf.

Fig. 482.



Bei gewöhnlichen Dächern ist BC meist etwas geringer, als $\frac{1}{2}\, AD$, oder der Winkel BAD etwas weniger, als ein halber Rechter, folglich $\sphericalangle\, ABD$ über 1 Rechter. Bei s. g. italienischen Dächern ist BC oft nur $\frac{1}{4}\, AD$ und $\sphericalangle\, BAD$ etwas über 26°; in diesem Falle ist natürlich der Horizontalschub in A und D sehr groß und beträgt so viel, als die ganze Belastung des Sparrens.

Denn ist h die Dachhöhe und b die Breite des Hauses, so ist nach letzterem §.

$$H = \frac{G \,.\, \frac{1}{4}\, b}{h} = \frac{G \,.\, \frac{1}{4}\, b}{\frac{1}{4}\, b} = G.$$

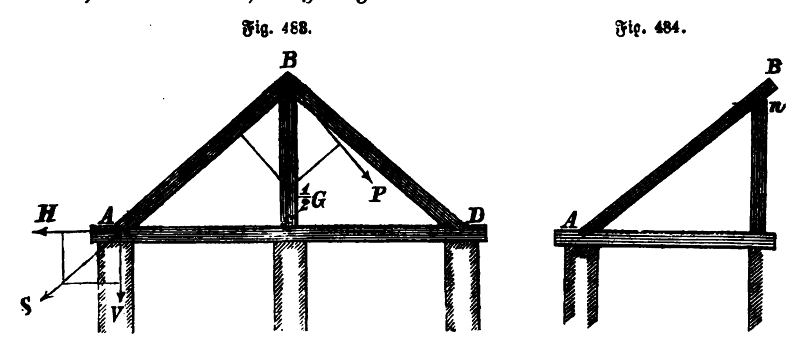
Durch Zusammensetzung des in A oder in D stattfindenden Ver-

tikaldruckes $V = G$ mit dem Horizontalschub $H = \frac{1}{4} \cdot \frac{b}{h} G$ findet man die Mittlere $R = \sqrt{V^2 + H^2}$.

Die Diagonale AE gibt die Richtung an, in welcher der Sparren auf den Balken AD drückt. Da nach vorigem §. der Horizontalschub sich zum Gewichte des Sparrens immerhin wie $\frac{1}{4}$ der Dachbreite b zur Dachhöhe h verhält, so ergibt sich hieraus und durch Construktion, daß die Diagonal- oder Gesammtdruckrichtung EAF die verlängerte Linie CB in einem Punkte F trifft, der gerade doppelt so hoch über C liegt, als die Dachhöhe beträgt. Rechtwinkelig auf diese Richtung muß der Sparren abgeschnitten und in die in der Unterlage nach gleicher Richtung angebrachte Abschrägung versetzt werden. Bei bedeutender Belastung und bei sehr flachen Dächern muß man aber überdies noch durch Zapfen und Bänder einem Ausgleiten vorbeugen.

§. 302.

Sind die Sparren an ihrem obern Ende durch eine Säule BC, Fig. 483, gestützt, so hat der Balken AD in A und D keine so großen Drücke auszuhalten, als im vorigen Fall, weil von der Säule ein Theil des Gewichtes getragen wird.



Man findet durch Zerlegung der in B wirksamen Kraft $\frac{1}{2} G$ in zwei rechtwinkelige Seitenkräfte P und S die Spannung in der Richtung des Sparrens, und ebenso, durch Zusammensetzung der von beiden Sparren gegen den Säulenkopf ausgeübten Drücke P, ergibt sich der auf die Unterstützung der Säule BC wirksame Druck.

Die in A und D stattfindenden Vertikaldrücke und Horizontalschübe werden auf einfache Weise durch Zerlegung der dort wirksam gedachten Kraft S und Wiederzusammensetzung mit der daselbst wirkenden Vertikalkraft $\frac{1}{2} G$ gefunden, wie dies Alles in den unten folgenden Aufgaben gezeigt wird.

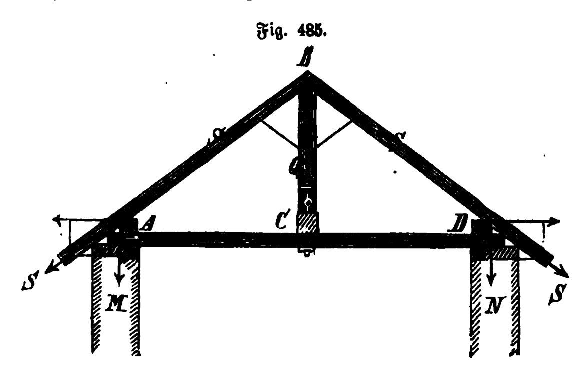
Wäre der Sparren AB, Fig. 484, in B aufgesattelt, d. h. würde

er auf der horizontalen Fläche *mn* einer Schwelle oder Pfette aufliegen, so findet in *A* gar kein Horizontalschub statt, und es wäre sowohl in *mn* als auch in *A* der Vertikaldruck $= \frac{1}{2}\ G$.

§. 303.

Wird bei Dach= und Brückenconstruktionen statt einer stehenden Säule eine s. g. Hängsäule *BC*, Fig. 485, angebracht, so nimmt diese einen Theil der Belastung des Balkens *AD* auf und trägt den=

Fig. 485.



selben vermittelst der Sparren (Streben) *AB* und *BD* auf die Stütz= mauern *M* und *N* über.

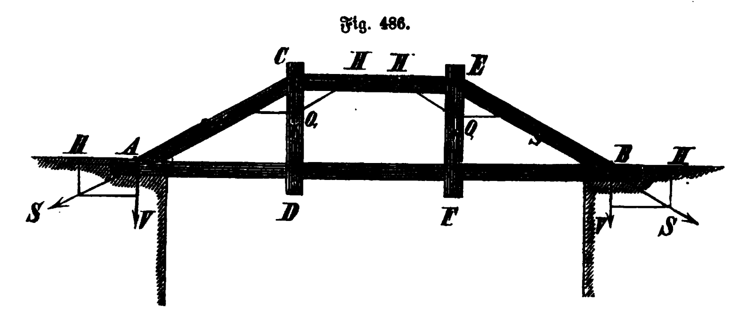
Diese Construktion nennt man ein Hängwerk, und man erreicht also durch dasselbe das Umgekehrte, wie durch Anbringen einer stehen= den Säule oder eines stehenden Dachstuhls, da in letzterem Falle die Sparrenbelastung theilweise durch die Säule und deren Unterstützung getragen wird.

Ist der Balken *AD* überall gleichmäßig belastet, so kann man annehmen, daß die eine Hälfte der Last von den Stützmauern ge= tragen wird. Die andere Hälfte wird alsdann von der Hängsäule aufgenommen. Fällt aber die ganze Belastung des Balkens *AD* in die Mitte, so hat die Hängsäule dieselbe vollständig zu tragen. Zer= legt man die von der Hängsäule aufzunehmende Last *Q* nach den Richtungen der Streben oder Sparren in die Seitenkräfte *S* und ver= fährt in den Punkten *A* und *D* mit diesen Kräften *S* und mit dem daselbst wirkenden Gewichte *G* der Streben wieder wie in §. 299 u. s. f., so erhält man auf die nämliche Art, wie dort, die in *A* und *D* statt= findenden Drücke.

Bei zusammengesetzten Hängwerken, Fig. 486, welche namentlich bei Brücken vorkommen, erhält man die in den Wider= lagern *A* und *B* wirkenden Vertikaldrücke und Horizontalschübe auf gleiche Weise, wie vorhin.

Bei gleicher Belastung der Brücke, Fig. 486, muß man annehmen,

Fig. 486.



daß jede der beiden Hängsäulen CD und EF, deren Abstand von einander und von den Widerlagern = $1/3$ der ganzen Brückenlänge ist, ein Drittel, und jede Seitenmauer ein Sechstel der von einem Hängwerk aufzunehmenden Last trage.

Die von den Hängsäulen aufgenommene Last Q zerlege man nach der Richtung der Streben AC, EB und des Spannriegels CE. Die in diesem stattfindenden horizontalen Schübe heben sich auf, suchen aber dabei den Spannriegel zu biegen oder zu zerdrücken, weßhalb ihm genügende rückwirkende Festigkeit zu geben ist. Die nähere Ausführung siehe unten bei den Aufgaben.

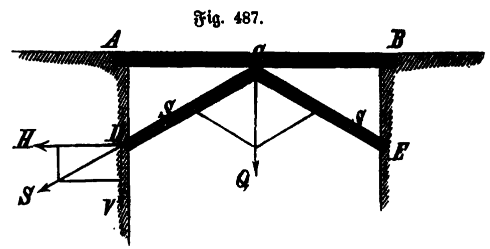
Bei zusammengesetzten Constructionen verfährt man bei der Bestimmung der Spannungsverhältnisse auf ganz gleiche Weise. Nur ist zu berücksichtigen, daß mit der Zahl der Hängsäulen die von diesen aufzunehmenden Lasten sich in dem Verhältnisse vermindern, daß bei drei, vier ꝛc. Hängsäulen, die in gleichen Abständen angebracht werden, jede derselben $1/4$, $1/5$ ꝛc. des Gesammtdruckes aufzunehmen hat.

304.

Die s. g. Sprengwerke werden angewendet, um Brücken oder Böden von unten zu unterstützen.

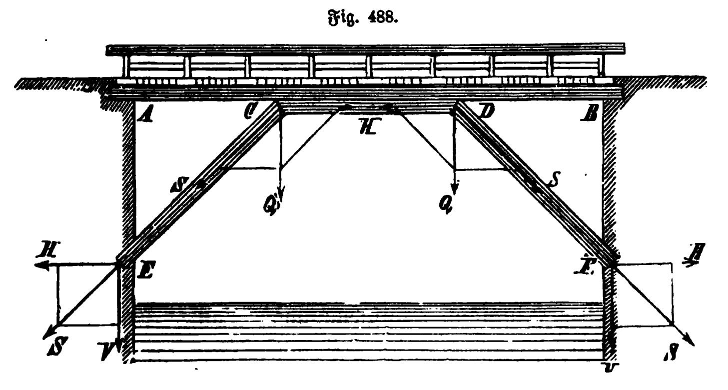
Bei dem einfachen Sprengwerke, Fig. 487, findet man durch Zerlegung des in der Mitte der Ueberdeckung AB wirksamen Druckes Q, welcher bei gleicher Belastung die Hälfte des Gesammtdruckes ist, die nach den Richtungen der Streben CD und CE stattfindenden Spannungen S. Zerlegt man diese wieder in den Stützpunkten D und E in rechtwinkelige Seitenkräfte, so erhält man die dort wirksamen vertikalen und horizontalen Drücke V und H.

Fig. 487.



Bei dem Sprengwerk Fig. 488 findet die durch die Figur angegebene Zerlegung der Drücke auf ähnliche Weise statt. Es ist aber hier der, in den von den Streben unterstützten Punkten C und D wirksame Druck nur $\frac{1}{3}$ der von dem Balken AB zu tragenden Last;

Fig. 488.

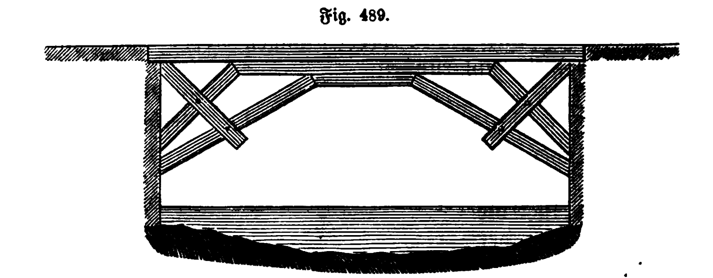


und während in den Widerlagern E und F die gleichen Druckwirkungen, wie oben bei dem Hängwerk Fig. 486, eintreten, so hat auch hier wie dort der Spannriegel CD dem Zusammendrücken genügenden Widerstand zu leisten.

Zusammengesetztere Sprengwerke berechnet man ebenso, und es vertheilt sich die Gesammtlast wieder in die einzelnen Streben auf ähnliche Weise, wie bei den zusammengesetzten Hängwerken in die einzelnen Hängsäulen.

So beträgt z. B. bei dem Sprengwerke Fig. 489 die von jeder der vier Streben zu tragende Last $\frac{1}{5}$ des Gesammtdruckes.

Fig. 489.



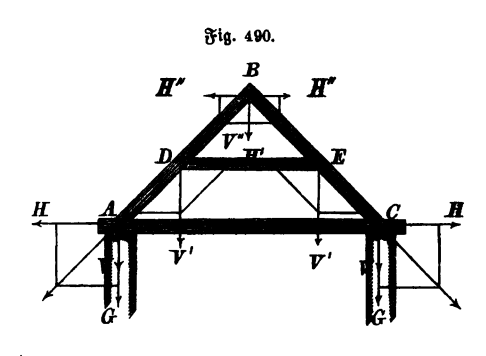
§. 305.

Sehr oft muß man bei Dach- und auch Brückenanlagen zusammengesetzte Constructionen anwenden und die bisherigen Systeme von Unterstützungen theilweise vereinigen. Immerhin läßt sich aber bei Dächern

annehmen, daß gleich große Theile eines Sparrens auch gleiche Belastung zu tragen haben.

Bei einem Gespärre, Fig. 490, welches durch einen **Kehlbalken** (Spannriegel) DE gestützt ist, verhalten sich darum die auf die Sparrenstücke AD und BD kommenden Drücke zur ganzen Belastung des Sparrens AB, wie die Längen AD und BD zu AB; oder es ist, wenn $AD = l'$ $BD = l''$, und $AB = l$ ist, und wenn G die von dem ganzen Sparren zu tragende Last bezeichnet, das vom Stück AD aufzunehmende Gewicht $= \frac{l'}{l} G$ und die auf BD kommende Belastung $= \frac{l''}{l} G$. Wäre der Kehlbalken in der Mitte des Sparrens angebracht, so wäre $l' = l'' = \frac{1}{2} l$, und jedes der Stücke AD und BD hätte dann die Hälfte von G zu tragen.

Fig. 490.



Nach §. 299 ist somit, wenn man die auf ein jedes Sparrenstück wirkende Belastung in zwei, an den Enden wirksame Vertikalkräfte zerlegt, jede derselben die Hälfte dieser Belastung, und darum die Vertikalkraft

in A: $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{l'}{l} G$;

in B: $V'' = \frac{1}{2} \cdot \frac{l''}{l} G$;

in D, da sich hier zwei Kräfte V und V'' vereinigen:

$$V' = \frac{1}{2} \cdot \frac{l'}{l} G + \frac{1}{2} \cdot \frac{l''}{l} G = \frac{1}{2} \cdot \frac{l' + l''}{l} G;$$

also $V' = \frac{1}{2} G$.

Durch die in der Figur angegebene Zerlegung dieser Vertikalkräfte ergeben sich die in D und B stattfindenden horizontalen Schübe H' und H'', sowie die in der Sparrenrichtung fortgepflanzten Kräfte. Die Zerlegung dieser letztern im Fußpunkte A und Zusammensetzung mit der dort wirkenden Vertikalkraft V gibt den Vertikaldruck und Horizontalschub im Sparrenfuße; und man findet (siehe unten Aufgabe 5), daß letzterer, $H = H' + H''$, größer ist, als ohne Anwendung eines Kehlbalkens. Der gesammte Vertikaldruck in A ist aber $= G$.

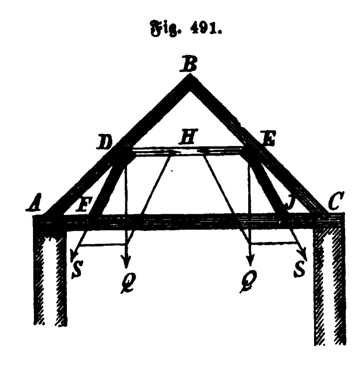


Fig. 491.

Bei einem nach Fig. 491 construirten Dachstuhl zerlege man die auf die Pfetten in D und E wirksamen Vertikaldrücke $Q = \frac{1}{2} G$ in die Seitenkräfte S und H, welche in der Richtung der Streben oder Stuhlsäulen DF und EJ und in der des Kehlbalkens DE wirken. Die Zerlegung der Kraft S im Fuße der Streben gibt den dort wirkenden vertikalen Druck und einen horizontalen Schub gleich dem im Kehlbalken wirkenden Schube H.

Der Horizontalschub im Fußpunkte des Sparrens ist gleich dem im Punkte B durch Zerlegung der Vertikalkraft $\frac{1}{2} \cdot \frac{l''}{l} G$ erhaltenen horizontalen Schub, und darum natürlich geringer, als bei voriger Construction.

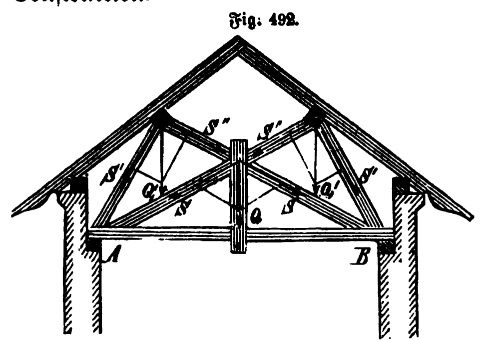


Fig. 492.

Das vereinigte Häng- und Sprengwerk, Fig. 492, dient sowohl zur Unterstützung eines Daches, als auch einer Brücke 2c. Wie die Drücke sich hier zerlegen, ist aus der Figur ersichtlich; und um die in A und B angreifenden Kräfte zu erhalten, darf man nur die in den Streben wirksamen und auf jene Punkte fortgepflanzten Seitenkräfte S, S' und S'' zu einer Mittlern zusammensetzen.

§. 306.

Darstellungen von zusammengesetzteren Brückenconstructionen führen uns die Figuren 493, 494, 495 und 496 vor Augen.

Die hölzerne Brücke, Fig. 493, ist ein gewöhnliches Hängwerk. Der die Fahrbahn aufnehmende Balken AB wird durch Querschwellen C, D, E ...., welche an Hängesäulen FC, GD ... aufgehängt sind, getragen. Zwischen diesen Hängesäulen sind die Spannriegel FG, GH ... eingesetzt, und damit eine Biegung der Brücke nicht leicht eintritt, sind auch die Streben CG, DH ... oder Eisenstäbe FD, GE ... angebracht, welche erstere vermöge ihrer rückwirkenden, letz-

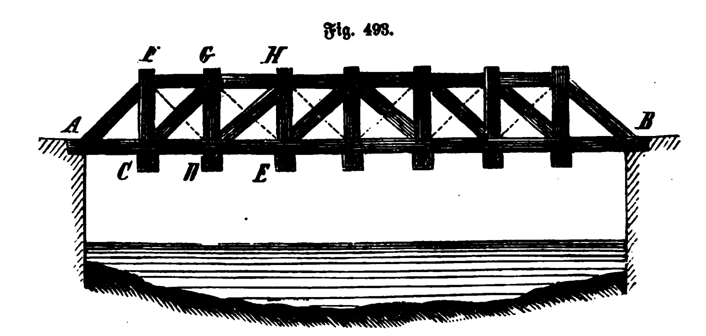
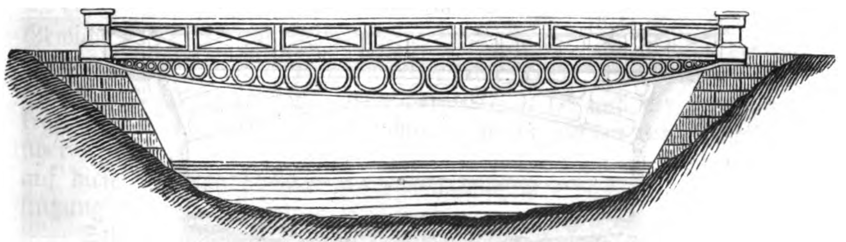


Fig. 493.

tere aber durch absolute Festigkeit dem Verschieben der Rechtecke *FGDC*, *GHED* . . . . . . widerstreben.

Fig. 494 zeigt eine gußeiserne Brücke von ähnlicher Construction, wie vorige hölzerne Brücke. Der gitterartige Brückenbalken oder die s. g. **Rippe** hat hier gegen die Mitte zu eine Verstärkung, welche ihm durch angebrachte, gegen die Brückenenden sich verjüngende Ringe verliehen wird.

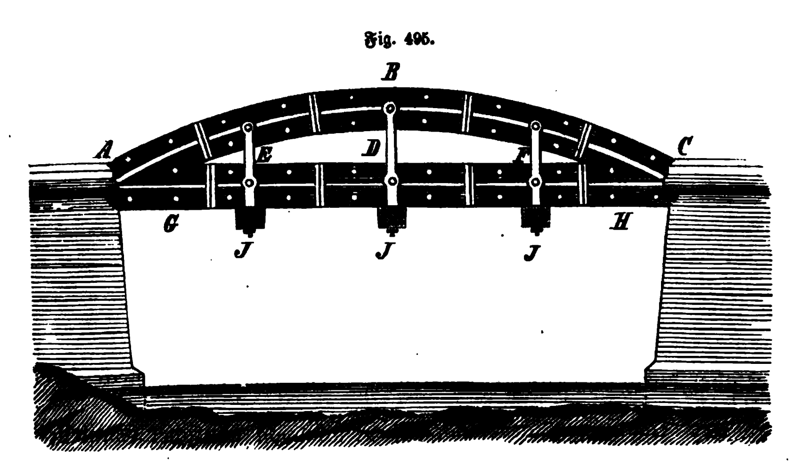

Fig. 494.



In Fig. 495 sieht man eine eiserne Brücke, in welcher Häng- und Sprengwerk vereinigt sind. Der aus einzelnen Stücken zusammengesetzte gußeiserne Bogen *ABC*, der nach einer Parabel (vergl. §. 50 und §. 106) geformt sein soll, dient nämlich als Strebe und Spannriegel, und trägt vermittelst Untergreifen an den Enden und durch doppelt angebrachte schmiedeiserne Hängestäbe *E*, *D* und *F* den Barren *GH*, sowie auch die Querschwellen *J*, *J* mit der Brückenbahn. Die an der Vorder- und Rückseite des Bogens angebrachten Hängestäbe sind mit diesem, sowie auch mit dem Barren *GH* durch Bolzen befestigt.

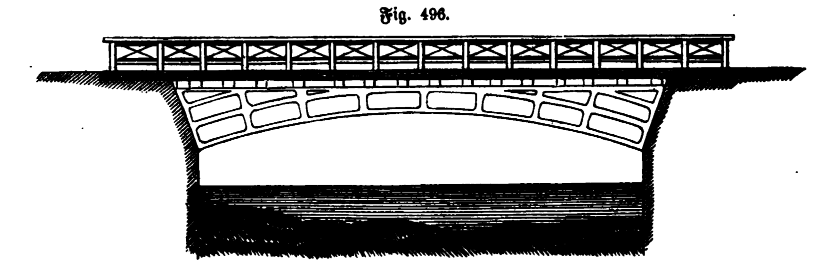
Für größere Spannweiten werden gußeiserne Brücken nach Fig. 496 construirt. Nach Art steinerner Brücken sind hier mehrere durch s. g. Gitterwerk gebildete Bögen neben einander angebracht, welche der darüber befindlichen Brückenbahn als Unterstützung dienen. Statt durch Gitterwerk sind die Bögen oft durch massive Platten oder aus Röhren mit kreisförmigem oder elliptischem Querschnitte gebildet.

Fig. 495.



Um die Berechnung der Tragkraft vorstehender Brückenconstructionen auf elementare Weise auszuführen, bestimme man nur nach Abschnitt VII die für verschiedene Brechungspunkte nothwendige Festigkeit, beziehungsweise die nöthigen Querschnittsverhältnisse.

Fig. 496.

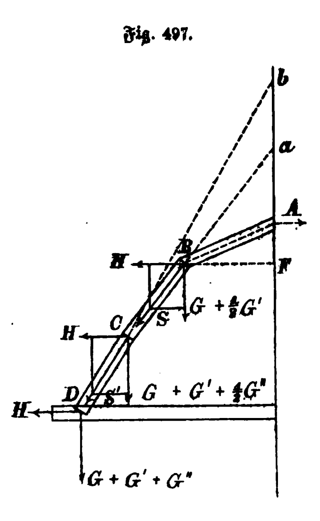


Als größtmöglichste Last, welche eine Brücke in der Wirklichkeit zu ertragen hat, nimmt man gewöhnlich den von einem Menschengedränge auf der Brücke verursachten Druck an. Rechnet man nun auf einen Menschen von 1 ½ Ctr. = 75 kg durchschnittlichem Gewicht 0,27 □m der Brückenbahn, so macht diese größte Belastung auf 1 □m 280 kg und mit Einschluß des eigenen Gewichts der Brücke ungefähr 300 kg.

§. 307.

Ruht ein Balken AB, Fig. 497, statt auf einer horizontalen Unterlage, auf einem andern schiefstehenden Balken BC, so muß dieser eine gewisse Lage gegen jenen annehmen, wenn die Verbindung im Gleichgewichte bleiben soll. Diese Lage ergibt sich folgendermaßen:

Ist nach §. 299 das Gewicht G des Balkens AB der in B von diesem ausgeübte Vertikaldruck und H der horizontale Schub, so pflanzen



sich diese auf den Balken BC fort. Nennen wir das Gewicht dieses Balkens G', so kann man nach genanntem §. annehmen, daß im obersten Punkte B das Gewicht $\frac{1}{2} G'$, und im untersten Punkte C ebenfalls $\frac{1}{2} G'$ abwärts wirkt. Es ist also im obersten Punkte von BC die gesammte Vertikalkraft $G + \frac{1}{2} G'$ und eine Horizontalkraft $= H$ wirksam.

Diese beiden rechtwinkeligen Kräfte, von welchen H nach §. 300 bestimmt wird, setze man zu einer Mittlern S zusammen; und fällt nun die Richtung von S innerhalb des zweiten Balkens oder innerhalb der Grundfläche C desselben, so ist, wenn dieser Balken in C gestützt ist, die Verbindung im Gleichgewicht.

Wird die Mittelkraft S am untern Ende von BC in eine vertikale und horizontale Seitenkraft zerlegt, so ist natürlicherweise erstere $= G + \frac{1}{2} G'$, und letztere $H' = H$. Da aber in C schon das halbe Gewicht $= \frac{1}{2} G'$ des Balkens BC wirksam ist, so ist also der im Fuße des Balkens BC wirkende Vertikaldruck $= G + G'$.

Die Mittlere aus der Vertikalkraft $G + G'$ und der Horizontalkraft H gibt die Gesammtdruckrichtung an, in welcher die Verbindung über C auf die Unterstützung wirkt. Ist der Balken BC rechtwinkelig auf diese Richtung abgeschnitten, so behauptet er bei einfacher Unterstützung und ohne besondere Befestigung seine Stellung.

Stützt sich der Balken BC noch auf einen dritten CD, dessen Gewicht $= G''$ sein soll, so findet man wieder durch gleiche Zusammensetzung und Zerlegung den im untersten Punkte D stattfindenden Horizontalschub $= H$, und den Vertikaldruck $= G + G' + G''$; und es hat die ganze Verbindung Stabilität, wenn die durch Zusammensetzung der in C wirksamen Kräfte gefundene Mittlere S' so wirkt, daß ihre Richtung durch die untere Stirnfläche des in D gestützten Balkens geht.

Es ist also der Horizontalschub in allen Punkten der Verbindung gleich groß; der Vertikaldruck aber ist gleich dem Gewichte der ganzen, von einem Punkte getragenen Verbindung; und letztere ist vermöge der Construction im Gleichgewichte, wenn die Balken in den Stützpunkten B, C und D rechtwinkelig auf die Richtung der Mittlern aus den in diesen Punkten wirkenden Kräften abgeschnitten sind.

Sind die Gewichte der einzelnen Balken, also G, G' und G'' u. s. w. einander gleich, so findet man durch genaue Construction die für eine vollkommene Stabilität nöthige Neigung der Balken AB, BC, CD . . .,

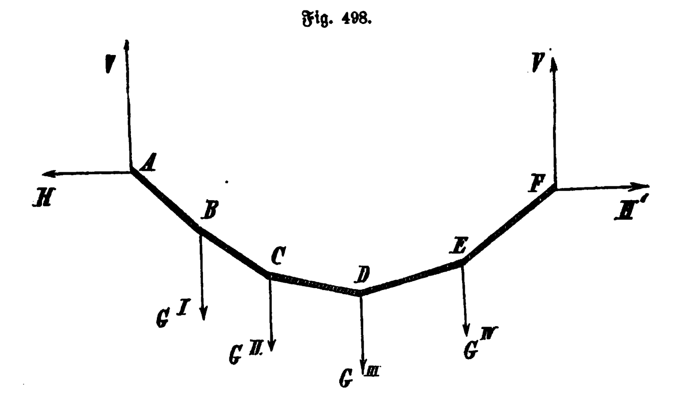
d. i. die Richtungen CBa und DCb, wenn man die Höhe AF so nach oben abträgt, daß $aF = 3 \,.\, AF$, $bF = 5 \,.\, AF$ u. s. w. ist.

§. 308.

Die im vorigen §. von Balken zu Balken durch fortgesetzte Construction erhaltene gebrochene Linie $ABCD$.., in welcher sich der Druck der Verbindung fortpflanzt, nennt man die Druck- oder Schublinie. Denkt man sich nun, die Balken wären sehr kurz und seien in großer Anzahl vorhanden, so wird die Schublinie zu einer krummen Linie, die man Kettenlinie nennt. Wird nämlich eine Kette oder ein biegsames, nicht ausdehnbares Seil an beiden Endpunkten aufgehängt, so nimmt es durch die vermöge seines eigenen Gewichtes eintretende Spannung eine Lage an, deren Richtung mit obiger Drucklinie genau übereinstimmt, aber natürlich die entgegengesetzte Biegung hat.

Wenn aber in den Punkten B, C, D... eines Seiles oder einer Kette A, B .... F, Fig. 498, welche in zwei Punkten aufgehängt ist,

Fig. 498.



Gewichte oder Kräfte G', G'', G''' ... wirken, so bildet das Seil oder die Kette ein s. g. Seilpolygon oder eine Seilmaschine, und wird, je nach der Wahl der Gewichte, eine verschiedene Form haben.

Rücken die Angriffspunkte der überall gleichen Belastungen nahe zusammen, und sind es deren viele, so entsteht wieder die Kettenlinie, und zwar ist solche eine s. g. Parabel, wenn die Angriffspunkte sämmtlich den gleichen horizontalen Abstand haben.

Die in einer solchen Seilverbindung oder Kettenlinie durch die genannten Belastungen eintretenden Spannungsverhältnisse sind ganz die gleichen, wie bei der im vorigen §. beschriebenen Balkenverbindung.

Es ist nämlich die Summe der in den Aufhängepunkten wirkenden Vertikalspannungen $V + V'$ gleich der Summe der angehängten Gewichte; ferner ist die Horizontalspan-

nung H in einem Endpunkte gleich und entgegengesetzt der Horizontalspannung H' im andern Ende.

Die Richtigkeit der hier ausgesprochenen Thatsache läßt sich — wenigstens deren erster Theil — leicht für sich einsehen, wenn man bedenkt, daß V und V', G', G'' ... parallele Kräfte sind, die entgegengesetzt wirken. Dieselbe läßt sich übrigens auch auf folgende Art nachweisen:

Stellt man sich vor, die obige Kette sei wie Fig. 499 in D von einander getrennt, so muß im Endpunkte D des Stückes $ABCD$ das Gewicht $\frac{1}{2}\,G'''$, und die andere Hälfte von G''' am Ende D des Kettenstückes DEF wirkend gedacht werden.

Fig. 499.

Soll nun die Kette $ABCD$ ihre Lage behalten, so muß in der Richtung von CD eine Kraft S''' wirken, die gleich derjenigen Spannung dieses Stückes CD ist, welche bei der in Fig. 498 verzeichneten Anordnung eintritt. Diese Kraft S''' denke man zerlegt in die vertikalen und horizontalen Seitenkräfte $\frac{1}{2}\,G'''$ und H. Da $\frac{1}{2}\,G'''$ bekannt ist, so kann man aus der Richtung von CD die Größe des Horizontalschubes H, welcher im Punkte D stattfindet, und somit auch den Werth von S''' erfahren. Wird die Kraft S''' im Punkte C wirksam gedacht, so erhält man durch deren Zerlegung in diesem Punkte wieder die rechtwinkeligen Seitenkräfte $\frac{1}{2}\,G'''$ und H. Im Punkte C ist aber schon die Vertikalkraft G'' wirksam, und es ist also der ganze vertikale Zug im Punkte $C = G'' + \frac{1}{2}\,G'''$. Diese Vertikalkraft $G'' + \frac{1}{2}\,G'''$ setze man wieder mit der Horizontalkraft H zu einer Mittelkraft S'' zusammen, und es muß also dann die Richtung von S'' mit dem Kettenstück BC zusammentreffen, wenn keine Drehung um B, sondern der Gleichgewichtszustand eintreten soll.

Wird B als Angriffspunkt von S'' angenommen, so erhält man wieder die Seitenkräfte $G'' + \frac{1}{2}\,G'''$ und H. Zu der Vertikalkraft $G'' + \frac{1}{2}\,G'''$ kommt das schon in B wirkende Gewicht G', und es ist also der gesammte Vertikalzug in diesem Punkte $= G' + G'' + \frac{1}{2}\,G'''$, während der Horizontalschub daselbst wieder nur $= H$ ist.

Durch Zusammensetzung der genannten Vertikal- und Horizontalkräfte erhält man die Mittlere S', deren Richtung wieder die Lage des Kettenstückes AB angibt.

Denkt man sich die Spannung S' des Stückes AB endlich in die rechtwinkeligen Seitenkräfte V und H zerlegt, so hat man als Vertikal-

spannung im Aufhängepunkte A

$$V = G' + G'' + \frac{1}{2} G'''$$

und eine Horizontalspannung $= H$.

Für den Aufhängepunkt F, Fig. 498, erhält man ebenso

$$V' = G^{IV} + \frac{1}{2} G''';$$

und $$H' = H.$$

Aus Vorstehendem ergibt sich also, daß, wie oben behauptet wurde, wirklich

$$V + V' = G' + G'' + G''' + G^{IV}$$

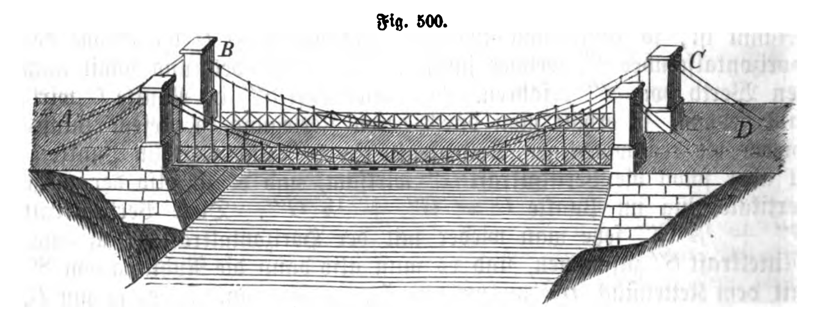
ist; auch sieht man, daß die horizontalen Spannungen der Kette in allen Punkten gleich groß sind; und zugleich lernt man, wie — wenn man die Größe der Belastungen und die Angriffspunkte kennt — die Linie $A, B \ldots\ldots F$ zu construiren ist.

§. 309.

Die im vorigen §. beschriebene Kettenlinie und die in derselben eintretenden Spannungsverhältnisse kommen namentlich bei den s. g. Hänge- oder Kettenbrücken vor, welche man bei großen Entfernungen der zu verbindenden Ufer, und wo die Herstellung von Mittelpfeilern nicht wohl thunlich ist, anbringt.

Fig. 500 führt uns eine solche Brücke vor Augen. Eine, oft auch mehrere Ketten oder Drahtseile $ABCD$ auf jeder Seite der Brücke

Fig. 500.



ruhen auf Pfeilern B und C, und sind mit ihren Enden A und D an Felsen oder Mauerwerk verankert.

Von diesen Ketten gehen Hängestangen oder auch Drahtseile abwärts und tragen unten Quer- oder Tragbalken, auf welchen die eigentliche Brückenbahn ruht, welche aus Längenschwellen und darüber gelegtem Bohlenwerk besteht.

Die durch das eigene Gewicht der ganzen Brücke und deren Belastung eintretende Spannung der Ketten ruft nach letztem §. in jedem der festen Stützpunkte A und D eine Vertikalkraft V hervor, deren Summe $2V$ gleich ist der halben Summe des genannten Gewichtes

und der Belastung. Die Horizontalkraft H in jedem der beiden Punkte A und D ist durch Construction des Kräfteparallelogramms leicht zu finden, wenn die Neigung der Kettenenden AB und CD gegen den Horizont bekannt ist. Aus V und H ergibt sich die Spannung der Ketten nach der Richtung AB und CD

$$S = \sqrt{V^2 + H^2},$$

welcher einmal die Ketten durch ihre absolute Festigkeit, und dann auch die Widerlager durch ihre Stärke und ihr Gewicht widerstehen müssen.

In den Pfeilern B und C sind Rollen angebracht, über welche man die Ketten legt, damit die, bei ungleicher Belastung der Brücke durch einerseits größere Spannung hervorgerufene Reibung der Kette und somit auch die ein Umstürzen des Pfeilers erstrebende Kraft vermindert wird.

§. 310.

Zum Schlusse unserer Betrachtung der Holz- und Metallverbindungen soll noch in Kurzem der neueren Brückenconstructionen gedacht werden, nämlich der Röhren-, Gitter- und Blechbrücken, welche sich durch Einfachheit und auch Wohlfeilheit auszeichnen, und darum eine allgemeinere Anwendung bereits gefunden haben.

Diese Constructionen beruhen auf dem gleichen Princip, nämlich darauf, durch verbundene Blechtafeln oder durch Eisengitter ganz oder theilweise ein hohles vierseitiges Prisma von ansehnlicher Höhe herzustellen, welches bei dieser Höhe und vermöge der durch die Construction erhaltenen Starrheit eine bedeutende relative Festigkeit hat.

Die Figuren 501 und 502 sind Darstellungen einer in Pforzheim über den Enzfluß erbauten Gitterbrücke. Die ganze Tragkraft liegt in zwei Gitterwänden oder Geländern, wovon $ABCD$, Fig. 501, ein Stück ist. Bei einer mittlern Spannweite von 30 m ist die Höhe einer Gitterwand = 2,19 m, und es ist diese aus 7,5 cm breiten und 1,5 cm dicken Eisenschienen zusammengesetzt, welche da, wo sie sich kreuzen, vernietet sind und quadratische Maschen bilden, deren Lichtweite 18 cm beträgt.

Am obern und untern Ende ist jedes Gitter der Länge nach durch Winkeleisen mit einer doppelten Lage von 24 cm breiten und 2,25 cm dicken eisernen Flanschen verbunden, welch letztere, sowie die Winkeleisen, aus zusammengeschweißten Stücken bestehen.

In den Ecken der Gitterwände eingesetzte Blechtafeln erhöhen deren Tragkraft.

In Abständen von je 2,4 m sind Querträger AD und BC, Fig. 501, und EFG, Fig. 502, angebracht. Diese sollen die beiden Wände mit einander verbinden und zugleich der hölzernen Fahrbahn zur Unterlage dienen. Die Construction eines Querträgers ist in Fig. 502, welche einen solchen zur Hälfte darstellt, ersichtlich. Man

Fig. 501.

Fig. 502.

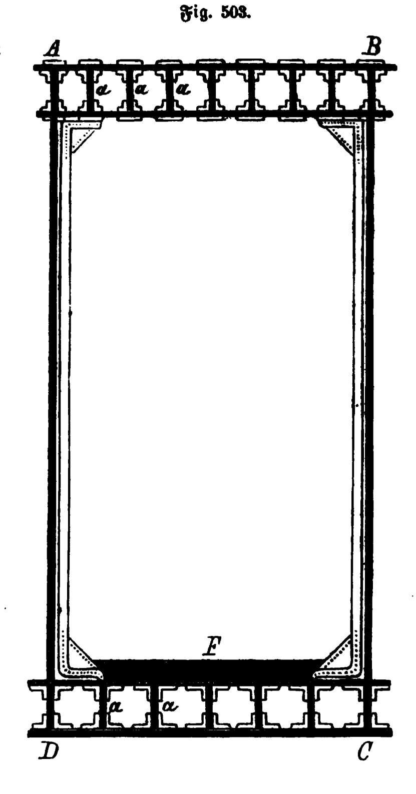


Fig. 503.

sieht sowohl dort, als auch in *oo*, Fig. 501, wie diese Träger auf die ganze Höhe der Tragwände reichen und an diesen in je drei Punkten mittelst in den Maschen derselben liegender und diese überragender Gußplatten *mn* durch Schrauben befestigt sind. Die so mit den Querträgern ein starres Ganzes bildenden Tragwände ruhen mit ihren Enden auf Pfeilern in eisernen, mit den letztern verbundenen s. g. Schuhen einfach auf, ohne daß eine besondere Befestigung nöthig wäre.

Die Röhrenbrücken, wovon *ABCD*, Fig. 503, einen verticalen Querschnitt zeigt, und die berühmte Britannia-Brücke*) über den Menai-Meeresarm ein großartiges Beispiel ist, sind ähnlich construirt. Die ganze Brücke ist ein hohles vierseitiges Prisma, dessen Wände aus vernieteten 1,5 bis 2,25 cm dicken Blechtafeln zusammengesetzt sind. Zur Vermehrung der Tragfähigkeit sind noch oben und unten durch eingesetzte Wände *aa* kleinere Abtheilungen (Zellen) gebildet, auf deren unterer Reihe die Fahrbahn *F* liegt. Auch diese Brücken sind wie die vorigen auf den Pfeilern bloß aufgelegt, und zwar gewöhnlich auf Rollen, damit der durch die Temperatur bewirkten Ausdehnung oder Zusammenziehung, d. i. dem Verschieben der Brücke weniger Widerstand geboten wird.

Die Berechnung der Tragkraft der Gitter- und Röhren-Brücken kann gerade so, wie die Berechnung der relativen Festigkeit eines hohlen viereckigen Balkens geführt werden, und es ist aus Früherem klar, daß diese Tragkraft mit der Höhe, und zwar mit dem Quadrate dieser wächst.

In größerem Maßstabe ausgeführte Eisengitterbrücken sind in Deutschland die Eisenbahnbrücken bei Offenburg, Waldshut, Kehl-Straßburg, Mannheim-Ludwigshafen und Deutz-Köln 2c. — Der

*) Diese 461,1 m lange Brücke besteht aus vier Röhrenstücken, wovon zwei auf 70,1 m und die zwei andern auf 140,2 m frei liegen.

größte, aus schmiedeisernem Gitterwerk bestehende Bogen, überhaupt der größte Brückenbogen ist zu Porto in Portugal über den Duro, welcher eine Spannweite von 160 m hat. Die Britanniabrücke hat nur eine Spannweite von 140 m und eine Brücke über den Mississippi in Nordamerika eine solche von 158 m.

Statt Gitterwänden werden in neuerer Zeit oft auch **Blechwände** angewendet. Diese bestehen entweder aus einer starken Blechtafel, die, wie Fig. 504 zeigt, oben und unten zur Verstärkung mit Winkelstücken versehen wird. Für größere Spannweiten aber werden mehrere Blechtafeln zusammengenietet. Solche Blechwände fallen dann natürlich immer viel niederer aus, als Gitterwände.

Fig. 504.

Zu unterscheiden von den genannten Constructionen sind die **Blechbogenbrücken**, wovon die Pont d'Arcole über die Seine in Paris eines der größeren Beispiele ist. Der gesammte Bogen derselben besteht aus zwölf kleinen, neben einander gestellten Bögen, hat eine Spannweite von 80 m, und 6,12 m Pfeilhöhe.

Anmerkung. Bei der Auflösung der folgenden Aufgaben kann der Erfahrung gemäß für Dachanlagen folgende Belastung in Rechnung genommen werden:

1) Gewicht des Holzes zu Sparren und Latten auf je 1 □m der Dachfläche = 20 bis 60 kg, je nachdem schwächeres oder stärkeres, Tannen- oder Eichenholz angewendet wird;
2) Gewicht von 1 □m Ziegeldach, bei einfacher Bedeckung . . = 52 kg,
bei einem s. g. Doppeldach . . . . = 83 „
Gewicht von 1 □m Schieferdach . . . . = 38 „
Gewicht von 1 □m Zinkdach . . . . = 26 „
3) Als zufällige Belastung muß zu obigen Gewichten noch der von Schnee und Wind verursachte Druck, welcher zu 70 bis 95 kg per □Meter Dachfläche angenommen werden kann, addirt werden.

Ueber die Belastung der Brücken ist schon im §. 306 das Nöthige gesagt worden.

Aufgaben.

1ste Aufgabe. Wenn ein nach Fig. 482 construirtes gewöhnliches Ziegeldach eine Höhe von 15 m und eine Breite von 20 m hat, und wenn die 18 cm dicken und 15 cm breiten tannenen Sparren im Mittel 1 m von einander abstehen, wie groß ist der von jedem Sparren ausgeübte Druck?

Auflösung. Die Sparrenlänge beträgt $\sqrt{15^2 + 10^2} = 18$ m; daher ist der Cubikinhalt eines Sparrens = 18 . 0,18 . 0,15 = 0,486 cbm, und folglich das Gewicht, wenn das spezifische Gewicht des Tannenholzes zu 0,5 angenommen wird, = 0,5 . 1000 . 0,486 = 243 kg. Außer seinem eigenen Gewichte hat aber jeder Sparren noch den auf eine Dachfläche von 18 . 1 = 18 □m kommenden Druck durch die Bedachung, Schnee und Wind zu ertragen. Nimmt man nach obigen Angaben diesen Druck auf jeden □Meter zu 52 + 88 = 140 kg an, so macht dies auf 18 □m 18 . 140 = 2520 kg; und es ist folglich die Gesammtbelastung eines Sparrens = 243 + 2520 = 2763 kg. Nach §. 299 beträgt nun der Vertikaldruck im Sparrenfuß $V = G = 2763$ kg, und der Horizontalschub daselbst ist nach §. 300 $H = {}^5/_{15} . 2763 = 921$ kg.

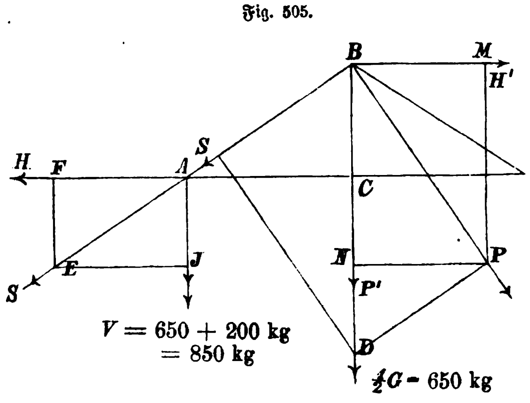
2te Aufgabe. Wie groß ist der Sparrenschub bei dem Dache Fig. 483, dessen Höhe 4,5 m, die Tiefe 13,5 m und die Entfernung der Sparren 0,9 m beträgt, wenn das Dach mit Schiefer gedeckt ist?

Auflösung. Der Gesammtdruck auf je 1 □m der Dachfläche kann nach obiger Anmerkung zu $40 + 38 + 95 = 173$ oder rund 175 kg angenommen werden.

Die Länge eines Sparrens beträgt $\sqrt{4{,}5^2 + 6{,}75^2} = 8{,}11$ m; somit ist die von jedem Sparren aufzunehmende Belastung $= 8{,}11 \,.\, 0{,}9 \,.\, 175 = 1277$ kg, wofür man $G = 1300$ kg setzen kann. Macht man nun Fig. 505 in verjüngtem Maßstabe $AC = \frac{13{,}5}{2}$ m und $BC = 4{,}5$ m, so erhält man die Sparrenrichtung AB.

Nach §. 302 zerlege man die Vertikalkraft $^1/_2\, G = 650$ kg in B in zwei Seitenkräfte S und P, nach der Sparrenrichtung und rechtwinkelig hierauf.

Fig. 505.



Macht man $BD = 13$ Theilen, so daß also jeder Theil eine Kraft von 50 kg vorstellt, so wird die in der Richtung des Sparrens wirkende Seitenkraft S durch die Linie BS dargestellt. Wird nun $AE = BS = S$ gemacht, und zerlegt man letztere Kraft im Punkte A nach horizontaler und vertikaler Richtung, so findet man $AF = 6$ und $AJ = 4$ Theile lang. AF stellt aber den aus S hervorgehenden Horizontalschub und AJ den Vertikaldruck vor. Es ist somit der Horizontalschub $H = 6 \,.\, 50 = 300$ kg, und der Vertikaldruck $= 4 \,.\, 50$ kg, wozu noch $^1/_2\, G = 650$ kg kommt, woraus sich als gesammter Vertikaldruck $V = 650 + 200 = 850$ kg ergibt.

Der von jedem Sparren auf die Säule BC ausgeübte Vertikaldruck ist $= G - V = 1300 - 850 = 450$ kg.

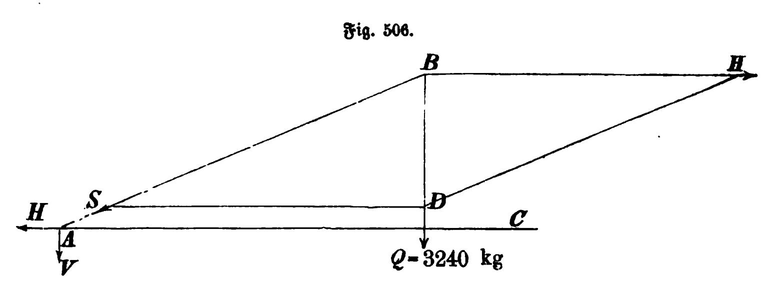
In der That erhält man auch, wenn man die Kraft P durch das Rechteck $BMPN$ nach vertikaler und horizontaler Richtung zerlegt, die Seite $BN =$ 9 Theile lang, und also die in der Säulenrichtung wirkende Vertikalkraft $P' = 9 \,.\, 50 = 450$ kg. Von dem Sparren rechtsseits entspringt ebenfalls eine Vertikalkraft von 450 kg, und es ist somit der von je zwei gegenüberstehenden Sparren auf die Säule ausgeübte vertikale Druck $= 900$ kg.

3te Aufgabe. Eine Brücke sei nach Fig. 486 construirt und habe eine Länge von 18 m und eine Breite von 3,6 m. Das eigene Gewicht sammt der größten Belastung sei nach §. 306 per □m $= 300$ kg; man soll die eintretenden Spannungen berechnen für den Fall, daß der Winkel, welchen die Streben AC und EB mit dem Horizonte bilden, $^1/_4$ Rechter $= 22^1/_2{}^0$ sei.

Auflösung. Die ganze von der Brücke aufzunehmende Last ist = 18 . 3,6 . 300 = 19440 kg. Da auf jeder Seite der Brücke ein Hängwerk mit zwei Hängsäulen angebracht ist, so hat nach §. 303 jede der Säulen $\frac{19440}{6} = 3240$ kg aufzunehmen.

Macht man nun in Fig. 506 $\sphericalangle\, BAC = 22^1/_2{}^0$, und nimmt die Linie BD, welche eine Kraft von 3240 kg darstellen soll, = 6 Theilen, so daß eine Kraft von 540 kg durch 1 Theil dargestellt wird, so findet man durch Zerlegung den Horizontalschub im Spannriegel $BH = 14{,}5$ Theile = 7830 kg und den Schub in der Strebe $BS = 15{,}7$ Theile = 8478 kg.

Fig. 506.



Zerlegt man letztern Schub S im Punkt A in zwei rechtwinkelige Kräfte, so findet man, wie natürlich, den Vertikaldruck $V = Q = 3240$ kg, und den Horizontalschub $H = 7830$ kg.

Nach Anleitung des Abschnitts VII findet man die nöthigen Querschnitte der Hängsäulen, des Spannriegels und der Streben, damit erstere dem Zerreißen durch die Kraft Q, der Spannriegel dem Zerdrücken durch zwei Kräfte H, und die Streben der Zertrümmerung durch die Kraft S gehörig widerstreben. Den Längenbalken AB, Fig. 486, endlich, welche, außer in den Endpunkten, noch in D und F gestützt sind, muß hinreichende Festigkeit gegen das Abbrechen, welches bei einem der Theile AD, DF, FB eintreten kann, gegeben werden.

4te Aufgabe. Es sei die vorige Brücke durch ein Sprengwerk nach Fig. 488 unterstützt; wie groß sind alsdann die Spannungen, wenn die Streben unter einem halben rechten Winkel gegen den Horizont geneigt sind?

Auflösung. Ist das Sprengwerk wieder ein doppeltes, d. h. sind auf beiden Seiten der Brücke zwei Streben mit Spannriegel angebracht, so hat jeder der Unterstützungspunkte C und D, Fig. 488, $= \frac{19440}{6} = 3240$ kg zu tragen.

Fig. 507.

Wird nach der Aufgabe in Fig. 507 $\sphericalangle\, BAD = 45^0$ gemacht, so ergibt sich, sowie auch ohne Construction, daß $\sphericalangle\, ABD$ ebenfalls $= 45^0$ sein muß. Daraus, sowie durch das Kräfteparallelogramm folgt, daß der Horizontalschub in der Richtung des Spannriegels $H = Q = 3240$ kg. ist. Der Schub in der Richtung der Strebe aber beträgt

$$S = \sqrt{Q^2 + H^2},$$

d. i. $S = \sqrt{2 . 3240^2} = 4582$ kg.

5te Aufgabe. Wenn in dem Dachgespärre, Fig. 490, ∢ ABC ein Rechter, also das Dach gerade im Winkel ist, und die Sparrenlänge 12 m und der Sparrenabstand 1 m beträgt, wie groß sind die im Sparrenfuß ausgeübten Drücke bei doppelter Ziegelbedachung und wenn der Kehlbalken in der mittlern Dachhöhe sich befindet?

Auflösung. Die von einem Sparren aufzunehmende Last ist auf 1 m Länge, wenn man mittelstarkes Holz annimmt, $= 40 + 83 + 95$, d. i. in runder Zahl $= 220$ kg; also die Gesammtbelastung $G = 12 \,.\, 220 = 2640$ kg.

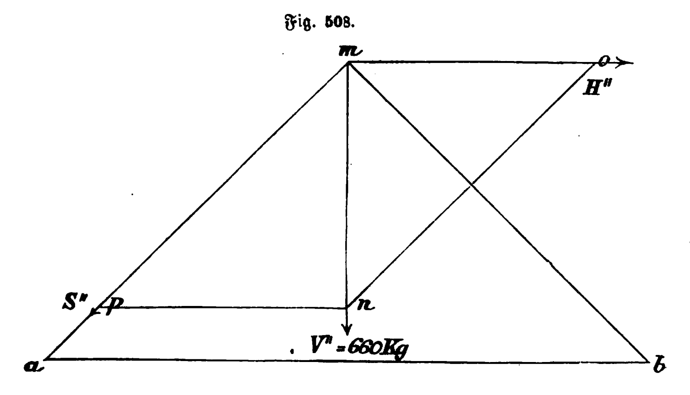
Der Vertikaldruck im untersten Punkt des Sparrens ist nach §. 305

$$V = \frac{1}{2} \,.\, \frac{l'}{l} G = \frac{1}{4} G = \frac{1}{4} \,.\, 2640 = 660 \text{ kg};$$

ebenso ist im obersten Punkt des Sparrens $V'' = 660$ kg, und im Angriffspunkte des Kehlbalkens $V' = \frac{1}{2} G = 1320$ kg.

Ist nun amb, Fig. 508, ein rechter Winkel, und macht man Linie mn, welche die im obersten Sparrenpunkt wirkende Kraft $V_2 = 660$ kg darstellen soll, 33 mm lang, so daß durch 1 mm 20 kg repräsentirt werden, so findet

Fig. 508.



man mo ebenfalls $= 33$ mm, und mp nahe $= 47$ mm. Es ist also der Horizontalschub H'' im Sparrenkopf $= 33 \,.\, 20 = 660$ kg, und der aus V'' entspringende Sparrenschub S'' nahezu $= 47 \,.\, 20 = 940$ kg, wie sich dies auch durch einfache geometrische Anschauung ebenfalls, und zwar $S'' = \sqrt{V''^2 + H''^2}$ $= 933{,}3$ kg ergibt.

Da die Vertikalkraft V' in der Mitte des Sparrens $= \frac{1}{2} G = 2 \,.\, V''$ ist, so ergibt sich hieraus auch ein doppelter Horizontalschub im Kehlbalken $H' = 2 \,.\, H'' = 2 \,.\, 660 = 1320$ kg, und ein Sparrenschub

$$S' = 2 \,.\, S'' = 2 \,.\, 933{,}3 = 1867 \text{ kg}.$$

Durch Zerlegung von S'' im Sparrenfuß erhält man wieder
einen Vertikaldruck $= V'' = 660$ kg,
und einen Horizontalschub $= H'' = 660$ kg.

Desgleichen zerlegt sich S' im Sparrenfuß in einen Vertikaldruck $= V' =$ 1320 kg, und in einen Horizontalschub, der ebenfalls $= H' = 1320$ kg ist.

Im Sparrenfuß ist aber schon die Vertikalkraft $V = \frac{1}{4} G = 660$ kg thätig.

Somit ist der Gesammtvertikaldruck daselbst, wie auch ohnedies begreiflich ist,

$$V + V' + V'' = 660 + 1320 + 660 = 2640 \text{ kg} = G;$$

und der Horizontalschub

$$= H' + H'' = 1320 + 660 = 1980 \text{ kg} = \frac{3}{4} G.$$

Ohne Anwendung eines Kehlbalkens wäre nach §. 300 der Horizontalschub im Fuße des Sparrens, wenn die Dachhöhe $= h$, und also die Tiefe $= 2h$ ist, $H = \frac{1/2\, h}{h} \cdot G = 1/2\, G$. Es wird also durch Anbringung eines Kehlbalkens der Horizontalschub im Sparrenfuß immerhin vergrößert, und zwar gerade um $1/4\, G$, wenn der Kehlbalken in der mittleren Dachhöhe ist.

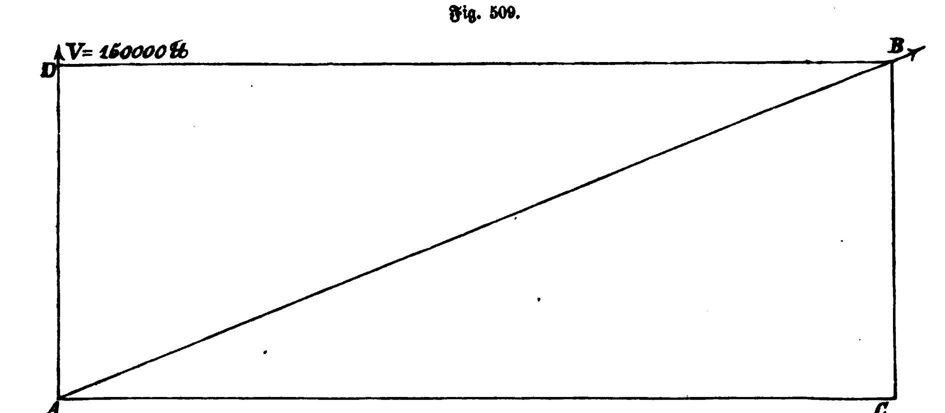
6te Aufgabe. Eine Kettenbrücke nach Fig. 500 habe mit eigenem Gewichte eine Belastung von 300000 Pfd. auszuhalten. Wenn der Neigungswinkel der Kettenenden gegen den Horizont $= 22^\circ$ ist, wie groß sind die Spannungen in den Befestigungspunkten der Ketten, und wie stark sind letztere zu machen?

Auflösung. Ist AB, Fig. 509, ein Kettenende, so mache man $\sphericalangle\, BAC = 22^\circ$. Es ist nun die in jedem der vier Befestigungspunkte der Spannketten wirkende Vertikalkraft nach §. 309

$$V = 1/4\, G = \frac{300000}{4} = 75000 \text{ Pfd.}$$

Nimmt man $AD = V = 15$ Theile und construirt das Rechteck $ADBC$, so findet man den Horizontalschub $H = AC = 37{,}2$ Theile $= 186000$ Pfd., weil 5000 Pfd. durch 1 Theil dargestellt werden.

Fig. 509.



Für die Spannung in der Richtung der Ketten AB erhält man

$$S = \sqrt{V^2 + H^2} = \sqrt{75000^2 + 186000^2},$$

d. i. in runder Zahl

$$S = 200000 \text{ Pfd.} = 100000 \text{ kg.}$$

Diese Spannung S vertheilt sich nun auf die Anzahl der auf jeder Seite angebrachten Spannketten. Sind jederseits deren zwei vorhanden, so hat also jede Kette eine Spannung $= 1/2\, S = 50000$ kg auszuhalten. Gegen diese Spannung müssen die Ketten durch ihre absolute Festigkeit wirken. Nimmt man nun nach §. 96 den Sicherheitsmodul des Schmiedeisens für 1 □cm zu 1000 kg an, so erfordert jede Kette einen Gesammtquerschnitt von $\frac{50000}{1000}$ = 50 □cm.

Der einfache Querschnitt eines Gelenkes muß also 25 □cm betragen.

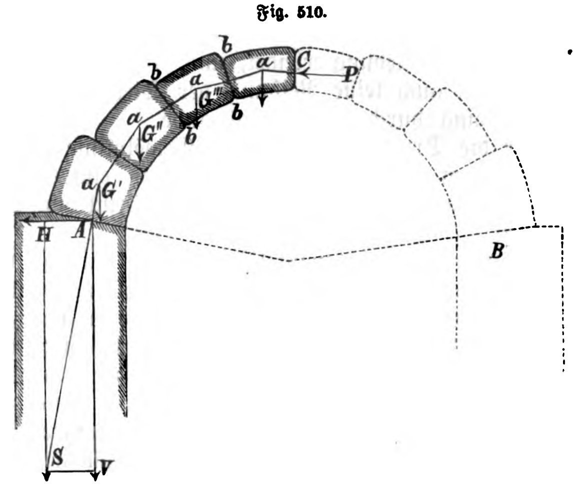
Anmerkung. Bei der Lösung vorstehender und ähnlicher Aufgaben ist es sehr rathsam, zur Darstellung der Kräfte durch Linien einen möglichst großen Maßstab anzuwenden, weil nur dann ein genaues Resultat erwartet werden kann.

3. Von den Gewölben.

§. 311.

Ein Gewölbebogen *ACB*, Fig. 510, ist nichts anderes, als eine Verbindung mehrerer Steine, ähnlich der durch Fig. 497 dargestellten Balkenverbindung. Es finden darum auch hier ganz die gleichen Spannungen statt wie dort, und es ist also nach §. 307 der Vertikaldruck eines Gewölbestückes auf den unter demselben befindlichen Theil gleich dem Gewichte dieses, vom Scheitel an gerechneten Gewölbestückes, nebst der darauf verbreiteten Last; auch ist der Horizontalschub an allen Stellen des Gewölbes einer und derselbe, und gleich dem Drucke *P* im Scheitel.

Fig. 510.

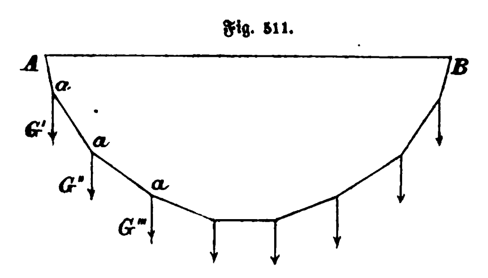


Bei gleicher Vertheilung der Last über dem Scheitel *C* hat also jedes der Widerlager *A* und *B* das Gewicht des halben Gewölbes und der halben Belastung zu tragen und einen horizontalen Schub auszuhalten, welcher von der Richtung der Spannung *S* im untersten Steine abhängt.

Diesen Drücken hat das Gewölbe nicht nur vermöge seiner Construction zu widerstehen, sondern es müssen auch die Steine rückwirkende Festigkeit genug besitzen, um nicht zermalmt zu werden. Die Standfähigkeit des Gewölbes hängt aber wieder, wie bei der obengenannten Balkenverbindung, von der Lage der Drucklinie *Aa . . . C* ab. Diese Linie ergibt sich, wenn man das Gewicht jedes Gewölbesteines in seinem Schwerpunkte vereinigt denkt, und diese Schwerpunkte durch gerade Linien verbindet; denn wie wir gesehen, stimmt die Drucklinie ganz mit einem s. g. Seilpolygon, oder bei einer sehr großen

Anzahl Steine, deren Schwerpunkte den kleinsten Abstand haben, mit einer Kettenlinie überein. Beschweren wir aber ein Seil oder eine Kette AB, Fig. 511, in solchen Abständen, welche aa gleich sind, mit den Gewichten G', G'', ... so wird die Kette ganz die gleiche, nur umgekehrte Lage wie genannte Drucklinie annehmen.

Fig. 511.



Aus Früherem folgt nun, daß so lange die Drucklinie $Aaaa \ldots C$, Fig. 510, innerhalb der Stirnfläche des Gewölbes fällt, und wenn die Gewölbefugen bb genau rechtwinkelig auf diese Drucklinie angebracht sind, kein Gewölbestein eine Drehung oder Verschiebung erleidet, und also das Gewölbe Standfähigkeit hat, wenn auch keine Reibung der Steine vorhanden wäre und keine Verbindung durch Mörtel stattfände.

Wenn aber die Drucklinie die innere Gewölblinie durchschneidet, so muß ein Einfallen des Gewölbes nach innen eintreten, während dieses nach außen zusammenstürzt, wenn die Drucklinie die äußere Gewölblinie trifft.

Sind die Fugen nicht rechtwinkelig zur Drucklinie, so müssen die Steine abgleiten, und das Gewölbe zusammenfallen, wenn Reibung und Mörtel es nicht verhindern. Der Sicherheit wegen darf man diese Widerstände gegen das Abgleiten der Steine nicht hoch anschlagen, und muß also die Gewölbefugen immerhin, so weit möglich, rechtwinkelig auf die Drucklinie anbringen. Die Reibung bietet zwar wohl bei den untersten Gewölbsteinen, deren Fugen eine mehr horizontale Lage haben, ein Hinderniß gegen das Abgleiten; allein wenn berücksichtigt wird, daß bei der oft ungleichartigen Dichte der Steine die Schwerpunktsbestimmung eine selten vollkommen genaue sein, und somit auch die Drucklinie oft eine von der so versuchsweise bestimmten etwas verschiedene Lage annehmen wird, so dürfte die Reibung — als ergänzender Faktor — bei der genannten Gleichgewichtsbestimmung wohl noch mitgerechnet werden.

Durch die angeführte Construction der Drucklinie ergibt sich auch vermittelst des Parallelogramms $AVSH$, Fig. 510, welches aus dem bekannten Vertikaldruck V und der Richtung AS der Drucklinie construirt werden kann, die Größe des Horizontaldruckes $H = P$, sowie der Spannung S.

§. 312.

Die im vorigen §. genannte Uebereinstimmung der Drucklinie eines Gewölbes mit einer gemeinen Kettenlinie* oder dem s. g.

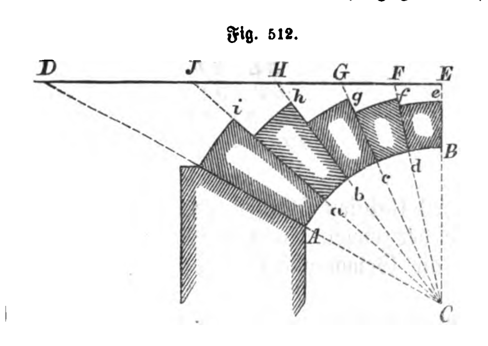
Seilpolygon gibt uns ein Mittel an die Hand, die Stabilität eines auszuführenden Gewölbes auf folgende praktische Weise zu untersuchen:

Man mache sich eine genaue Zeichnung des Gewölbes, nehme eine Kette und beschwere sie in Abständen, welche gleich sind den aus der Zeichnung entnommenen Entfernungen der Schwerpunkte der einzelnen Gewölbsteine, mit den Gewichten, welche diesen im verjüngten Maßstabe verzeichneten Steinen entsprechen. Nun hänge man die Kette an der Zeichnung in den Widerlagern des Gewölbes auf; und findet man, daß die Kettenlinie vollständig innerhalb der Stirnfläche des Gewölbes und nicht zu nahe an die Außen- oder Innenfläche fällt, so beweist dies, daß das Gewölbe vollkommene Stabilität hat, vorausgesetzt, daß die Gewölbefugen die richtige Lage haben. Legt man die Kettenenden einfach auf, und läßt sie durch horizontal wirkende Gewichte in ihrer Lage erhalten, so geben diese Gewichte den horizontalen Druck an, welcher im Scheitel und in allen Punkten des Gewölbes, sowie in den Widerlagern stattfindet.

§. 313.

Die meisten Gewölbe sind s. g. Kreisgewölbe, d. h. solche, deren innere Wölblinie AB, Fig. 512, ein Kreisbogen ist; und es werden die Fugen ai, bh u. s. w. nach der Richtung des Kreishalbmessers Ca, Cb, ..., also senkrecht auf die innere Wölblinie gemacht.

Fig. 512.



Daß in diesem Falle die Gewölbsteine gegen die Widerlager hin ziemlich stärker, d. h. höher, gemacht werden müssen, sieht man bald ein, wenn man bedenkt, daß bei ganz gleichen Steinen die nach der Kettenlinie gebildete Drucklinie gegen den Gewölbeanfang hin über die äußere Gewölbefläche hinaustreten würde.

Theilt man die innere Gewölblinie AB in gleiche Theile, so daß die Steine alle gleiche Dicke erhalten, so erhält man die der Standfähigkeit des Gewölbes entsprechenden Höhen der einzelnen Steine folgendermaßen:

Ist E der Scheitel und Be die Höhe des ersten Gewölbesteines, so verlängere man die Fuge df so weit, bis sie auf einer Horizontalen DE ein Stück FF, welches so groß als Be ist, abschneidet. Verlängert man nun auch alle übrigen Fugen, so schneiden solche auf der

Horizontalen DE ebenfalls Stücke ab, welche die Höhen der übrigen Steine angeben. Man mache also $df = FG$; $cg = GH$; $bh = HJ$; $ai = JD$.

Dies Verfahren gründet sich darauf, daß — gemäß mathematischen Untersuchungen — für den Gleichgewichtszustand die Gewichte der Gewölbesteine de, cf u. s. w. sich wie die Abschnitte EF, FG, . . . verhalten sollen. Da aber Be, $df \ldots = EF$, $FG \ldots$ sind, so stehen ja die überall gleich dicken und gleich langen Steine ihrem Gewichte nach in dem angegebenen Verhältniß.

In der Praxis macht man übrigens, wenn das Gewölbe nicht ganz aufgemauert, d. h. im Scheitel horizontal abgeglichen ist, dasselbe an den Widerlagern immer nahezu um das Doppelte so stark als im Scheitel.

Die genannte Regel gilt sowohl für den Fall, daß die innere Wölblinie ein Halbkreis oder nur ein s. g. Stichbogen AB, Fig. 513, ist.

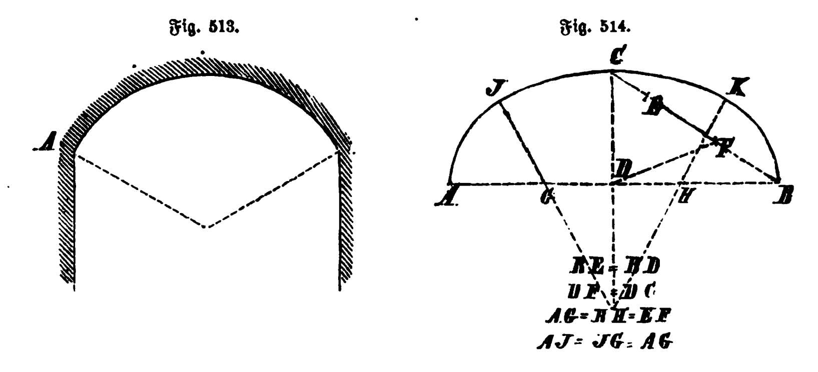


Fig. 513. Fig. 514.

Desgleichen auch, wenn diese Wölblinien Ellipsen oder s. g. Korbbögen sind — Fig. 514 zeigt eine der vielen Constructionen der letztern — soll an den Widerlagern die Gewölbestärke doppelt so groß als im Scheitel sein.

Endlich folgt auch aus der oben berührten Abhängigkeit des für den Stabilitätszustand nöthigen Gewichts der Gewölbsteine von den horizontalen Abschnitten EF, FG . . ., Fig. 512, beziehungsweise von den Höhen der Steine, daß die Fugen eines scheitrechten Gewölbes, Fig. 515, auf einen Punkt C hinlaufen müssen.

Fig. 515.

C

In den Scheitel eines Gewölbes soll keine Fuge kommen, weil sonst ein Einstürzen viel eher möglich ist; darum soll die Zahl der Gewölbsteine immer eine ungerade sein, und man erhält also dann in dem Gewölbescheitel einen s. g. Schlußstein.

§. 314.

Es bleibt nun noch übrig, über die Stärke der Gewölbe, und zwar für den Fall, daß solche Lasten aufnehmen oder nicht aufnehmen sollen, das Nöthigste hier anzugeben. Was sich darüber sagen läßt, sind bloße der Erfahrung entnommene Regeln, da es der Theorie bis jetzt noch nicht gelungen ist, und — wegen der mancherlei einwirkenden Umstände und deren Natur — wohl schwer gelingen dürfte, scharfe und sichere Daten hierüber an die Hand zu geben.

Die vorzüglichsten und in der Praxis auch zur allgemeinen Geltung gekommenen Erfahrungsregeln sind nach Breymann's Bauconstructionslehre die von den Franzosen Perronet und Rondelet aufgestellten, von welchen die des erstern für Brückengewölbe, die des letztern] aber auch für unbelastete bloße Deckgewölbe, wie sie im Hochbau vorkommen, gelten.

Perronet gibt für Brückengewölbe als Stärke oder Steinhöhe im Scheitel an:

Für Spannweiten von 72 und mehr franz. Fuß (24 und mehr Meter) betrage die Steinhöhe $^1/_{24}$ der Spannweite.

Für Spannweiten unter 24 m (72 Fuß) sei die Stärke $\frac{5\,S}{144} + 1$ Fuß, d. i. $= \frac{5\,S + 46{,}77}{144}$ m, wenn S die Spannweite oder den innern Gewölbdurchmesser bezeichnet.

Diese Regel gilt für Kreis=, elliptische und Korbbögen, nur muß bei letztern für S der Durchmesser des obersten Kreisbogens gesetzt werden.

Gegen die Gewölbanfänge, d. h. gegen die Widerlager hin soll die Gewölbstärke so wachsen, daß sie an letztern nahezu das Doppelte der Stärke im Scheitel beträgt.

Anmerkung. Die von Perronet erbaute berühmte Brücke zu Neuilly bei Paris hat bei 120 Fuß = 39 m Spannweite eines jeden der fünf Bögen 1,624 m Stärke im Schlußstein und 2,923 m in den Anfängen.

Nach Rondelet nehme man für Brückenbögen oder stark belastete, von behauenen Quadern aufgeführte Gewölbe zur Gewölbestärke im Scheitel $^1/_{24}$ der in Fußen ausgedrückten Spannweite und addire 1 Fuß hinzu, dann erhält man, wenn S wieder die Spannweite ist, Gewölbestärke $= \frac{S}{24} + 1$ Fuß $= \frac{S}{24} + 0{,}3$ m.

Für mittlere Gewölbe, d. i. solche, welche den Fußboden eines obern Stockwerkes zu tragen haben, nehme man hievon die Hälfte, und für leichte oder solche, die bloß zur Ueberdeckung eines Raumes dienen und nur ihre eigene Last zu tragen haben, den vierten Theil.

An den **Widerlagern** soll die Stärke durchweg doppelt so groß sein.

Für halbkreisförmige, im Hochbau vorkommende Gewölbe aus **Bruch-** und **Backsteinen** gibt Rondelet folgende Stärken an:

1) Wenn das Gewölbe im Scheitel horizontal abgeglichen ist = $^1/_{48}$ der Spannweite;
2) wenn dasselbe bis zur halben Höhe ausgemauert und dann im Rücken parallel zur Leibung abgeglichen ist = $^1/_{36}$ der Spannweite;
3) wenn das Gewölbe bis zur halben Höhe ausgemauert und von hier bis zum Scheitel verjüngt abgeglichen ist = $^1/_{48}$ und da wo die Ausmauerung aufhört = $^3/_2 \cdot {}^1/_{48} = {}^1/_{32}$ der Spannweite.

Dabei soll die Stärke im Scheitel nie unter 13 cm hinabgehen.

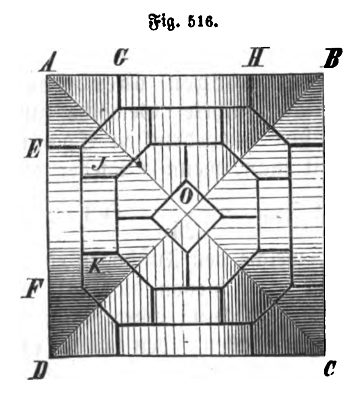
§. 315.

Das bisher über die Spannungsverhältnisse und Stärke der Gewölbe Gesagte gilt zunächst für die s. g. **Tonnengewölbe**, und zwar für die **geraden**, worunter man solche versteht, deren Wölbungsflächen cylindrisch sind, und deren Stirnfläche senkrecht zur Gewölbe- oder Cylinderachse ist.

Ist das Gewölbe ein **schiefes Tonnengewölbe**, d. i. ist es so zu sagen ein Theil eines hohlen schiefen Cylinders, so gilt, wie leicht einzusehen, all das Frühere auch für dies Gewölbe, da man dasselbe als aus unendlich vielen gerade gedachten Bögen zusammengesetzt ansehen kann.

Aber auch auf die s. g. **Kreuz-**, **Kloster-** und **Kuppelgewölbe** lassen sich die aufgestellten Sätze und Regeln anwenden, weil jedes dieser Gewölbe sich in Theile eines Tonnengewölbes zerlegen läßt.

Fig. 516.



So hat man bei der Untersuchung eines, in der einfachsten Weise durch Durchdringung zweier gleich hoher gerader Tonnengewölbe entstehenden **Kreuzgewölbes** *ABCD*, Fig. 516, es zunächst mit den zwei Hauptbögen *AOC* und *BOD* zu thun, welche auf Widerlagern in den Punkten *A*, *B*, *C* und *D* aufruhen, während Bögen wie *EF*, *GH*, *JK* u. s. w. jene Hauptbögen *AOC* und *BOD* zu Widerlagern haben und durch diese ebenfalls den Druck auf die vier Eckpfeiler fortpflanzen.

Bei dem Klostergewölbe *ABCD*, Fig. 517, welches auch aus der Durchkreuzung zweier Tonnengewölbe, aber so entstanden ist, daß sich die Längenseiten oder Wangen des Gewölbes auf die Umfassungsmauern *AB*, *BC*, *CD*, *DA* stützen, sind wieder einzelne Gewölbebögen zu unterscheiden, welche sich wie *EF* und *FG* unmittelbar, oder wie *HJ* und *KL*, *MN* und *OP* vermittelst eines dazwischen liegenden Gewölbestückes im Gleichgewicht halten, alle aber die Umfassungsmauern zum gemeinschaftlichen Widerlager haben.

Fig. 517.

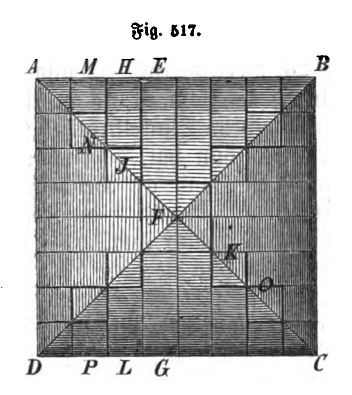
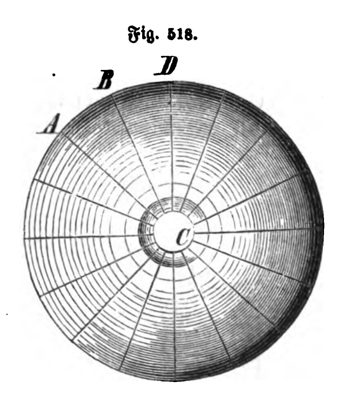


Fig. 518.

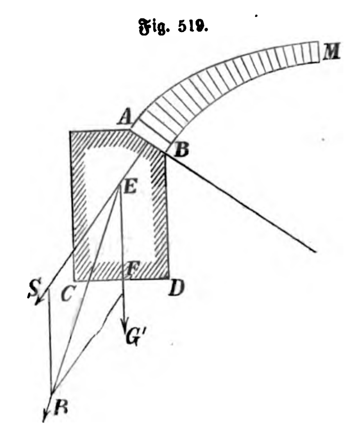


Ein Kuppel- oder Kesselgewölbe, Fig. 518, endlich, dessen Innenfläche durch Umdrehung einer krummen Linie, gewöhnlich eines Viertelkreises oder einer Viertelellipse 2c., um eine vertikale Achse entstanden ist, kann durch Vertikalebenen, welche durch die Gewölbeachse gehen, so in Ausschnitte *ACB*, *BCD* u. s. w. getheilt werden, daß jeder derselben als ein halbes Tonnengewölbe, das sich auf die gemeinschaftliche Umfangsmauer stützt, anzusehen und zu behandeln ist.

§. 316.

Um schließlich die Standfähigkeit der Widerlager eines Gewölbes zu untersuchen, muß man den Druck S, Fig. 519, welcher in senkrechter Richtung auf die Widerlagerfläche *AB* ausgeübt wird, und welcher bei einem unbelasteten Gewölbe $= \sqrt{G^2 + H^2}$ ist, wenn G das Gewicht des Gewölbebogens *ABM* und H den in allen Punkten des Gewölbes stattfindenden Horizontalschub bezeich-

Fig. 519.

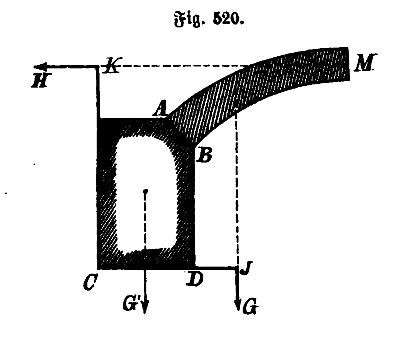


net*), mit dem im Schwerpunkte angreifenden Gewichte G' des Widerlagers auf ähnliche Weise, wie im §. 298 zusammensetzen.

Geht die Richtung der erhaltenen Mittlern R durch die Basis CD des Widerlagers oder des Gewölbepfeilers, so können diese durch die zu erleidenden Drücke nicht umgeworfen werden. Ist ferner der $\sphericalangle REF$ nicht größer als der Reibungswinkel (§§. 85 und 298), so findet auch kein Verschieben des Widerlagers statt, und es hat dasselbe alsdann vollkommene Standfähigkeit.

Beachtet man auch, daß, wenn man das Gewölbestück ABM sammt Widerlager als ein Ganzes ansieht, im Scheitel die Horizontalkraft H, im Schwerpunkt des Gewölbes die Vertikalkraft G, und im Schwerpunkt des Widerlagers das Gewicht G' wirksam ist, so ist klar, daß man es, wie in §. 298, Fig. 477, mit einem Winkelhebel KCJ, Fig. 520, zu thun hat, dessen Drehpunkt in C ist, und an welchem in den Punkten K, F und J die Kräfte H, G' und G thätig sind.

Fig. 520.



Setzt man nun die Höhe $KC = h$, die Mauerdicke $CD = d$, und $DJ = b$, so hat man für's Gleichgewicht, wenn $CF = \frac{1}{2} d$ ist,

$$G' \cdot \frac{d}{2} + G\,(d + b) = H \cdot h.$$

Ist p das Gewicht einer Cubikeinheit der Widerlagermauer, so ist das Gewicht des Widerlagers auf die Längeneinheit (1 Fuß oder 1 Meter) $G' = d \cdot h' \cdot p$, wenn h' die Pfeilerhöhe bedeutet.

Setzt man noch wegen der Sicherheit, der Erfahrung gemäß, $2H$ statt H, so hat man zur Bestimmung der Widerlagerstärke die Gleichung:

$$\frac{d \cdot h' \cdot p \cdot d}{2} + G\,(d + b) = 2H \cdot h;$$

d. i.

$$\frac{d^2 \cdot h' p}{2} + G \cdot d = 2H \cdot h - Gb;$$

folglich

$$d^2 + \frac{2G \cdot d}{h' \cdot p} = \frac{4 \cdot H \cdot h - 2G \cdot b}{h' \cdot p};$$

woraus sich für die Dicke der Widerlager ergibt:

$$d = -\frac{G}{h' \cdot p} + \sqrt{\frac{4H \cdot h - 2G \cdot b}{h' \cdot p} + \left(\frac{G}{h' \cdot p}\right)^2}.$$

---

*) In AB ist nämlich nach §. 311 eine Vertikalkraft $= G$ und die Horizontalkraft H wirksam; daher $S = \sqrt{G^2 + H^2}$.

§. 317.

Da die Gewölbestärke aus der Spannweite bestimmt wird, und die Dicke der Widerlager sich nach dem Drucke des Gewölbes richten muß, so können auch aus der Spannweite eines Gewölbes Regeln für die Widerlagerstärke abgeleitet werden.

Nach einer solchen praktischen Regel soll für größere Brücken- und überhaupt stark belastete Tonnengewölbe bei halbkreisförmigen und wenig gedrückten Bögen die Widerlagerstärke $^1/_5$ der Spannweite betragen; bei Kreisbögen, die auf $^1/_4$ und bei Korbbögen, die auf $^1/_3$ gedrückt sind (Gewölbhöhe = $^1/_3$, $^1/_4$ ꝛc. der Spannweite), nehme man für die Widerlagerdicke $^1/_4$, und bei noch stärker gedrückten Bögen $\frac{1}{3{,}5} = {}^2/_7$ der Spannweite.

Für die Gewölbe Nr. 1, 2 und 3, §. 314, welche wenig oder gar nicht belastet sind, gibt Rondelet als Stärke der Widerlager für den Fall, daß die Spannweite wenigstens 12 Fuß = 3,9 m beträgt, an: Für Nr. 1 = $^1/_{11}$, für Nr. 2 = $^1/_9$, und für Nr. 3 = $^1/_{10}$ der Spannweite.

Haben zwei gleiche Tonnengewölbe ein gemeinschaftliches Widerlager, so heben sich die gegenseitigen Horizontalschübe auf, und es bleibt nur der von den Gewölben verursachte Vertikaldruck übrig. Aus diesem Grunde können solche Widerlager auch namhaft schwächer, als die Endwiderlager gemacht werden.

Fig. 521.

Für ein Kreuzgewölbe, Fig. 521, soll nach Rondelet die Größe der Seite *AB* eines Eckpfeilers doppelt so groß sein, als die Widerlagerstärke für das Tonnengewölbe von der Spannweite *BC* erfordert. Desgleichen soll *BD* doppelt so stark gemacht werden, als für das Widerlager des Bogens, dessen Spannweite *BE* ist, nothwendig wäre.

Den Klostergewölben soll man eine Widerlagerstärke geben gleich der eines Tonnengewölbes von gleicher Spannweite; oder nach Rondelet $^2/_3$ hievon, wenn der Grundriß des Gewölbes eine regelmäßige Figur ist.

Ebenso genügt nach Rondelet für ein Kuppelgewölbe die halbe Widerlagerstärke wie für ein Tonnengewölbe von der nämlichen Spannweite.

Aufgabe.

Wie groß sind die Druck- und Stabilitätsverhältnisse eines nach einem auf $^1/_8$ gedrückten Stichbogen gebildeten Tonnengewölbes, dessen Spannweite = 7,2 m ist; und welche Stärken sind dem Gewölbe und dessen Widerlagern zu geben?

Auflösung. Ist das Gewölbe ein solches, welches einen Fußboden ꝛc. zu tragen hat, so soll nach Rondelet seine Dicke im Scheitel $= \frac{1}{2}\left(\frac{7{,}2}{24} + 0{,}3\right) = 0{,}3$ m sein. An den Anfängen muß dann, dem Früheren gemäß, die Gewölbestärke das Doppelte, also 0,6 m betragen.

Nach einem geometrischen Satze verhält sich nun, wenn DM, Fig. 522, der Kreisdurchmesser ist,

$$DF : AF = AF : FM;$$

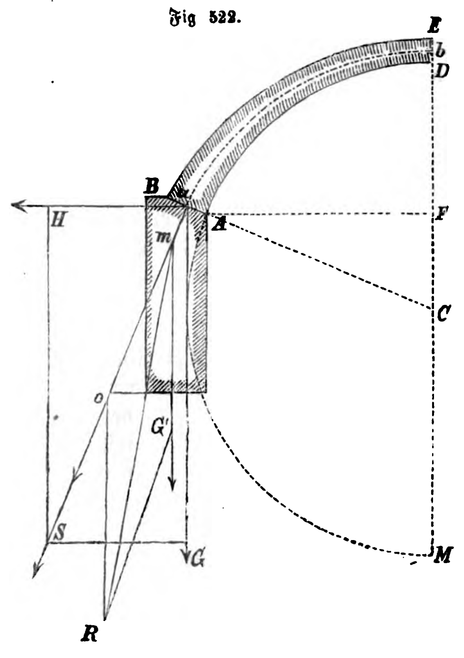
$$\text{d. i. } \frac{7{,}2}{3} : 3{,}6 = 3{,}6 : FM;$$

woraus sich $FM = 5{,}4$ m ergibt.

Der innere Gewölbdurchmesser DM ist somit $= 5{,}4 + 2{,}4 = 7{,}8$ m.

Die mittlere Breite der Gewölbstirnfläche $= \frac{0{,}3 + 0{,}6}{2} = 0{,}45$ m gibt einen mittlern Gewölbhalbmesser $= 3{,}9 + 0{,}225 = 4{,}125$ m, und somit einen mittlern Kreisumfang $= 2 \cdot 4{,}125 \cdot 3{,}14$ m.

Fig 522.



Durch Messen mit dem Transporteur findet man den $\measuredangle\, ACD = 67{,}3^\circ$ *) und es ist darum die mittlere Bogenlänge des Gewölbstückes $ABED$

$$= \frac{67{,}3}{360} \cdot d\pi = \frac{67{,}3 \cdot 2 \cdot 4{,}125 \cdot 3{,}14}{360} = 4{,}84 \text{ m.}$$

---

*) Das trigonometrische Rechnen gibt $\measuredangle\, ACD = 67^\circ\, 22'\, 48''$. Hiefür hat man

$$AF = 3{,}6;\ CF = DC - DF = 3{,}9 - 2{,}4 = 1{,}5 \text{ m.}$$

somit $1{,}5 : 3{,}6 = 1 : tang\ ACD;$

und $log\ tang\ ACD = 10{,}3802112.$

Oder auch $3{,}9 : 3{,}6 = 1 : sin\ ACD$ und $log\ sin\ ACD = 9{,}9652378.$

Der Inhalt der Fläche $ABED$ ist sonach $= 4{,}84 \cdot 0{,}45 = 2{,}178$ □m, und darum das Gewicht des Gewölbstückes $ABED$ auf jeden laufenden Meter der Gewölblänge, wenn das Gewicht eines Cubikmeters Sandstein zu 2400 kg angenommen wird, $= 2{,}178 \cdot 2400 = 5227$ kg.

Ist ab die gefundene Drucklinie und aS senkrecht auf AB, so gibt aS die Richtung des von der Fläche AB aufgenommenen Druckes an. Die Größe dieses Druckes S erhält man, wenn man aG gleich dem Gewichte G des Gewölbstückes $ABED$, also $= 5227$ kg macht und das Rechteck $aGSH$ construirt. Nimmt man $aG = 45$ mm, also 1 mm $= \frac{5227}{45} = 116$ kg, so findet man $aS = 48\frac{3}{4}$ mm, somit die Spannung $S = 48{,}75 \cdot 116 = 5655$ kg.

Nimmt man die Widerlagerstärke für das einigermaßen belastete Gewölbe zu $\frac{1}{8}$ der Spannweite, also $= \frac{7{,}2}{8} = 0{,}9$ m, und die mittlere Höhe des Pfeilers zu 3 m, so ist für jeden laufenden Meter das Gewicht des Widerlagers $= 0{,}9 \cdot 3 \cdot 2400 = 6480$ kg.

Stellt man nun 230 kg durch 1 mm dar, und macht also mG', welches das Gewicht des Widerlagers ist, $= \frac{6480}{230} = 28{,}2$ mm, und mo, welches obige Kraft (Spannung) S vorstellen soll, $= \frac{5655}{230} = 24{,}6$ mm, so ergibt sich aus der durch das Parallelogramm $mG'Ro$ erhaltenen Richtung der Mittlern R, daß bei genannten Annahmen die Widerlager kaum Stabilität bieten. Es ist also bei der angenommenen Höhe die Dicke der Widerlager zu verstärken, oder von außen eine Böschung anzubringen, wodurch nicht nur das Gewicht G' vergrößert und darum die Mittelkraft R mehr nach rechts abgelenkt wird, sondern auch die Grundfläche eine größere Ausdehnung erhält.

§. 318.

Bemerkungen über die verschiedenen Arten von Bauconstructionen.

Zum Schlusse des letzten Abschnitts, sowie des Buches selbst, will der Verfasser noch einige Notizen über die verschiedenen Arten von Bauconstructionen geben. Er folgt hiebei wieder, wie in dem, dem VII. Abschnitte beigefügten Anhang „Law's Rudiments of Civil Engineering", und so wie dort, glaubt er auch hier dem Leser keine ungeeignete Zugabe geboten zu haben.

1. Ueber Backstein-Mauerwerke.

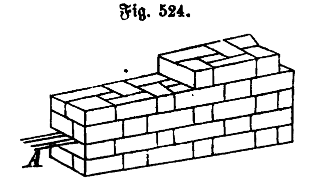
Es gibt zwei Methoden in der Construction der Backstein-Mauerwerke, welche durch die gegenseitige Lage, nach welcher die Steine versetzt werden, bestimmt sind. Es kann nämlich ein Stein so gelegt werden, daß seine Haupt- oder Stirnseite in der Fläche der Mauer erscheint, wie A in Fig. 523, oder aber die Seitenfläche des Steins fällt wie bei B in die Mauerfläche. Im ersten Fall wird der Stein ein Binder (Hauptstein), im zweiten ein Läufer oder Strecker genannt.

Fig. 523.

Jede horizontale Lage von Steinen heißt eine Schichte, und es soll dieselbe immer so gebildet sein, daß die Vertikalfugen einer Schichte nicht mit denen der darunter liegenden Schichte in eine Linie fallen. Jede solche Fuge C soll darum über oder unter ihr auf die Fläche eines Steines

treffen. Sind die Steine so angeordnet, so nennt man sie verbunden und die Anordnung heißt ein Steinverband. — Bei dem allgemeinen Gebrauch werden zwei Arten von Mauerverbindungen angewendet. Bei der einen, dem s. g. altenglischen Verband, Fig. 523, wechselt eine Schichte von Läufern mit einer Schichte, die bloß Binder enthält; bei dem s. g. flämischen Verbande, Fig. 524, aber wechseln in einer und derselben Schichte je ein Läufer und ein Binder. — Der letztere Verband hat von der Front betrachtet ein gefälligeres Aussehen, allein der erstere hat größere Festigkeit.

Fig. 524.



Erfordert eine Mauer eine besondere Stärke, so kann man dem mit dem Steinverband nicht allein genügen. In solchen Fällen ist gebräuchlich, daß man, wie in Fig. 523, durch die ganze Länge der Mauer einen Balken *D* gehen läßt. Diese Art des Mauerverbandes ist indessen insofern keine ganz sichere, als die Festigkeit der Mauer den gesunden Zustand des zum Verbande dienenden Holzes voraussetzt. Leicht kann aber dieses in Fäulniß übergehen und ist im gegebenen Falle sogar sehr dazu geneigt. Ein weit besserer Verband, d. h. für alle Zukunft sicherer ist darum, wenn man, wie in Fig. 524, eiserne Reife oder Schienen *A* der Länge nach zwischen die Mauerschichten bringt. Sollte auch das Eisen etwas rosten, so wird dadurch nur seine Adhäsion an den Mörtel und also an das Mauerwerk erhöht.

2. Ueber Hau- und Bruchstein-Mauerwerke.

In der Construction der Mauerwerke von Hau- und Bruchsteinen werden dieselben Regeln beobachtet, wie beim Backstein-Mauerwerk. So gilt namentlich auch das dort über die Anbringung der Vertikalfugen Gesagte, was übrigens hier um so leichter erreicht wird, da die Größe der Steine keine bestimmte ist. Wo Steinbrüche in der Nähe, also rohe Steine genug vorhanden sind, werden diese gerade so, wie man sie braucht, verwendet, ohne behauen, d. h. in genaue viereckige Form gebracht zu werden. Man nennt dieses rohes Mauerwerk. Fig. 525 zeigt ein solches, welches zur Erreichung einer größern Festigkeit, sowie auch eines bessern Aussehens mit einem Gesims *AB*, einer Bodenplatte oder Plinthe *CD* und Pfeilern *AC* und *BD* aus gehauenen Steinen versehen ist.

Fig. 525.

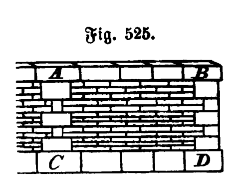
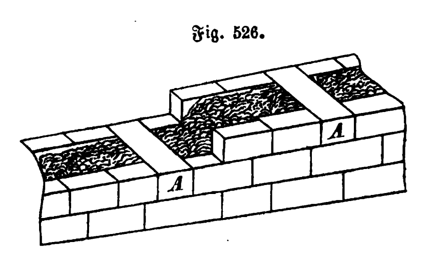
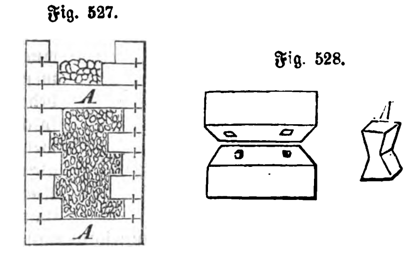


Fig. 526.



Soll eine Mauer aus Bruchsteinen von einiger Dicke ausgeführt werden, so geschieht dies oft und zwar aus den eben genannten Gründen so, daß die beiden Außenseiten von Hausteinen, das Mittel aber von rohen Steinen aufgeführt wird. In solchen Fällen aber müssen in gewissen Zwischenräumen Binder *AA*, Fig. 526 und 527, welche sich auf die ganze Dicke der Mauer erstrecken, angebracht werden, um dem Nachtheile des ungleichen Setzens des innern und äußern Gemäuers zu begegnen.

In Fällen, wo es nöthig ist, dem Uebereinandergleiten der Steine zu begegnen, und auch, um zu verhindern, daß sich die Verbände von einander lösen, ist es gebräuchlich, daß man s. g. Schwalbenschwänze *A*, Fig. 528, aus Eisen zwischen den übereinanderliegenden Steinen so anbringt, daß die Hälfte des Verbandstückes in den einen, die andere Hälfte aber in eine Vertiefung des andern Steines eingreift. Durch zugegossenes flüssiges Blei wird der Schwalbenschwanz mit dem Stein fest verbunden. Oft macht man diese Verbindungsstücke auch aus Schiefer oder anderen harten Steinsorten und befestigt sie durch zugegossenen Cement.


Fig. 527. Fig. 528.

Hie und da auch greifen die Steine durch schwalbenschwanzförmige Stoßfugen in einander, oder es sind auch die obern und untern Schichten durch eingetriebene Dübel von Eichenholz mit einander verbunden.

3. Von den Fundamentirungen.

Die Herstellung eines festen und sichern Fundaments, auf welchem ein Bauwerk errichtet werden soll, ist oft eine der schwierigsten Operationen, welche der Ingenieur oder Architekt auszuführen hat, und es ist die Methode, die daselbst angewendet werden soll, von gar verschiedenen obwaltenden Umständen abhängig.

Wenn der natürliche Grund fest genug ist, das Gewicht des darüber zu errichtenden Bauwerkes zu tragen, so ist bloß nothwendig, die Oberfläche gehörig eben zu machen. Ist die Oberfläche des Bodens dabei ziemlich abschüssig, so ist nicht gerade erforderlich, eine einzige horizontale Fläche als Baugrund herzustellen, sondern man bringt bloß durch Einschnitte eine Folge von ebenen Stufen oder Bänken an.

In den meisten Fällen hingegen besitzt der Grund nicht Festigkeit genug, um sich darauf verlassen zu können, und man ist dann genöthigt, durch künstliche Mittel seine Widerstandsfähigkeit zu erhöhen. Eine der allgemeinsten Methoden, dieses zu erreichen, besteht darin, daß man mit Hilfe der früher erklärten Rammmaschine vertikale hölzerne Pfähle so lange in den Boden treibt, bis der Grund genügenden Widerstand entgegensetzt. Die Pfähle werden dann an ihren Köpfen horizontal abgeschnitten, so daß diese eine Ebene bilden, und darauf meistentheils ein aus Balken gebildetes Rahmenwerk, der Rost, gelegt, welcher aus Längs- und Querschwellen besteht. Die von diesen Schwellen gebildeten Zwischenräume werden dann entweder mit Erde ausgestampft oder mit eingetriebenen Steinen ausgefüllt. Behufs des leichten Eindringens werden die Pfähle oft auch an ihren Spitzen mit Eisen beschlagen; auch an ihrem Haupte werden sie mit eisernen Reifen versehen, damit sie bei den Schlägen des Rammklotzes nicht zersplittern.

Eine andere und bessere Methode der Fundamentirung in seichtem Boden besteht darin, daß man die Grundfläche des zu errichtenden Bauwerks mit einem Gemische von Mörtel und Steinen, s. g. Beton oder Concret (s. o. S. 193), bewirft und die Mauern durch angebrachte Stufen verbreitert und dadurch eine größere Basis gewinnt; oder man bedeckt auch den Boden mit großen flachen Steinen, auf welche man dann das Gebäude setzt. Wenn der Boden nur zunächst an seiner Oberfläche weich, in einiger Tiefe aber fest genug ist, so entfernt man die lockern Schichten und füllt bis zu einer vollständigen horizontalen Ebene mit Beton oder Concret aus.

Wenn ein Gebäude auf Pfählen oder abgesonderten Pfeilern errichtet werden muß und es hat deren Basis voraussichtlich nicht Ausdehnung genug, um der

Gefahr des Setzens hinlänglich zu begegnen, so kann dann die zu tragende Last dadurch auf eine größere Fläche vertheilt werden, daß man umgekehrte Gewölbebögen, wie Fig. 529, zwischen den Pfeilern anbringt.

Fig. 529.

Oft ist der Fall, daß, obgleich der Grund im Allgemeinen ein fester ist, doch eine oder mehrere weiche Stellen vorkommen, welche nicht im Stande sind, einem bedeutenden Drucke zu widerstehen. In solchen Fällen überwölbt man die Stelle, wenn solche nicht zu ausgedehnt ist. Wenn aber die betreffende Stelle von zu großem Umfange ist, um durch einen Bogen überspannt werden zu können, wendet man auch ringförmig (ähnlich wie bei Brunnenausmauerungen) aufgeführte Gemäuer an, welche man bis zur Tiefe des festen Untergrundes versenkt und auf denselben dann die Grundmauern des Gebäudes errichtet*).

Bei Fundamentirungen in der Tiefe des Wassers oder in lockern Böden wendet man oft auch s. g. Schraubenpfähle an. Dieselben bestehen an ihrem spitzigen Ende aus einer eisernen Schraube von etwa $1^1/_2$ Umgängen, mit Hilfe welcher man den Pfahl bis zur gehörigen Tiefe einschraubt.

4. Von der Zimmerwerksarbeit.

Der wichtigste Theil der Zimmerwerksarbeit, der hier zu nennen ist, ist derjenige, welcher von der Art und Weise der Verbindung oder Zusammenfügung der Bauhölzer handelt. Es möge darum hier auch in Kürze von den wichtigsten dieser s. g. Holzverbindungen die Rede sein.

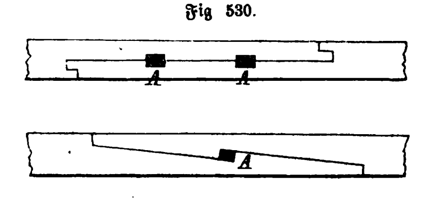


Fig 530.

Fig. 530 zeigt zwei verschiedene Methoden der Verbindung zweier Hölzer in der Richtung ihrer Länge. Man nennt diese Verbindungen das Hakenblatt und den Hakenkamm. *AA* sind Keile, welche zwischen die Hölzer eingetrieben werden, damit eine innige Berührung der Theile stattfindet. In Fällen, wo eine bedeutende Festigkeit dieser Theile erforderlich ist, wird die Verbindung noch durch eiserne Bänder und Bolzen verstärkt.

Wenn es sich darum handelt, einen vertikalen Balken, d. i. einen Pfosten zu verlängern, so kann dies auf eine der in Fig. 531 dargestellten Arten, wovon die Verbindung links die einfachere ist, geschehen.

Wenn zwei Hölzer einander unter rechten Winkeln durchkreuzen, so wird die Verbindung dadurch hergestellt, daß jeder der Balken auf die Hälfte seiner Dicke ausgeschnitten (eingekerbt) wird, wie in Fig. 532, *A*. — Man nennt eine solche Verbindung eine Verkämmung. Wenn ein Stück bloß auf ein anderes stößt oder ihm begegnet, so wird die Verbindung wie in *B*, Fig. 532, durch eine s. g. Verzapfung gebildet. Zur größern Festigkeit treibt man oft noch in *c* Nägel von Eichenholz durch den Zapfen *a*.

Wenn beide Stücke so aufeinander stoßen, daß sie einen rechten Winkel bilden, so tritt entweder eine Art Verkämmung ein, wie in *C*, wo jedes der Stücke zur Hälfte eingeschnitten ist; oder die Verbindung findet statt durch einen

*) Aehnliche Fundamentirung der Pfeiler zu der neuen Rheinbrücke zwischen Kehl und Straßburg u. a. O. mit Anwendung von versenkten eisernen Kästen, welche mit Hilfe comprimirter Luft wasserleer gemacht und dann ausgemauert wurden.

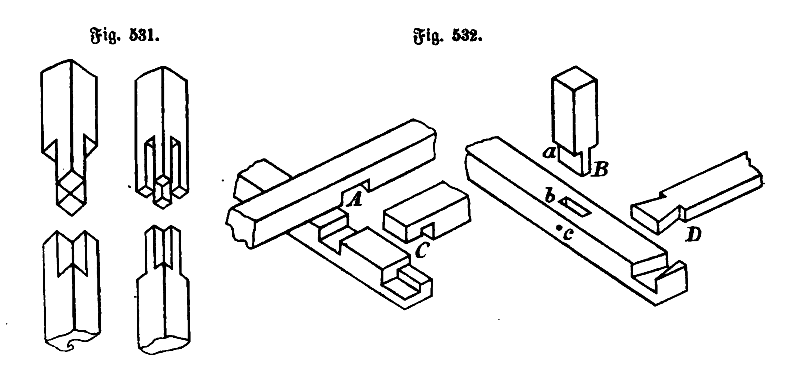
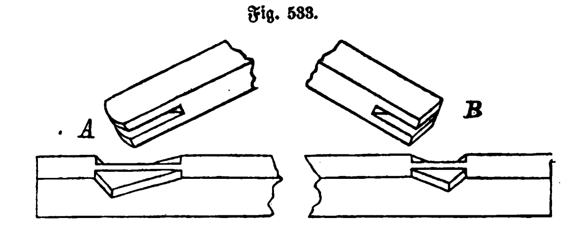


Fig. 531. Fig. 532.

Schwalbenschwanz wie in *D*. Von den beiden Verbindungen ist die erste die beste, weil ein allenfallsiges Eintrocknen und Schwinden des Holzes dort weniger nachtheilig wirkt.

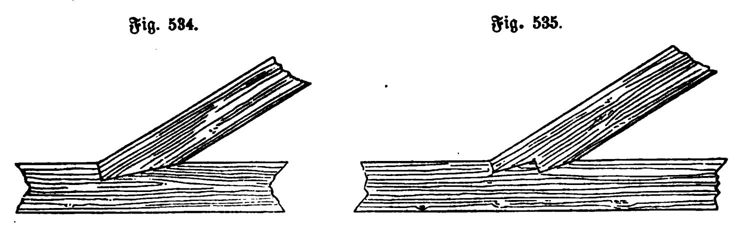
Stützt sich aber ein Balken auf einen andern unter einem spitzigen Winkel, wie dies vorzugsweise bei Dachconstructionen der Fall ist, so werden Verbindungen wie Fig. 533, *A* und *B*, hergestellt, hinsichtlich welcher zu bemerken ist, daß, wenn

Fig. 533.



in den Verbindungsstellen beträchtliche Spannungen eintreten, die Construction *B* vorzuziehen wäre, da dort die Uebertragung der Spannung eine mehr gleichförmige ist und bei einem allenfallsigen Setzen des Balkenwerks weniger Nachtheile zu befürchten sind.

Fig. 534. Fig. 535.



Beim Versetzen der Dachsparren und Streben wird übrigens gewöhnlich die einfache Versatzung, Fig. 534, oder oft auch die doppelte Versatzung, Fig. 535, angewendet.

Anhang.

Tabelle der specifischen Gewichte.

Namen der Körper.	Specifisches Gewicht.	Namen der Körper.	Specifisches Gewicht.
Wasser	1,00	Mauerwerk von Sandstein	2,12
Aluminium	2,56	Mauerwerk von Bruchstein	2,46
Zink, gegossen	7,05	Trockene, magere Erde	1,34
„ gewalzt	7,54	Frische Gartenerde	2,05
Zinn, gegossen	7,29	Festgestampfte lehmige Erde	2,06
„ gewalzt	7,48	Glas, grünes	2,64
Gußeisen	7,2	„ weißes	2,94
Schmiedeisen	7,6 bis 7,8	Kork	0,24
Stahl	7,8	Lärche, trocken	0,56
Gußstahl	7,9	Linde, „	0,58
Messing	8,15 bis 8,55	Tanne und Fichte	0,5 bis 0,6
Nickel	8,8	dto. durchnäßt	0,8
Kupfer, gegossen	8,79	Föhre, trocken	0,76
„ geschmiedet	9	Nußbaum, trocken	0,68
Wismuth	9,8	Birnbaum, „	0,69
Silber	10,5	Ahorn, „	0,7
Blei	11,35	Birke, „	0,74
Quecksilber	13,6	Weißbuche, „	0,75
Gold	19,3	Rothbuche, „	0,77
Platina, gewalzt	22,67	Mahagoni, „	0,8 bis 1,0
Ziegelstein	1,40 bis 2,22	Eiche, „	0,8 bis 1,0
Sandstein	1,90 bis 2,70	Durchnäßtes Laubholz	1,11
Kalkstein	2,40 bis 2,86	Guajak (Pockholz)	1,3
Marmor	2,8		
Granit	2,5 bis 3,0		
Mauerwerk von Ziegelstein	1,55 bis 1,70		

Tabelle

zur Vergleichung außerdeutscher oder früherer deutscher Landesmaße.

Land.	1 Fuß =	1 Quadrat-fuß =	1 Cubik-fuß =	1 Pfund =	1 Cubikfuß Wasser wiegt	1 Pferdekraft zu 75 kgm ist =	Werth der Fallbeschleunigung g.	Mittlerer Atmosphärendruck auf 1 Quadratfuß.
	Meter.	Quadrat-meter.	Cubik-meter.	Kilo-gramm.	Pfund.	Fuß-pfund.	Fuß.	Pfund.
Baden u. Schweiz	0,300000	0,090000	0,02700	0,5	54	500	32,70	1860
Bayern	0,291859	0,085184	0,02486	0,5	44,4	514	33,61	1760
Braunschweig . .	0,285362	0,081430	0,02324	0,5	46,8	525	34,37	1680
England . . .	0,304795	0,092900	0,02832	0,45341	62,4	550	32,18	2120
Frankreich . . .	0,324840	0,105500	0,03428	0,48951	70	472	30,20	2230
Hannover . . .	0,292090	0,085320	0,02492	0,5	50	514	33,58	1760
Hessen-Cassel . .	0,287700	0,082770	0,02381	0,5	47,6	520	34,09	1710
Hessen-Darmstadt.	0,250000	0,062500	0,01563	0,5	31,25	600	39,24	1290
Oesterreich . . .	0,316103	0,099930	0,03159	0,56001	56,4	430	31,03	1840
Preußen . . .	0,313854	0,098503	0,03092	0,5	61,8	480	31,25	2030
Sachsen	0,283260	0,080236	0,02271	0,5	45,5	530	34,91	1660
Württemberg . .	0,286490	0,082077	0,02351	0,5	47	525	34,24	1700

Der frühere badische, hessendarmstädtische und württembergische Fuß waren 10theilig, alle anderen 12theilig.

Die obigen Werthe für die Pferdestärke sind nicht immer genau = 75 km, sondern zum Theil durch Verfügungen der betreffenden Regierungen in runden Zahlen, z. B. in Oesterreich zu 430 Fußpfund = 76 kgm festgesetzt worden.

